

```

Ввод [1]: 1 from PIL import ImageGrab
2 from IPython.display import display, Image
3 def ins(ratio=1.0):
4     im_data = ImageGrab.grabclipboard()
5     new_size = tuple([int(i*ratio) for i in im_data.size])
6     thumb = im_data.resize(new_size)
7     fn = "temp.PNG"
8     thumb.save(fn)
9     img = Image(filename=fn)
10    display(img)

```

```

Ввод [2]: 1 ins(1)

```

### Упражнение

Предположим, что симметричную монету бросают до тех пор, пока она не выпадет дважды одной и той же стороной подряд. Построить вероятностную модель т.е.  $(\Omega, \mathbb{P}(\cdot))$  и найти вероятность того, что потребуется чётное число бросаний.

Ответ:  $\frac{2}{3}$

```

Ввод [3]: 1 ins(1)

```

$$\begin{aligned}
 \Omega &= \Omega_1 \cup \Omega_2 (= \Omega_1 \cup \Omega_2), \text{ где} \\
 \Omega_1 &= \{ \omega_1 = \Gamma\Gamma, \omega_2 = \Gamma P, \omega_3 = P\Gamma, \omega_4 = PP, \dots \} \\
 \Omega_2 &= \{ \omega'_1 = P\Gamma, \omega'_2 = \Gamma P, \omega'_3 = PP, \omega'_4 = \Gamma\Gamma, \dots \} \\
 p(\omega_1) &= p(\omega_2) = \frac{1}{4}, \quad p_2 = \frac{1}{8}, \quad p_3 = \frac{1}{16}, \quad p_4 = \frac{1}{32} \dots \\
 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} p_n &= 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} = 2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right) = \\
 &= 2 \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 1 \\
 \text{Пусть } A &= \text{нуждается четное число бросаний} \Rightarrow \\
 A \subset \Omega &= \Omega_1 \cup \Omega_2 \text{ и } A = \{ \omega_1 = \Gamma\Gamma, \omega'_1 = P\Gamma, \omega_2 = \Gamma P, \omega'_2 = \Gamma\Gamma, \dots \} \\
 p(A) &= 2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right) = \\
 &= 2 \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} \right) = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}
 \end{aligned}$$

```

Ввод [2]: 1 from scipy.stats import *
2 import numpy as np

```

```
Ввод [3]: 1 p=1/2
          2 Y=geom(p)
```

```
Ввод [4]: 1 N=10000000
          2 sampleX=Y.rvs(size=N)+1
          3 sampleX
```

```
Out[4]: array([3, 2, 3, ..., 3, 2, 5], dtype=int64)
```

```
Ввод [5]: 1 sampleX% 2
```

```
Out[5]: array([1, 0, 1, ..., 1, 0, 1], dtype=int64)
```

```
Ввод [6]: 1 N=10000000
          2 sampleX=Y.rvs(size=N)+1
          3 pstat=len(sampleX[sampleX% 2 ==0])/N
          4 pstat
```

```
Out[6]: 0.6667831
```

```
Ввод [7]: 1 loc=1
          2 p=1/2
          3 X1=geom(p,loc)
```

```
Ввод [8]: 1 N=100000000
          2 sampleX1=X1.rvs(size=N)
          3 sampleX1
```

```
Out[8]: array([2, 2, 3, ..., 4, 2, 2], dtype=int64)
```

```
Ввод [9]: 1 len(sampleX1[sampleX1% 2 ==0])/N
```

```
Out[9]: 0.66672204
```

```
Ввод [10]: 1 from mpmath import *
```

```
Ввод [11]: 1 mp.dps = 15;mp.pretty = True
```

```
Ввод [12]: 1 PA=np.array(nsum(lambda k: 1/2**(2*k-1), [1, inf]))
          2 PA
```

```
Out[12]: array(0.6666666666666667, dtype=object)
```

```
Ввод [13]: 1 2/3
```

```
Out[13]: 0.6666666666666666
```

```
Ввод [14]: 1 loc=1
          2 p=1/2
          3 X=geom(p,loc)
```

```
Ввод [15]: 1 sum(X.pmf(2*k) for k in range(1,10000))
```

```
Out[15]: 0.6666666666666666
```

Ввод [18]:

```
1 N=100
2 sampleX=X.rvs(size=N)
3 sampleX
```

Out[18]: array([6, 2, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 2, 3, 5, 2, 2, 3, 4, 3, 4, 3, 2, 3, 2,  
2, 2, 2, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 2, 3, 7, 3, 3, 2, 2,  
3, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 3, 5, 3, 2, 2, 2, 5, 3, 4, 2, 4, 3, 2, 6, 2,  
3, 3, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 3, 2, 2, 2, 3, 2, 6, 2, 4, 2, 4, 2,  
2, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 3, 2, 4, 4, 2], dtype=int64)

Ввод [23]:

```
1 NA=len(sampleX[sampleX %2 ==0])
2 NA
```

Out[23]: 67

Ввод [25]:

```
1 pstat=NA/N
2 pstat
```

Out[25]: 0.67

Ввод [30]:

```
1 N=100000000
2 sampleX=X.rvs(size=N)
3 NA=len(sampleX[sampleX %2 ==0])
4 pstat=NA/N
5 pstat
6
```

Out[30]: 0.66666566

Ввод [ ]:

```
1
```