

Примеры практических заданий

1. Изобразите на координатной плоскости область истинности предиката

$$\overline{(x > y)} \wedge (x < y)$$

2. Изобразите на координатной плоскости область истинности предиката

$$(x \geq 3) \rightarrow (y < 5)$$

3. Проверить равносильность формул, не используя таблицу истинности,

$$\overline{((x \vee y) \wedge (x \wedge \bar{z}))} \text{ и } x \rightarrow z,$$

4. Проверить равносильность формул, не используя таблицу истинности,

$$\overline{((x \vee \bar{y}) \wedge y) \wedge (\bar{x} \wedge y)} \text{ и } \bar{y}$$

5. Доказать с помощью метода резолюций или опровергнуть, используя таблицу истинности, что из формул $X \vee Y \vee Z$, $\bar{X} \vee Y$, \bar{Y} логически следует $\bar{X} \wedge Z$

6. Доказать с помощью метода резолюций или опровергнуть, используя таблицу истинности, что из формул $X \vee Y \vee Z$, $\bar{X} \vee Y$, \bar{Y} логически следует Z

7. Установите значение истинности высказывания $\exists x(x + 5 = x + 3)$, если область определения предиката R

8. Установите значение истинности высказывания $\forall x(x^2 + x + 1 > 0)$, если область определения предиката R

9. Установите значение истинности высказывания $\exists x((x^2 - 5x + 6 < 0) \wedge (x^2 - 6x + 8 \leq 0))$, если область определения предиката R

10. Найти отрицание следующей формулы $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$

11. Найти отрицание следующей формулы $\exists x(P(x) \vee Q(x))$

12. Пусть даны предикаты P(x): x- четное число; Q(x)- x кратно 3; определенные на множестве N, найти область истинности предиката

$$P(x) \wedge Q(x).$$

13. Доказать для исчисления высказываний 16 выводимостей, например

$$A, B \mapsto A \vee B$$

$$A, B \mapsto \bar{A} \vee B$$

14. Доказать равносильность формул:

а) $\neg(\exists x)[(\forall y)P(x, y) \rightarrow (\forall z)(P(z, z) \vee Q(z))]$ и $(\forall x)(\forall y)(\exists z)[P(x, y) \wedge \neg P(z, z) \wedge \neg Q(z)]$;

б) $\neg(\forall x)[T(x) \rightarrow (\exists y)(\forall z)(R(y, z) \wedge T(z) \rightarrow R(z, z))]$ и

$(\exists x)(\forall y)(\exists z)[T(x) \wedge \neg R(z, z) \wedge \neg(R(y, z) \rightarrow \neg T(z))]$;

в) $(\forall x)[(\forall y)P(x, y) \rightarrow (\exists z)(P(x, z) \wedge Q(z))]$ и $(\forall x)(\exists u)[P(x, u) \rightarrow Q(u)]$.

15. Будут ли равносильны следующие пары формул:

- а) $(\forall x)(F(x) \vee G(x))$ и $(\forall x)F(x) \vee (\forall x)G(x)$;
 б) $(\exists x)(F(x) \& G(x))$ и $(\exists x)F(x) \& (\exists x)G(x)$;
 в) $(\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$ и $(\forall x)F(x) \rightarrow (\forall x)G(x)$.

16. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет функцию $O(x)=0$ для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента. (10 баллов)

17. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента функцию $f(x) = x + 1$ для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента.

18. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента функцию

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{если } x \geq 2, \\ \text{не определено,} & \text{если } x = 0 \text{ или } x = 1. \end{cases}$$

19. Машина Тьюринга задается программой П:

П	q ₁	q ₂
0	q ₂ 0R	q ₁ 0R
1	q ₂ 1R	-

Выясните, применима ли машина Тьюринга к слову $P=1^3$. Если да, то определите заключительную конфигурацию.

20. Машина Тьюринга задается программой П:

П	q ₁	q ₂
0	q ₂ 0R	q ₁ 0R
1	q ₂ 1R	-

Выясните, применима ли машина Тьюринга к слову $P=1001$. Если да, то определите заключительную конфигурацию.

21. Построить диаграмму Хассе для частично упорядоченного множества $\{n : 1 \leq n \leq 30 \text{ и } n \text{ кратно } 3\}$ с отношением « n делит m ». Указать максимальный и минимальный элементы; наибольший и наименьший элементы, если они есть.

22. Построить диаграмму Хассе для частично упорядоченного множества всех подмножеств в $\{a, b, c\}$ с отношением порядка « X - подмножество Y ». Указать максимальный и минимальный элементы; наибольший и наименьший элементы, если они есть.

23. Построить диаграмму Хассе для частично упорядоченного множества $\{n : 1 \leq n \leq 50 \text{ и } n \text{ кратно } 5\}$ с отношением « n делит m ». Указать максимальный и минимальный элементы; наибольший и наименьший элементы, если они есть.

24. Доказать, что функция примитивно рекурсивна $f(x) = x + n$, где $n > 1$ – натуральное число.

25. Доказать, что функция примитивно рекурсивна $sg(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$

26. Во время испытания король объявил, что утверждения на обеих табличках одновременно либо истинны, либо ложны. Надписи же были вот какие:

I Либо в этой комнате сидит тигр, либо принцесса находится в другой комнате	II Принцесса в другой комнате
--	-------------------------------------

Кто же обнаружится в первой комнате - принцесса или тигр? А во второй?

27. Относительно левой комнаты (комната I) король говорил вот что:

- Если в этой комнате находится принцесса, то утверждение на табличке истинно, если же тигр, то ложно.

В правой же комнате (комната II) все было наоборот: утверждение на табличке ложно, если в комнате находится принцесса, и истинно, если в комнате сидит тигр. Ну и опять же, вполне может статься, что в обеих комнатах находятся принцессы или в них сидит по тигру, либо, наконец, в одной комнате пребывает принцесса, а в другой - тигр.

Теперь на табличках было написано:

I Что выбрать - большая разница	II Лучше выбрать другую комнату
---------------------------------------	---------------------------------------
