

Filtros

Un filtro es un cuadripolo que permite el paso de señales con determinadas frecuencias e impide el paso de señales con otras frecuencias.



Función de transferencia

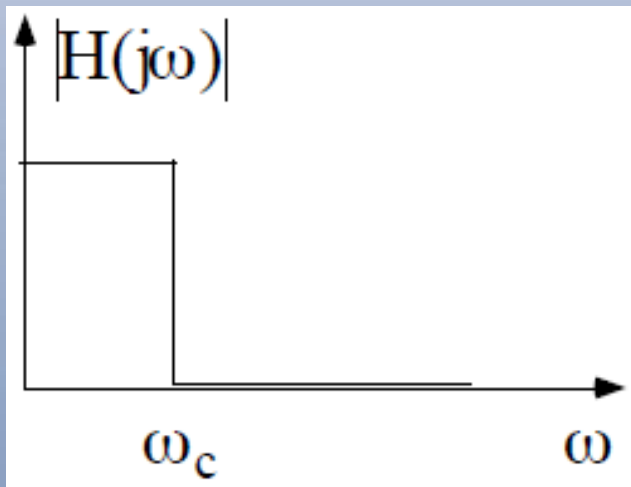
- ✓ El comportamiento de un filtro se representa matemáticamente mediante su función de transferencia
- ✓ Se expresa directamente en notación fasorial o utilizando la transformada de Laplace.

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \left[\frac{V_o(s)}{V_i(s)} \right]_{s=j\omega} = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

Tipos de filtros

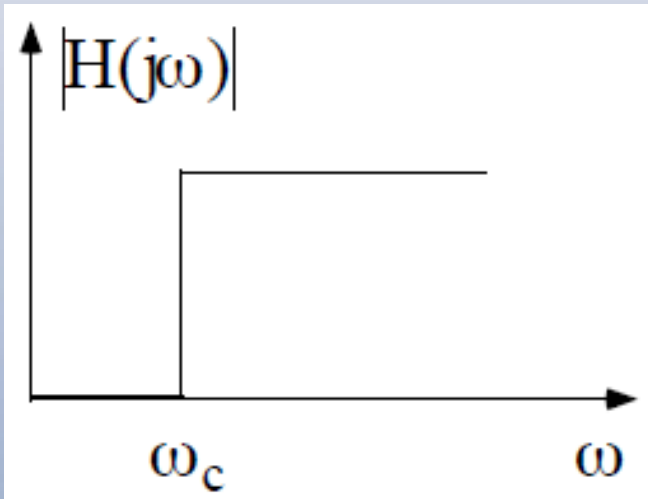
Según la característica de su función de transferencia hay cuatro tipos de filtros

Filtro pasa bajos



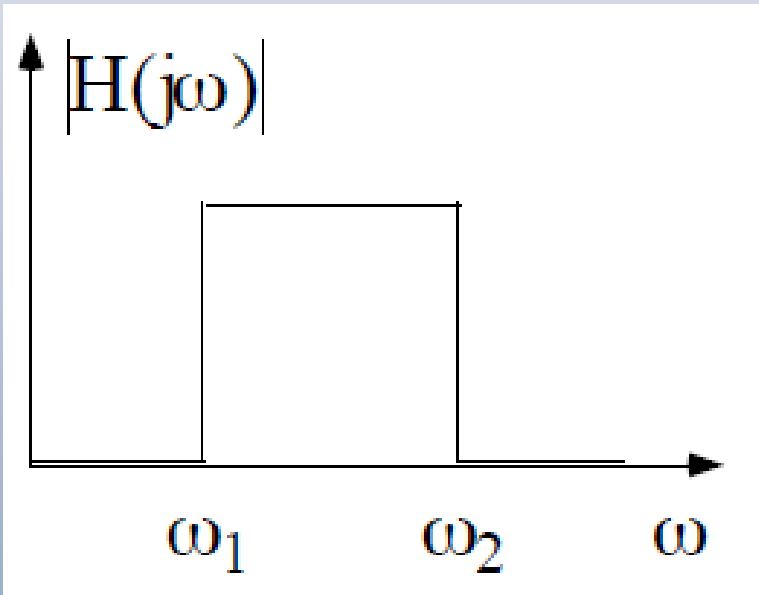
- ✓ Permite el paso de todas las señales con frecuencias menores que ω_c
- ✓ impide el paso de todas las señales con frecuencias superiores a ω_c

Filtro pasa altos



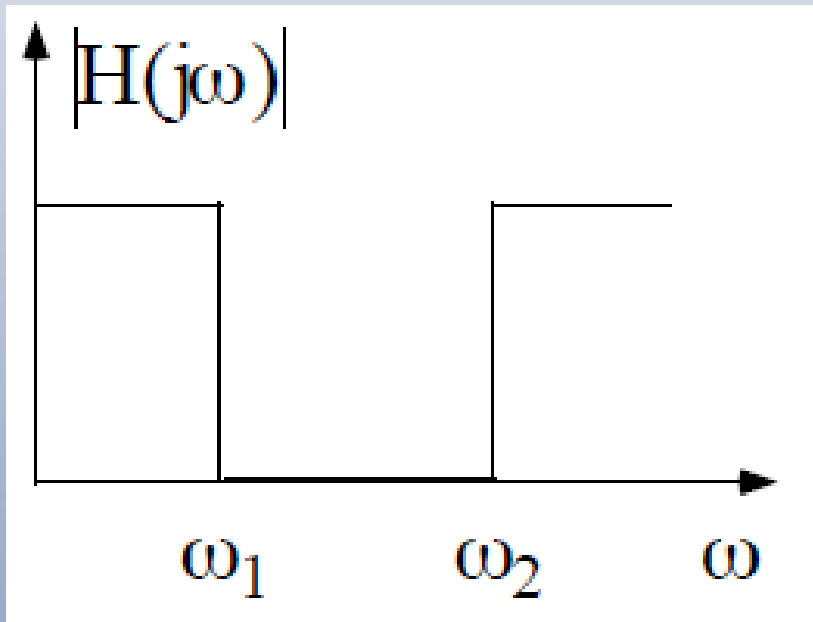
- ✓ Permite el paso de todas las señales con frecuencias mayores que ω_c
- ✓ Impide el paso de todas las señales con frecuencias inferiores a ω_c

Filtro pasa bandas



- ✓ Permite el paso de todas las señales con frecuencias entre ω_1 y ω_2
- ✓ Impide el paso de todas las señales con frecuencias distintas.

Elimina bandas



- ✓ Impide el paso de todas las señales con frecuencias entre ω_1 y ω_2
- ✓ Permite el paso de todas las señales con frecuencias distintas.

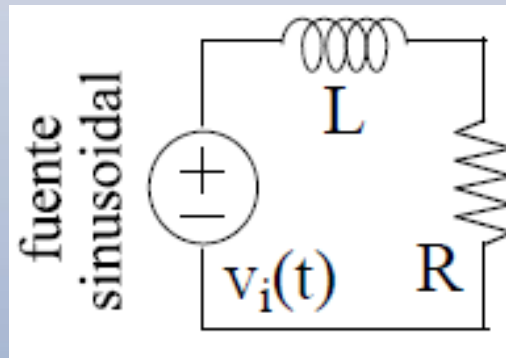
Frecuencia de corte

$$\omega = \omega_c \Rightarrow |H(j\omega_c)| = \frac{|H(j\omega)|_{\max}}{\sqrt{2}}$$

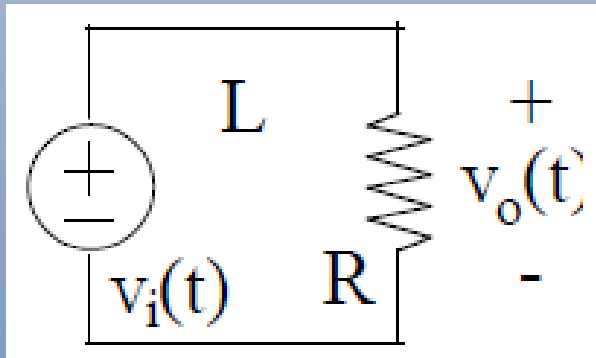
Para $\omega = \omega_c$ La potencia media entregada a una carga conectada a la salida de un filtro excitado por una señal sinusoidal es la mitad de la máxima potencia media que puede entregarse a dicha carga.

Filtros elementales

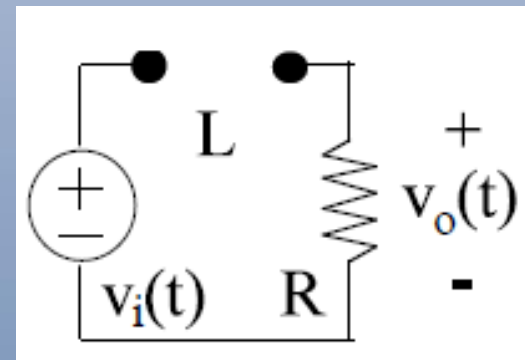
Filtro paso bajo constituido por un circuito RL serie



$\omega \rightarrow 0 \text{ rad/s}$

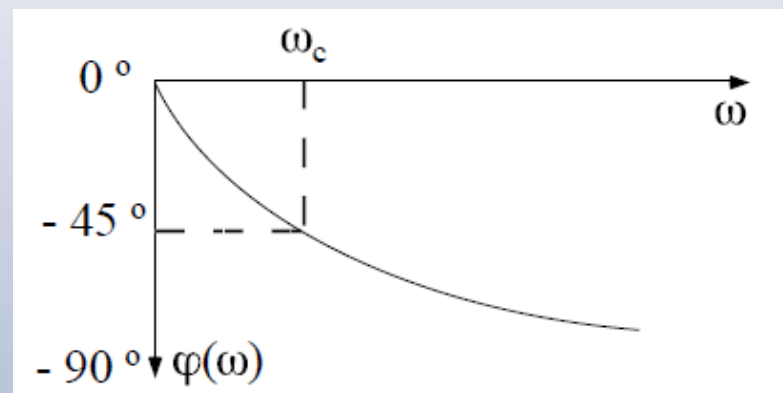
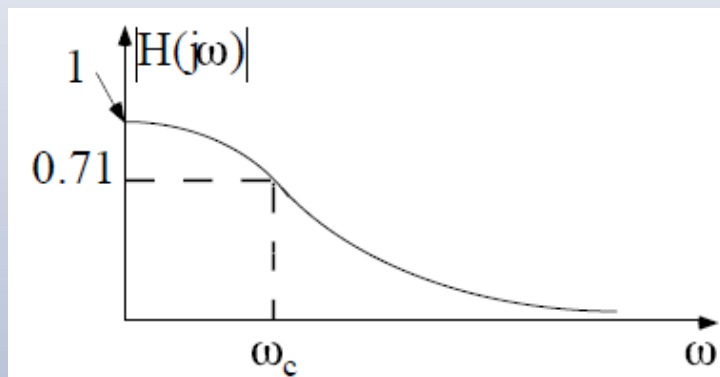


$\omega \rightarrow \infty \text{ rad/s}$



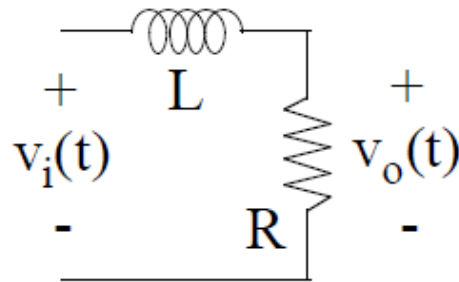
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R/L}{s + R/L} \Rightarrow H(j\omega) = [H(s)]_{s=j\omega} = \frac{R/L}{s + R/L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{R/L}{\sqrt{\omega^2 + (R/L)^2}}, \varphi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$



$$|H(j\omega)|_{\max} = 1 \Rightarrow |H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{R}{L}$$

Paso bajo
RL serie



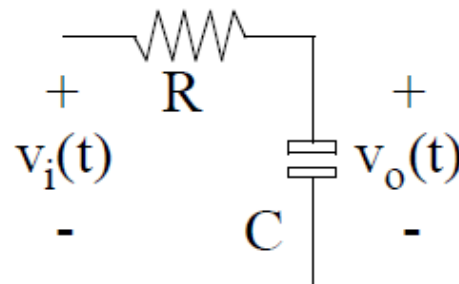
$$\omega_c = R/L$$

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega}{\omega_c}$$

Paso bajo
RC serie



$$\omega_c = 1/(RC)$$

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}}$$

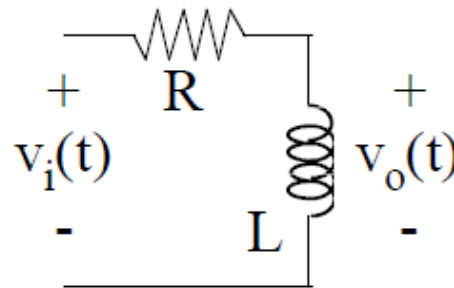
$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

$$\omega_c = 1/\tau$$

Resumen de filtros paso alto elementales

**Paso alto
RL serie**



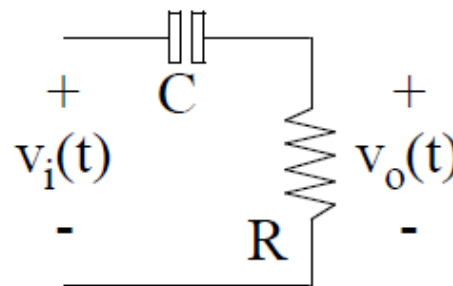
$$\omega_c = R/L$$

$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}}$$

$$\varphi(\omega) = 90^\circ - \arctg \frac{\omega}{\omega_c}$$

**Paso alto
RC serie**



$$\omega_c = 1/(RC)$$

$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c}$$

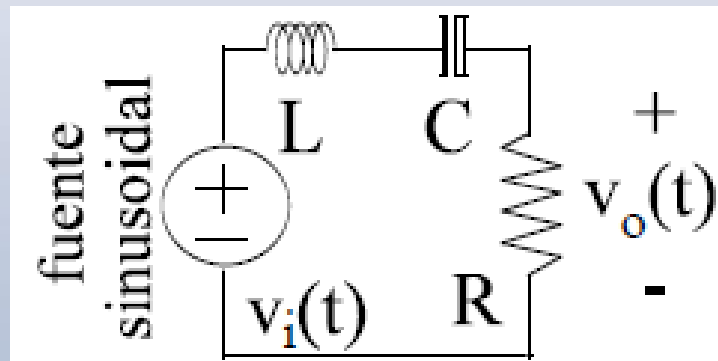
$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}}$$

$$\varphi(\omega) = 90^\circ - \arctg \frac{\omega}{\omega_c}$$

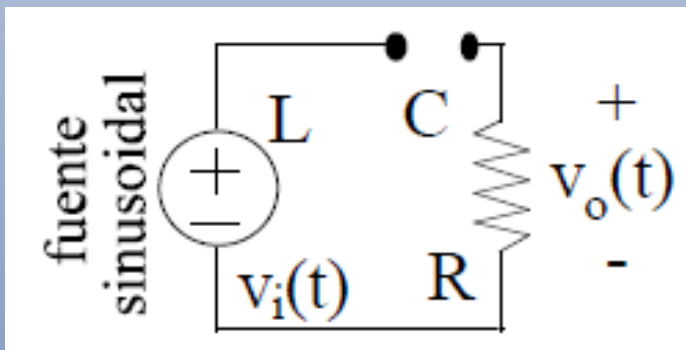
$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c}$$

$$\omega_c = 1/\tau$$

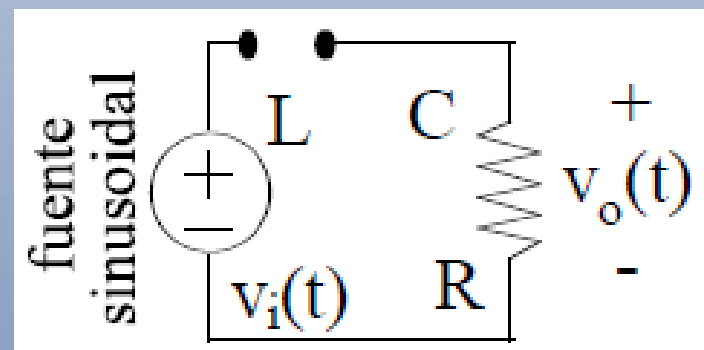
Filtro paso banda constituido por un circuito RLC serie



$$\omega \rightarrow 0 \text{ rad/s}$$

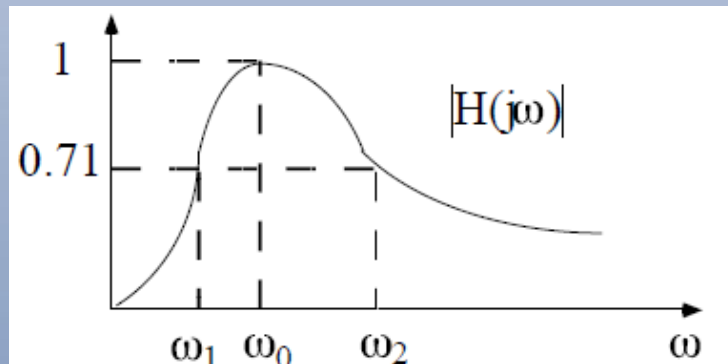


$$\omega \rightarrow \infty \text{ rad/s}$$

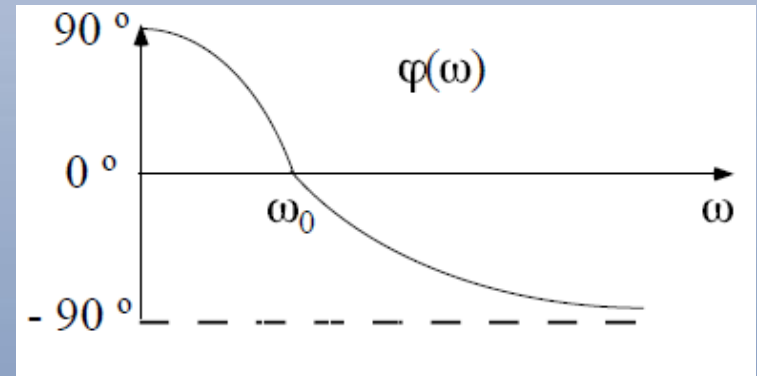


$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{(R/L)s}{s^2 + (R/L)s + 1/(LC)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{\omega(R/L)}{\sqrt{[1/(LC) - \omega^2]^2 + [\omega(R/L)]^2}}, \quad \varphi(\omega) = 90^\circ - \arctg\left[\frac{\omega(R/L)}{1/(LC) - \omega^2}\right]$$



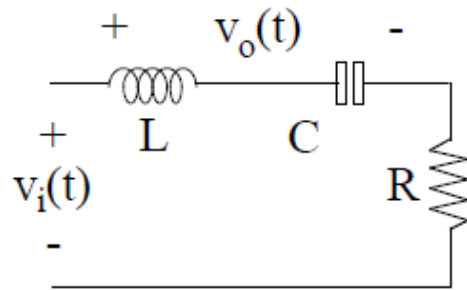
Ancho de banda $BW = \omega_2 - \omega_1$



Factor de calidad $Q = \omega_0/BW$

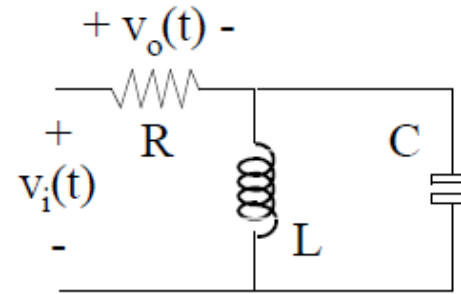
Resumen de filtros pasa banda elementales

Banda eliminada RLC serie



$$\tau = L/R$$

Banda eliminada RLC paralelo



$$\tau = RC$$

$$H(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s/\tau + \omega_0^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{|\omega_0^2 - \omega^2|}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega/\tau}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

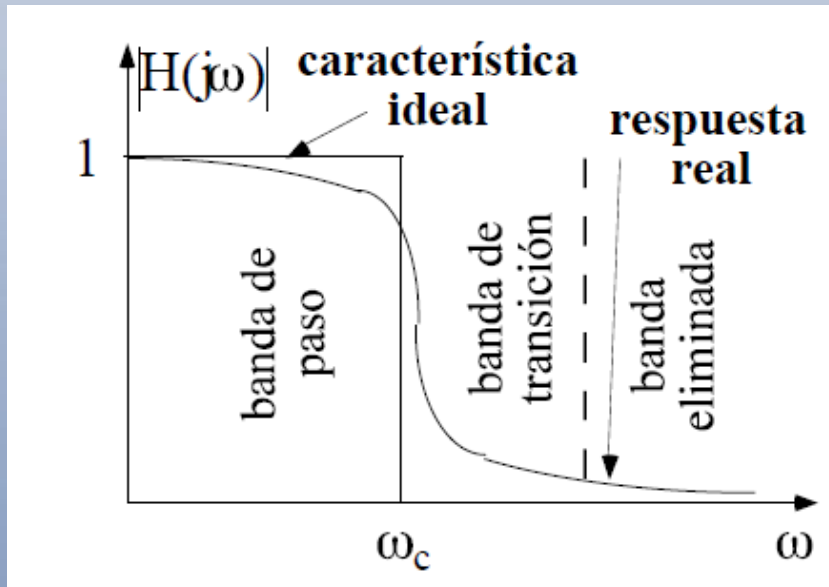
$$BW = \omega_2 - \omega_1 = 1/\tau$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \sqrt{\frac{\tau}{RC}}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \sqrt{\frac{R\tau}{L}}$$

Filtros reales

Ningún filtro real presenta una característica de transferencia ideal, sino otra respuesta que se aproxima más o menos a aquélla.



Ejemplo de filtro paso bajo real .
Las frecuencias a la entrada son transferidas de distinta forma a la salida, y algunas frecuencias no deseadas están presentes a la salida.

