

玩儿转图论算法

liuyubobobo

哈密尔顿回路

欧拉回路

哈密尔顿路径

欧拉路径

哈密尔顿回路和哈密尔顿路径

liuyubobobo

哈密尔顿回路

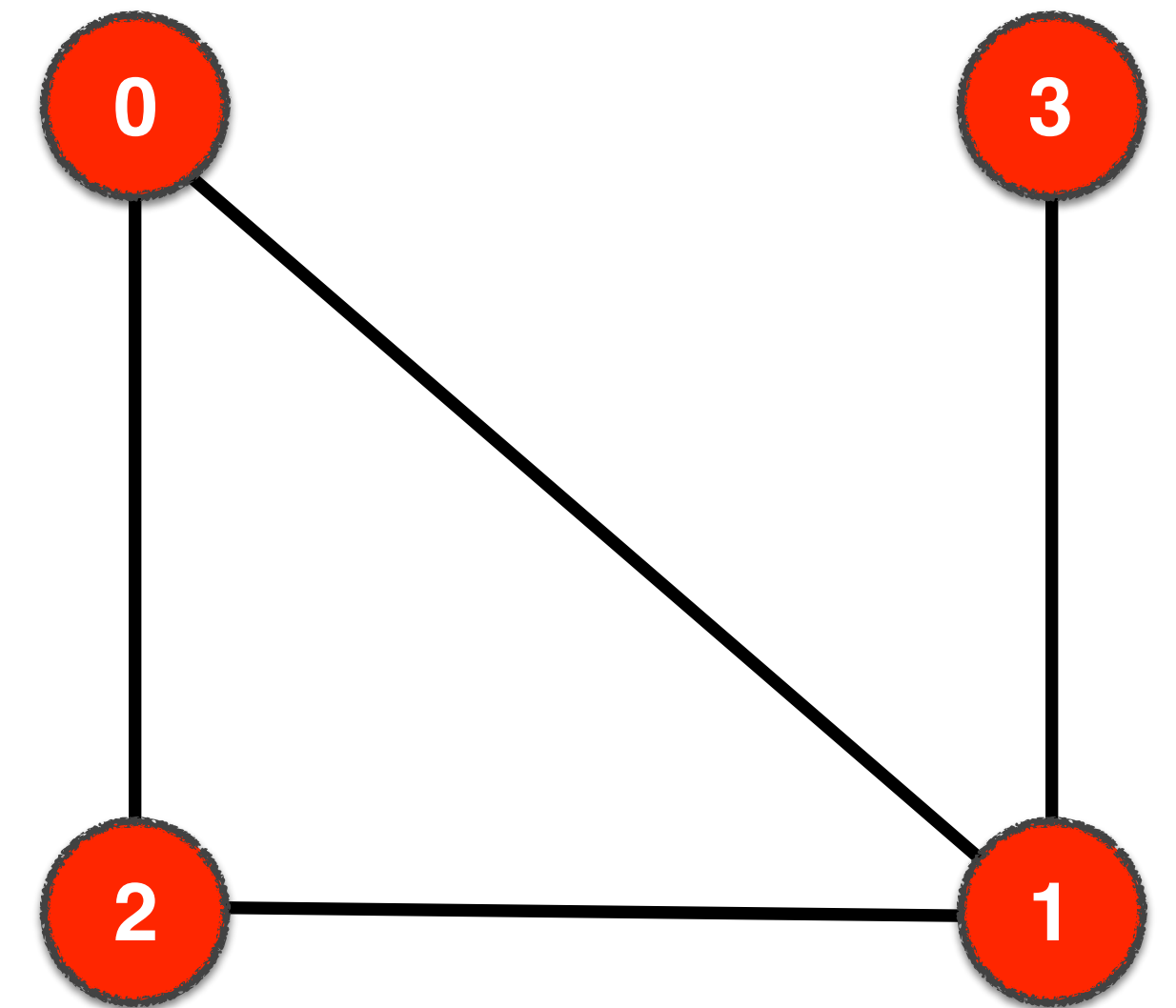
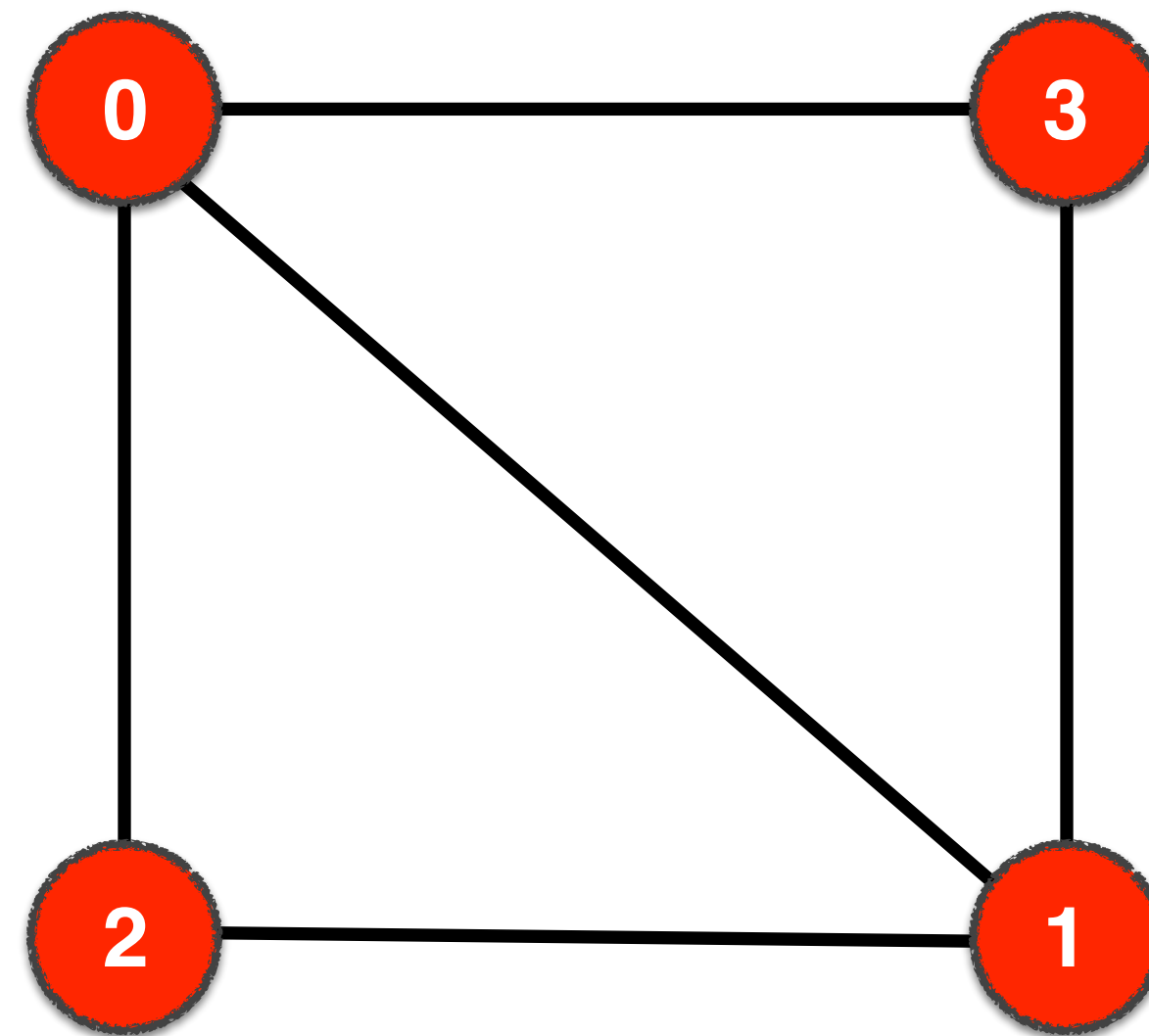
liuyubobobo

哈密尔顿回路

从一个点出发，沿着边行走，经过每个顶点恰好一次，之后再回到出发点

回到出发点

经过每个顶点恰好一次

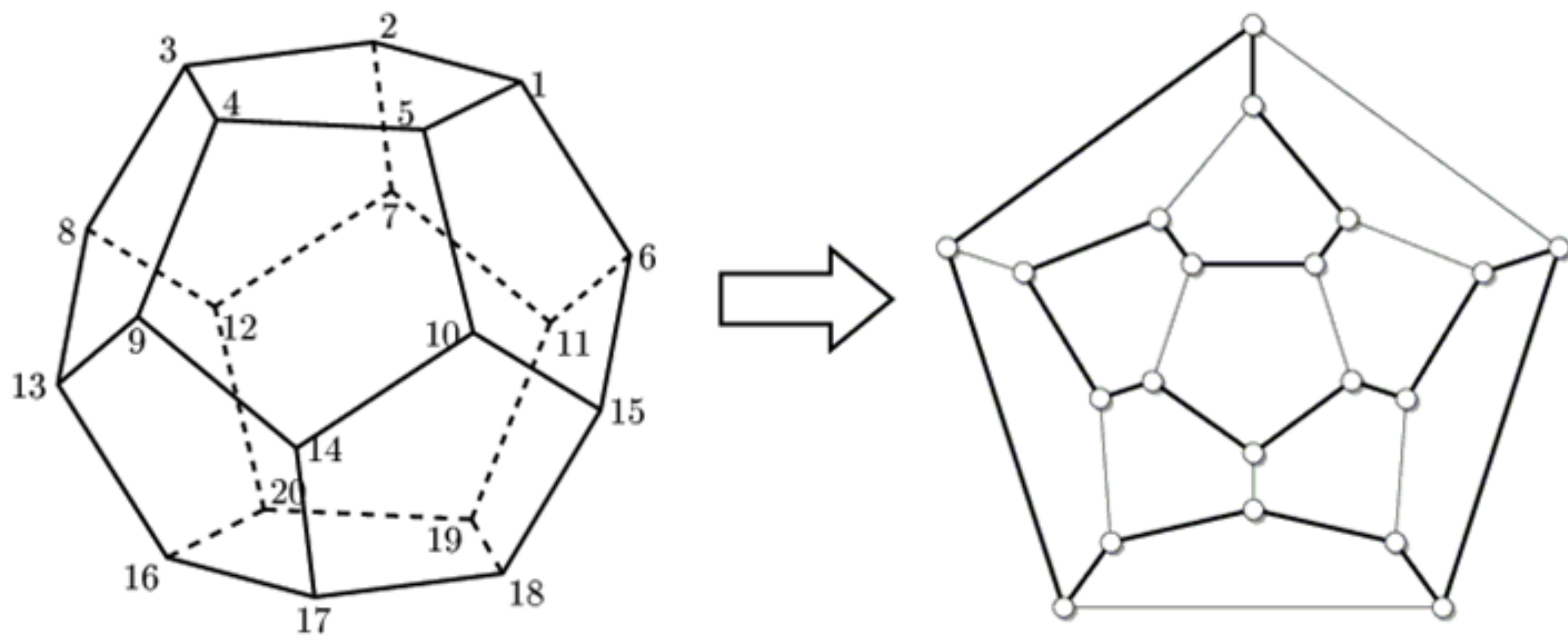


哈密尔顿回路

1859年，爱尔兰数学家哈密尔顿（Hamilton）提出下列周游世界的游戏：

在正十二面体的二十个顶点上依次标记伦敦、巴黎、莫斯科等世界著名大城市，正十二面体的棱表示连接这些城市的路线。试问能否在图中做一次旅行，从顶点到顶点，沿着边行走，经过每个城市恰好一次之后再回到出发点。这就是著名的哈密尔顿问题

哈密尔顿回路



哈密尔顿回路

1859年，爱尔兰数学家哈密尔顿（Hamilton）提出下列周游世界的游戏。

一个半世纪过去了，这个问题即一个图是否为哈密尔顿图的判定问题至今悬而未决。

数学上：找不到充分必要条件

哈密尔顿回路

旅行推销员问题 (Travelling Salesman Problem, **TSP**)

给定一系列城市和每对城市之间的距离，求解访问每一座城市一次并回到起始城市的最短回路。

带权图，完全图

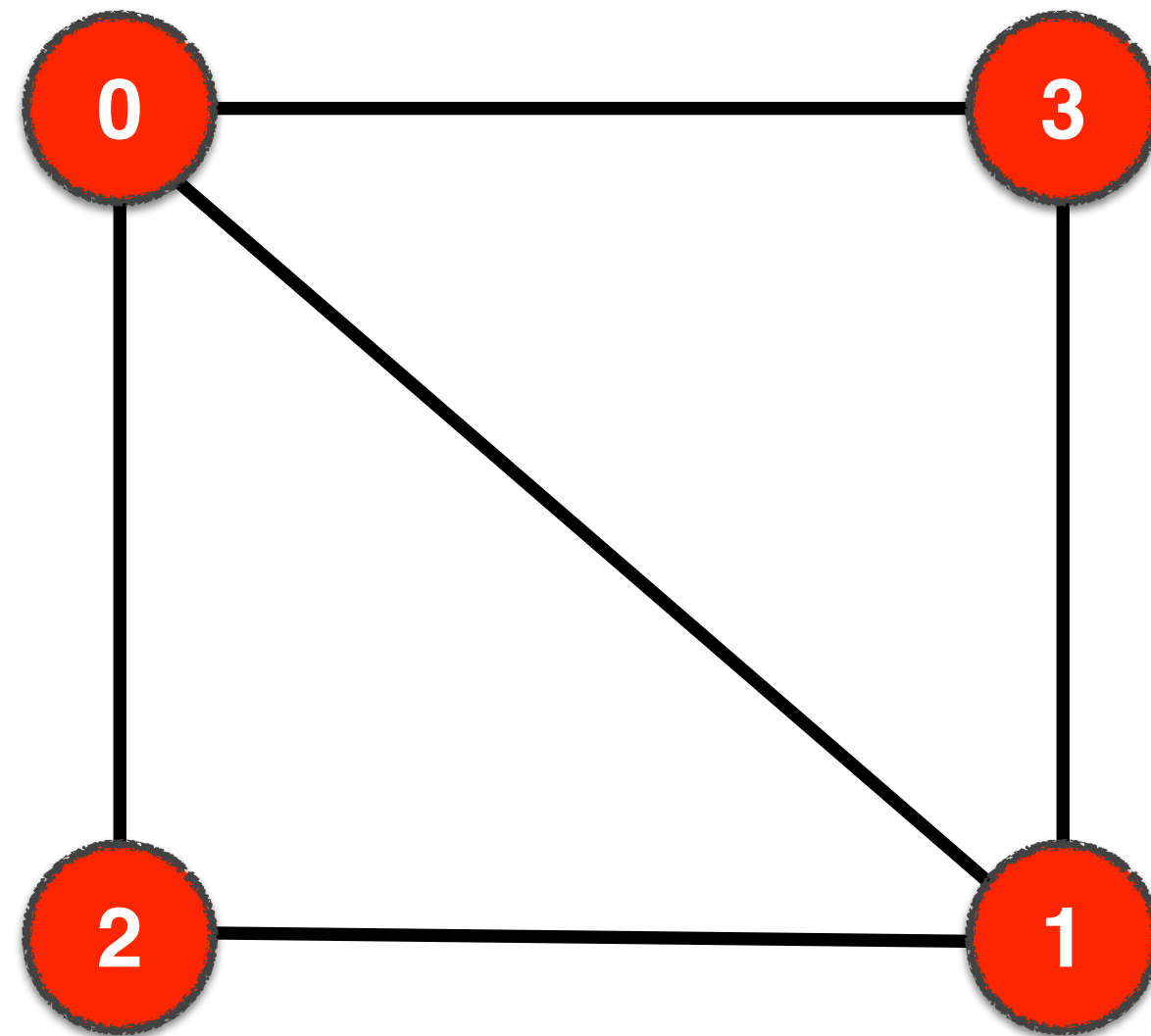
NP 难问题

求解哈密尔顿回路

liuyubobobo

哈密尔顿回路

暴力求解。



0 - 1 - 2 - 3

0 - 1 - 3 - 2

0 - 2 - 1 - 3

0 - 2 - 3 - 1

0 - 3 - 1 - 2

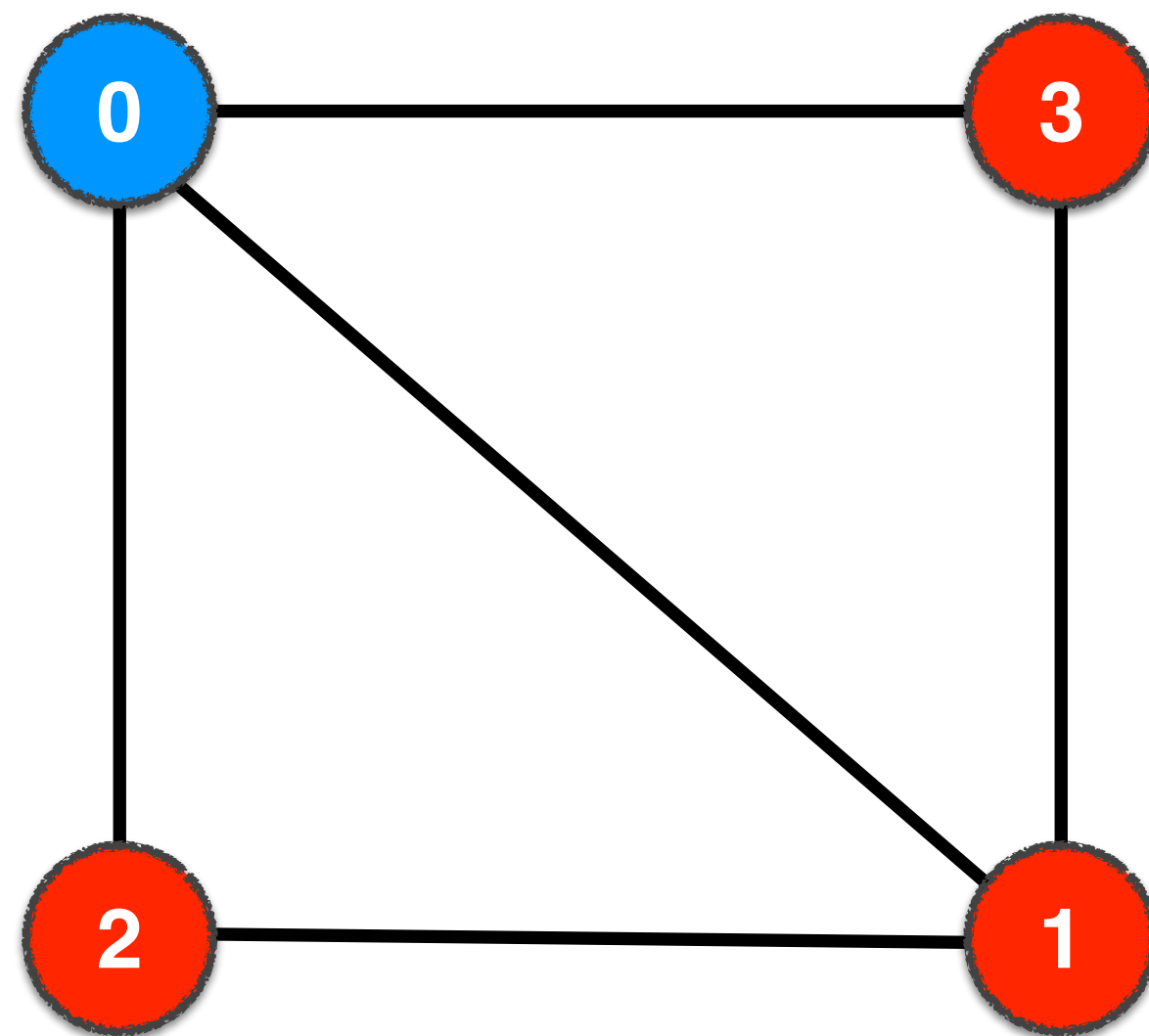
0 - 3 - 2 - 1

... ..

回溯

哈密尔顿回路

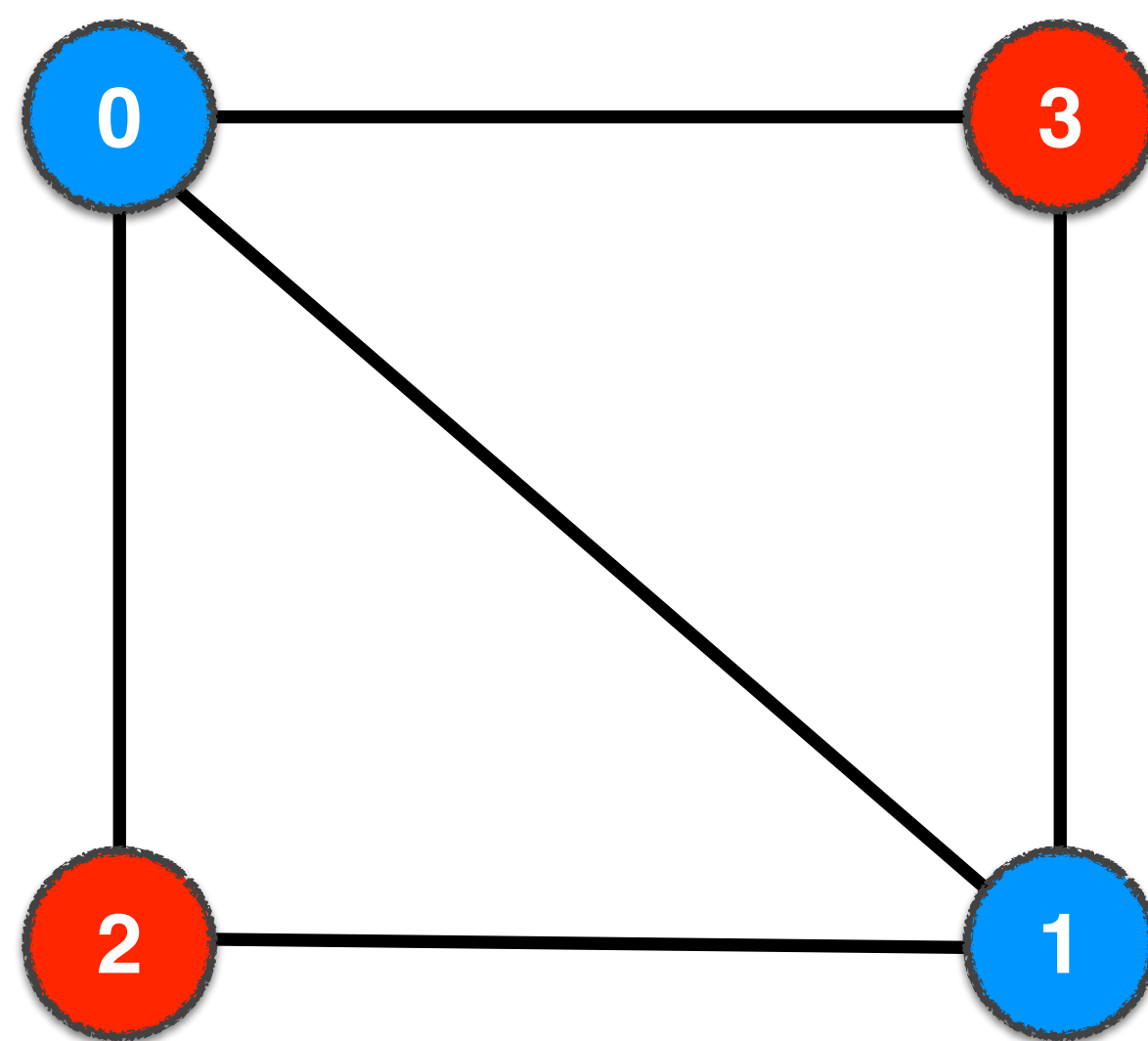
暴力求解。



0

哈密尔顿回路

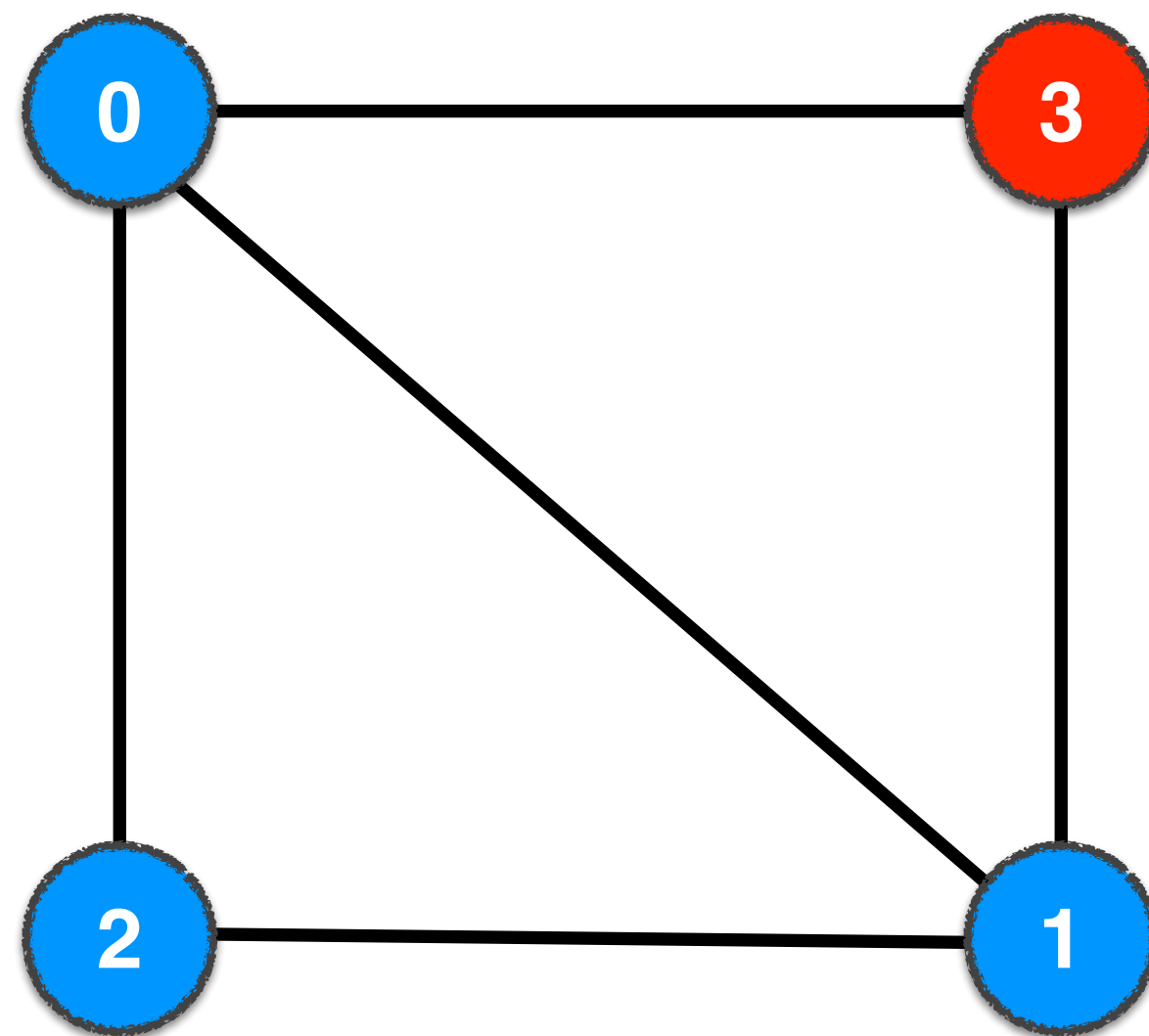
暴力求解。



0 → 1

哈密尔顿回路

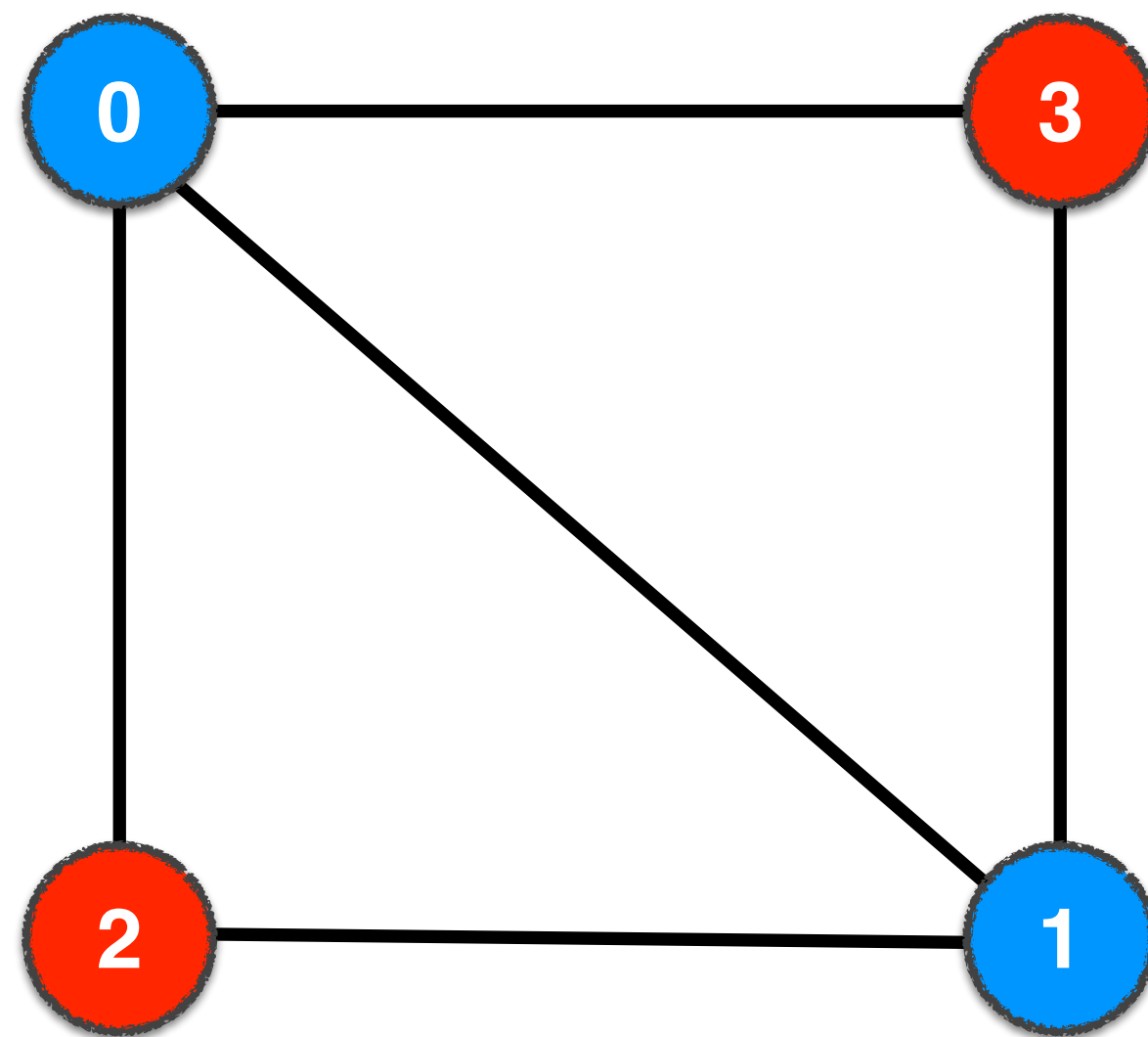
暴力求解。



0 → 1 → 2

哈密尔顿回路

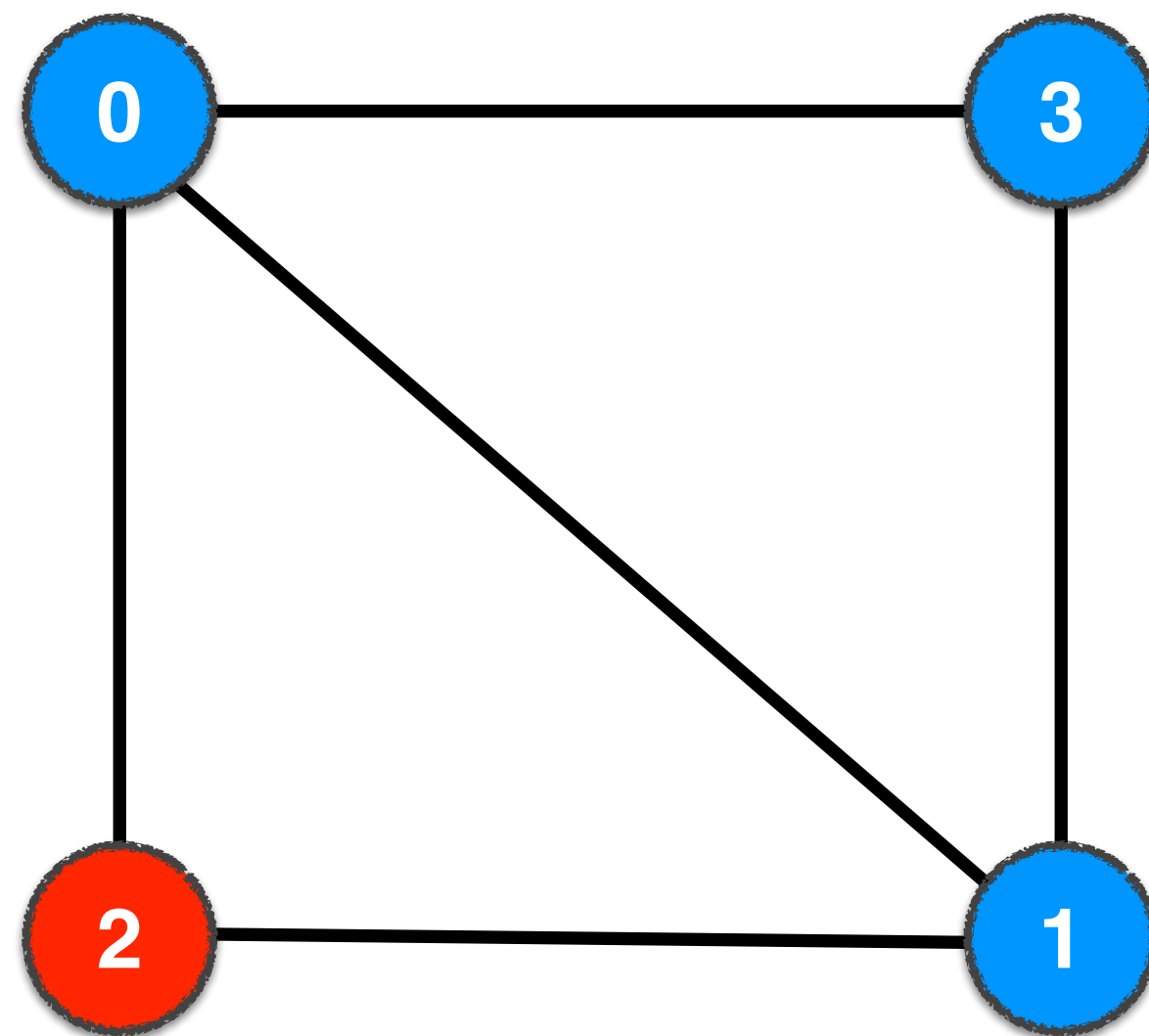
暴力求解。



0 → 1 → 2

哈密尔顿回路

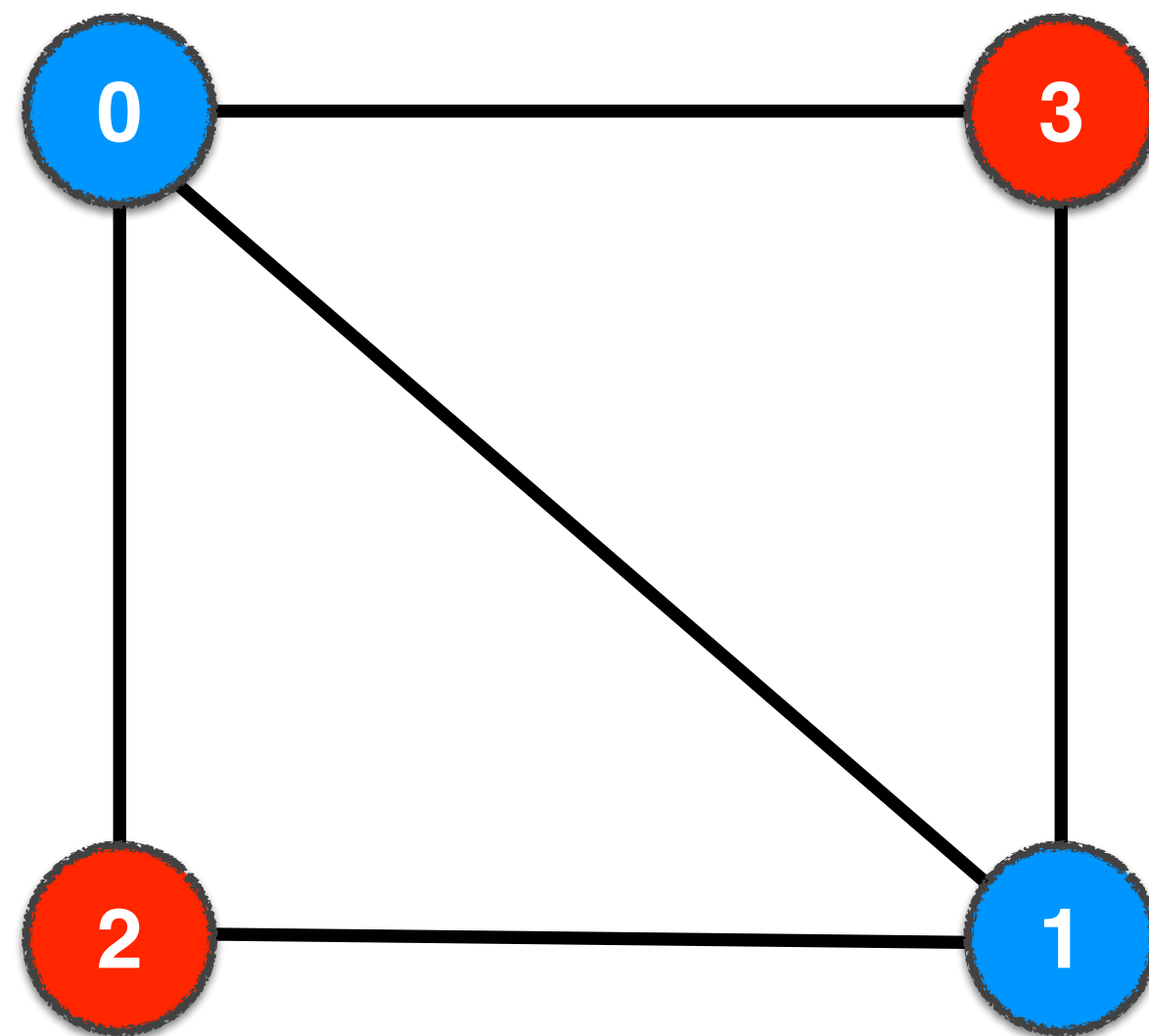
暴力求解。



0 → 1 → 3

哈密尔顿回路

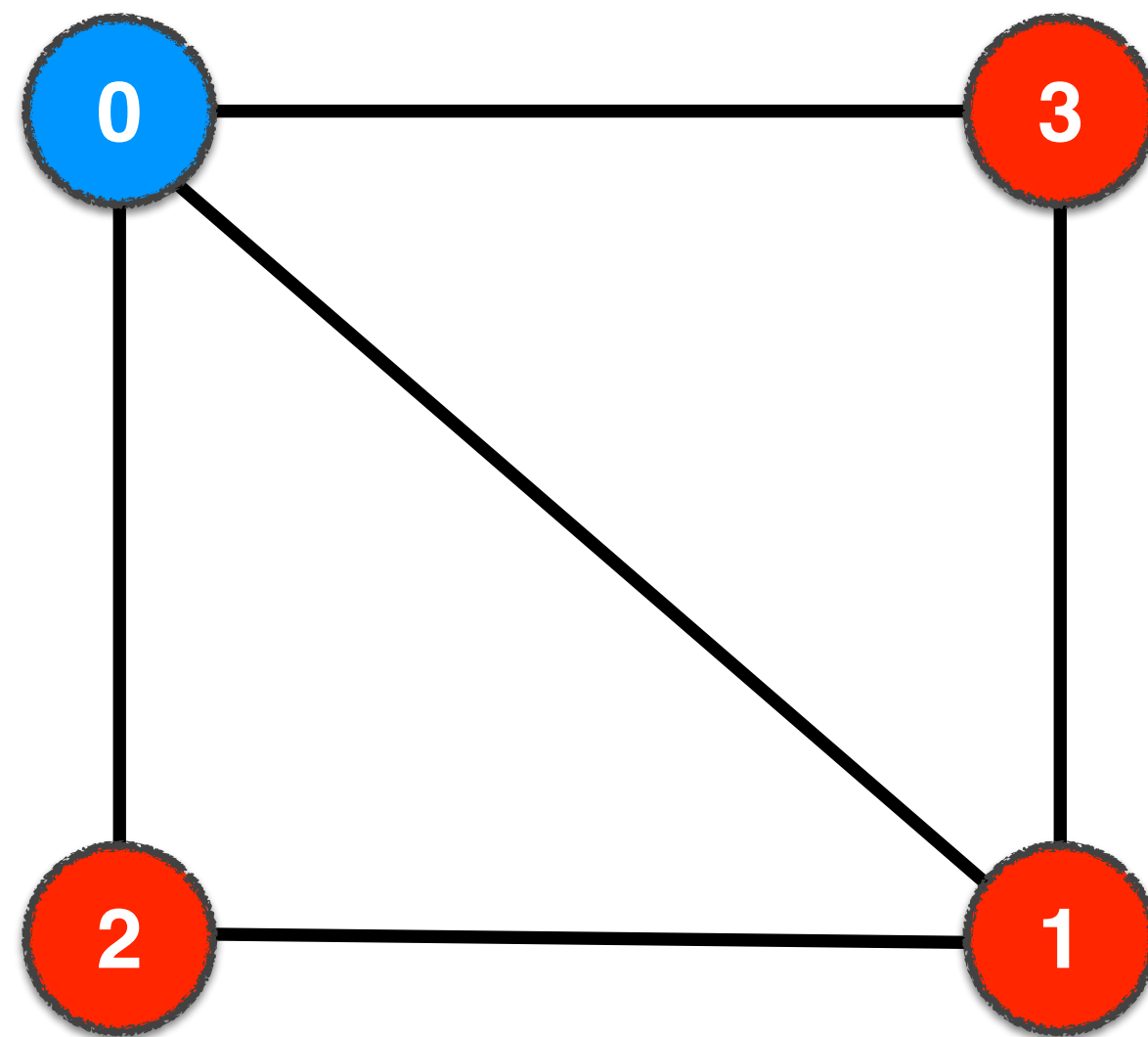
暴力求解。



0 → 1 → 3

哈密尔顿回路

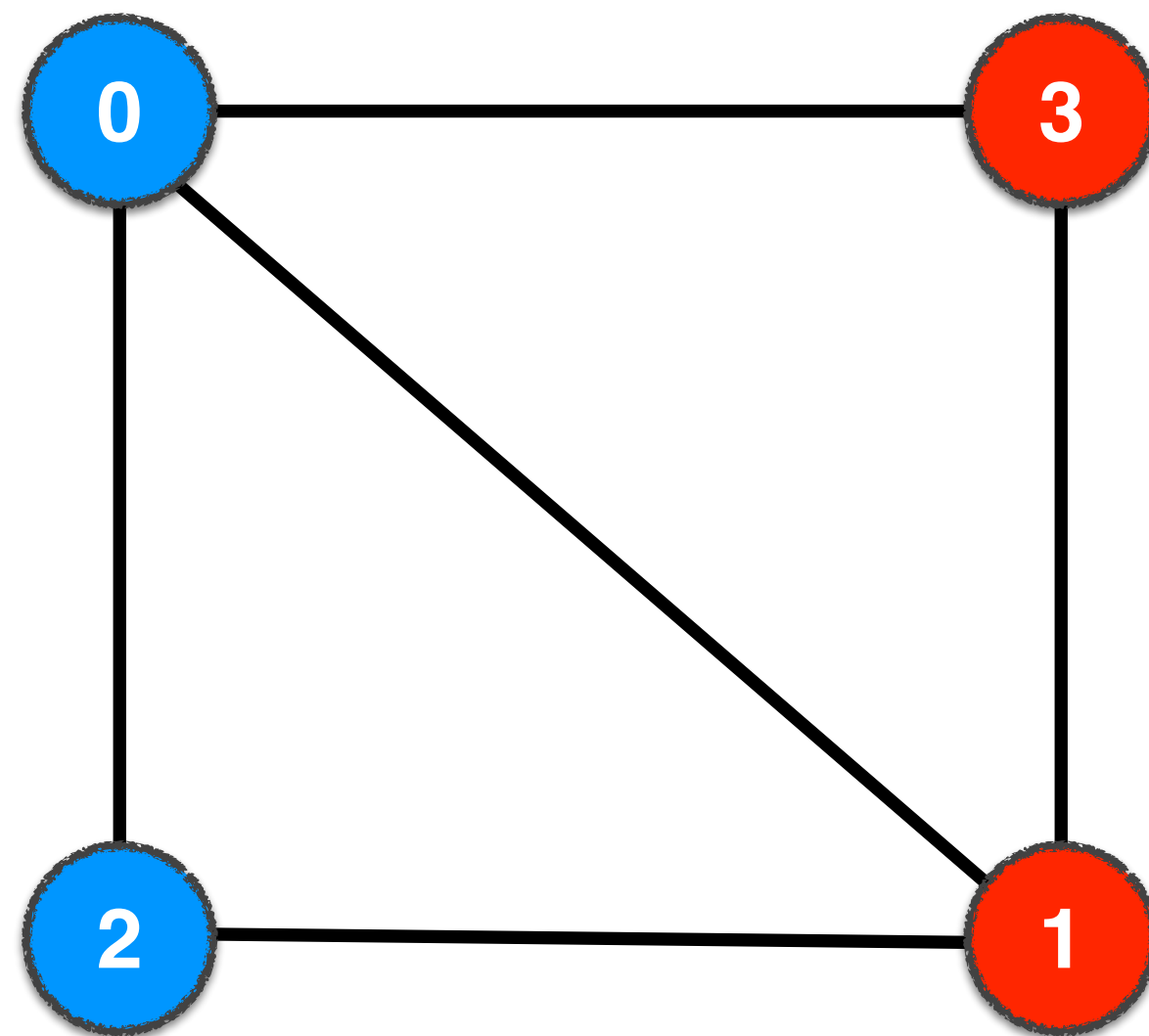
暴力求解。



0 → 1

哈密尔顿回路

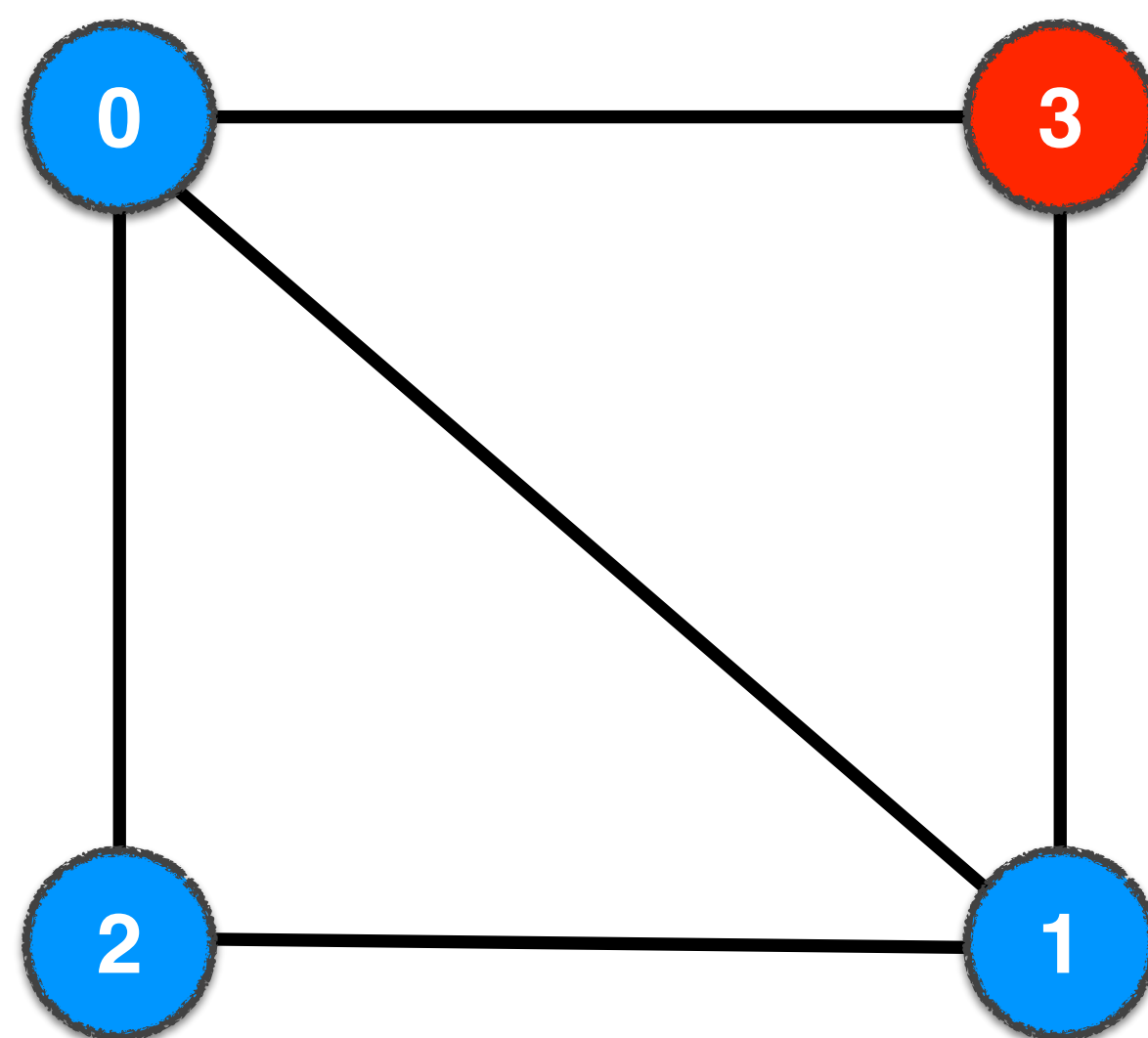
暴力求解。



0 → 2

哈密尔顿回路

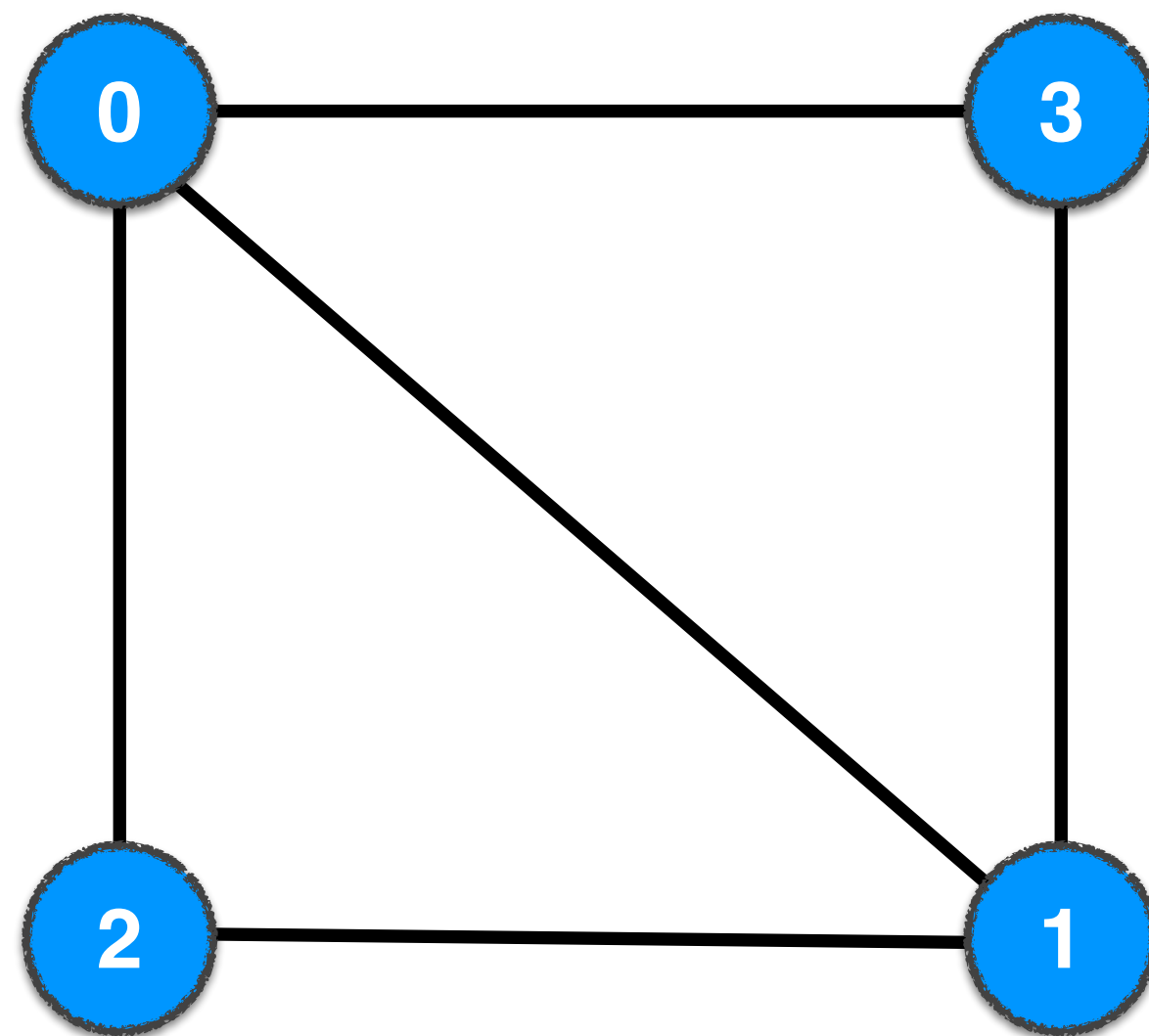
暴力求解。



0 → 2 → 1

哈密尔顿回路

暴力求解。



0 → 2 → 1 → 3

回溯算法

哈密尔顿回路

回溯算法

 / 实战 / 玩转算法面试——Leetcode真题分门别类讲解

 收藏



玩转算法面试 从真题到思维全面提升算法思维

为了面试，更为了提升你的算法思维

¥ 266.00

花呗付款

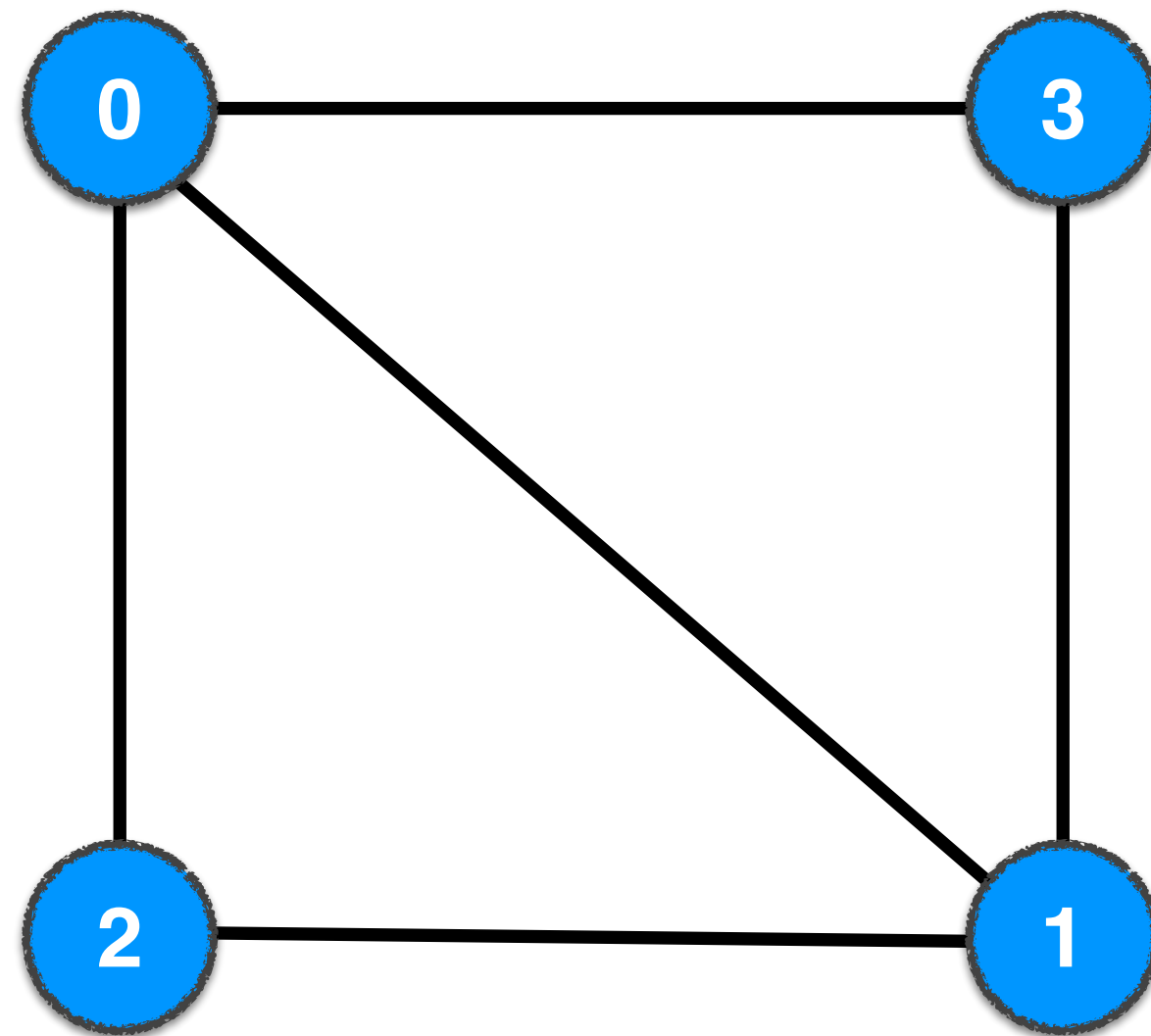
京东白条

难度 中级 · 时长 18小时10分钟 · 学习人数 4257 · 好评度 100%

进入课程

哈密尔顿回路

暴力求解。



0 → 2 → 1 → 3

只从一个顶点开始就好

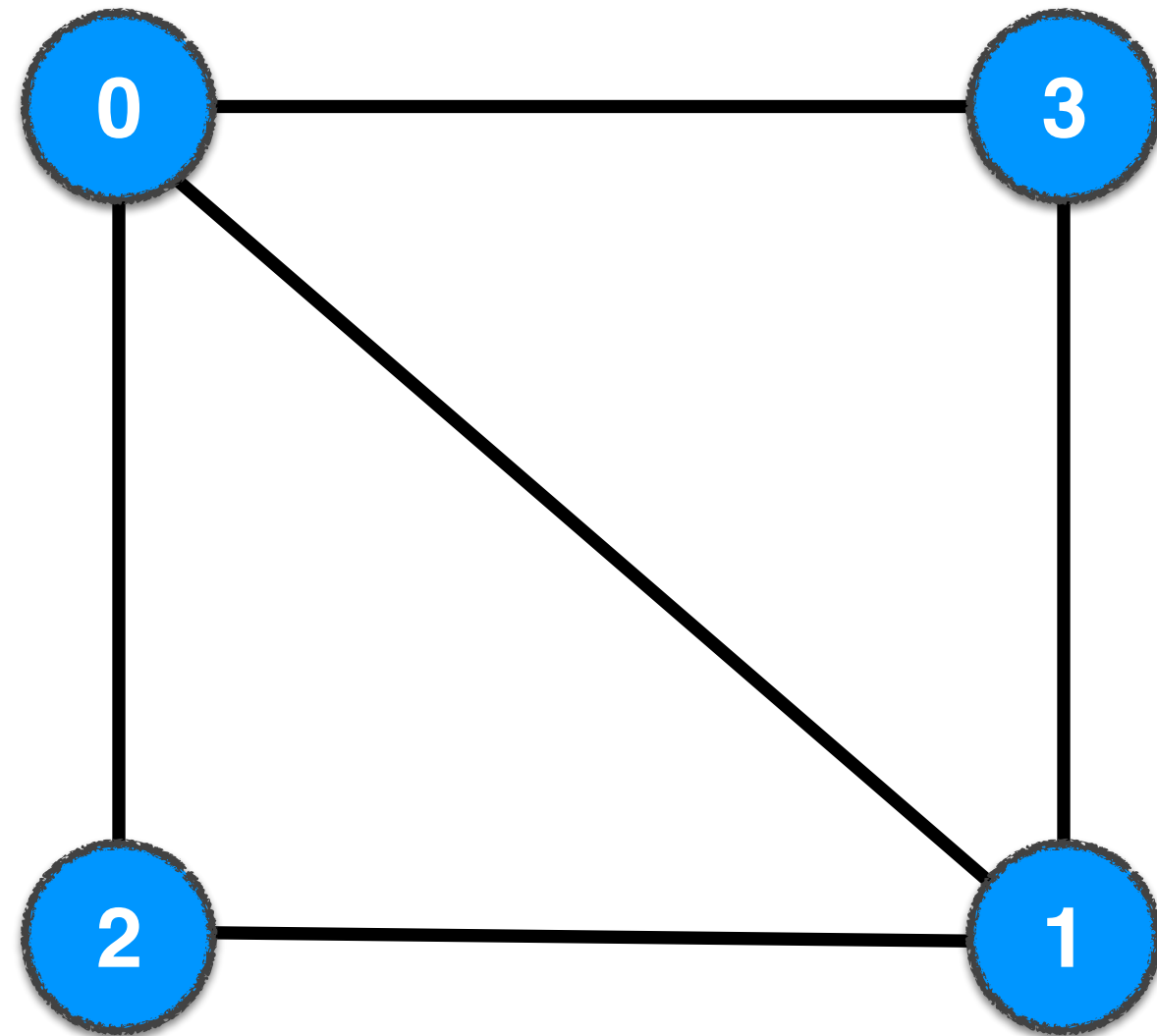
$O(n!)$

实现哈密尔顿回路算法

liuyubobobo

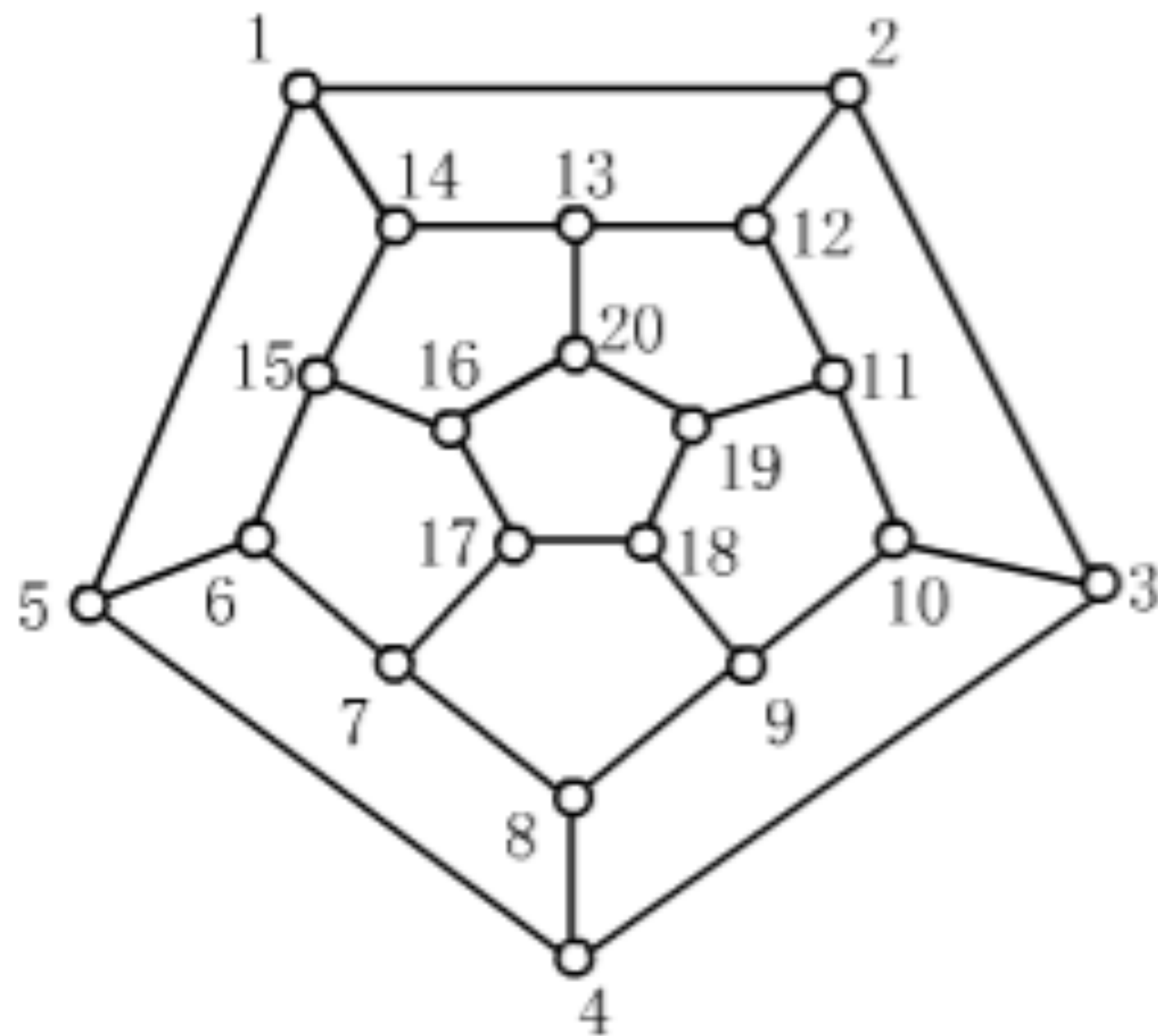
编程实践：实现哈密尔顿回路算法

哈密尔顿回路



0 → 2 → 1 → 3

实现哈密尔顿回路算法



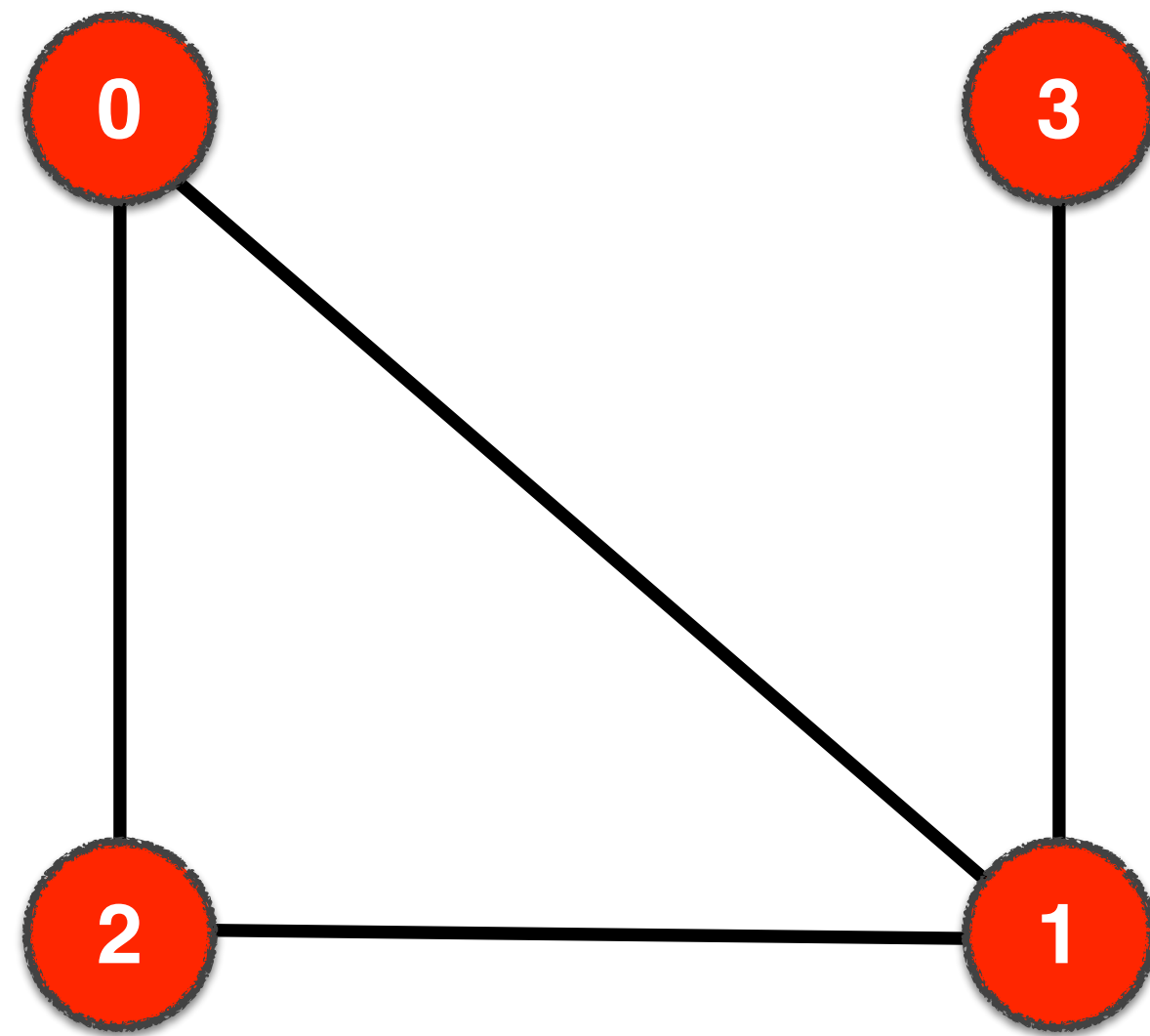
哈密尔顿回路算法的一个优化

liuyubobobo

编程实践：哈密尔顿回路算法的一个优化

哈密尔顿路径

起始点很重要



从0开始走，有哈密尔顿路径

从1开始走，没有哈密尔顿路径

递归终止条件？

哈密尔顿路径算法

liuyubobobo

文字： 哈密尔顿路径算法

Leetcode 上的哈密尔顿路径问题

liuyubobobo

Leetcode 上的哈密尔顿路径问题

Leetcode 980 : 不同路径 III

编程实践： Leetcode 980

状态压缩

liuyubobobo

状态压缩

二维坐标用一个数字表示

两个桶的水量用一个两位数表示

状态压缩

visited 数组可以使用一个数来表示

visited	0	1	2	3
	true	false	true	false

想成一个二进制数：

1 0 1 0 → 0b0101 → 5

状态压缩

visited 数组可以使用一个数来表示

visited	0	1	2	3
	true	false	true	false

想成一个二进制数：

1 0 1 0 \longrightarrow 0b0101 \longrightarrow 5

状态压缩

十进制 5

二进制 0b0101

看第0位是否是1

$5 \& 1 == 0?$

0b0101

& 0b0001

0b0001

看第1位是否是1

$5 \& 2 == 0?$

0b0101

& 0b0010

0b0000

看第2位是否是1

$5 \& 4 == 0?$

看第3位是否是1

$5 \& 8 == 0?$

状态压缩

十进制 5

看第0位是否是1

$$5 \& 1 == 0?$$

假设某个状态visited

看其第 i 位是否为1?

$$\text{visited} \& (2^i) == 0?$$

看第1位是否是1

$$5 \& 2 == 0?$$

$$\text{visited} \& (1 \ll i) == 0?$$

看第2位是否是1

$$5 \& 4 == 0?$$

看第3位是否是1

$$5 \& 8 == 0?$$

状态压缩

十进制 5 二进制 0b0101

将第1位设为1

$5 + 2$

0b0101

+ 0b0010

0b0111

将第3位设为1

$5 + 8$

0b0101

+ 0b1000

0b1101

如果第*i*位为0， 设为1: $visited + (1 \ll i)$

状态压缩

十进制 5 二进制 0b0101

将第0位设为0

5 - 1

$$\begin{array}{r} 0b0101 \\ - 0b0001 \\ \hline 0b0100 \end{array}$$

将第2位设为0

5 - 4

$$\begin{array}{r} 0b0101 \\ - 0b0100 \\ \hline 0b0001 \end{array}$$

如果第i位为1， 设为0: $visited - (1 \ll i)$

状态压缩

看其第 i 位是否为1?

$\text{visited} \& (1 \ll i) == 0?$

如果第 i 位为0, 设为1:

$\text{visited} + (1 \ll i)$

如果第 i 位为1, 设为0:

$\text{visited} - (1 \ll i)$

状态压缩

看其第 i 位是否为1?

$\text{visited} \& (1 \ll i) == 0?$

如果第 i 位为0, 设为1:

$\text{visited} + (1 \ll i)$

如果第 i 位为1, 设为0:

$\text{visited} - (1 \ll i)$

```
private boolean dfs(int v, int parent, int left){  
    visited[v] = true;  
    pre[v] = parent;  
    left --;  
    if(left == 0 && G.hasEdge(v, 0)){  
        end = v;  
        return true;  
    }  
  
    for(int w: G.adj(v))  
        if(!visited[w]){  
            if(dfs(w, v, left)) return true;  
        }  
  
    visited[v] = false;  
    return false;  
}
```

状态压缩

位运算

基于状态压缩的实现

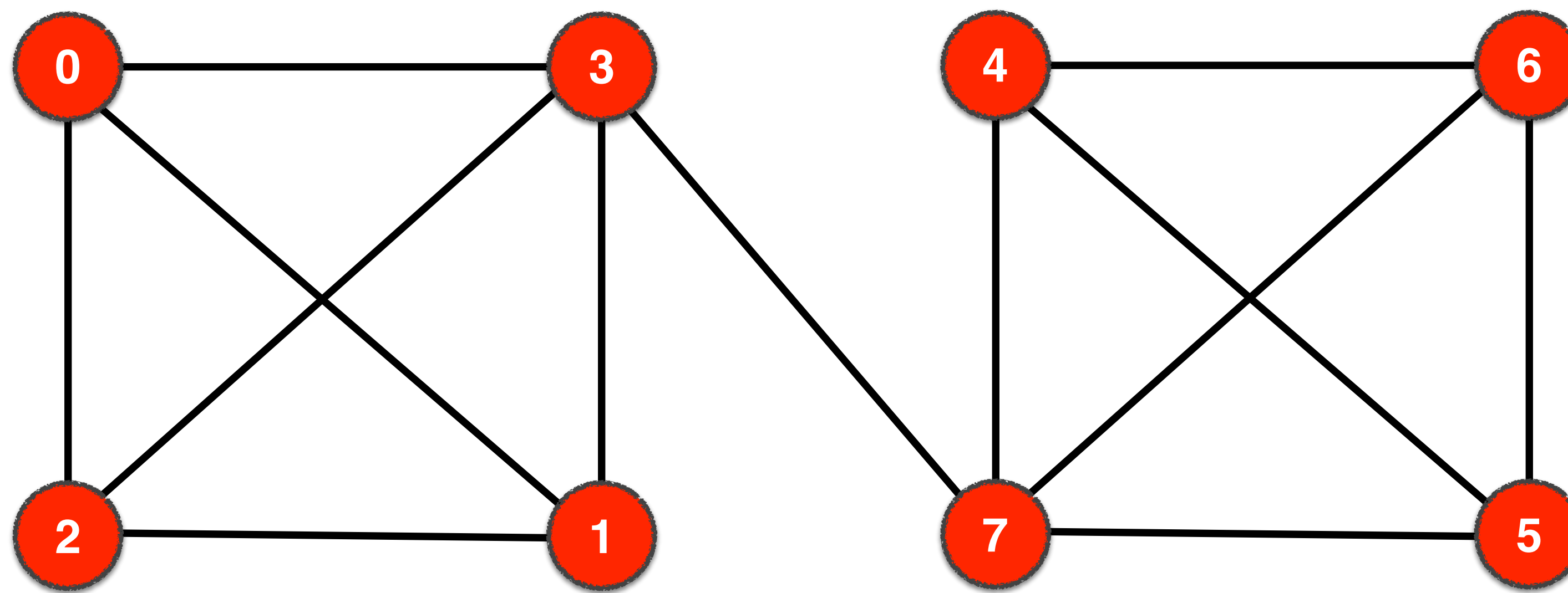
liuyubobobo

编程实践：基于状态压缩的实现

记忆化搜索

liuyubobobo

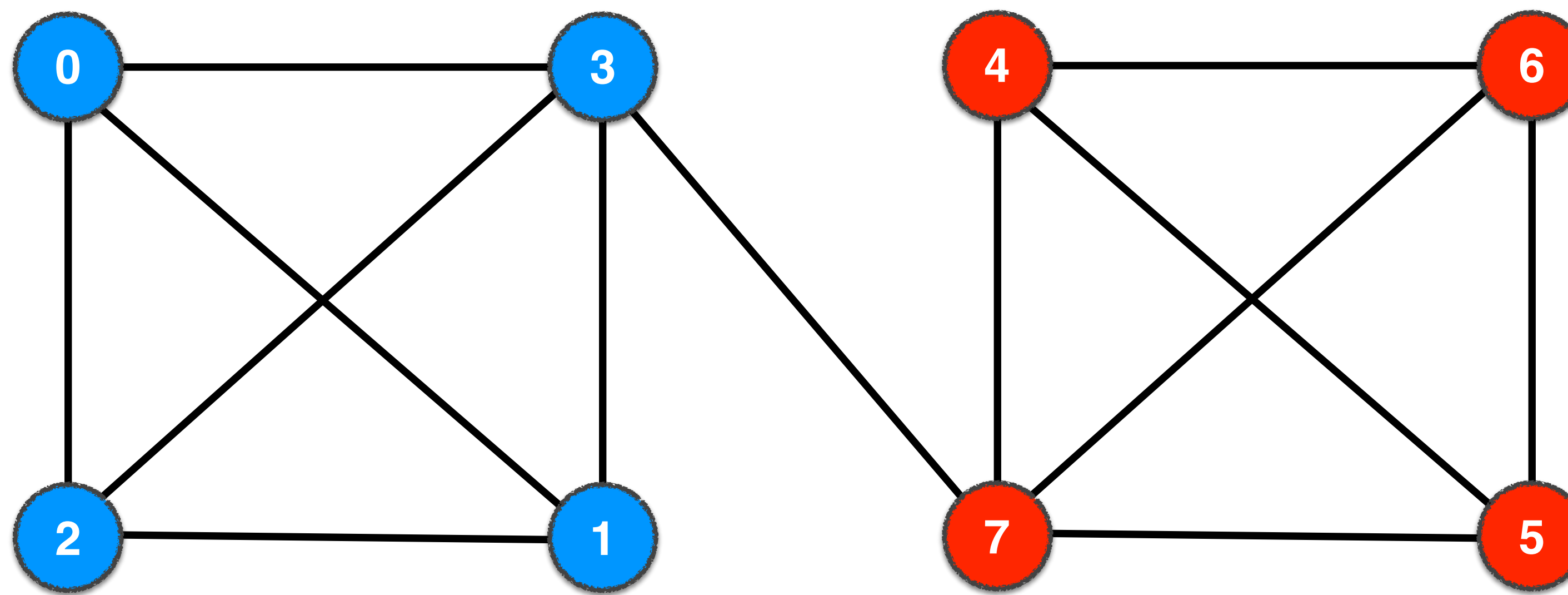
记忆化搜索



0 → 1 → 2 → 3 →

0 → 2 → 1 → 3 →

记忆化搜索



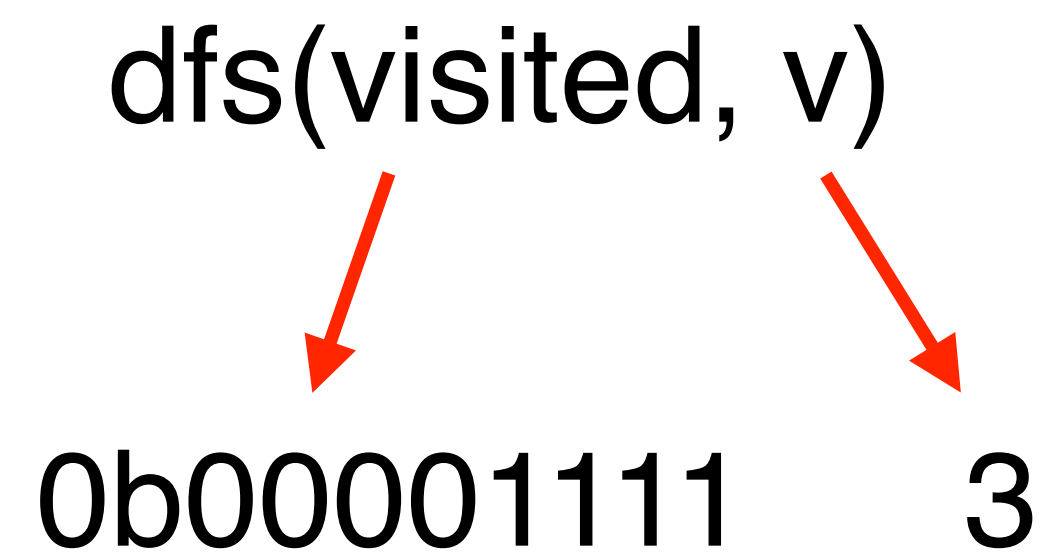
0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow

0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow

dfs(visited, v)

\swarrow \searrow
0b00001111 3

记忆化搜索



memo[1<<G.V()][G.V()]

查看 memo[visited][v] 之前是否计算过?

如果计算过，直接返回之前计算的结果。

否则，计算，将结果存在 memo[visited][v] 中

0 → 1 → 2 → 3 →

0 → 2 → 1 → 3 →

$O(n \cdot 2^n)$

$O(n!)$

编程实践：记忆化搜索

本章小结

liuyubobobo

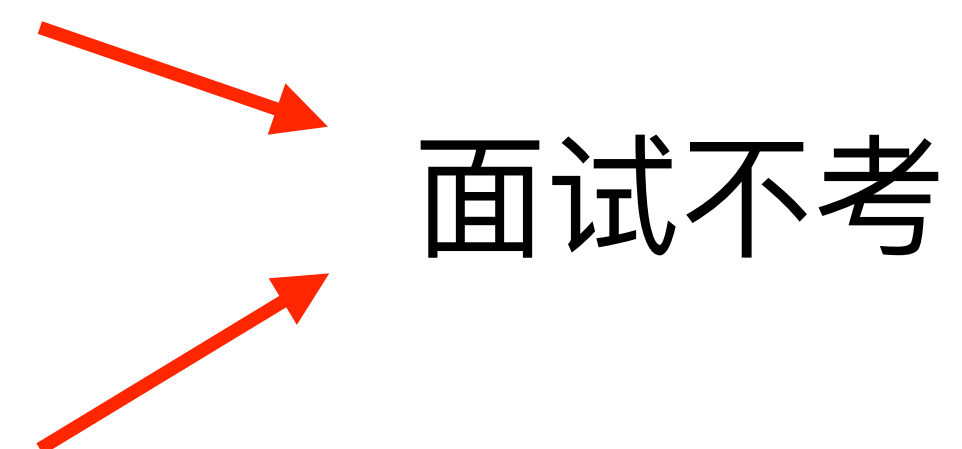
本章小结

哈密尔顿回路和哈密尔顿路径

回溯法

状态压缩

记忆化搜索



本章小结

回溯算法，记忆化搜索，动态规划



🔥 / 实战 / 玩转算法面试——Leetcode真题分门别类讲解

★ 收藏

🗨️ 🐦 🐼

玩转算法面试 从真题到思维全面提升算法思维

为了面试，更为了提升你的算法思维

¥ 266.00 花呗付款 京东白条

难度 中级 • 时长 18小时10分钟 • 学习人数 4257 • 好评度 100%

[进入课程](#)

本章小结

下一章：欧拉回路，欧拉路径

大家加油！

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷

坚持有质量的技术原创

用技术人的视角看世界

「是不是很酷」



玩儿转图论算法

liuyubobobo