Modelos de búsqueda

Carlos Ortiz

Flinn-Heckman (1982) - I

Value functions

$$V = -\frac{c\Delta t}{1+r\Delta t} + \frac{1-\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}V + \frac{\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}\mathbb{E}max[x/r;V] + o(\Delta t)$$

$$\frac{1+r\Delta}{\Delta t}\left[V = -\frac{c\Delta t}{1+r\Delta t} + \frac{1-\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}V + \frac{\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}\mathbb{E}max[x/r;V] + o(\Delta t)\right]$$

$$rV = -c - \lambda V + \lambda\mathbb{E}max[x/r;V]$$

$$(\lambda + r)V = -c + \lambda\mathbb{E}max[x/r;V]$$

$$(\lambda + r)V = -c + \lambda\left[\int_0^{rV} VdF(x) + \int_{rV}^{\infty}\frac{x}{r}dF(x)\right]$$

$$(\lambda + r)V = -c + \lambda\left[\int_0^{rV} VdF(x) + \int_{rV}^{\infty} VdF(x) - \int_{rV}^{\infty} VdF(x) + \int_{rV}^{\infty}\frac{x}{r}dF(x)\right]$$

$$(\lambda + r)V = -c + \lambda\left[V + \int_{rV}^{\infty}\left[\frac{x}{r} - V\right]dF(x)\right]$$

$$rV = -c + \frac{\lambda}{r}\int_{rV}^{\infty}[x - rV]\,dF(x)$$

Para cualquier salario $x > rV$ el agente acepta la oferta. La probabilida de que una oferta sea inaceptable es:

$$F(rV) \equiv P(oferta < rV)$$

Probabilida de que un periodo de desempleo T_u dure más que t_u. Se necesitan dos ingredientes:

1. Probabilidad de que se reciban j ofertas en el intervalo de tiempo t_u

$$P(j \text{ ofertas}|t_u) = \frac{(\lambda t_u)^j e^{-\lambda t_u}}{j!}$$

2. Probabilidad de que ninguna de las ofertas j sea aceptable

$$P(T_U > t_u) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda t_u)^j e^{-\lambda t_u}}{j!} [F(rv)]^j, \qquad e^x = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{j!}$$

$$P(T_U > t_u) = e^{-\lambda t_u} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda t_u [F(rv)])^j}{j!}$$

$$P(T_U > t_u) = e^{-\lambda t_u} e^{\lambda t_u F(rV)} = e^{-\lambda t_u [1-F(rV)]}$$

Regla general de la función de densidad de una variable aleatoria truncada:

$$f(x|x \geq rV) = \frac{f(x)}{P(x \geq rV)} = \frac{f(x)}{1 - F(rv)}$$

Densidad de t_u

Tasa de llegada de ofertas aceptables

$$\lambda_{eff} = \lambda(1 - F(rV))$$

Con una función exponencial

$$f(t_u) = \lambda_{eff} e^{-\lambda_{eff} t_u}$$

$$f(t_u) = \lambda(1 - F(rV)) e^{-\lambda(1-F(rV))t_u}$$

Paréntesis teórico

Modelo de duración: estudia el tiempo que pasa hasta que un evento ocurre. ¿Cuánto tiempo dura un trabajador desempleado antes de encontrar un trabajo?

- Función de superviviencia: probabilidad de que el evento no haya ocurrido en el tiempo t.

$$S(t) = P(T > t)$$

- Función de densidad: probabilidad que el evento ocurra en el momento t exactamente $f(t)$

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

Esta es la hazard rate: mide el riesgo instantáneo de que suceda un evento en un momento específico del tiempo dado que aún no ha pasado.

En el modelo de Flinn-Heckman:

1. El evento es encontrar un trabajo aceptable.
2. T_u reprsenta la duración del desempleo.
3. La tasa $h(t_u)$ es la probabilidad de encontrar un trabajo en un periodo de tiempo muy corto Δt después de t_u

$$h(t_u) = \frac{-d \ln P(T_u > t_u)}{dt_u} = \lambda(1 - F(rV))$$

Estimación

$$m(t_u, x | t_u \leq \bar{t}_u) = \left[\frac{\text{Densidad de } t_u}{\text{P de que el desempleo dure menos que } \bar{t}_u}\right]\left[\frac{\text{densidad de } x}{\text{P de que la oferta sea aceptable}}\right]$$

$$m(t_u, x | t_u \leq \bar{t}_u) = \left[\frac{f(t_u)}{1 - P(T_u > \bar{t}_u)}\right]\left[\frac{f(x)}{1 - F(rV)}\right]$$

$$m(t_u, x | t_u \leq \bar{t}_u) = \left[\frac{\lambda(1 - F(rV))e^{-\lambda(1-F(rV))t_u}}{1 - e^{-\lambda(1-F(rV))\bar{t}_u}}\right]\left[\frac{f(x)}{1 - F(rV)}\right]$$

Flinn-Heckman (1982) II

$$V_e(x) = \frac{1}{1+r\Delta t}\left\{x\Delta t + (1-\sigma\Delta t)V_e(x) + \sigma\Delta V_u\right\}$$
$$\frac{(1+r\Delta t)V_e(x)}{\Delta t} = \frac{x\Delta t}{\Delta t} + \frac{(1-\sigma\Delta t)V_e(x)}{\Delta t} + \frac{\sigma\Delta t V_u}{\Delta t}$$
$$\left(\frac{1}{\Delta t} + r\right)V_e(x) = x + \left(\frac{1}{\Delta t} - \sigma\right)V_e(x) + \sigma V_u$$
$$rV_e(x) = x - \sigma V_e(x) + \sigma V_u$$
$$\boxed{V_e(x) = \frac{x+\sigma V_u}{r+\delta}}$$

Salario de reserva

$$V_e(x^*) = V_u = \frac{x^* + \sigma V_u}{r+\sigma}$$
$$x^* = rV_u$$

V_u

$$V_u = -\frac{c\Delta t}{1+r\Delta t} + \frac{1-\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}V_u + \frac{\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}\mathbb{E}max[V_e(x);V_u] + o(\Delta t)$$
$$\frac{1+r\Delta}{\Delta t}\left[V_u = -\frac{c\Delta t}{1+r\Delta t} + \frac{1-\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}V_u + \frac{\lambda\Delta t}{1+r\Delta t}\mathbb{E}max[V_e(x);V_u] + o(\Delta t)\right]$$
$$rV_u = -c - \lambda V_u + \lambda\mathbb{E}max[V_e(x);V_u]$$
$$(\lambda+r)V_u = -c + \lambda\mathbb{E}max[V_e(x);V_u]$$
$$(\lambda+r)V_u = -c + \lambda\left[\int_0^{rV_u} V_u dF(x) + \int_{rV_u}^{\infty} V_e(x)dF(x)\right]$$
$$(\lambda+r)V_u = -c + \lambda\left[\int_0^{rV_u} V_u dF(x) + \int_{rV_u}^{\infty} V_e(x)dF(x)\right]$$
$$(\lambda+r)V_u = -c + \lambda\left[\int_0^{rV_u} V_u dF(x) + \int_{rV_u}^{\infty} V_u dF(x) - \int_{rV_u}^{\infty} V_u dF(x) + \int_{rV_u}^{\infty} V_e(x)dF(x)\right]$$
$$(\lambda+r)V_u = -c + \lambda\left[V_u + \int_{rV_u}^{\infty}(V_e(x)-V_u)dF(x)\right]$$
$$rV_u = -c + \lambda\int_{rV_u}^{\infty}(V_e(x)-V_u)dF(x)$$

$$rV_u = -c + \lambda \int_{rV_u}^{\infty} \left(\frac{x + \sigma V_u}{r + \sigma} - V_u \right) dF(x)$$

$$rV_u = -c + \lambda \int_{rV_u}^{\infty} \left(\frac{x + \sigma V_u - \sigma V_u - rV_u}{r + \sigma} \right) dF(x)$$

$$\boxed{rV_u = -c + \frac{\lambda}{r + \sigma} \int_{rV_u}^{\infty} (x - rV_u) dF(x)}$$