

# ভেক্টরের উৎস্রোচ

আমরা জানি,  $\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  দুটি ভেক্টর ও তাদের মধ্যবর্তী কোণ  $\theta$  হলে যদি

$$\vec{A} = (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k}) \text{ ও}$$

$$\vec{B} = (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}) \text{ হয় তবে,}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

কিন্তু কখনো কখনো,  $|\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)$  কেন?  
চলো, আচ্ছা ভাবা যাক।

অবশ্যই হলে, ভেক্টর কী?

ধরি,  $(x_3, y_3, z_3)$  ও  $(x_4, y_4, z_4)$  3D-এ দুটি বিন্দু।

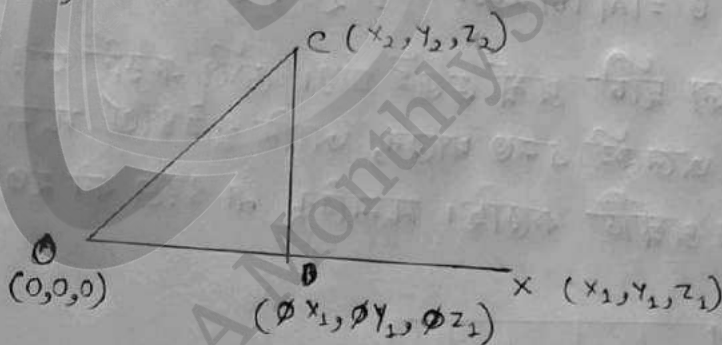
$$\text{একত্রে, } x_4 - x_3 = x_1; \quad y_4 - y_3 = y_1 \text{ ও } z_4 - z_3 = z_1$$

$\therefore$  ওই বিন্দুদ্বয় প্রতি অক্ষের দৈর্ঘ্যের সমান বিচ্ছেদসমীকরণ  
বিচ্ছেদসমীকরণ  $\vec{A}$ -এর দৈর্ঘ্য।

$\therefore \vec{A}$  দুটি বিন্দু প্রতি অক্ষের দৈর্ঘ্যের সমান বিচ্ছেদসমীকরণ

বিচ্ছেদসমীকরণ। একইভাবে, তুলে নেয়া ভেক্টরই  $\vec{A}$ ।

চলো, এখন মনে কখনো প্রত্যক্ষ করি।



ওই ভেক্টর দ্বারা  $\vec{A}$  ও  $O$  ভেক্টর দ্বারা  $\vec{B}$  নির্দেশিত হয়।

$C$  বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব  $OC$  কে  $D$  বিন্দু ছুঁতে হবে।

ধরি,  $D$  বিন্দুর দৈর্ঘ্য  $(ox_1, oy_1, oz_1)$ ।

$\triangle ODC$  তে পাঠে,

$$OD^2 + CD^2 = OC^2 \quad [\angle ODC = \frac{\pi}{2}]$$

$$\text{অর্থাৎ, } ox_1^2 + oy_1^2 + oz_1^2 + (ox_2 - ox_1)^2 + (oy_2 - oy_1)^2 + (oz_2 - oz_1)^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2(ox_1 ox_2 + oy_1 oy_2 + oz_1 oz_2) = 2ox_1 ox_2 + 2oy_1 oy_2 + 2oz_1 oz_2$$

$$\text{এ, } \vec{O} \cdot (\vec{x}_1^2 + \vec{y}_1^2 + \vec{z}_1^2) = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\text{এ, } \vec{O} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}$$

$$\text{এমন, } \cos \theta = \frac{O \cdot D}{O \cdot C} = \frac{\sqrt{O^2 x_1^2 + O^2 y_1^2 + O^2 z_1^2}}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} = \frac{O}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\text{এ, } \cos \theta = \frac{O \cdot \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} = \frac{O \cdot |A|}{|B|}$$

$$\text{এ, } \cos \theta = \left( \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \right) \left( \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} \right)$$

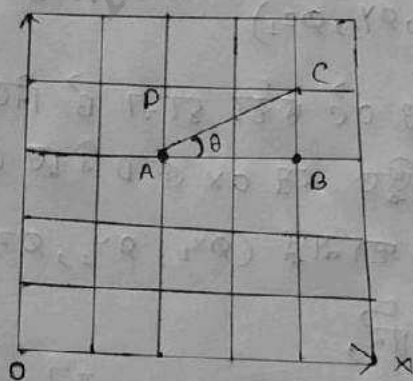
$$\text{[O-এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{এ, } \cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{(\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2})(\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2})}$$

$$\text{এ, } \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|A| |B|}$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = |A| |B| \cos \theta = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

একত্রে এমনো দুটি প্রবল তুলেই দেখ। চুপা করছি আর উত্তর চুপা।  
প্রবল অনেকই এলো পাতেন, আমি স্মৃতিশাল মূল্যবিন্দু হতে  
অঙ্ক বা প্রমাণটি করেছি। মূল্যবিন্দু না করলে কী হত?



AC রেখাকে x অক্ষের সমান্তরাল AB ও CD দিয়ে পরিবর্তিত  
করা হল। এখন ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ হল AC ও  $\angle BAC = \theta$

এখন মনে মনে মনে AC কে সরিয়ে প্রবল নীচে ও পড়ে সমান্তরাল  
সরিয়ে মূল্যবিন্দু নিয়ে এলো রেখা দুটি রেখা তখন নতুন

AB, BC, CD ଓ DA ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା । କୁହୁଛନ୍ତି A, B, C ଓ D-ର ସମାନତ୍ୱର ସ୍ଥିତିରଣ  
 ହେବ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।  
 ଏହାର ଡି-ଓ ଉପରେ ଏକାନ୍ତ ହେବା କଲେ ଏହା ହେଉଛି ଏକାନ୍ତ ଓ

ଅନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ  $x, y, z$  ଅକ୍ଷର ସମାନ୍ତର ହେବା ଲିଙ୍ଗ ଓ ଏହାକୁ ମନେକରି  
 ଏହା ଚିତ୍ରଟି ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ପର୍କ କଲେ ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।  
 ଏହାର ଡି-ଓ ଉପରେ ଏକାନ୍ତ ହେବା କଲେ ଏହା ହେଉଛି ଏକାନ୍ତ ଓ ଏହାକୁ ମନେକରି  
 ଏହା ଚିତ୍ରଟି ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ପର୍କ କଲେ ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।

$\therefore P(x_3, y_3, z_3); Q(x_4, y_4, z_4); R(x_5, y_5, z_5)$  ଓ  $S(x_6, y_6, z_6)$  ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ  $PQ$  ଓ  $RS$  ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପନ :-

$$|PQ| \cdot |RS| \cos \theta = (x_4 - x_3)(x_6 - x_5) + (y_4 - y_3)(y_6 - y_5) + (z_4 - z_3)(z_6 - z_5)$$

ତେଣୁ ଏହା  $x_1$  ଥିଲେ  $(x_4 - x_3)$  ହେଉଛି ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।  
 ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା । ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।  
 ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା । ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।

$$y_1 = x_1 \tan \theta = r_1 \tan \beta$$

$$y_2 = x_2 \tan \theta = r_2 \tan \beta$$

$$\therefore \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

ଏହା ଉପରେ ଓଡ଼ିଆ ଓ ଓଡ଼ିଆ ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।  
 ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା । ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅସମ୍ପର୍କିତ ଯାହା ।