Вариант 4-08

Для случайной цены Y известно: $\mathbb{P}(Y=7)=0,6; \mathbb{P}(Y=13)=0,4$. При условии $Y=y$, распределение выручки X является равномерным на отрезке $[0,6y]$. Найдите:

1. математическое ожидание $\mathbb{E}(XY)$;
2. ковариацию $\mathrm{Cov}(X,y)$

Решение:

$\mathbb{E}(XY|Y=y)=\mathbb{E}(X|Y=y)\cdot y$

$\mathbb{E}(X|Y=y)=\frac{0+6y}{2}=3y$

$\mathbb{E}(XY|Y=y)=3y^2; \mathbb{E}(XY)=\mathbb{E}(\mathbb{E}(XY|Y=y))=\mathbb{E}(3y^2)=3\cdot(49\cdot 0,6+13\cdot 0,4)=291$

$\mathbb{E}(XY)=\mathbb{E}(X)\cdot\mathbb{E}(Y)-\mathrm{Cov}(X,Y); \mathrm{Cov}(X,Y)=\mathbb{E}(X)\cdot\mathbb{E}(Y)-\mathbb{E}(XY)$

$\mathbb{E}(X)=0,6\cdot 6\cdot\frac{7}{2}+0,4\cdot 6\cdot\frac{13}{2}=28,2$

$\mathbb{E}(Y)=7\cdot 0,6+13\cdot 0,4=9,4$

$\mathrm{Cov}(X,Y)=28,2\cdot 9,4-291=-20,28$

Ответ: $\mathbb{E}(XY)=291$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=-20,28$

Найдите распределение случайной величины $Z=\min(2,X-Y)$ и $\mathbb{E}(Z)$, если известно распределение дискретного случайного вектора (X,Y):

	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$
$X=1$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{27}$
$X=2$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
$X=3$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$

Построим распределение $U=X-Y$:

	$U=-2$	$U=-1$	$U=0$	$U=1$	$U=2$
$\mathbb{P}(U)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{13}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{27}$

Построим распределение Z:

	$Z=-2$	$Z=-1$	$Z=0$	$Z=1$	$Z=2$
$\mathbb{P}(U)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{13}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{27}$