

### Занятие № 4. Свойства вероятности. Подготовка к тесту.

©Составитель: д.ф.-м.н., проф. Рябов П.Е.

Ко всем задачам, где есть числовой ответ, напишите программу (код) с использованием инструментария *Jupyter Notebook*, который иллюстрирует статистическую устойчивость события  $A$ , а также постройте график зависимости относительной частоты  $\hat{p}(A) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{N(A)}{N}$  события  $A$  от числа проведенных реализаций опыта  $N$ .

- 4.1. Из первых 10 натуральных чисел случайным образом выбираются 4 числа. 1) Какова вероятность того, что по крайней мере два числа совпадут?
- 4.2. В круг радиуса 90 наудачу бросаются 4 точки. Найдите вероятность того, что расстояние от центра круга до ближайшей точки будет не больше 45.
- 4.3. События  $A, B$  и  $C$  независимы,  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,6$  и  $P(C) = 0,9$ .  
1) Найдите вероятность события  $D = (A + B)(A + C)(B + C)$ . 2) Найдите вероятность события  $D$ , если известно, что событие  $A$  уже наступило.
- 4.4. Имеется 36 монет, из которых 7 бракованные: вследствие заводского брака на этих монетах с обеих сторон отчеканен герб. Наугад выбранную монету, не разглядывая, бросают несколько раз.  
1) Какова вероятность, что при 4 бросках она ляжет гербом вверх?  
2) При 4 бросках монета легла гербом вверх. Какова вероятность того, что была выбрана монета с двумя гербами?
- 4.5. Банк совершил  $n = 177000$  транзакций по кредитным картам. Вероятность того, что транзакция будет ошибочной, равна 0,00046. Используя приближенную формулу для числа успехов в схеме Бернулли, найдите вероятность того, что среди этих  $n$  транзакций имеется не более 103 ошибочных. В решении необходимо проверить условие применимости приближенной формулы.

**Ответ:**

- 4.6. Шесть пассажиров садятся на остановке в поезд, состоящий из четырех вагонов. Каждый из пассажиров может сесть с одинаковой вероятностью в любой вагон. Найдите вероятность, что пассажиры сядут в один вагон при условии, что хотя бы в один вагон не сядет ни один пассажир.

**Ответ:** 0.0015791551519936833

- 4.7. Написаны  $n$  писем, но адреса на конвертах написаны наудачу. Какова вероятность того, что:

- а) по крайней мере один из адресатов получит предназначенное ему письмо?

б)  $m$  адресатов получают соответствующие письма?

Решить задачу для  $n = 8$  и  $m = 3$ , а затем и в общем случае. Также найдите соответствующую статистическую вероятность и постройте график зависимости относительной частоты от числа экспериментов  $N$ .

**Ответ:** а)  $\frac{3641}{5760} \approx 0.632118$ ; б)  $\frac{11}{180} \approx 0.0611111$ .

4.8. Выбирают наудачу один член определителя  $n$ -го порядка. Какова вероятность того, что он не содержит элементов главной диагонали? Решить задачу для  $n = 3$ ,  $n = 7$  и в общем случае. Также найдите соответствующую статистическую вероятность и постройте график зависимости относительной частоты от числа экспериментов  $N$ .

**Ответ:**  $n = 3$ :  $\frac{1}{3}$ ; для  $n = 7$ : 0,367857.

4.9. Случайная точка  $(x, y)$  имеет равномерное распределение в квадрате  $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1\}$ . При каких положительных значениях  $r$  независимы события  $A_r = \{|x - y| \geq r\}$  и  $B_r = \{x + y \leq 3r\}$ ?

4.10. В корзину с  $n$  шарами опускают белый шар. Найдите вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если первоначальное распределение белых шаров в корзине имеет биномиальное распределение с параметром  $p$ . Решите задачу для общего случая и для конкретных  $n = 10, p = \frac{1}{3}$ .

**Ответ:** 0,15625.