Maestría en Ciencia de Datos
Probabilidad y Estadistica para Ciencia de Datos

Ejercicios: Probabilidad y Probabilidad Condicional

Profesora: Ana Delia Olvera Cervantes
Alumno: Melchor Nolasco Cosijoeza

29 de octubre de 2024

①

Dado que hay 4 objetos, el número de permutaciones equivale a: $4! = 24$

a) S={ (a,b,c,d), (a,b,d,c), (a,c,b,d), (a,c,d,b), (a,d,b,c), (a,d,c,b),
(b,a,c,d), (b,a,d,c), (b,c,a,d), (b,c,d,a), (b,d,a,c), (b d c a),
(c,a,b,d), (c,a,d,b), (c,b,a,d), (c,b,d,a), (c,d,a,b), (c,d,b,a),
(d,a,b,c), (d,a,c,b), (d,b,a,c), (d,b,c,a), (d,c,a,b), (d,c,b,a)}

#S = 24

b)

A={ (a,b,c,d), (a,b,d,c), (a,c,b,d), (a,c,d,b), (a,d,b,c), (a,d,c,b) }

B={ (a,b,c,d), (a,b,d,c), (c,b,a,d), (c,b,d,a), (d,b,a,c), (d,b,c,a)}

A∪B = { (a,b,c,d), (a,b,d,c), (a,c,b,d), (a,c,d,b), (a,d,b,c), (a,d,c,b),
(a,b,c,d), (a,b,d,c), (c,b,a,d), (c,b,d,a), (d,b,a,c), (d,b,c,a)}

A∩B = { (a,b,c,d), (a,b,d,c)}

②

a) {x = y}

A={ (5,5), (10,10), (15,15), (20,20), (25,25), (30,30), (35,35), (40,40), ([illegible],45), (50,50)}

B={ (5,10), (5,15), (5,20), (5,25), (5,30), (5,35), (5,40), (5,45), (5,50),
(10,15), (10,20), (10,25), (10,30), (10,35), (10,40), (10,45), (10,50),
(15,20), (15,25), (15,30), (15,35), (15,40), (15,45), (15,50),
(20,25), (20,30), (20,35), (20,40), (20,45), (20,50),
(25,30), (25,35), (25,40), (25,45), (25,50),
(30,35), (30,40), (30,45), (30,50),
(35,40), (35,45), (35,50),
(40,45), (40,50),
(45,50).}

B = {y > x}

$C = \{ (5,10), (10,20), (15,30), (20,40), (25,50) \}$

$D = \{ (5,15), (10,20), (15,25), (20,30), (25,35), (30,40), (35,45), (40,50) \}$

$E = \{ (5,5), (5,10), (5,15), (5,20), (5,25), (5,30), (5,35), (5,40), (5,45), (5,50),$
$(10,5), (10,10), (10,15), (10,20), (10,25), (10,30), (10,35), (10,40), (10,45),$
$(15,5), (15,10), (15,15), (15,20), (15,25), (10,30), (15,35), (15,40),$
$(20,5), (20,10), (20,15), (20,20), (20,25), (20,30), (20,35),$
$(25,5), (25,10), (25,15), (25,20), (25,25), (25,30),$
$(30,5), (30,10), (30,15), (30,20), (30,25),$
$(35,5), (35,10), (35,15), (35,20),$
$(40,5), (40,10), (40,15),$
$(45,5), (45,10), \}$

③

O: Falla por obstrucción de los cojinetes.
C: Falla por combustión del embobinado.
E: Falla por desgaste de las escobillas.

$P(C) = 4\,P(E)$
$P(O) = 2\,P(C)$

entonces
$P(O) = 2\,(4\,P(E)) = 8\,P(E)$;

Si la suma de todas las probabilidades es 1, tenemos que.

① $P(C) + P(O) + P(E) = 1$

• Sustituyendo $P(C)$ y $P(O)$ en ①

$4\,P(E) + 8\,P(E) + P(E) = 1$

$13\,P(E) = 1$

$P(E) = \frac{1}{13}$

$P(C) = 4\left(\frac{1}{13}\right) = \frac{4}{13}$

$P(O) = 8\left(\frac{1}{13}\right) = \frac{8}{13}$

1.- Definimos un espacio muestral A donde {a está en el primer lugar} y B como {b está en el segundo lugar}

A = {

4 a) Desarrollamos

$$\binom{n}{r} = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}} \qquad \binom{n}{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\,(n-(n-r))!} = \boxed{\frac{n!}{(n-r)!\;\;r!}}$$

b)

1 $$\binom{n-1}{r-1} = \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,[(n-1)-(r-1)]!} = \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-1-r+1)!} = \underline{\frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!}}$$

2 $$\binom{n-1}{r} = \frac{(n-1)!}{r!\,(n-1-r)!} = \underline{\frac{(n-1)!}{r!\,(n-r-1)!}}$$

Sumamos 1 + 2

3 $$\frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r!\,[(n-r)-1]!}\,;$$

De acuerdo a la siguiente propiedad

$$(n-1)! = \frac{n!}{n}$$

Sustituimos la propiedad en 3

$$\frac{\frac{n!}{n}}{\frac{r!}{r}\,(n-r)!} + \frac{\frac{n!}{n}}{r!\,\frac{(n-r)!}{n-r}} \Rightarrow \frac{n!\,r}{r!\,(n-r)!\,n} + \frac{n!\,(n-r)!}{r!\,(n-r)!\,n} \quad 4$$

Factorizamos 4

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}\left[\frac{r}{n} + \frac{(n-r)}{n}\right]$$

$$\frac{r}{n} + \frac{(n-r)}{n} = \frac{r+n-r}{n} = \cancel{\frac{n}{n}} = 1$$

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}\,[1] = \boxed{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

⑤

$$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3!\,(15-3)!} = \frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12!}{3!\;\;12!} = \frac{15\cdot 14\cdot 13}{6} = \underline{455 \text{ maneras}}$$

⑥

12 maneras defecto menor

10 maneras defecto mayor

$$\binom{12}{1}\binom{10}{1} = \underline{120 \text{ maneras}}$$

$$\binom{12}{2}\binom{10}{2} = 66 \times 45 = \underline{2970 \text{ maneras}}$$

⑦

a) $4^8 = 65\,536$

b) $4 \times 3^7 = 4 \times 2187 = 8748$

c) $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!\,(8-4)!} = 70$

d) $\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \underline{28}$

⑧

B_1: Elegir una esfera blanca de la urna 1. B : Elegir una esfera blanca

R_1: Elegir una esfera roja de la urna 1.

$$P(B_1) = \frac{X}{X+Y} \qquad P(R_1) = \frac{Y}{X+Y}$$

• Después de cambiar a la urna 2, una esfera blanca

La urna 2 tendrá $Z+1$ esferas blancas, y V esferas rojas.

La probabilidad de sacar una esfera blanca de la urna 2.

$$P(B \mid B_1) = \frac{Z+1}{Z+V+1}$$

• Despues de cambiar a la urna 2 una esfera roja

La urna 2 tendra Z esferas blancas y V+1 esferas rojas.

La probabilidad de sacar una esfera blanca de la urna 2.

$$P(B|R_1) = \frac{Z}{Z+V+1}$$

Utilizando la formula de la probabilidad total

$$P(B) = P(B|B_1)\,P(B_1) + P(B|R_1)\,P(R_1)$$

$$P(B) = \frac{Z+1}{Z+V+1} \cdot \frac{x}{x+y} + \frac{Z}{Z+V+1} \cdot \frac{y}{x+y}$$

⑨

A: {Primer articulo defectuoso}

B: {Segundo articulo defectuoso}

Defectuosos 12

No defectuosos 8

> 20

a) $P(B|A) = \frac{11}{20}$

$P(A) = \frac{12}{20}$

b) $P(B^c|A^c) = \frac{7}{19}$

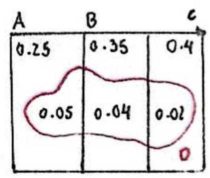
$P(A^c) = \frac{8}{20}$

c) $P(B^c|A) = \frac{12}{20} \cdot \frac{8}{19}$

$P(B|A^c) = \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{19}$

entonces $P(B^c|A) + P(B|A^c) = 0.5052$

(11)



$$P(D) = P(A \cap D)\,P(A) + P(B \cap D)\,P(B) + P(C \cap D)\,P(C)$$

$$P(D|A)\,P(A) + P(D|B)\,P(B) + P(D|C)\,P(C)$$

$$(0.05)(0.25) + (0.04)(0.35) + (0.02)(0.4)$$

$$(0.0125) + (0.014) + (0.008) = \underline{0.0345}$$

$$P(A|D) = \frac{P(D|A)\,P(D)}{P(D)} = \frac{(0.05)(0.25)}{(0.0345)} = 0\ \underline{0.3623}$$

$$P(B|D) = \frac{P(D|B)\,P(B)}{P(D)} = \frac{(0.04)(0.35)}{(0.0345)} = \underline{0.4057}$$

$$P(C|D) = \frac{P(D|C)\,P(C)}{P(D)} = \frac{(0.02)(0.4)}{(0.0345)} = \underline{0.2318}$$

(12)

A: Sacar un numero par. $P(A) = \frac{3}{6}$

B: Sacar una carta roja. $P(B) = \frac{1}{2}$

a) $\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \underline{0.25}$

b) $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \underline{0.75}$

(13)

A: Digito es in correcto

$P(A) = p$

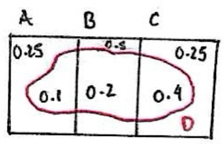
$P(A^c) = 1 - p$

B: Todos los digitos sean correctos

$P(B) = (1-p)^n$

$P(B') = \underline{1 - (1-p)^n}$

(14)



D: Tubo funcione correctamente

$P(D) = P(D|A)\,P(A) + P(D|B)\,P(B) + P(D|C)\,P(C)$

$(0.1)(0.25) + (0.2)(0.5) + (0.4)(0.25)$

$(0.025) + (0.1) + (0.1) = \underline{0.225}$