Petrescu Cosmin
Grupa 243

Tema 1 – Algoritmi Avansati

Problema 1:

Fie un șir de numere naturale S={s1 , s2 , …, sn} și un număr natural K, cu K≥si pentru orice i între 1 și n.

a) Să se scrie un algoritm pseudo-polinomial care găsește suma maximă, dar care să fie ≤K, ce poate fi formată din elemente din S (numere întregi, pozitive, luate cel mult o singură dată).

```
f = open("suma.txt")
K = int(f.readline())
S = [int(i) for i in f.readline().split()]
n = len(S)

dp = [[0 for _ in range(K+1)] for _ in range(n+1)]
# dp[i][k] = suma maxima care se poate forma cu primele i elemente din S
si limita k
for i in range(n+1):
    for k in range(K+1):
        if i == 0 or k == 0:
            dp[i][k] = 0
        elif S[i-1] <= k:
            # daca S[i-1] incape, putem sa il punem sau nu in suma.
            # Alegem varianta care ne da suma maxima.
            dp[i][k] = max(S[i-1] + dp[i-1][k-S[i-1]], dp[i-1][k])
        else:
            dp[i][k] = dp[i-1][k]
print(f"Suma maxima este {dp[n][K]}")
```

b) Să se găsească un algoritm aproximativ care calculează o sumă cel puțin pe jumătate de mare ca cea optimă dar rulează în timp O(n) și complexitate spațiu O(1). Mai exact: aveți voie să parcurgeți fiecare element din S cel mult o singură dată, respectiv aveți memorie alocată doar pentru 3 variabile de tip int (dintre care una este K) + varabile de tip stream.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;

int main()
{
    ifstream f("suma.txt");
    int x, k, sum = 0;
    f >> k;
    while (f >> x) {
        sum += x;
```

Petrescu Cosmin
Grupa 243

```
        if (sum > k) {
            sum -= x;
            if (x > sum)
                sum = x;
            break;
        }
    }
    cout<<sum;
```

Demonstratie:

Fie ALG rezultatul algoritmul prezentat si OPT rezultatul algoritmului optim. Fie j indicele primului numar care nu este adaugat in suma.

$ALG = max(sum, s_j)$

$OPT \leq \sum_{1\leq i\leq j} s_i = \sum_{1\leq i<j} s_i + s_j \leq ALG + ALG = 2ALG \rightarrow OPT \leq 2ALG \rightarrow$

$\rightarrow ALG \geq \frac{1}{2} OPT$.