Informe de Lectura
por
Alejandro Mesa Gómez
almego95@gmail.com

ENERGIA RELATIVISTA

Para obtener la forma relativista del teorema del trabajo y la energía, empezamos con la definición del trabajo realizado sobre una particula por una fuerza F y empleamos la definición de fuerza relativista:

$$W = \int_{x}^{x2} F\, dx = \int_{x1}^{x2} \frac{dp}{dt}\, dx \tag{1}$$

Cantidad	Clásica	Relativista
Masa (Inercia)	Invariante	Relativa
Energía mecánica	$E = K + U$	$E = \gamma mc^2$
Energia Cinética	$K = mv^2/2$	$K = mc^2(\gamma - 1)$

Cuadro 1: Comparacion de distintas cantidades mecánicas en la teoria Newtoniana (clásica) y en la relatividad. Aquí $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$

para la fuerza y el movimiento a lo largo del eje x. Primero evaluamos dp/dt:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{mu}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m(du/dt)}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}}\, con\, u < c$$

si sustituimos esta expresion para dp/dt y $dx = udt$ en la ecuación (1), se obtiene

$$W = \int_{x1}^{x2} \frac{m(du/dt)udt}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} = \int_0^u \frac{u}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} du$$

al evaluar la integral encontramos que

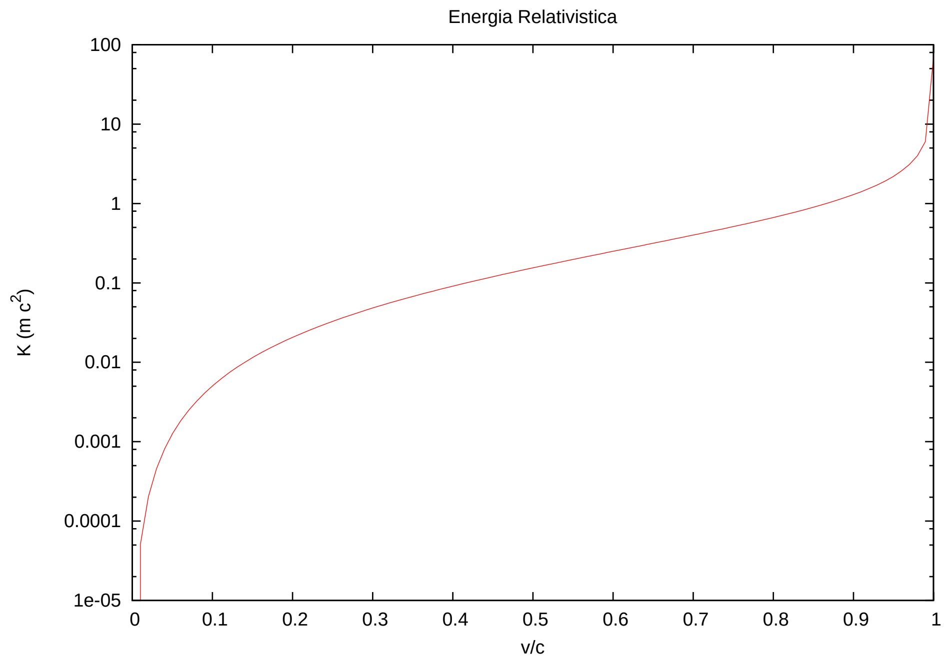

Figura 1: Energia cinética relativistica como funcion de la velocidad

$$W = \frac{mc^{\mathbf{2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^{\mathbf{2}}}{c^{\mathbf{2}}}}} - mc^{\mathbf{2}} \tag{2}$$

como el trabajo realizadopor una fuerza que actúa sobre una partícula es igual al cambio de la energia cinética, entonces el trabajo es igual a la energia cinetica relativistica$K$:

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 \tag{3}$$

En la tabla(1) se comparan distintas cantidades físicas segun la física clasica y la relativista.

A bajas velocidades donde $u/c \ll 1$ la ecuacion debe reducirse a la expresión clasica $K = \frac{1}{2}mv^{\mathbf{2}}$. Podemos verificar esto con la expansión del binomio

$(1-x)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x^2 + ...$La sustitución de esto en la ecuación produce

$$K = mc^2(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + ...) - mc^2 = \frac{1}{2}mu^2$$

lo cual concuerda con el resultado clásico.[1]
la figura(1) muestra la energia cinética como funcion de la velocidad.

[1]Tomado de ***Física, Tomo II.*** *Raymon A. Serway,* Sec. 39.7