

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO

**DESEMPENHO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DE CARTEIRAS NO
MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

FELIPE AUGUSTO SANTANA DE OLIVEIRA

BELO HORIZONTE, MG
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO

FELIPE AUGUSTO SANTANA DE OLIVEIRA

**DESEMPENHO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DE CARTEIRAS NO
MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Administração.

Área de Concentração: Finanças.

Orientador: Prof. Dr. Robert Aldo Iquiapaza
Coaguila

BELO HORIZONTE - MG
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS DA UFMG

2013

O48d
2013

Oliveira, Felipe Augusto Santana de.
Desempenho da otimização robusta de carteiras no mercado
acionário brasileiro [manuscrito] / Felipe Augusto Santana de Oliveira. -
2013.
116 f., enc. : il.

Orientador: Robert Aldo Iquiapaza Coaguila.

Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais.
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração.
Inclui bibliografia (f. 101-113) e apêndices.

1. Finanças - Teses. 2. Investimentos - Administração - Teses.
3. Administração - Teses. I. Iquiapaza Coaguila, Robert Aldo.
II. Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Pós-Graduação e
Pesquisas em Administração. III. Título

CDD: 332



Universidade Federal de Minas Gerais
Faculdade de Ciências Econômicas
Departamento de Ciências Administrativas
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração

ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO do Senhor **FELIPE AUGUSTO SANTANA DE OLIVEIRA**, REGISTRO Nº 525/2013. No dia 27 de maio de 2013, às 09:20 horas, reuniu-se na Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora de Dissertação, indicada pelo Colegiado do Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração do CEPEAD, em 14 de maio de 2013, para julgar o trabalho final intitulado "**Desempenho da Otimização Robusta de Carteiras no Mercado Acionário Brasileiro**", requisito para a obtenção do **Grau de Mestre em Administração**, linha de pesquisa: **Finanças**. Abrindo a sessão, o Senhor Presidente da Comissão, Prof. Dr. Robert Aldo Iquiapaza Coaguila, após dar conhecimento aos presentes o teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do seguinte resultado final:

(X) APROVAÇÃO:

() APROVAÇÃO CONDICIONADA A SATISFAÇÃO DAS EXIGÊNCIAS CONSTANTES NO VERSO DESTA FOLHA, NO PRAZO FIXADO PELA BANCA EXAMINADORA (NÃO SUPERIOR A 90 NOVENTA DIAS);

() REPROVAÇÃO.

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 27 de maio de 2013.

NOMES

ASSINATURAS

Prof. Dr. Robert Aldo Iquiapaza Coaguila.....
ORIENTADOR (CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan.....
(CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Bruno Pérez Ferreira ..
(CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Rubens Augusto de Miranda.....
(EMBRAPA/MG)

Prof^a. Dr^a. Laise Ferraz Correia.....
(CEFET/MG)

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao longo do Mestrado pude contar com a ajuda e apoio de muitas pessoas, sem as quais esta Dissertação não seria possível.

No entanto, devo agradecer, antes de qualquer coisa, a Deus, por prover minha saúde e minha perseverança, sem as quais não teria avançado sequer um dia. Minha fé no Senhor me permitiu superar todas as dificuldades.

Em segundo lugar, agradeço a meus pais, Elza e Jorge Marcos, e minha irmã, Fernanda, por todo amor, carinho e incentivo a cada dia, pois mesmo distantes se fizeram presentes apoiando-me incondicionalmente.

À minha namorada, Lauanne, pelo amor, carinho e estímulo, principalmente nos momentos de maior insegurança.

Aos meus avós, Orivaldo, Maria do Carmo e Maria, aos meus primos, tias e familiares, que sempre me receberam com um abraço sincero nos momentos em que estivemos juntos e com palavras de encorajamento enquanto estivemos distantes.

À família Cristo, especialmente à Márcia Cristo e Marcelo Cristo, pelo acolhimento e companheirismo.

Aos meus colegas de mestrado e amigos que conquistei durante o curso. Peço licença à Renato Teixeira e Dominginhos, ao utilizar seus versos, afinal “a amizade sincera é um santo remédio, é um abrigo seguro... por isso se for preciso, contem comigo, amigos disponham. Lembrem-se sempre que mesmo modesta minha casa será sempre sua”.

Aos meus professores, especialmente meu orientador, Robert, por seus ensinamentos e provocações. Aos funcionários e colaboradores do programa de mestrado em sua solicitude ao me atender.

RESUMO

A otimização robusta de carteiras tem recebido, nos últimos anos, grande atenção devido a possibilidade de considerar o erro de estimação nos problemas de seleção de portfólios. Uma questão pouco analisada, entretanto, é o desempenho dessa abordagem contemporânea no mercado brasileiro. Lançadas inicialmente por Harry Markowitz, em 1952, as bases da Moderna Teoria de Finanças convergem em uma direção: a diversificação do investimento. A partir dos trabalhos de Markowitz outros se desenvolveram, a exemplo do modelo sugerido por William Sharpe, o *Capital Asset Pricing Model* – CAPM. Nele, Sharpe defende que o risco das carteiras dependem não apenas das covariâncias entre os seus ativos, mas que há um risco mais difuso e que não pode ser eliminado pelos investidores, o risco sistêmico, mensurado através dos *betas* das carteiras. Merecem destaque ainda as discussões sobre a Hipótese de Eficiência de Mercado. As considerações iniciais dessa Hipótese foram feitas por Eugene Fama e uma das questões consequentes aos debates acerca da eficiência dos mercados é a justificativa para a adoção de estratégias ativas de investimentos, uma vez que as carteiras de mercado poderiam não ser eficientes. Muitos modelos foram propostos ao longo dos anos, buscando a proposição de cenários ótimos de investimento, dentre eles, os modelos robustos. Esta dissertação analisou o desempenho de um modelo robusto de otimização de carteiras em comparação ao modelo clássico de média-variância e à estratégia de diversificação simples durante os anos de 2007 a 2012. Os resultados indicaram que, a estimação de retornos, riscos e covariâncias dos modelos apresentaram fraco poder de previsão. Os modelos robustos, em comparação ao modelo clássico e à estratégia de diversificação simples não apresentou desempenho superior, além de ter altos valores de turnover entre os períodos considerados. No ano de 2007, as carteiras analisadas apresentaram retornos positivos, no entanto, tanto as carteiras clássicas, quanto as carteiras clássicas com restrição ao peso máximo dos ativos no portfólio e as carteiras robustas apresentaram valores de taxas de *turnover* altos, indicando, indiretamente, altos custos de administração das carteiras. Naquele ano, as carteiras ingênuas, ao contrário, apresentaram um valor *turnover* baixo, apresentando-se como as melhores alternativas no primeiro ano do período estudado. Em 2008, os mercados financeiros, não diferentemente o brasileiro, apuraram retornos negativos, a exemplo do Ibovespa, as carteiras propostas tiveram retornos negativos em 2008. Enquanto o Ibovespa computou prejuízos superiores a 40%, as carteiras clássicas e as carteiras com restrição ao peso máximo dos ativos

apresentaram retornos não inferiores a -16% em 2008. Em 2009, o Ibovespa mostrou forte recuperação em relação ao ano anterior, fechando o ano com uma valorização superior a 70%, as carteiras propostas também experimentaram valorização em 2009, destacando-se as carteiras ingênuas, com retorno de 59%. Em 2010 o mercado “andou de lado”, registrando ligeira alta de 1,044% no Ibovespa, alternativamente, as carteiras propostas apresentaram retornos superiores, especialmente as carteiras robustas (21,48%). No ano seguinte, a despeito do desempenho pouco atrativo das carteiras clássicas, das carteiras clássicas restritas, das carteiras ingênuas e do Ibovespa, as carteiras robustas apresentaram retorno de 22,15%, embora o *turnover* médio apurado tenha sido superior a 150%, acarretando, indiretamente, em altos custos de administração das carteiras ao longo do ano. Em 2012, por fim, enquanto o Ibovespa praticamente repetiu o desempenho de 2010, as carteiras propostas apresentaram retornos entre 8,02% (carteiras ingênuas) e 32,52% (carteiras clássicas restritas).

Palavras-chave: otimização robusta, gestão de portfólio, mercado brasileiro.

ABSTRACT

Robust optimization had received increased attention in the recent years due to the possibility of considering the problem of estimation errors in the portfolio selection problems. A topic not well understood, however, is the performance of this contemporary approach in Brazilian market. Suggested by Harry Markowitz, in 1952, the basis of the Modern Theory of Finance converges in one direction: the investment diversification. From the works of Markowitz, others had developed, as the model suggested by William Sharpe, the *Capital Asset Pricing Model*. In his model, Sharpe argue that the portfolio risk depends not only of the assets covariance, but there is a kind of risk more diffuse than could not be cut out by the investors, it is the systematic risk, measured by the portfolio *beta*. Should be highlighted the discussions about the Efficiency Market Hypothesis, suggested by Eugene Fama. One consequent question to discussions about the efficiency of markets is the justification for the adoption of active investment strategies, since market portfolios might not be efficient. Some models had been propose trough the time, seeking for optimal portfolios composition. The present study assayed the performance of a robust model of portfolio optimization compared to the traditional mean-variance model and the naïve strategy during the years from 2007 to 2012. Results show that the estimation of returns, risks and covariance of the models had weak performance. The robust models, in comparison to the classic model and the naïve strategy, did not show a better performance, and had high turnover ratio during the periods. In 2007, the portfolios analyzed showed positive returns, however, both the classic portfolios, the classic portfolios with maximum weight restriction and the robust portfolios showed high values of turnover rates, indirectly indicating, high costs of portfolio management. In that year the naïve portfolios showed lower values of turnover ratios, so in this sense, were the better strategy. In 2008, the financial markets showed negative returns, for example, the Ibovespa and either the portfolios proposed. While the Ibovespa computed damages exceeding 40%, the classic portfolios and the classic restricted portfolios showed no lower than -16%. In 2009, the Ibovespa showed strong recovery in comparison to the previous year, ending the year with a gain of more than 70%, so the proposed portfolios also experienced rise in 2009, highlighting the naïve portfolios, with returns of 59%. In 2010 the market "walked away", recording a slight increase of 1.044% in the Ibovespa, alternatively, the proposed portfolios presented superior returns, especially robust portfolios (21.48%). The following year, despite the unattractive performance of classics

portfolios, restricted portfolios, naïve portfolios and the Ibovespa, the robust portfolios had returns of 22.15%, while the average turnover has been recorded more than 150%, resulting indirectly in high costs of portfolios management throughout the year. In 2012, finally, while the Bovespa almost repeated the performance in 2010, the proposed portfolios returns between 8.02% (naïve portfolios) and 32.52% (restricted portfolios).

Keywords: robust optimization, portfolio management, Brazilian market.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 JUSTIFICATIVA	15
1.2 OBJETIVOS	17
1.2.1 <i>Objetivo Geral</i>	17
1.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	17
2. REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 MODERNA TEORIA DE PORTFÓLIO	18
2.1.1 <i>O Retorno Financeiro como uma variável aleatória</i>	21
2.1.2 <i>Risco e Incerteza</i>	23
2.1.3 <i>O Trade-off Risco x Retorno</i>	24
2.1.4 <i>A Fronteira Eficiente</i>	26
2.2 A HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO E A GESTÃO ATIVA DE PORTFÓLIOS.....	28
2.3 ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE A MTP E ALTERNATIVAS AO MODELO DE MÉDIA VARIÂNCIA.....	32
2.4 MODELOS ROBUSTOS DE OTIMIZAÇÃO	40
3. METODOLOGIA.....	45
3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	45
3.2 COLETA DE DADOS	46
3.3 OS DADOS	46
3.4 AS ESTRATÉGIAS	46
3.4.1 <i>O modelo clássico de Média Variância</i>	47
3.4.2 <i>Otimização robusta</i>	51
3.4.3 <i>Carteiras de Diversificação Simples</i>	56
3.4.4 <i>Análise de Desempenho</i>	57
4. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	60
4.1 O MODELO CLÁSSICO	60
4.2 O MODELO CLÁSSICO RESTRITO	65
4.3 O MODELO ROBUSTO	71
4.4 AS CARTEIRAS INGÊNUAS	77
4.5 O IBOVESPA	82
4.6 COMPARAÇÃO DAS CARTEIRAS.....	85
4.7 AS CRISES <i>SUBPRIME</i> E DA ZONA DO EURO	98
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E EXTENSÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	102
REFERÊNCIAS	105
APÊNDICE I – ESTADO DA ARTE DOS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO	113
APÊNDICE II – ATIVOS CONSIDERADOS PARA AS SIMULAÇÕES DAS CARTEIRAS	115

1. INTRODUÇÃO

Os últimos anos têm sido marcantes para o cenário econômico e financeiro global, revelando várias fragilidades de economias desenvolvidas e em desenvolvimento. Os fatos que melhor ilustraram esse cenário foram a crise *Subprime* e seus efeitos ao redor do mundo, o endividamento e a necessidade de ajustes fiscais de países da União Europeia, como Itália, Espanha, Portugal e, principalmente, a Grécia, o rebaixamento do *rating* soberano dos Estados Unidos por agências de classificação de risco, bem como a redução das estimativas de crescimento da economia desse país e a desaceleração do crescimento chinês, cujas incertezas residem em sua dimensão (BM&FBOVESPA, 2012).

A economia brasileira não esteve ileso nesse cenário conturbado, ao contrário. Se, num primeiro momento, o Governo aumentou a taxa básica de juros, visando conter o consumo e o crédito para manter a inflação sob controle, e estendeu o Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) para uma série de operações internacionais, por outro lado, precisou lidar com a redução das expectativas do PIB, tendo que recuar as taxas de juros e incentivar o consumo de bens duráveis.

O mercado financeiro brasileiro, embora tenha sofrido com o nervosismo dos mercados ao redor do planeta, assimilou de maneira diferente as medidas macroprudenciais adotadas pelo Governo. Em 2008 foi inevitável fechar o ano contabilizando perdas na maioria dos segmentos, a exemplo da Bovespa, que computou uma retração superior a 40% (BMF&BOVESPA, 2009). Já em 2009, o mercado reagiu positivamente à crise deflagrada no ano anterior e fechou com 68.588,41 pontos, próximo ao recorde histórico (73.500 pontos). Em 2010, ao contrário de 2009 que foi um ano de recuperação, o mercado “andou de lado”, isto é, registrou alta de apenas 1,04% em comparação com o fechamento do ano anterior. Em 2011 a crise na zona do Euro abalou os mercados financeiros, não diferentemente o brasileiro. Entretanto, os segmentos do mercado reagiram de forma diferente. O mercado de derivativos computou crescimento do volume negociado superior a 7,5%; o mercado acionário, apresentou retração (BMF&BOVESPA, 2012).

Alguns fatores influenciaram o desempenho do mercado de ações em 2011, como, por exemplo, a queda da expectativa de crescimento de receitas e lucros das empresas, que afetou a evolução do valor de mercado das mesmas, principalmente no segundo semestre, cuja média de capitalização de mercado caiu em torno de 10% em

relação à primeira metade de 2011. Em termos monetários, o volume médio diário negociado no ano anterior foi de R\$6,5 bilhões, repetindo o desempenho histórico de 2010 (BM&FBOVESPA, 2012).

Observando o número de contas de custódia ativas, percebe-se uma redução sensível nos últimos anos. Este fato pode ser traduzido como diminuição do número de investidores pessoa física operando na Bolsa, e não apenas a redução do número de participantes, mas também a redução do volume médio negociado por estes, cerca de 18,5% em 2011 (BM&FBOVESPA, 2012). Esse quadro é reflexo direto do momento que os mercados ao redor do mundo têm atravessado, causando grande oscilação nas bolsas. Muitos dos investidores, buscando salvaguardar seus recursos, procuraram abandonar o mercado de ações, migrando para investimentos mais conservadores.

Possivelmente por desconhecimento de modelos que permitam uma previsibilidade mais acurada, grande parte dos *traders* apoiam suas decisões de investimento em ferramentas e instrumentos tradicionais (RABELO JR.; IKEDA, 2004; OLIVEIRA, 2010), tal como a média histórica para calcular o retorno esperado, cuja performance, em momentos de grande nervosismo dos mercados, costuma conduzir a resultados desastrosos, pois pequenas alterações nos *inputs* dos modelos tradicionais podem conduzir a uma grande reconfiguração das carteiras. O modelo proposto por Markowitz (1952) é um dos de maior repercussão na moderna teoria de finanças (IQUIAPAZA, AMARAL, BRESSAN, 2009), escrito em 1952, o *Portfolio Selection* revolucionou a maneira de abordar a seleção e administração de portfólios. As propostas do autor convergiram em uma direção: diversificação do investimento. Em outras palavras, os investidores deveriam criar portfólios de ativos, cada um com sua própria configuração de rendimento esperado e risco, a fim de *otimizar* o desempenho de seus investimentos.

Embora de inegável contribuição para o desenvolvimento dos estudos em finanças, o modelo proposto por Markowitz traz alguns inconvenientes. De acordo com Santos (2010), o erros de estimação na implementação dos modelos clássicos de otimização de portfólios, em especial Markowitz (1952) e Sharpe (1964), são suas principais fraquezas. Entretanto, o fato de um modelo apresentar fraquezas, não significa que ele é totalmente falho, ao contrário, Fabozzi *et al.* (2007) defendem que o quadro teórico clássico necessita de algumas mudanças a fim de apresentar maior realismo, estabilidade e robustez. Nesse sentido, emergem os modelos *robustos* de otimização de

portfólios. De fato, a utilização do termo *robusto*, como tratam Martin, Clark e Green (2010), ganha duas dimensões genéricas: de um lado os modelos que lidam com a forma que as distribuições amostrais se apresentam (distribuições com caudas pesadas, assimétricas, com geração de *outliers*); alternativamente, *robusto* pode ser empregado para descrever os métodos de modificação da função de utilidade quadrática, assumindo incertezas nas estimativas e problemas de estimações não quadráticas. Fabozzi *et al.* (2007) apresentam a dimensão de robustez em relação à estimação – técnicas estatísticas de estimação menos sensíveis a *outliers* nos dados – e em relação à otimização propriamente dita – quando a precisão estatística de estimativas individuais é explicitamente incorporada ao processo de alocação de portfólio. Neste trabalho será dada ênfase na otimização robusta, mas sem descuidar da estimação robusta quando necessário.

A literatura acadêmica recente tem buscado apresentar soluções para o tratamento de problemas de otimização com parâmetros incertos através de modelos robustos de otimização. Genericamente essas técnicas buscam encontrar soluções para os problemas de otimização que forneçam bons resultados para os diferentes valores possíveis de serem assumidos pelos parâmetros incertos, de forma a reduzir a sensibilidade dos modelos às variações dos parâmetros (BEYER; SENDHOF, 2007).

Freitas (2009), por exemplo, propõe a utilização de otimização robusta para reduzir a dependência de um modelo de seleção de portfólios ao retorno esperado para os ativos. Na ocasião o autor utiliza o Valor em Risco Condicional (*Conditional Value at Risk*), CVaR, como medida de risco e propõe contrapartidas robustas conforme as abordagens de Soyster (1973) e Bertsimas e Sim (2004) aplicadas ao mercado nacional.

Santos (2010) faz uma revisão da literatura acerca dos modelos de otimização robusta, apresentando um breve estado da arte dessa temática. Num segundo momento analisa a performance fora da amostra e a estabilidade das composições ótimas das carteiras obtidas com otimização robusta e com métodos tradicionais, isto é o modelo de média-variância e suas extensões, utilizando para tanto dados simulados e dados do mercado americano.

No plano de fundo de tantas perturbações no cenário político-econômico estão os investidores do mercado de ações. Especificamente, este trabalho está direcionado aos gestores de Fundos de Investimentos, os quais dispõem de recursos técnicos e financeiros para implementar as propostas abordadas nesta obra, no entanto

não se exclui a possibilidade de investidores individuais, ou participantes de clubes de investimentos, utilizarem as contribuições do presente estudo.

Diante das colocações expostas acerca das abordagens tradicionais e robustas surge o seguinte questionamento: qual o desempenho da otimização robusta no mercado brasileiro, em comparação ao modelo clássico de otimização de portfólio?

1.1 JUSTIFICATIVA

Este trabalho justifica-se pela relevância do tema na Academia, bem como a sua contribuição no auxílio aos investidores, quanto à escolha das estratégias de investimento. De fato, esta obra apresenta-se, assim como Goldfarb e Iyengar (2002a, 2002b), Tütüncü e Koenig (2004), Pinar e Tütüncü (2004), Takaeda, Taguchi e Tütüncü (2005), Ceria e Stubbs (2006), DeMiguel e Nogales (2009), Freitas (2009) e Santos (2010), como uma alternativa ao modelo de média-variância clássico e suas extensões, para tanto propõe a utilização de modelos robustos de otimização.

A literatura recente apresenta uma quantidade significativa de trabalhos dedicados à temática de otimização robusta por diferentes metodologias. Estreitando a análise para o Brasil, um número bem menor de pesquisas sobre otimização robusta pode ser verificado (Santos, 2010; Freitas, 2009; Paiva e Morabito, 2011). Portanto, uma primeira justificativa para este trabalho é fomentar o desenvolvimento de obras dedicadas à otimização robusta de portfólios.

Mas por que a utilização de otimização robusta? Estudos anteriores, tais como Santos (2010), Santos e Tessari (2012), Ceria e Stubbs (2006) e Tütüncü e Koenig (2004), indicam que as abordagens tradicionais de otimização de média-variância apresentam alta sensibilidade em relação às mudanças nos retornos esperados, provocando alto *turnover* dos portfólios e consequente alta nos custos de administração dos mesmos, bem como a dificuldade de implementação de estratégias de investimento. A alternativa de utilização de modelos robustos de otimização busca, de início, uma maior estabilidade das carteiras de ativos, possibilitando custos de administração menores e retornos efetivos maiores (FREITAS, 2009; GUERARD JR., 2010; FABOZZI *et al.*, 2007).

A literatura de modelos de alocação de ativos evoluiu, segundo Santos (2010), para inúmeras prorrogações do paradigma de média-variância, buscando a formulação de modelos, para reduzir os efeitos dos erros de estimação. Jagannathan e Ma (2003) propuseram um portfólio de mínima variância com restrições a vendas a descoberto,

afirmando na ocasião que, uma vez que os erros de estimação nas médias são muito maiores que os erros nas covariâncias, os pesos do portfólio de mínima variância deveriam ser mais estáveis que os pesos do portfólio de mínima variância tradicional.

Uma abordagem comum é o estimador de encolhimento (*shrinkage estimator*) de James-Stein (JOBSON, KORKIE, 1981). Este estimador “encolhe” a amostra dos retornos em direção do seu valor central. Nesse sentido, os erros de estimação que podem ocorrer na *cross-section* das médias individuais podem ser reduzidos, resultando numa menor variância total dos estimadores. Resultados ótimos em relação ao estimador de encolhimento para a matriz de covariância da amostra são, por exemplo, encontrados em Ledoit e Wolf (2003), Ledoit e Wolf (2004a) e Ledoit e Wolf (2004b). Assim, o estimador de encolhimento pode ser utilizado em procedimentos de escolha dos pesos ótimos de portfólios com propriedades melhoradas. Recentemente, DeMiguel e Nogales (2009) e Mendes e Leal (2005) propuseram o uso de um estimador robusto alternativo de risco, a fim de reduzir os erros de estimação.

Outros artigos e trabalhos foram propostos acerca da utilização da otimização robusta, tais como Freitas (2009), propondo matrizes de covariância robustas para seleção de portfólios; Costa e Nabolz (2004), por sua vez, tratam da otimização robusta utilizando desigualdades matriciais; Alem e Morabito (2012) desenvolvem planejamento de produção industrial via o processo de otimização robusta; Renó (2007) busca aplicar as propriedades de otimização robusta à produção de cimento. Além dos trabalhos que já foram citados, existem ainda Tütüncü e Köenig (2004), propondo otimizações *worst-case*, Ceria e Stubbs (2006), com abordagens menos conservadoras, as quais trazem melhores estimativas de retorno e matrizes de covariâncias, além de Scherer (2007), que utilizou estimadores de encolhimento bayesianos. Esses exemplos demonstram a relevância dos modelos de otimização robusta e o vasto leque de abordagens e metodologias.

Diferentemente dos estudos apresentados, este trabalho buscou analisar o desempenho da otimização robusta em alternativa ao modelo clássico, aplicados ao mercado brasileiro, utilizando para tal finalidade, dados reais do mercado.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

De forma geral, esta dissertação busca analisar empiricamente o desempenho do modelo robusto de otimização de carteiras, em comparação ao modelo clássico.

1.2.2 Objetivos Específicos

De maneira mais específica, esta dissertação busca: 1) estimar retornos e matrizes de covariâncias dos ativos selecionados; 2) simular investimentos conforme as proposições dos modelos considerados; 3) analisar a performance de cada uma das estratégias; 4) investigar o desempenho das diferentes estratégias, regidas pelos diferentes modelos em períodos de crise (2008 e 2011) e em períodos de “não-crise”.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Esta sessão será dedicada à revisão da literatura disponível acerca da gestão de investimentos, mais precisamente das técnicas de seleção e administração de carteiras de ativos.

2.1 Moderna Teoria de Portfólio

O presente trabalho teve seu foco, basicamente, sobre os processos de escolha, seleção e administração de carteiras de investimento. Nesse sentido, torna-se necessário recuperar, dentro da literatura disponível, as bases nas quais está apoiada a Moderna Teoria de Portfólio, para tanto é de grande importância retomar a obra de Harry Markowitz.

Até meados da década de 1950, o *mainstream* da confecção de portfólios defendia a aplicação de recursos em ativos de maior retorno esperado. Essa mesma corrente tratava o risco como um fator de correção dos retornos esperados, definidos *ad hoc* (BERNSTEIN, 1997). Entretanto, nesse contexto, Harry Markowitz, então doutorando da Universidade de Chicago propõe uma mudança no olhar sobre as teorias de portfólio. Segundo Markowitz (1952), o processo de seleção de portfólios deveria ser dividido em dois estágios: o primeiro deles inicia-se com a observação e experiência e termina com as concepções sobre o desempenho futuro dos ativos observados; o segundo estágio começa com as ideias relevantes acerca da performance futura e termina com a escolha da carteira. Prontamente, o autor assume que seu artigo concentra-se, fundamentalmente, no segundo estágio.

Segundo Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002), a teoria de seleção de portfólio, sobretudo as proposições lançadas por Markowitz (1952), apresenta-se como uma teoria normativa. De acordo com os autores, “*a normative theory is one that describes a standard or norm of behavior that investors should pursue in constructing portfolio*”¹ (FABOZZI, GUPTA; MARKOWITZ, p. 7, 2002).

Um importante tema dentro não apenas das teorias de seleção de portfólio, mas nas finanças, de uma forma geral, é a questão da diversificação dos investimentos. Existe um jargão que concebe que nunca se deve pôr todos os ovos dentro de uma mesma

¹ Uma teoria normativa é aquela que descreve uma norma padrão de comportamento que o investidor poderia possuir na construção do portfólio (TRADUÇÃO DO AUTOR)

cesta, pois, caso a cesta se perca, todos os ovos irão junto com ela. Num raciocínio semelhante está apoiada a concepção de diversificação em finanças, e não diferente, na moderna teoria de portfólio.

MPT [Modern Portfolio Theory] quantified the concept of diversification, or “undiversification,” by introducing the statistical notion of a covariance, or correlation. In essence, the adage means that putting all your money in investments that may all go broke at the same time, i.e., whose returns are highly correlated, is not a very prudent investment strategy – no matter how small the chance is that any one single investment will go broke. This is because if any one single investment goes broke, it is very likely due to its high correlation with the other investments, that the other investments are also going to go broke, leading to the entire portfolio going broke (FABOZZI, GUPTA; MARKOWITZ, p. 8, 2002).²

Como explica Tambosi Filho e Silva (2000), uma contribuição fundamental da obra de Markowitz foi tornar mais operacional o conceito de risco e combiná-lo, na análise econômica, com o Teorema da Utilidade Esperada, formulada por Von Neumann e Morgensten (1947). De fato, a proposta de Markowitz estabelece uma estratégia de investimento que busca maximizar o retorno para um determinado risco admitido, ou o contrário, minimizar o risco para um retorno pré-estabelecido. Esse modelo é conhecido como “média-variância” e “parte do princípio que, para o investidor, o retorno esperado e a volatilidade dos prováveis retornos são aspectos cruciais na definição do portfólio ótimo” (MARQUES, 2007, p. 10).

Segundo Bernstein (1997), o objetivo de Markowitz foi utilizar a noção de risco para compor carteiras para investidores que considerem o retorno esperado algo desejável e a variância do retorno algo indesejável. Em concordância a essa posição, Zaninni e Figueiredo (2005) ressaltam a posição contrária do modelo sugerido por Markowitz ao pensamento dominante à época, que preconizava que a melhor situação para a alocação de recursos era a concentração dos investimentos em ativos que

² MTP [Moderna Teoria de Portfólio] quantifica a concepção de diversificação, ou “não-diversificação”, através da introdução da noção estatística de covariância, ou correlação. Em essência, o adágio significa que colocando todo o seu dinheiro em investimentos que podem quebrar num mesmo momento, por exemplo, cujos retornos são altamente correlacionados, não é uma estratégia de investimento muito prudente – não importa quão pequena seja a chance de um único investimento venha a quebrar. Isto porque se algum investimento falir, é muito provável que, por conta de sua alta correlação com outros investimentos, os outros investimentos venham a seguir a mesma trajetória, conduzindo todo o portfólio à falência (TRADUÇÃO DO AUTOR)

oferecessem os maiores retornos esperados. Markowitz demonstrou que seria possível obter combinações mais eficientes de alocação de recursos, com uma melhor relação entre o retorno esperado e o risco incorrido, baseado na correlação imperfeita entre os retornos dos ativos.

De acordo com Markowitz (1952), o objetivo da análise do portfólio é encontrar as carteiras que melhor convêm aos objetivos do investidor. Em seu artigo, o autor rejeita a hipótese de que o investidor busca maximizar a taxa de retorno de seu investimento, mostrando que ela não serve para explicar a razão pela qual os investidores diversificam suas carteiras e que, caso o investidor considere tanto o retorno esperado quanto a sua variância, é possível elaborar-se um modelo que seja capaz de explicar a diversificação, bem como um processo decisório para a seleção de carteiras ótimas, segundo as preferências de cada investidor.

As premissas nas quais Markowitz se apoiou para a fundamentação de seu artigo, sinteticamente, são apresentadas por Guerrard Jr. (2010):

- i. Os investidores avaliam as carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos sobre o horizonte de tempo de um período;
- ii. Os investidores são avessos ao risco. Se instados a escolher entre duas carteiras de mesmo retorno, sempre escolhem a de menor risco;
- iii. Os investidores estão sempre insatisfeitos em termos de retorno. Confrontados a escolher entre duas carteiras de mesmo risco, sempre escolhem a de maior retorno;
- iv. Seria possível dividir continuamente os ativos, ou seja, ao investidor seria permitido comprar mesmo frações de ações;
- v. Todos os impostos e custos de transação são considerados irrelevantes;
- vi. Todos os investidores estão de acordo em relação à distribuição de probabilidades das taxas de retorno dos ativos. Isto significa que somente existiria um único conjunto de carteiras eficientes.

A partir das premissas expostas, Markowitz (1952) discute alguns pontos fundamentais na Moderna Teoria de Portfólio (MTP). Percebe-se a preocupação do autor em estabelecer uma linha evolutiva em seu raciocínio, visto que o autor assume a relação

entre o retorno dos títulos isolados e o retorno de uma carteira compostas por esses ativos. Assim como a relação entre os desvios-padrão dos retornos de ativos individuais, as correlações entre esses títulos e o risco do portfólio, cada uma dessas variáveis é tratada sistematicamente, inicialmente são considerados dois ativos e posteriormente abrangendo para vários ativos.

Os trabalhos de Markowitz (1952, 1959) influenciaram boa parte dos trabalhos futuros dedicados à seleção de carteiras e precificação de ativos, a exemplo de Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966), Ross (1976), Roll e Ross (1980), Fama (1970, 1991) e Brown (2011). Além de considerar a covariância do preço das ações e o nível global do mercado para determinar o preço do ativo num momento futuro, Sharpe (1964) considerou, no desenvolvimento do *Capital Asset Pricing Model*, como pressuposto fundamental a diversificação, assim como Markowitz (1952, 1959).

Nas sessões a seguir serão apresentados com maior grau de detalhamento os elementos matemáticos e descritivos do modelo de média-variância e suas extensões.

2.1.1 O Retorno Financeiro como uma variável aleatória

Cabe ressaltar que, à luz da MTP, o retorno esperado de uma carteira é dado como uma variável aleatória, ou seja, incapaz de ser efetivamente reconhecido até sua observação (BODIE; MERTON, 2001; HEIJ et al., 2004). Essa característica expõe a incorporação da ideia de incerteza sobre os retornos. Obviamente, o fato dos retornos serem incertos não invalida o processo de análise do portfólio, no entanto exige o devido preparo e cuidado para que as decisões de investimento considerem as potencialidades e fraquezas dos ativos selecionados, podendo, dessa forma, formular a melhor confecção, análise e administração dos portfólios (SECURATO, 1997). Essa ideia pode ser evidenciada no excerto a seguir:

The existence of uncertainty does not mean that careful security analyses are valueless. The security analyst may be expected to arrive at reasonable opinions to the effect that: return (including capital gains and dividends) on security A is less uncertain than that on security B; the return on security C is more closely connected to the course of the general market than that of security F; only if the demand of their industry's product continues to expand (as it is likely, but not certain to do) will return on securities G and H be satisfactory (MARKOWITZ, p.4, 1959).³

³ A existência de incerteza não significa que a análise cuidadosa do título não têm valor. Espera-se do analista do título opiniões razoáveis acerca de: o retorno (incluindo ganhos de capital e dividendos) do título A é menos incerto que o do título B; o retorno do título C está mais proximamente conectado ao curso geral

O retorno financeiro de um ativo pode ser entendido como a soma de ganhos ou perdas acumulados de um ativo num determinado período de tempo. Em outras palavras, o investidor emprega capital num determinado momento, visando obter num momento futuro a maximização de sua riqueza (BRUNI, 1998).

Segundo Heij (2004) uma variável aleatória (doravante v.a.) é aquela cujo valor é desconhecido até sua observação efetivamente. Os valores de uma v.a são resultados de experimento e não podem ser preditos com exatidão. Dentro da literatura existem variáveis aleatórias de experimentos não controlados que se classificam entre discretas e contínuas. A primeira delas só pode tomar um número finito de valores, os quais podem ser contados utilizando os números inteiros positivos. As variáveis aleatórias contínuas, em contrapartida, podem assumir qualquer valor real, não apenas o universo dos números inteiros, em um intervalo de números reais. De fato os retornos de um ativo financeiro são desconhecidos até o momento em que é efetivamente observado e podem assumir um número infinito de valores. Dessa forma, podemos encarar o retorno de um ativo como uma variável aleatória contínua.

Quando os valores de uma v.a, estendendo-se essa ideia também ao retorno de ativos, são listados juntamente com suas possibilidades de ocorrência, o resultado obtido é uma função probabilidade ou uma *função densidade de probabilidade* (HILL; GRIFFITHS; JUDGE, 2006). Nesse sentido, a função densidade de probabilidade distribui o total de 1 unidade de probabilidade para todo o conjunto de valores os quais uma variável aleatória pode assumir. A formalização matemática do *retorno esperado* das carteiras, conforme o modelo de média variância estão expostos na sessão 3.5 desta dissertação.

Com base no exposto, o investidor necessita definir os critérios com os quais irá se valer para escolher entre um melhor ou pior portfólio. Na verdade, tais critérios são completamente subjetivos, pois enquanto um investidor preocupa-se com um determinado fator (por exemplo, impostos), outro agente pode estar atento à relação entre o retorno da carteira e o custo de vida. Entretanto, existem, pelo menos, dois objetivos comuns a todos os investidores, a saber: i) todos buscam retornos altos,

do mercado que o título F; apenas se a demanda de seus produtos industriais continuarem a expandir (como é provável, mas não com certeza) o retorno dos títulos G e H serão satisfatórios (TRADUÇÃO DO AUTOR).

independentemente do conceito adotado, é preferível um retorno maior a um menor; *ii*) os retornos devem ser os mais estáveis possíveis, isto é, sujeitos a menos incerteza possível, de outro modo, é preferível a certeza à incerteza (MARKOWITZ, 1952).

2.1.2 Risco e Incerteza

Antes, é necessário delimitar dois conceitos importantes: o de risco e o de incerteza. De fato, as discussões acerca do risco e da incerteza não são recentes e possivelmente tenham suas raízes nas primeiras décadas do século passado, com Frank Knight. Conforme proposto por Knight (1967) e reforçado por Miller (1977) e Guerron-Quintana (2012), o risco é verificado quando o futuro não é inteiramente conhecido, mas a distribuição de probabilidade de possibilidades futuras é conhecida. A incerteza, alternativamente, ocorre quando a distribuição de probabilidade é, ela mesma, desconhecida. Assim, toda vez que a incerteza associada à verificação de determinado evento possa ser quantificada por meio de uma distribuição de probabilidade dos diversos resultados previstos, diz-se que a decisão está sendo tomada sob uma situação de risco.

Para Damodaran (2006), o risco pode ser agrupado em duas categorias: as específicas da empresa e as de todo o mercado. O risco que surge de medidas específicas da empresa podem ser classificados conforme alguns critérios: existe o risco de que uma empresa possa ter julgado mal a demanda de seus clientes por um bem ou serviço, a esse risco denomina-se *risco de projeto*; há o risco originado de os concorrentes provando ser mais fortes ou mais fracos do que previsto, chama-se esse risco de *risco competitivo*; verifica-se ainda o risco que pode afetar todo um setor, mas restrito ao setor específico, a este risco chama-se *risco de setor*. O que é comum aos três tipos de riscos apresentados – de projeto, competitivo e de setor – é que em ambos apenas um grupo pequeno de empresas é afetado.

Existe outro tipo de risco, mais difuso, que afeta muitos, quando não todos, os investimentos. A esse risco denomina-se *risco de mercado*. Por exemplo, quando as taxas de juros aumentam, boa parte dos investimentos são afetados negativamente, embora em diferentes graus (DAMODARAN, 2006).

A preocupação dos estudos em finanças é com o risco e não com a incerteza, nos termos já tratados, afinal apenas o risco pode ser mensurado, avaliado e ter um acompanhamento quantitativo. Em verdade, muitas são as formas propostas para mensurar o risco, dentre as quais Marzano (2004) e Fabozzi *et al.* (2007) destacam: a

variância e o desvio padrão, o *downside risk*, a semivariância, o *Value at Risk* (VaR) e o *Conditonal Value at Risk* (CVaR). A formalização da mensuração do risco das carteiras segundo o modelo de média variância serão apresentados na sessão 3.5 desta dissertação

2.1.3 O Trade-off Risco x Retorno

Retomando as discussões acerca do *trade-off* risco-retorno, ressalta-se a proposição de Steinbach (2001), segundo a qual deve-se atentar para o fato de que o portfólio com maior probabilidade de retorno não é necessariamente aquele com menor nível de risco. Ao contrário, portfólios que apresentem altas taxas de retorno podem estar expostos a níveis de riscos muito altos. Alternativamente, carteiras com um grau de risco menor podem estar associadas a níveis de retornos abaixo dos desejados. De qualquer forma, ao considerar duas carteiras conjuntamente, ambas com o mesmo nível de risco, os investidores preferirão aquela que apresentar maior retorno. Outrossim, comparando-se duas carteiras com mesmo nível de retorno, os agentes optarão por aquela que apresentar menor nível de risco.

Uma das formas mais usuais, mas não exclusiva, de estimação de risco e retorno esperados dos ativos é utilizar dados passados. Numa série histórica, pode-se apenas presumir o retorno futuro dos ativos e da carteira. O chamado retorno esperado é resultado da *esperança matemática* dos retornos observados. Na referida análise, os retornos dos ativos apresentam a mesma probabilidade de ocorrência, isto é, são *equiprováveis*, portanto o valor esperado dos títulos é igual à média dos retornos observados. O retorno esperado da carteira, portanto, é dado pela média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a integram (BODIE; MERTON, 2001).

Refletindo sobre o processo de análise das séries históricas dos retornos, Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002) argumentam que

“to obtain estimates of returns and volatilities and correlations, they [the investors] generally start with the historical performance (...) these estimates are used as inputs in the mean-variance optimization which results in an efficient frontier. Then, using some criterion, (...) they pick an optimal portfolio” (FABOZZI, GUPTA; MARKOWITZ p. 9, 2002)⁴.

⁴ Para obter estimativas de retornos e volatilidades e correlações, eles [os investidores] geralmente iniciam com o desempenho histórico (...) essas estimativas são usadas como *inputs* na otimização de média-variância a qual resulta numa fronteira eficiente. Assim, usando alguns critérios (...) chega-se ao portfólio ótimo (TRADUÇÃO DO AUTOR).

Uma das formas de calcular o risco de um portfólio formado pelos títulos A e B é expresso através da variância dos retornos, ou seu desvio padrão (que nada mais é do que a raiz quadrada da variância). A variância da carteira é encontrada pela esperança matemática dos quadrados dos desvios dos retornos observados em torno do seu retorno esperado. Adicionalmente, tem-se que o risco de uma carteira composta por dois ativos depende de seus riscos individuais (expressos por suas variâncias), assim como do grau de associabilidade entre os retornos dos títulos (expressa pela covariância). Quanto maior a associabilidade entre os títulos, portanto quão maior sua covariância, maior o risco da carteira.

Usualmente, utiliza-se a *desvio padrão* como medida de risco de um ativo. Fato este justificado por conta da variância ser medida em quadrados, tornando-a um número grande e de difícil manejo. Além, é claro, de os retornos obtidos ao se investir em um título não serem calculados em termos quadráticos. O desvio padrão é representado pela raiz quadrada da variância, nesse sentido, uma nova relação para o risco da carteira é proposta, dessa vez considerando o desvio padrão dos títulos, e não sua variância (MOURA, 2009). O mesmo raciocínio aplicado a dois ativos pode ser estendido pra uma carteira composta por n ativos

De acordo Markowitz (1952), o risco da carteira não depende apenas da volatilidade dos ativos que compõem o portfólio ponderados por seus pesos individuais, mas também depende da covariância entre os pares de ativos. Nesse sentido, o processo de diversificação em um cenário em que há a possibilidade de se investir em muitos ativos, é reduzir ao máximo o risco do portfólio conforme mais títulos são incluídos na carteira. É sabido que, na prática, os preços das ações se movimentam juntos, e a maior ou menor força é expressa pela covariância. Quanto mais correlacionados os pares de ativos, mais exposta às variações do mercado a carteira estará, portanto, maior o risco incorrido (MOURA, 2009). Quanto mais ativos incorporados ao portfólio menor será o risco até o ponto em que a incorporação adicional de ativos não representará redução do risco.

De maneira alternativa, existe um risco que não se pode evitar, independente do quanto se diversifique a carteira. Esse risco é chamado risco não diversificável, sistemático, residual, ou risco de mercado do portfólio. Este risco não pode ser eliminado, pois está associado às correlações entre as ações do mercado: a existência de

associabilidade entre ativos limita os benefícios de diversificação (BODIE; MERTON, 2001).

À medida que mais ativos são adquiridos, a variância da carteira é sensivelmente reduzida. No entanto, quando o número de títulos é muito grande, o risco passa a se reduzir cada vez menos, tendendo assintoticamente para a covariância média. Nessa situação, de qualquer forma, a inclusão de um novo ativo acaba reduzindo o risco da carteira, mesmo que sutilmente. Dessa forma, tudo leva a crer que o processo de diversificação nunca necessitaria terminar, a fim de reduzir ao máximo a variância do portfólio em direção ao risco residual (BODIE; MERTON, 2001). Em relação a essa busca infundável pela diversificação, Oda, Chára e Senger (1998, p. 2) defendem que:

a utilização de um número maior de ativos normalmente acarreta custos de transação e operação maiores, pois, além de ser mais barato negociar lotes maiores da mesma ação, os custos de análise, seleção e custódia e títulos são maiores quanto maior o número de papéis diferentes.

Isto é, se não houvesse despesas com corretagem e outros custos de transação, um investidor poderia reduzir ao máximo o seu risco confeccionando uma carteira com todos os ativos existentes no mercado. Obviamente, esta condição foge à realidade, porquanto os altos custos gerados inviabilizariam a formação de tal carteira. Diversos estudos apresentam evidências de que o risco de uma carteira bem diversificada é função apenas do risco sistemático dos ativos que a integram. Para o investidor que monta uma carteira ampla de ativos, o risco diversificável não é relevante: ao adicionar um título ao seu portfólio, o investidor deve atentar para o risco que não pode ser eliminado pelo processo de diversificação. Este é o risco sistemático, não diversificável, que está associado à contribuição das covariâncias ao risco do portfólio como um todo (GRINBLAT; TITMAN, 2002).

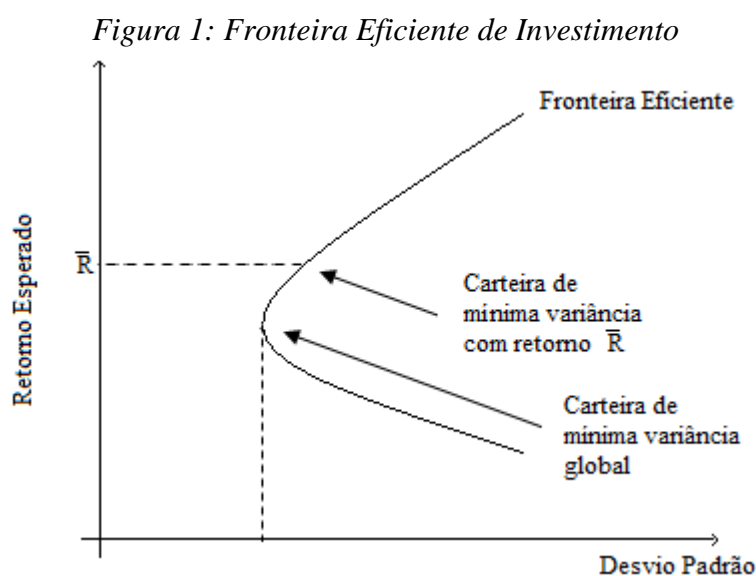
2.1.4 A Fronteira Eficiente

Segundo apresentado por Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002),

The theory dictates that given estimates of the returns, volatilities, and correlations of a set of investments and constraints on investment choices (for example, maximum exposures and turnover constraints), it is possible to perform an optimization that results in the risk/return or mean-variance efficient frontier. This frontier is efficient because underlying every point on this frontier is a portfolio that results in the greatest possible expected return for that level of risk or results

in the smallest possible risk for that level of expected return. The portfolios that lie on the frontier make up the set of efficient portfolios (FABOZZI; GUPTA; MARKOWITZ, p. 9, 2002).⁵

De acordo com o excerto supra apresentado, considerando-se n ativos, as diversas combinações de carteiras possíveis resultariam em um compacto, determinado por uma hipérbole. Dessa forma, tem-se um conjunto de pontos otimizados na relação risco e retorno, denominado fronteira eficiente expresso em Figura 1:

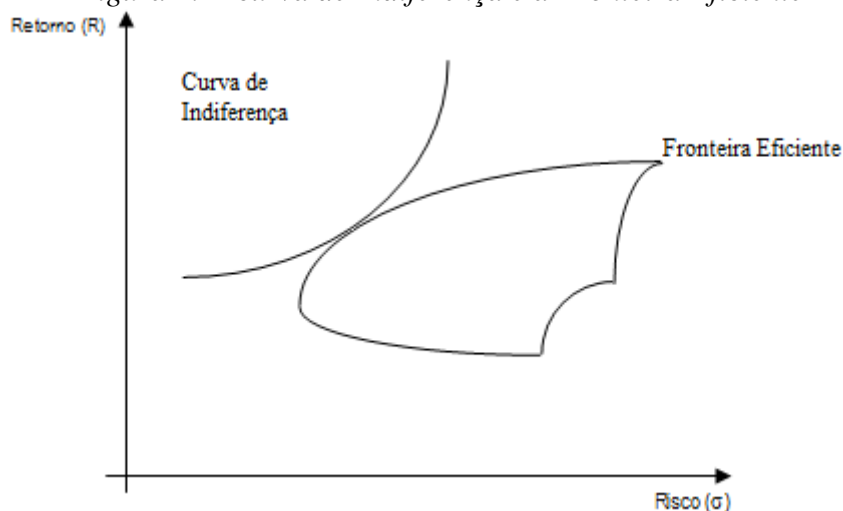


Fonte: adaptado de BRUNI; FAMÁ (1998)

De todos os portfólios situados a fronteira eficiente, aquele efetivamente escolhido pelo investidor dependerá de alguns critérios previamente estabelecidos. O critério da maximização da utilidade quadrática parece aplicar-se nessa circunstância. Ao sobrepor o mapa das curvas de indiferença de um determinado agente sobre a fronteira eficiente, a curva que tangencia a fronteira determina o portfólio que melhor atende às necessidades (FABOZZI; GUPTA; MARKOWITZ, 2002).

⁵ A teoria preconiza que dadas estimativas de retornos, volatilidades, e correlações de um conjunto de investimentos e restrições às escolhas do investimento (por exemplo, máxima exposição e restrição a *turnover*), é possível realizar uma otimização que resulte na fronteira eficiente de média variância. Esta fronteira é eficiente porque todos os pontos ao longo da fronteira representam um portfólio resultante do melhor retorno esperado possível para um determinado nível de risco, ou num menor nível possível de risco para um nível de retorno esperado. As carteiras que estão na fronteira fazem parte do conjunto de carteiras eficientes (TRADUÇÃO DO AUTOR).

Figura 2: A curva de Indiferença e a Fronteira Eficiente



Fonte: adaptado de BRUNI; FAMÁ (1998)

A carteira ótima não é necessariamente aquela de menor variância ou a de maior retorno. Os agentes racionais irão sempre diversificar o portfólio, porém a combinação exata entre ativos dependerá da aversão ao risco do investidor individual (CARVALHO, 2007), isto é, o investidor pode aceitar arcar com um risco mais elevado a fim de que, em troca, obtenha um crescimento mais que proporcional do retorno.

Ademais, deve-se atentar que a obtenção da fronteira eficiente, em qualquer caso, independe do comportamento do investidor. A fronteira é obtida tão somente a partir da aplicação do princípio da dominância, que se utiliza dos retornos esperados e dos desvios-padrão dos títulos considerados, algo que não pode ser modificado pelo investidor. Já a solução final do problema, a carteira selecionada dentre todas aquelas do conjunto eficiente, esta sim depende da subjetividade do investidor. O princípio de maximização da utilidade, portanto, é um dos critérios que podem ser utilizados para se definir o portfólio a ser escolhido (MOURA, 2009).

2.2 A Hipótese de Eficiência de Mercado e a Gestão Ativa de Portfólios

As premissas lançadas por Markowitz (1952, 1959), como já mencionado, fomentaram a produção científica de outros pesquisadores com vistas a gestão de ativos e o comportamento dos mercados financeiros. Nesta sessão será tratada, a priori, uma das mais importantes extensões da obra de Markowitz, o estudo da eficiência dos mercados.

Possivelmente, a obra de maior relevância acerca dos estudos de eficiência seja a de Fama (1970), intitulado *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, publicado originalmente no *Journal of Finance*. No entanto, o embrião para o artigo de 1970 foi outro artigo, do mesmo autor, publicado em 1965, o *The behavior of stock-market prices*. Neste, Fama (1965) apresenta a teoria do passeio aleatório, a qual expõe que o caminho futuro do nível de preço de um título não é mais previsível do que o caminho de uma série de números aleatórios acumulados. Isto é, mudanças nas séries de preços não possuem memória, ou, em outros termos, o passado não pode ser usado para prever o futuro de forma sistemática.

Em complementaridade às proposições do passeio aleatório, são propostos os estudos de eficiência do mercado. Fama (1970) considera, sob a hipótese de um mercado eficiente, que nos preços de mercado dos ativos estão totalmente refletidas as informações válidas a respeito dos mesmos e independentemente do modelo utilizado na precificação do ativo e na determinação das expectativas de retorno, as informações relevantes são totalmente utilizadas na determinação das expectativas de retorno no equilíbrio.

A aceção de mercados eficientes pode ser entendida, de acordo com Copeland et al. (2005, *apud* MATOS, 2013, p. 22), com base em seu contraste com as condições necessárias aos mercados de capitais perfeitos, listadas a seguir:

- i. Mercados financeiros não possuem fricção. Isto é, na ausência de custos de transação, todos os ativos são perfeitamente divisíveis e negociáveis (lotes fracionários). Além disso, não há regulação restritiva às vendas a descoberto.
- ii. O mercado de títulos apresenta um cenário de competição perfeita. Logo, nenhum agente conseguiria estabelecer, individualmente, o preço de negociação de um ativo. Dessa forma, o mercado de título é composto, essencialmente, por tomadores de preços (atomicidade dos ofertantes e demandantes).
- iii. Existe eficiência informacional nos mercados financeiros. Assim, não existem custos para a informação existente, e ela é simultaneamente disponível a todos os indivíduos.
- iv. Os indivíduos são racionais e maximizam as suas utilidades esperadas

Outra importante questão para o equilíbrio de mercado é a homogeneidade das expectativas dos agentes. A fim de que se observe o referido equilíbrio seria

necessário que os participantes do mercado concordassem em relação às implicações da disponibilidade de informações tanto para os preços vigentes quanto para as distribuições de probabilidade dos preços futuros dos ativos (FAMA; MILLER, 1972)

Determinar se um mercado é eficiente ou não é uma questão crítica para a avaliação de investimentos. Se os mercados tiverem um alto grau de eficiência, o preço de mercado de um título incorpora as informações correntes adequadamente, e é a melhor estimativa de seu valor intrínseco. O processo de avaliação serve apenas para justificar o preço. Se os mercados tiverem um baixo grau de eficiência, o preço de mercado pode se distanciar do valor intrínseco, e o processo de avaliação serve para estimar um valor razoável para o ativo. Nesse caso, investidores que realizarem avaliações bem feitas têm possibilidade de obter retornos superiores a outros investidores, pois serão capazes de encontrar títulos mal precificados (MINARDI, 2004).

A diferença entre mercados perfeitos e mercados eficientes pode ser compreendida com base no relaxamento de alguns dos pressupostos citados, mas mantendo-se a premissa de que a realização de transações produz, com foco nos preços, sinais eficientes quanto à alocação de capitais. De acordo com Fama (1970), esses pressupostos são suficientes para a caracterização de mercados eficientes, mas não estritamente necessários. A existência de fricções no mercado, embora não seja aceitável em mercados perfeitos, é um fator presente em mercados eficientes. Os preços de ativos são capazes de refletir completamente as informações disponíveis mesmo, por exemplo, diante da existência de custos de transação, como impostos ou taxas de corretagem (FAMA, 1970; COPELAND et al., 2005*apud* MATOS, 2013, p. 23).

Outra possibilidade refere-se à existência simultânea de mercados de capitais eficientes e de mercados de produtos com competição imperfeita. Conforme Copeland et al. (2005, *apud* MATOS, 213), se uma empresa é monopolista em sua atividade produtiva, um mercado de capitais eficiente pode determinar o preço de seu ativo, de forma a refletir completamente o valor presente dos fluxos esperados do lucro, mesmo com a condição de monopólio ou mesmo com outras formas de ineficiência produtiva. Outra premissa diz respeito à eficiência operacional dos mercados financeiros, os quais tendem a ser eficientes quando seus intermediários canalizam os fundos dos poupadores para os investidores ao menor custo possível de forma que seja capaz de prover aos intermediários uma justa remuneração pelos seus serviços.

A Hipótese de Eficiência de Mercado apresenta-se sob três formas diferentes: fraca, semiforte e forte (FAMA, 1970). A forma fraca da HEM afirma que os preços das ações refletem todas as informações que podem ser obtidas examinando-se dados de negociações passadas, tais como preços passados, volume de negociação ou taxas de retorno. Baseia-se na ideia de que se tais dados transmitissem sinais confiáveis sobre desempenho futuro, todos os investidores aprenderiam a explorá-los, e esses sinais perderiam valor, pois seriam instantaneamente incorporados aos preços dos títulos. Consequentemente, os preços das ações teriam um comportamento aleatório ou *random walk*, e a correlação entre retornos correntes e retornos passados seria zero.

A forma semiforte da HEM afirma que todas as informações publicamente disponíveis estão refletidas no preço. Essas informações incluem dados fundamentalistas como linhas de produtos, qualidade dos executivos, informações contábeis, patentes e projeções de lucro, além dos dados de negociação passada. Essa forma engloba a forma fraca, mas tem implicações para a análise fundamentalista. Prevê que todos os gastos com informação estão fadados ao fracasso na tarefa de encontrar títulos mal precificados. A forma forte da HEM afirma que os preços das ações refletem todas as informações disponíveis, tanto públicas como confidenciais (FAMA, 1970).

Alguns estudos dedicaram-se à investigação da Hipótese de Eficiência de Mercado. Muitos deles indicam algum grau de ineficiência nos mercados: Fama e French (1988) encontraram correlação serial negativa em retornos de mercados em intervalos de três a cinco anos; Lo e MacKinley (1988) encontraram correlação serial positiva em retornos semanais; French e Roll (1986) documentaram correlação serial negativa em retornos diários; Jegadeesh (1990) investigou retornos mensais individuais, identificando correlações seriais negativas de primeira ordem e correlações seriais positivas de ordens mais elevadas. Esses estudos convergem para uma conclusão em comum: há evidências de que é possível, até certo grau, prever o retorno futuro de ações, baseado em seus retornos passados.

A exemplo de Lo e MacKinley (1988), Fama e French (1988), Lo e MacKinley (1988) e Jegadeesh (1990), os quais investigaram a Hipótese no mercado dos Estados Unidos, Minardi (2004) realizou um estudo aplicado ao caso brasileiro. Para tanto, a autora buscou verificar se uma estratégia de negociação baseada em preços passados resultaria em ganhos econômicos significativos acima do mercado. Esta é uma maneira indireta de testar se os preços das ações se comportam de acordo com o *random*

walk. Se a correlação entre retornos passados e futuros é zero, tal estratégia não poderia resultar em ganhos consistentemente superiores ao mercado. Os resultados do referido trabalho evidenciam que existe alguma previsibilidade em dados de preços passados no mercado brasileiro – o que é contrário à hipótese do *random walk*. Nesse sentido há razões para acreditar, com bases nas evidências encontradas de que existe no mercado, seja ele brasileiro ou americano, algum grau de ineficiência, ou seja, uma estratégia ativa de investimentos pode ser superior a outra passiva.

Outros estudos são dedicados à análise de eficiência dos índices de mercado brasileiros. Barbosa e Medeiros (2007) objetivaram analisar o comportamento do mercado acionário brasileiro entre 2001 e 2005, a fim de verificar a existência de eficiência de mercado após a ocorrência de choques, sejam eles favoráveis ou desfavoráveis. Isto é, verificar os efeitos nos retornos dos índices depois de notícias favoráveis e desfavoráveis. Para tanto, procederam estudos de eventos, em que a taxa de retorno do Ibovespa (variável dependente) foi regredida contra o retorno do Dow Jones (variável independente). Na ocasião os autores observaram evidências de que o mercado brasileiro apresenta indícios de *overreaction* tanto para eventos positivos quanto para negativos, rejeitando a hipótese de eficiência no período analisado.

Hagler e Brito (2006) propuseram analisar não apenas a eficiência do índice Ibovespa, mas também do IBX 50 e do FGV 100, usualmente utilizados como referencial para fundos passivos. Os autores baseiam-se na metodologia proposta por Gibbons, Ross, Shanken (1989) e Shanken (1987), implementando o teste de Wald por eles proposto para examinar a eficiência dos índices, tendo em vista, respectivamente, as versões Sharpe-Lintner e Black do CAPM. Rejeitou-se a eficiência de todos os índices em ambas as versões do CAPM analisadas.

Existem ainda estudos que testaram a eficiência de mercado e das carteiras de mercado, em diferentes circunstâncias e sob variados pressupostos, a exemplo de Nakamura (2000), Levy e Roll (2010).

2.3 Algumas reflexões sobre a MTP e alternativas ao modelo de Média Variância

Não obstante as contribuições da obra de Markowitz, a MTP sofre algumas críticas, como em Jobson e Korkie (1981), Michaud (1989, 1998), King Jr. e Young (1994), Guerard Jr (2010) e Fabozzi *et al.* (2007). Algumas delas são expostas a seguir:

- i. A aplicação do modelo requer três entradas: retornos esperados dos ativos candidatos, correlação entre os retornos destes ativos e respectivas variâncias. Tais entradas são geralmente estimadas a partir dos dados históricos. Entretanto, têm-se verificado que os portfólios ótimos obtidos via modelo média-variância são muito instáveis, isto é, pequenas variações nos dados de entrada podem resultar em portfólios completamente diferentes;
- ii. Em situações reais, geralmente outros aspectos devem ser considerados na formulação do problema, como por exemplo, limitação do número de ativos a compor o portfólio, ou eliminação da possibilidade de pequena alocação de capital em alguns ativos. Tais aspectos resultam na adição de variáveis inteiras na formulação do problema, o que faz com que o modelo média-variância requeira a solução de problemas de programação quadrática inteira, cuja solução é bastante complexa;
- iii. A variância pode não ser adequada para medir o risco do portfólio, pois ela penaliza tanto desvios positivos quanto desvios negativos em relação à média. Variabilidade dos retornos, quando positivos, não devem ser penalizados, pois investidores se preocupam com baixos rendimentos do portfólio, e não com os altos.

Freitas (2009) argumenta acerca dos vários modelos clássicos de otimização de carteiras, principalmente o modelo de média-variância, que são:

muito sensíveis em relação à definição de parâmetros que só podem ser estimados no momento da tomada de decisão, com destaque para a utilização do retorno esperado para os ativos em modelos de média-variância, que podem oscilar devido a uma infinidade de fatores muitas vezes aleatórios. Em função disto, surgiu a demanda por estudar o impacto das incertezas dos parâmetros nos modelos de seleção de portfólio e maneiras de melhorá-los (FREITAS, p. 15, 2009)

Michaud (1989) afirma que o modelo de média variância é pouco aplicado na prática. Segundo o autor, a baixa aceitação do modelo de média variância, tal como proposto por Markowitz (1952), se dá pelo fato de a percepção dos investidores de que o benefício real proporcionado pelo método não justifica o esforço necessário para sua implementação. Além disso, ressalta-se a resistência às mudanças por parte dos investidores.

Black e Litterman (1991) apontam que a inconsistência entre os pesos intuídos pelos investidores em uma diversificação adequada e os pesos resultantes dos modelos de alocação de ativos calculados pelo método de média-variância é uma das maiores barreiras para sua implementação.

Salientadas as críticas ao modelo de média variância, tal qual proposto por seu idealizador, Markowitz (1952, 1959), muitas são as extensões e propostas de alternativas à obra original. A seguir serão abordados alguns trabalhos apresentados como extensões da obra de Markowitz e, de alguma maneira, alternativas à mesma.

Possivelmente, uma das obras de maior relevância na Moderna Teoria de Finanças é o artigo *Capital Asset Prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*, escrito em 1964 por William Sharpe e publicado no *The Journal of Finance*. A proposta de Sharpe (1964, p. 425) indica que, em equilíbrio, o preço dos ativos estão ajustados ao investidor, caso este siga procedimentos racionais (diversificação, principalmente).

Deve-se ressaltar que à época de publicação (metade da década de 1960) não havia nenhuma teoria que descrevesse a maneira pela qual o preço do risco resultasse da influência básica das preferências investidor, dos atributos físicos dos ativos de capital, etc. O autor ainda ressalta a dificuldade de encontrar um significado real para a relação entre o preço de um único ativo e seu risco. Sharpe (1964) revela que os autores contemporâneos à sua época usam praticamente o mesmo modelo de comportamento de investidores, no entanto nenhum tentou estendê-lo à construção uma teoria de equilíbrio de mercado dos preços dos ativos em condições de risco. Nesse sentido, o autor se dispõe a mostrar que essa prorrogação fornece uma teoria com implicações coerentes com as afirmações da teoria financeira tradicional. Além disso, lança luz sobre a relação entre o preço de um ativo e os vários componentes de seu risco global. Por estas razões, merece consideração como um modelo de determinação de preços de ativos de capital.

Também em concordância às proposições de Markowitz, Sharpe admite que tão (ou mais) importante quanto o risco individual dos ativos, a correlação entre eles é fundamental para a composição do risco da carteira. Outra importante contribuição do artigo é a análise do equilíbrio no mercado de capitais. Inicialmente são apresentados dois pressupostos: primeiro, assume-se que há uma taxa de juro pura, à qual todos os investidores são capazes de emprestar ou tomar emprestado em termos iguais; segundo, é assumida a homogeneidade das expectativas dos investidores. O próprio Sharpe admite

que ambos os pressupostos são muito restritos e indubitavelmente irreais, mas mesmo assim as aceita para a condução de seus estudos.

Dado que existe apenas um ponto ótimo para alocação de recurso, o qual otimiza a relação entre risco e retorno, haveria uma corrida entre os investidores para aplicar seus recursos dessa maneira. Essa postura causaria uma pressão nos preços dos ativos, causando uma redução nos seus retornos esperados, gerando uma menor atratividade por eles. Alternativamente, por uma insuficiência de demanda, os preços dos demais ativos tenderiam a cair e seus retornos esperados a crescer. Essa dinâmica constante de preços e expectativas de retorno tendem a linearizar a curva de oportunidade de investimentos. Em síntese, no equilíbrio haveria uma relação linear simples entre o retorno esperado e o desvio padrão dos retornos para uma combinação eficiente de ativos de risco.

A essência do CAPM preconiza que a esperança de retorno de uma carteira é computada através do retorno de um ativo livre de risco, adicionado um prêmio pelo risco, denominado de beta (β), associado ao retorno de uma carteira de mercado. Este modelo é resultante de uma regressão linear simples, portanto considerado um modelo de único fator, em que considera que a sensibilidade da expectativa de retorno é calculada pelo seu beta.

Assim como em qualquer teoria, a obra de Sharpe sofreu algumas críticas. Visto que seu modelo parte de uma premissa de equilíbrio de mercado, torna-se difícil aceitá-lo sabendo que esse equilíbrio não pode ser encontrado ao longo do tempo, mas apenas em análises estáticas. A eficiência do mercado também é outra questão problemática (como já abordado na sessão 2.6 desta dissertação), bem como o poder de barganha dos investidores, posto que nem todos têm o mesmo poder. Pode-se também questionar a racionalidade dos investidores e a penetração das ações do Governo no mercado de capitais.

Após sua publicação, o *Capital Asset Prices* recebeu contribuições de outros autores, tais como Lintner (1965) e Mossin (1966), além de duras críticas. Possivelmente, a crítica mais célebre do modelo lançado por Sharpe seja o *Critique of the asset pricing theory's tests*, escrito por Roll (1977). O autor ataca, de início, uma premissa fundamental do CAPM – apenas o prêmio pelo risco, definido a partir de uma carteira de mercado, é suficiente para estimar a sensibilidade de um ativo frente ao risco sistêmico dos ativos. No entanto, destaca Roll (1977), a identificação do portfólio de mercado consiste a

principal limitação dos testes empíricos do modelo. Roll (1977) conclui que existe apenas uma hipótese do CAPM testável: a eficiência, em média-variância, da carteira de mercado. O autor afirma ainda que a relação linear entre retorno de ativos e beta segue a partir da eficiência de mercado, e os mesmos não são testáveis independentemente.

Ainda conforme a crítica de Roll (1977) percebe-se que quaisquer tamanhos de amostras de ativos poderão estabelecer portfólios eficientes. Para cada amostra, os betas calculados contra cada portfólio serão linearmente independentes relacionados às médias dos retornos de ativos individuais. Ou seja, os betas estimados contra cada portfólio, irão satisfazer a relação linear de forma exata, independente se o verdadeiro portfólio mercado é média variância eficiente. O autor levanta outra questão teórica, defendendo que o CAPM não é testável a menos que a composição exata do verdadeiro portfólio de mercado seja conhecida e utilizada nos testes. Isso representa que a teoria do CAPM não é testável a menos que todos os ativos individuais sejam incluídos na amostra.

Fica claro que a utilização de *proxies* para definir a carteira de mercado está sujeita a, pelo menos, duas dificuldades. A primeira é que, mesmo que a *proxy* seja eficiente em média variância, ela ainda assim, não será o verdadeiro portfólio de mercado. A segunda é que a *proxy* pode ser um portfólio ineficiente, e as inferências podem ser as mais plurais. Outra crítica de Roll (1977) diz respeito à métrica de risco utilizada por Sharpe, o beta. Um dos motivadores dessa crítica é que o beta sempre terá uma relação positiva e significativa com a média individual dos retornos observados caso o índice de mercado seja positivamente inclinado na fronteira eficiente, independentemente da preferência dos agentes em relação ao risco. O segundo motivo é que, havendo dois investidores e cada um escolha uma carteira de mercado diferente, desde que ambas sejam eficientes em média variância, é possível obterem betas diferentes.

Não obstante as críticas direcionadas ao CAPM e ao trabalho de Sharpe (1964), Roll (1977) faz uma revisão de outros trabalhos anteriores ao seu, embora dedicados à mesma temática. Black, Jensen e Scholes (1972), Blume e Friend (1973) e Fama e McBeth (1973) são alguns dos trabalhos referenciados. Nestes, podem ser observadas quatro hipóteses básicas: (i) os investidores assumem como ótimos os portfólios que sejam eficientes em média variância; (ii) o portfólio de mercado é *ex-ante* eficiente; (iii) os investidores podem tomar/emprestar à taxa livre de risco; (iv) o ponto de tangência (entre a fronteira eficiente e a linha de mercado de capitais) é, *ex-ante* o portfólio de mercado para todos os ativos. Roll (1977) argumenta que esses trabalhos

utilizaram uma *proxy* como a verdadeira carteira de mercado e conclui três possibilidades: (i) o modelo Sharpe-Lintner é falso; (ii) os portfólios utilizados por Black, Jensen e Scholes (1972) não foram os verdadeiros portfólios de mercado; (iii) ambos (i) e (ii) estão corretos.

Em verdade, percebe-se com a leitura de Roll (1977) que sua maior crítica recai sobre a hipótese que defende que o ponto de tangência é, *ex-ante*, o portfólio de mercado para todos os ativos, sendo esta hipótese a única testável. Argumenta ainda que os testes sobre essa hipótese não são conclusivos, mas oferecem evidências sobre o verdadeiro portfólio de mercado. Além disso, os testes realizados requerem apenas que o portfólio de mercado esteja na fronteira eficiente.

Em síntese, o trabalho de Roll (1977) traz importantes considerações a um dos principais modelos de precificação de ativos de capital, o CAPM. Seus resultados colocam em dúvida a validade do modelo e, consequentemente, sugerem muito cuidado em suas aplicações nas estratégias de investimentos e de alocação de capital. O cuidado maior proposto no trabalho é com relação à *proxy* utilizada como portfólio de mercado que, para importantes trabalhos foram equivocadamente classificadas como eficientes quando, na verdade, não eram. Em contrapartida, o trabalho apresenta a falta de consenso entre os pesquisadores ao validar ou não o modelo CAPM, especialmente causado pela falta de rigor em avaliar os pressupostos, ou ainda, pela dificuldade ou impossibilidade de testá-lo empiricamente.

O trabalho de Roll (1977) consistiu terreno fértil para o surgimento de outros tantos trabalhos acerca da mesma temática. Além dos estudos já abordados anteriormente acerca da Eficiência de Mercado, cujo trabalho seminal foi proposto por Sharpe (1964) pode-se salientar ainda: Roll e Ross (1980), Fama (1991), Brown (2011), Fama e French (1996), Fama (1998), Lim e Brooks (2011), Ang e Chen (2007), Bollerslev e Zhang (2003), Campbell e Vuoltenaho (2004), Jaganathan e McGratten (1995) e Jaganathan e Wang (1996), dentre outros. No Brasil, recentemente, alguns estudos têm se apresentado como alternativas aos modelos clássicos. A seguir serão apresentados brevemente alguns desses trabalhos.

Santos e Tessari (2012) propuseram um trabalho para examinar a aplicabilidade e o desempenho fora da amostra das estratégias quantitativas de otimização por média-variância e de mínima variância com relação ao desempenho de uma carteira ingênua igualmente ponderada e de uma carteira teórica do índice Ibovespa, bem como

avaliar a estabilidade das composições ótimas por eles obtidas. Os autores utilizaram matrizes de covariâncias estimadas com base em cinco abordagens alternativas a fim de obterem as carteiras ótimas: matriz de covariância amostral, matriz RiskMetrics e utilizando estimadores propostos por Ledoit e Wolf (2003, 2004a,b). Segundo os resultados apresentados pelos autores, tomando como base diferentes frequências de rebalanceamento das carteiras, as medidas de desempenho fora da amostra indicaram que as estratégias quantitativas de otimização proporcionaram resultados estatisticamente significativos em termos de menor volatilidade e desempenho ajustado ao risco superior. Além disso, os autores defendem que o uso de estimadores mais sofisticados para a matriz de covariância gerou carteiras com menor *turnover* ao longo do tempo.

Rêgo (2012) buscou comparar duas metodologias de alocação ótima de ativos para o mercado acionário brasileiro – a metodologia clássica e a metodologia bayesiana. Para tanto, realizou diversos exercícios empíricos de montagem de carteiras de ativos seguindo ambas as metodologias. Os resultados apresentados pelo autor indicaram que as carteiras bayesianas obtiveram superioridade de desempenho, tanto em termos de retorno e de volatilidade, em relação às carteiras clássicas e destas em relação ao Ibovespa. Esta superioridade do método bayesiano, segundo Rêgo (2012) se deu, principalmente por conta da melhor estimação da distribuição das variáveis em comparação ao modelo clássico.

Oliveira (2011) considera um modelo de controle ótimo estocástico sob o critério de média variância para sistemas lineares a tempo discreto sujeitos a saltos markovianos e ruídos multiplicativos sob dois critérios. De início, o autor considerou como critério de desempenho a minimização multiperíodo de uma combinação entre a média e a variância da saída do sistema sem restrições. Em seguida, considerou o critério de minimização multiperíodo da variância da saída do sistema ao longo do tempo com restrições sobre o valor esperado mínimo. O controle ótimo foi escrito como uma realimentação de estado adicionado de um termo constante. Numa aplicação prática da modelagem sugerida, Oliveira (2011) apresentou alguns exemplos numéricos práticos para um problema de seleção de portfólio multiperíodo com mudança de regime, incluindo uma estratégia de *Asset and Liability Management*, a qual apresentou um desempenho do valor esperado ajustado ao risco superior ao modelo que considera a otimização somente no final do horizonte de tempo.

Araújo (2009) tem o foco de seu estudo sobre carteiras compostas por fundos multimercados. O autor defende, ao contrário da proposição de Markowitz, que utiliza como medida de risco a variância dos retornos, a utilização de uma métrica alternativa para o risco das carteiras – o CVar (*conditional value at risk*). Esta mudança, segundo o autor é justificada pelo fato de que a variância é uma medida apenas apropriada para casos em que os retornos são normalmente distribuídos ou em que a função de utilidade dos agentes é quadrática. No entanto, conforme apresentado no trabalho, os retornos dos fundos multimercados brasileiros tendem a não apresentar distribuição normal, portanto, para efetuar a otimização de uma carteira composta por fundos multimercados brasileiro, foi necessário a utilização da métrica alternativa de risco.

Moallami e Mehmet (2011) apresentam considerações sobre o problema de otimização de portfólios dinâmicos que admitem modelos complexos de previsibilidade dos retornos, custos de transação, restrições a negociações e considerações de risco. No entanto, os autores admitem que a determinação de uma política ótima no cenário descrito é quase sempre insolúvel. Ademais, os autores propuseram uma classe de regras para rebalanceamentos lineares, e descreveram um procedimento computacional eficiente para otimizar as estratégias por eles propostas. Com os procedimentos lançados, não foram observados resultados ótimos, mas próximos a eles.

Colombo, Bampi e Camargo (2010) apresentam uma abordagem de gestão de portfólios a partir da análise da correlação das ações contempladas no Ibovespa. Para tanto, utilizaram-se da técnica de análise fatorial com a matriz rotada de correlações, também denominada rotação Varimax, que reduz o número de variáveis que apresentam cargas elevadas sobre o mesmo fator, através da maximização dos quadrados da variância das cargas fatoriais. Os resultados do trabalho indicam que os investimentos na bolsa brasileira estariam concentrados em ações de mesma correlação, indicando que o princípio da diversificação, lançado por Markowitz, não vem sendo observado com a atenção que deveria, tornando o investimento mais arriscado.

Outro campo bastante revisitado, especialmente recentemente, são os trabalhos relacionados aos modelos robustos. Estes serão abordados mais detidamente em sessões posteriores desta dissertação.

2.4 Modelos Robustos de Otimização

As críticas ao modelo de media-variância, tal qual proposto por seu principal expoente, Markowitz (1952, 1959), conduziram à proposição de modelos alternativos. Esses modelos, em grande parte buscam reduzir o esforço computacional necessário à solução do problema quadrático de Markowitz (MARZANO, 2004). Um dos primeiros foi proposto por Sharpe (1971), sugerindo um modelo que utiliza uma aproximação linear por partes da função objetivo quadrática de Markowitz.

Como já apresentado, o termo *robusto*, conforme expõem Martin, Clark e Green (2010) e Fabozzi *et al.* (2007), ganha duas dimensões genéricas: de um lado os modelos que lidam com a forma que as distribuições amostrais se apresentam (distribuições com caudas pesadas, assimétricas, com geração de *outliers*, estimação robusta); alternativamente, *robusto* pode ser empregado para descrever os métodos de modificação da função de utilidade quadrática, assumindo incertezas nas estimativas ou otimização robusta.

Os modelos que se apresentam *robustos*, em ambas as dimensões que o termo pode adquirir, exploram um grande leque de metodologias. Mendes e Leal (2009), por exemplo, realizam um ajuste na matriz de covariâncias empregando uma medida de correlação ajustada pela dependência nas caudas das distribuições obtida por meio de cópulas. Seus resultados indicam que o método obtém melhores resultados que o método clássico de Markowitz apenas em alguns casos, quando a dependência de cauda é fraca ou moderada e não quando é grande, como acontece nas crises.

Michaud (1998) apresentou uma alternativa para o modelo de Markowitz (1952) por meio de reamostragem com a técnica de *bootstrapping*, em que diversas fronteiras eficientes são obtidas por meio de simulação e os pesos das carteiras para níveis selecionados de risco são obtidos dentro dos intervalos de confiança derivados da distribuição de pesos simulada. Entretanto, o modelo proposto encontrou opositores, como expõem Fletcher e Hillier (2001) ao afirmarem que o desempenho de carteiras com pesos calculados pelo método não é superior ao método proposto por Markowitz (1952). Mendes e Leal (2010) utilizam um método de bootstrapping semi-paramétrico que se sai melhor do que o método proposto por Michaud (1998) em simulações. Harvey, Liechty e Liechty (2008) empregam métodos Bayesianos em simulações de alocações de carteiras e concluem que eles também superam os métodos baseados em reamostragem propostos por Michaud (1998).

Konno e Yamazaki (1991) propuseram o modelo de desvio absoluto médio, reconheceram que o uso da semi-variância como medida de risco é mais adequado que o uso da variância, pois a primeira se concentra em reduzir perdas (desvios negativos em relação à média) e a segunda procura eliminar tanto os desvios negativos quanto os positivos.

Comparando o Modelo Desvio Absoluto Médio (MAD) com o de média-variância, Marzano (2004) defende que o MAD não requer a estimação da matriz de covariâncias, além de ser linear, o que faz com que sua solução seja mais rápida e eficiente do que a solução do modelo quadrático de Markowitz. Em última análise, o autor afirma que, pelo fato de o MAD limitar o número de ativos do portfólio, mesmo que o número de ativos candidatos seja muito maior, tal fato poderia implicar um menor custo de transação.

Young (1998) propôs um modelo de otimização de portfólio em que as incertezas com relação aos retornos dos ativos candidatos são representadas de forma discreta através de cenários, e que utiliza como medida de risco o resultado do cenário de pior retorno (abordagem Mini Max). Sua formulação resulta em um problema de programação linear, cujo objetivo é maximizar o retorno associado ao pior cenário, sujeito ao atendimento a um dado nível de retorno esperado.

Uma formulação equivalente, também sugerida por Young (1998), consiste na maximização do retorno esperado do portfólio sujeito ao atendimento a um dado retorno mínimo em todos os cenários. Entretanto, uma crítica associada aos modelos Mini Max é que estes são extremamente conservadores, caracterizados por uma forte aversão aos piores resultados, o que faz com que sua solução possa ser afetada pela presença de valores espúrios no conjunto de dados (MARZANO, 2004).

Um conjunto de metas é definido pelo tomador de decisão. Desvios não requeridos, isto é abaixo dos valores estipulados, em relação às metas estabelecidas são penalizados de modo a se encontrar uma solução satisfatória. O peso atribuído a cada uma das metas é definido de acordo com sua importância relativa, isto é, metas mais importantes recebem pesos maiores. Minimiza-se então a soma destes pesos multiplicados pelos afastamentos das metas. Pesos nulos são atribuídos a desvios que não devem ser penalizados, como, por exemplo, desvios positivos em relação ao retorno esperado do portfólio (MARZANO, 2004).

O objetivo do modelo é definir a composição de um portfólio, dados os valores mínimos aceitáveis de retorno e valores máximos aceitáveis de risco. Riscos maiores e retornos esperados menores que os valores requeridos pelo investidor são penalizados. Desvios negativos de risco e positivos de valor esperado não são penalizados. Nenhuma medida particular de risco é especificada, assume-se apenas que o risco do portfólio é uma combinação linear dos riscos dos ativos que o compõe (MARZANO, 2004).

De acordo com Mendes e Leal (2006), os modelos de otimização robusta podem prover formas de reduzir a sensibilidade dos modelos às variações nos parâmetros incertos. De fato, a otimização robusta também tenta resolver os problemas relativos à incerteza das informações utilizadas nos modelos de otimização, assim como na otimização estocástica, porém, sem que haja necessidade de se conhecer precisamente a distribuição dos parâmetros incertos, levando assim, a problemas de otimização com menor custo computacional. A literatura acadêmica recente tem buscado apresentar soluções para o tratamento de problemas de otimização com parâmetros incertos através de técnicas de otimização robusta. Genericamente essas técnicas buscam encontrar soluções para os problemas de otimização, que forneçam bons resultados para os diferentes valores possíveis de serem assumidos pelos parâmetros incertos. Destacando que nos problemas de otimização robusta são consideradas as incertezas nos parâmetros, ao contrário dos problemas clássicos de otimização (FABOZZI *et al.*, 2007).

Na literatura dedicada à otimização robusta, podem ser destacados, a princípio, dois trabalhos. O primeiro deles foi proposto originalmente por Soyster (1973). De acordo com o autor os parâmetros de valor desconhecido são definidos como pertencentes a um intervalo fechado e simétrico, com centro no valor esperado para o parâmetro incerto. Usualmente, o referido intervalo é denominado “caixa de incertezas”. Quanto maior a amplitude da “caixa de incertezas”, maior é a quantidade de cenários futuros em relação aos quais o modelo se manterá robusto.

O modelo criado por Soyster (1973) possibilita que a contraparte robusta de um modelo de programação linear, continue sendo linear, demandando assim, menor poder computacional para a resolução do problema. Porém, ao definir os intervalos dos parâmetros como uma “caixa de incertezas”, sem que haja nenhuma interação entre os mesmos, o pior cenário possível resultante da solução do problema Mini Max, considera que o pior resultado se concretize ao mesmo tempo para todos os ativos, o que seria muito

improvável. Dessa forma, a abordagem criada por Soyster pode ser aplicada em uma grande quantidade de problemas reais, ao possibilitar que a contraparte robusta se mantenha linear. Entretanto, pode resultar em soluções muito conservadoras, o que levaria a solução robusta a apresentar desempenho muito inferior ao da solução do problema de otimização clássico (FREITAS, 2009).

Outra abordagem aos problemas de otimização robusta foi proposta por Ben-Tal e Nemirovski (1999). Os autores demonstraram que a formulação da contraparte robusta de um problema de otimização depende dos intervalos definidos para os parâmetros incertos, e que a definição dos intervalos sobre a forma de elipses aumenta a interação entre os parâmetros, evitando que a contraparte robusta direcione o problema para um cenário no qual o pior resultado possível se concretize para cada um dos ativos. Faz-se importante ressaltar que as interações elipsoidais não apresentam nenhum tipo de informação probabilística, assim como na abordagem de “caixa de incertezas”.

De acordo com o argumento proposto por Freitas (2009), o modelo definido por Ben-Tal e Nemirovski possibilita uma maior interação entre os parâmetros incertos, porém, ao utilizar intervalos elipsoidais, a contraparte robusta se torna um problema de otimização muito mais complexo de ser implementado do que o modelo proposto por Soyster. O desenvolvimento de contrapartes robustas menos conservadoras é de grande importância para qualquer tomador de decisão, pois existe um prêmio máximo que se está disposto a pagar para reduzir os riscos, representado neste caso, pela incerteza na previsão dos parâmetros. Deve-se destacar, por fim, que a abordagem proposta por Ben-Tal e Nemirovski (1999) aplicada aos problemas de otimização de portfólios demandaria uma grande capacidade computacional, consequentemente uma elevação dos custos de administração do investimento.

Devem ser ressaltadas ainda duas metodologias de otimização robustas que Santos (2010) denominou de modelo robusto tradicional e modelo robusto ajustado. O modelo tradicional refere-se à proposta apresentada por Tütüncü e Koenig (2004) (ver ainda GOLDFARB; IYENGAR, 2003 e GARLAPPI *et al.*, 2007). Segundo esta abordagem, o portfólio robusto é aquele que otimiza a performance do pior cenário em relação a todos os possíveis valores que a média e a matriz de covariância podem assumir. No entanto, os cenários incertos são obtidos através de procedimentos de estimação tradicionais, isto é, no processo de otimização robusta a incerteza não é estocástica (não

é uma variável aleatória), mas determinística e baseada em cenários (limitada e convexa) (SANTOS, 2010).

O modelo robusto ajustado foi introduzido por Ceria e Stubbs (2006) e ficou conhecido também como o *zero net alpha-adjustment to the satandard robust optimization*. Esse ajustamento concebido pelos autores é proposto a fim de considerar uma visão menos pessimista dos retornos esperados. Especificamente, é assumido que há algumas realizações de retornos acima de seus valores esperados, tantas quanto há abaixo desse valor (assim, o nome *zero net alpha-adjustment*). Em outros termos, a proposta apresentada pelos autores considera a suposição de que o ajustamento líquido do retorno esperado será igual a zero (SANTOS, 2010).

3. METODOLOGIA

Nesta sessão serão apresentados os aspectos metodológicos necessários ao desenvolvimento desta dissertação.

3.1 Classificação da pesquisa

De início, cabe classificar esta pesquisa conforme as proposições de Gil (2002), Bertucci (2011) e Lakatos e Marconi (2003) segundo as quais, um trabalho científico pode apresentar classificações quanto a seus objetivos e procedimentos técnicos.

Nesse sentido, este trabalho está sendo desenvolvido como uma pesquisa descritiva, afinal, conforme apresentado por Gil (2002):

“As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis (...) uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados” (GIL, 2002, p. 42).

Algumas pesquisas descritivas, inclui-se esta dissertação, vão além da simples identificação da existência de relação entre variáveis e, expõe Lakatos e Marconi (2003), pretendem determinar a natureza dessa relação. Nesse caso, tem-se uma pesquisa descritiva que se aproxima da explicativa, havendo, pois, pesquisas que embora definidas como descritivas com base em seus objetivos, acabam servindo também para propiciar uma nova visão do problema. Não obstante, também é objetivo deste trabalho lançar novos olhares sobre os modelos de otimização robustos, especialmente seu desempenho no mercado acionário brasileiro.

Quanto ao procedimento técnico, esta dissertação pode ser classificado como uma pesquisa *ex-post facto*. A tradução literal para o termo latino é “a partir do fato passado”, isto é, nesse tipo de pesquisa os estudos são realizados após a ocorrência de variações nas variáveis (GIL, 2002). O propósito básico (mas não exclusivo) das pesquisas *ex-post* é verificar a existência de relações entre as variáveis. Uma característica importante desse tipo de pesquisa é que o pesquisador não dispõe de controle absoluto sobre as variáveis estudadas, que constitui o fator presumível do fenômeno, porque ele já ocorreu. O que o pesquisador procura fazer nesse tipo de pesquisa é identificar situações

que se desenvolveram naturalmente e trabalhar sobre elas como se estivessem submetidas a controles (LAKATOS; MARCONI, 2003).

3.2 Coleta de dados

Esta dissertação utilizou tão somente a coleta documental de fontes secundárias. Entende-se por coleta documental a leitura, análise e interpretação de documentos existentes acerca de um determinado fenômeno. As fontes *secundárias* são todas aquelas que, de alguma forma, já foram disponibilizadas ao público. Foram considerados para a elaboração desta pesquisa, artigos, manuscritos e relatórios de larga publicidade (LAKATOS, MARCONI, 2003). Os dados referentes à cotação dos ativos financeiros considerados foram obtidos da base de dados da Econômica.

3.3 Os Dados

Foram considerados, a exemplo de Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), os valores nominais de fechamento diário ajustados para proventos e outros eventos societários de um grupo de ações negociadas na BOVESPA. Considerou-se as ações que compunham o índice Ibovespa entre janeiro de 2007 e dezembro de 2012.

3.4 As Estratégias

As propostas de otimização regidas pelo modelo clássico foram realizadas no início de cada mês, considerando as estimativas dos últimos 24 (vinte e quatro) meses, iniciando-se em janeiro de 2007 e estendendo-se até dezembro de 2012. Foi considerada uma janela temporal de observação móvel, isto é, a cada mês foram incorporados os dados mais recentes e descartados os mais antigos. Por exemplo, para os exercícios de otimização no mês de janeiro de 2011 foram considerados os dados referentes aos meses de janeiro de 2009 a dezembro de 2010, ao passo que no mês seguinte, fevereiro, foram consideradas para os cálculos as cotações registradas entre fevereiro de 2009 e janeiro de 2011, assim sucessivamente até o final do período considerado. As estratégias regidas pelo modelo robusto, ao contrário, partiu de uma janela temporal maior (4 anos, inicialmente) e acumulou as informações mais recentes sem, contudo, desprezar as mais antigas. Isto é, na carteira proposta para janeiro de 2007 foram consideradas dados desde janeiro de 2003 até dezembro de 2006, na carteira proposta seguinte, fevereiro de 2007, os dados considerados para calcular os valores esperados da carteira figuraram de janeiro

de 2003 até janeiro de 2007. Esta proposição foi adotada a fim de superar uma limitação de informações no mercado doméstico, que será explorada mais detidamente na sessão dedicada à metodologia do modelo robusto adotado.

Os exercícios de otimização observaram sobretudo os modelos de Markowitz (1952) e Tütüncü e Köenig (2004). Foi comum a todos os modelos o acesso a lotes fracionados de ações, bem como a restrição de vendas a descoberto. Essa restrição é factível, pois a maioria dos índices de mercado a incorporam, da mesma forma que, boa parte dos investidores não tem acesso a essa modalidade de operação. Implica em:

$$0 \leq x_i < 1 \quad (1)$$

em que x_i representa o peso do ativo i no portfólio.

Considerou-se todos os ativos que compuseram a carteira hipotética do índice Ibovespa no período. Esta premissa será adotada, em vez da utilização de todos os ativos listados na Bolsa, por apresentar as ações de maior liquidez e de fácil prospecção de dados. Foram escolhidos os portfólios com a melhor relação retorno/risco, expressos pelos índices de Sharpe calculados.

3.4.1 O modelo clássico de Média Variância

Os aspectos teóricos do modelo já foram tratados nas sessões dedicadas ao referencial teórico. Cabe, por hora, apresentar as formulações matemáticas do modelo. A primeira consideração faz referência ao cálculo do retorno diário da ação i (r_i):

$$r_i = \frac{(P_1 - P_0)}{P_0} \quad (2)$$

em que P_1 representa o preço da ação no presente (momento 1) e P_0 o seu preço no momento imediatamente anterior (momento 0).

Quando determinado ativo não apresentou negociações em sequência durante o período observado, o mesmo foi excluído da análise naquele período, voltando a ser analisado quando apresentou a liquidez desejada.

No caso de retornos equiprováveis, o retorno esperado (μ_i) do ativo será representado pela média aritmética dos retornos passados numa população com T observações:

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{ti} \quad (3)$$

em que r_{ti} é o retorno do ativo i no tempo t .

Markowitz (1952) adotou a variância como mensuração do risco de um ativo:

$$Var = \sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{ti} - \mu_i)^2 \quad (4)$$

Além da variância, Markowitz ressalta a influência da covariância (σ_{ij}) entre os pares de ativos (i, j) no risco do portfólio:

$$Cov = \sigma_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \mu_i)(r_{jt} - \mu_j) \quad (5)$$

O retorno de uma carteira pode ser definido como:

$$R_C = x_1\mu_1 + \dots + x_i\mu_i = \mu^T x \quad (6)$$

em que $\mu = \{\mu_1, \dots, \mu_i\}^T$ é o vetor de retornos esperados dos ativos e $x = \{x_1, \dots, x_i\}^T$ é o vetor de pesos das ações matricialmente, tem-se:

$$r_C = r \cdot x \quad (7)$$

em que r é o vetor de retornos esperados e x é o vetor de pesos dos ativos na carteira

O risco de uma carteira (σ_C^2) é calculado a partir da matriz de covariância (Q), na qual cada termo fora da diagonal representa a covariância entre um par de ações, e os termos da diagonal representam as variâncias individuais das ações:

$$\sigma_C^2 = x^T Q x \quad (8)$$

Assim sendo, o problema de determinação da composição ótima de uma carteira com n ativos, admite-se um vetor n -dimensional $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ dos pesos dos ativos. As estimativas de retorno, variância e covariância entre os ativos são calculadas a partir da série histórica dos retornos de cada um dos ativos que compõem o portfólio. O investidor que pretenda minimizar o risco associado a determinado investimento deve solucionar o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } x^T Q x \\ &\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

$$x_i \geq 0 \forall i$$

$$r \cdot x \geq k$$

A primeira restrição significa que todo o recurso financeiro disponível para o investimento será inteiramente alocado na carteira. A segunda restrição reforça aquela que já foi mencionada anteriormente, a qual nega a possibilidade de vendas a descoberto. A terceira restrição estabelece um nível alvo de retorno desejável.

Percebe-se que o problema de seleção de carteira torna-se um problema de otimização quadrática. Como Q é uma matriz de covariâncias, trata-se de uma matriz positiva semidefinida.

Existe ainda a possibilidade de alterar a função objetiva do problema de otimização. Caso um investidor decida por maximizar o retorno esperado da carteira, as equações resultantes seriam:

Maximizar $r \cdot x$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \forall i$$

$$x^T Q x \leq \sigma$$

(10)

Nesta dissertação procedeu-se a estimação de uma fronteira de investimento, inspirada na Fronteira Eficiente proposta por Markowitz. Para tanto procedeu-se a confecção de uma fronteira de investimento, a qual buscou otimizar a utilidade quadrática de um potencial investidor, maximizando o retorno esperado de cada conjunto de ativos para determinado nível de risco. Dentre os portfólios ao longo da fronteira, foram priorizados aqueles que apresentaram melhor retorno ajustado ao risco, isto é, maior índice de Sharpe.

Bodie e Merton (2001) apresenta o cálculo do índice de Sharpe em duas etapas. A primeira delas é a mensuração do excesso de retorno, em que subtrai-se do retorno da carteira o retorno de um ativo livre de risco, conforme é apresentado a seguir:

$$\hat{\mu} = R_{iC} - R_f \quad (11)$$

em que R_{iC} representa retorno esperado da carteira e R_f o retorno do ativo livre de risco (optou-se por utilizar a Taxa SELIC *over*).

Ainda conforme Bodie e Merton (2001), mensurado o excesso de retorno, é possível o cálculo do índice propriamente dito:

$$I_S = \frac{\hat{\mu}}{\sigma} \quad (12)$$

o risco, σ , no denominador do índice corresponde ao desvio padrão dos retornos observados

Percebeu-se que haveria a possibilidade de carteiras compostas por um único ativo ser aquela com maior Índice de Sharpe, o que seria contrário à proposta de diversificação, tão ensejada pelos teóricos dedicados à temática. Para tanto foram sugeridas novas carteiras, contando com mais uma restrição no problema de otimização – a estipulação de um peso máximo para os ativos. Nesse sentido, arbitrou-se 30% como um peso máximo para os ativos. A implementação dessa restrição pode ser visualizada nas equações a seguir:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } x^T Q x \\ &\text{Sujeito a} \\ &\quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ &\quad x_i \geq 0 \quad \forall i \\ &\quad r \cdot x \geq k \\ &\quad x_i \leq 0.3 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } r \cdot x \\ &\text{Sujeito a} \\ &\quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ &\quad x_i \geq 0 \quad \forall i \\ &\quad x^T Q x \leq \sigma \\ &\quad x_i \leq 0.3 \end{aligned} \quad (14)$$

Repetiu-se o mesmo processo de otimização da utilidade quadrática aplicado às carteiras sem a restrição de peso máximo. A exemplo das carteiras anteriores, foram selecionados os portfólios com maior Índice de Sharpe.

Os resultados obtidos após os procedimentos descritos serão dispostos na sessão dedicada à análise dos resultados nesta dissertação.

3.4.2 Otimização robusta

Uma fronteira calculada pela otimização de média-variância clássica pode estar distante das fronteiras estimada e real por causa do erro de estimação. Nesta sessão serão concebidas as proposições apresentadas inicialmente por Tütüncü e Köenig (2004). Buscando uma notação única, as equações a seguir apresentarão a proposta de Ceria e Stubbs (2006).

Assume-se que o vetor n -dimensional dos retornos esperados reais, α , é normalmente distribuído. Dada a estimativa de retornos esperado, $\bar{\alpha}$, a matriz de covariância dos retornos esperados estimados, Σ (simétrica, positiva e definida), assume-se que o retorno esperado real encontra-se na região de confiança:

$$(\alpha - \bar{\alpha})^T \Sigma^{-1} (\alpha - \bar{\alpha}) \leq k^2 \quad (15)$$

com probabilidade $100\eta\%$, onde $k^2 = \chi_n^2(1 - \eta)$ e χ_n^2 é a função de distribuição acumulada inversa de uma distribuição qui-quadrada com n graus de liberdade

Se a matriz de covariância dos retornos, Q , é de ranque cheio, pode-se computar os pontos na fronteira eficiente resolvendo o problema de maximização do retorno esperado:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \bar{\alpha}^T w \\ &\text{Sujeito a } w^T Q w \leq v \end{aligned} \quad (16)$$

para valores variáveis de v , onde α é o retorno esperado estimado, Q é a matriz de covariância dos retornos, e v é a meta de variância do portfólio.

Deve-se chamar a atenção para a importante distinção entre Q e Σ . Na prática, Q é a matriz de covariância dos retornos, enquanto que Σ é a matriz de covariância dos retornos esperados estimados, a qual está relacionada com o erro de estimação decorrente do processo de estimação de α . Ceria e Stubbs (2006, p.10) apontam que “*in practice, where typically Q is obtained from a risk model provider, and is completely independent from Σ which is the result of a proprietary estimation process for α of which the risk model provider is not even aware*”⁶.

⁶ Na prática, onde tipicamente Q é obtida a partir de um modelo de análise de risco, e é completamente independente de Σ a qual é o resultado de um processo privado de estimação para α do qual o de modelo de análise de risco não é mesmo ciente

As participações ótimas (w) para o problema de retorno esperado máximo são dadas por:

$$w = \sqrt{\frac{v}{\alpha^T Q^{-1} \alpha}} Q^{-1} \alpha \quad (17)$$

Seja α^* o real, porém desconhecido, vetor dos retornos esperados e $\bar{\alpha}$ o retorno esperado estimado. Deve-se atentar para o fato de a fronteira atual ser construída usando o retorno esperado real, α^* . O retorno esperado real de um portfólio na fronteira estimada é computado por:

$$\sqrt{\frac{v}{\bar{\alpha}^T Q^{-1} \bar{\alpha}}} \alpha^{*T} Q^{-1} \alpha \quad (18)$$

Assume-se que \tilde{w} seja o portfólio ótimo na fronteira estimada para um determinado nível de risco. Em geral, o retorno esperado estimado é maior que o retorno esperado atual, por conta do efeito do “erro de maximização” do otimizador. A questão é: quão grande é essa diferença? Para responder essa pergunta, considera-se a máxima diferença entre o retorno esperado estimado e o retorno esperado atual de \tilde{w} . Essa diferença pode ser descrita a seguir:

$$\bar{\alpha}^T \tilde{w} - \alpha^{*T} \tilde{w} \quad (19)$$

Para uma região de confiança de $100\eta\%$ de α . A máxima diferença entre o retorno esperado na fronteira eficiente estimada e a atual fronteira eficiente é calculada pela solução de:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \bar{\alpha}^T \tilde{w} - \alpha^T \tilde{w} \\ &\text{Sujeito a } (\alpha - \bar{\alpha})^T \Sigma^{-1} (\alpha - \bar{\alpha}) \leq k^2 \end{aligned} \quad (20)$$

Nota-se, no problema (20), que \tilde{w} é fixo. Está se otimizando a variável α . A solução ótima para este problema pode ser descrita a seguir:

$$\alpha = \bar{\alpha} - \sqrt{\frac{k^2}{\tilde{w}^T \Sigma \tilde{w}}} \Sigma \tilde{w} \quad (21)$$

Portanto, o menor valor possível do retorno esperado atual do portfólio na região de confiança do retorno esperado real pode ser exibida:

$$\alpha^T \tilde{w} = \bar{\alpha}^T \tilde{w} - k \left\| \Sigma^{\frac{1}{2}} \tilde{w} \right\| \quad (22)$$

A máxima diferença entre a fronteira estimada e a atual fronteira é:

$$\bar{\alpha}^T \tilde{w} - \left(\bar{\alpha}^T \tilde{w} - k \left\| \Sigma^{\frac{1}{2}} \tilde{w} \right\| \right) = k \left\| \Sigma^{\frac{1}{2}} \tilde{w} \right\| \quad (23)$$

$\|\cdot\|$ refere-se à norma-2, ou norma euclidiana.

Naturalmente, deseja-se que a referida diferença seja a menor possível. Isso reduziria o efeito do erro de maximização, trazendo as fronteiras estimada e atual próximas uma da outra, e assim criar portfólios que são próximos à fronteira eficiente real. Simultaneamente, deseja-se continuar a maximizar o retorno esperado do portfólio de modo que se esteja minimizando o risco de estimação para dado nível de retorno esperado estimado. Nesse sentido, deve-se resolver um problema de otimização onde se maximiza um objetivo da forma da equação (23). Com esse problema de otimização espera-se computar as fronteiras estimada e atual próximas uma da outra (TÜTÜNCÜ; KÖENIG, 2004).

Nesse tipo de problema w não é fixo. Otimiza-se w para encontrar os pesos ótimos dos ativos. Adicionalmente, inserem-se as restrições que assegurem que todo o capital será investido na carteira, que se observará um valor máximo para variância e que não serão permitidas vendas a descoberto:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \bar{\alpha}^T w - k \left\| \Sigma^{\frac{1}{2}} w \right\| \\ \text{Sujeito a} & e^T w = 1 \\ & w^T Q w \leq v \\ & w \geq 0 \end{array} \quad (24)$$

em que e^T é um vetor de 1

Este problema é exatamente o mesmo que o problema de otimização clássico de meia-variância, exceto pelo termo $k \left\| \Sigma^{\frac{1}{2}} w \right\|$ no objetivo. Este termo é relacionado ao erro de estimação e sua inclusão na função objetiva reduz o efeito do erro de estimação no portfólio ótimo (TÜTÜNCÜ; KÖENIG, 2004). De acordo com Scherer (2007) o parâmetro k não pode ser determinado consistentemente, mas geralmente é determinado heurísticamente. Nesse ponto seguiu-se a proposição de Santos (2010), em que utilizou-se $k=3$.

Nesse ponto, cabe apresentar uma diferença fundamental entre este trabalho e o trabalho de Ceria e Stubbs (2006) ao que toca a determinação da matriz de covariância dos retornos Q . No trabalho de Ceria e Stubbs (2006) essa matriz, que só pode ser efetivamente observada após realização das observações, isto é, só é possível calcular uma matriz de covariância dos retornos (e não dos retornos esperados) quando as cotações dos ativos já se realizaram, foi extraída de Idzorek (2002), relativa ao mercado americano. Nenhum trabalho foi encontrado até o presente momento capaz de prover uma matriz de

covariância Q pra o mercado brasileiro, tal qual Idzorek (2002 *apud* CERIA; STUBBS, 2006) propôs para o mercado americano. A alternativa utilizada nesta dissertação foi a de calcular a matriz Q a partir das observações numa janela temporal de no mínimo, quatro anos. Como apresentado anteriormente, o período considerado inicialmente, na carteira proposta para janeiro de 2007, concebeu o intervalo entre janeiro de 2003 e dezembro de 2006, já na carteira proposta para o período seguinte, a janela de observações manteve janeiro de 2003 como ponto de partida, mas concebeu as informações mais recentes, até janeiro de 2007 e assim sucessivamente.

Salienta-se ainda que a meta de risco dos portfólios robustos foram os riscos esperados das carteiras clássicas. Isto é, a cada período, buscou-se maximizar o retorno das carteiras robustas, observando-se o risco esperado das carteiras clássicas no mesmo período. Quando não houve combinações possíveis entre os ativos considerados para a confecção das carteiras robustas que proovessem o nível de risco esperado para as carteiras clássicas, buscou-se igualar os índices de Sharpe esperados das duas carteiras no mesmo período

Deve-se atentar para o fato de que problemas do tipo (24) e eventuais variações nestes não podem ser resolvidos por otimização de média-variância padrão, ou mesmo por otimização quadrática, porque o termo que capta os erros de estimação é uma norma quadrática, o qual contém raiz quadrada e não pode ser reformulado como um problema quadrático puro. Esses problemas de otimização devem ser resolvidos por técnicas capazes de lidar com expressões gerais convexas ou cônicas de segunda ordem (CERIA; STUBBS, 2006).

Buscando uma estimação mais acurada dos retornos a cada período da análise, procedeu-se o cálculo de um vetor de retornos médios, μ , computado usando os valores históricos prévios do período T (últimos 24 meses). O vetor dos retornos médios, no caso das estratégias regidas pelo modelo robusto, foi computado conforme uma média móvel exponencial, em que se verifica o decaimento dos pesos das informações passados, conforme o tempo avança (ALEXANDER, 2008):

$$\alpha_{t+1} = (1 - \theta)\mu_{t-1} + \theta r_t \quad (25)$$

Em que μ_{t-1} é o retorno médio até o período anterior; θ é o peso dado ao retorno realizado do último período, r , e $0 \leq \theta \leq 1$. Nota-se que os pesos das informações passadas decaem ao longo do tempo.

A definição do peso θ a cada mês respeitou a seguinte regra: utilizando a equação (25), simulou-se a estimação de retorno para três dos ativos com maior peso nas carteiras anteriores, num período de dois anos. O valor de θ escolhido foi aquele que minimizou os erros de estimação dos retornos dos ativos selecionados durante o exercício de simulação.

A utilização da média móvel exponencial para estimação do vetor de retornos esperados dos ativos exige um ajuste na matriz de covariância, conforme apresenta Ceria e Stubbs (2006). Nesse sentido, a matriz de covariância estimada (Σ) é calculada:

$$\Sigma = \frac{(1-\theta)}{T} S \quad (26)$$

Em que S é a matriz de covariância amostral e T o número de observações.

Surgem duas implicações do problema robusto de otimização. A primeira delas faz referência à matriz Σ na função objetiva, a qual é utilizada elevada a $1/2$, isto é, sua raiz quadrada. A raiz quadrada de uma matriz pode ser calculada, conforme apresentam Matteo e Mueller (2004), se a matriz A de ordem n for diagonalizável e todos os seus autovalores forem não negativos. Nota-se que Σ atende, a princípio, este requerimento, visto que representa a matriz de covariância estimada dos retornos e é definida e positiva. Sendo A diagonalizável, sabe-se que existe uma matriz inversível P , tal que:

$$P \cdot A \cdot P^{-1} = D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

logo, a raiz quadrada de A é dada por: (27)

$$A^{1/2} = P^{-1} \cdot \sqrt{D} \cdot P$$

Para o cálculo das raízes quadradas das matrizes em cada um dos períodos considerados na análise desta dissertação, utilizou-se o software R, o qual permite a exportação dos resultados para planilhas eletrônicas, onde os dados foram posteriormente organizados.

Uma segunda implicação do modelo robusto é o cálculo da norma euclidiana, ou norma-2, representada por $\|\cdot\|$. Em verdade, o termo incluído no cálculo da norma-2

é o produto entre uma matriz e um vetor, resultando num vetor. Palhares (2012) apresenta o cálculo da norma euclidiana vetorial:

$$\|x\| \triangleq \sqrt{x^T x} = \sqrt{\langle x, x \rangle} = (\sum_{i=1}^n |x_i|^2)^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

Por fim, as carteiras selecionadas para um possível investimento foram aquelas resultantes do processo de maximização do retorno, dado o nível de risco esperado das carteiras clássicas. Quando não houve combinação entre os ativos que provesse o nível de risco estipulado, buscou-se uma combinação que igualasse o índice de Sharpe esperado das carteiras robustas com o índice de Sharpe esperado das carteiras clássicas.

3.4.3 Carteiras de Diversificação Simples

Adicionalmente às carteiras resultantes dos modelos clássico e robusto, foram propostas carteiras de diversificação simples, ou carteiras ingênuas. A diversificação simples consiste em atribuir $\frac{1}{n}$ como peso do ativo na carteira, em que n é o número total de ativos do portfólio considerado. A mensuração dos retornos para as carteiras ingênuas seguiu a proposição do modelo clássico, onde o retorno esperado da carteira ingênuo (r_{Ci}) é calculado através da multiplicação entre os vetores de retorno esperado dos ativos (r) e o peso desses ativos na carteira (x):

$$r_{Ci} = r \cdot x \quad (29)$$

A mensuração de risco se deu pela multiplicação do vetor de pesos dos ativos transposto (x^T) pela matriz de covariância dos retornos (Q) e o vetor de pesos dos ativos

$$\sigma_C^2 = x^T Q x \quad (30)$$

A motivação para estas carteiras é o acompanhamento do desempenho dos demais portfólios geridos conforme os modelos sugeridos frente uma estratégia de diversificação ingênuo. Essa é uma prática usual entre os autores, conforme apresentado, por exemplo, em Santos e Tessari (2012), De Miguel, Galappi e Uppal e Wang (2009) e Farias e Moura (2012).

Em síntese esta dissertação analisou quatro estratégias diferentes de investimentos. A primeira delas, denominou-se estratégia clássica, por ser conduzida

conforme as proposições do modelo clássico de otimização. A segunda, foi a estratégia clássica restrita, esta uma extensão da estratégia anterior, mas regida pelo modelo clássico adicionado de uma restrição ao peso máximo dos ativos dentro da carteira. A terceira estratégia, a estratégia robusta, foi conduzida seguindo as proposições do modelo robusto apresentado em 3.6. Por fim, a quarta estratégia seguiu as proposições de diversificação simples e foi denominada estratégia ingênua. A Tabela 1 apresenta as estratégias:

Tabela 1: Descrição das Estratégias Adotadas

	Clássica	Clássica Restrita	Robusta	Ingênua
Descrição	Estratégia regida conforme as proposições do modelo clássico de otimização	Estratégia similar à Estratégia Clássica, porém contando com a restrição ao peso máximo dos ativos na carteira	Estratégia regida pelo modelo robusto de otimização	Estratégia regida pela diversificação simples de carteira, a qual todos os ativos apresentam o mesmo peso no portfólio.

Fonte: elaboração própria

3.4.4 Análise de Desempenho

Apresentadas as questões metodológicas de cada um dos modelos, torna-se necessária a proposição de algumas métricas para a análise do desempenho de cada um dos modelos sugeridos, bem como a comparação entre suas performances.

A primeira preocupação é verificar o quão acurada é a estimação dos valores de retorno e risco das carteiras. Nesse sentido, o cálculo dos erros quadráticos médios (EQM) e dos desvios absolutos médios (DAM) pode ser utilizado como uma forma de verificar o quão distante os valores efetivos das carteiras estiveram de seus valores esperados, sugeridos pelos modelos considerados.

O erro quadrático médio, conforme apresentam Ozden e Kasimbeyli (2012) representa, tal como sugere o nome, a média dos quadrados dos erros. A equação dos erros quadráticos médios é:

$$EQM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 \quad (31)$$

em que x_i representa o valor esperado, \bar{x}_i o valor observado e n o número de observações.

O desvio absoluto médio (DAM) também pode ser utilizado alternativamente como uma medida de afastamento das observações. O DAM representa a média dos erros em valores absolutos (OZDE; KASIMBEYLI, 2012) e sua equação é:

$$DAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}_i| \quad (32)$$

A fim de analisar e comparar os retornos das carteiras a cada ano, foram propostas três métricas: o retorno mensal médio, o retorno anual e o excesso de retorno médio. O retorno mensal médio foi computado através das médias dos retornos mensais das carteiras. Sua equação é:

$$\bar{r}_{mensal} = \frac{1}{n} \sum r_i \quad (33)$$

em que \bar{r}_{mensal} representa o retorno médio mensal e r_i os retornos mensais

O retorno anual representa a capitalização dos retornos mensais, a capitalização pode ser calculada conforme a equação:

$$r_{anual} = [(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_n)] - 1 \quad (34)$$

em que r_{anual} é o retorno anual, r_1, r_2, \dots, r_n são os retornos mensais

O excesso de retorno médio foi calculado a partir das médias de retornos das carteiras e a média de retornos do ativo livre de risco. O cálculo do excesso de retorno utilizou os retornos diários das carteiras bem como os retornos diários da Selic Over. A equação que representa o excesso de retorno médio já foi apresentada em (11)

Apresentadas as métricas de análise e comparação dos retornos, é necessário apresentar algumas para o risco. O desvio padrão é a métrica usual para a mensuração do risco. Foi proposto um desvio padrão anual para cada uma das carteiras, esse desvio padrão, foi calculado a partir dos retornos diários das carteiras. Lo (2002) apresenta o cálculo do desvio padrão anual:

$$\sigma_{anual} = \sigma \cdot \sqrt{q} \quad (35)$$

o σ_{anual} é resultante da multiplicação do σ , calculado a partir dos retornos diários, pela raiz quadrada no número de observações q

Alternativamente, a variância anual das carteiras foi calculada elevando os desvios padrão anuais, calculados conforme (35), ao quadrado. Outra maneira de calcular o risco das carteiras é a mensuração dos betas. Em verdade, a definição mais indicada

para o beta das carteiras é de que se trata de uma medida de sensibilidade de determinado ativo, ou carteira, em relação aos movimentos de mercado. Brealey, Myers e Allen (2002) apresentam a computação do beta das carteiras através da divisão da covariância dos retornos da carteira (r_c) e os retornos da carteira de mercado (r_m) pela variância dos retornos da carteiras de mercado. A equação do beta é:

$$\beta = \frac{Covar(r_c; r_m)}{Var(r_m)} \quad (36)$$

Bodie, Kane e Marcus (2002) apresentam duas formas de avaliação de desempenho: o alfa de Jensen e a medida de Treynor. O alfa de Jensen é o retorno médio da carteira sobre e acima daquele que foi previsto pelo CAPM, dado o beta da carteira e o retorno médio do mercado. Sua equação é:

$$\alpha = \bar{r}_c - [\bar{r}_f + \beta(\bar{r}_m - \bar{r}_f)] \quad (37)$$

A medida de Treynor representa uma forma alternativa de calcular o excesso de retorno ajustado ao risco. Enquanto o índice de Sharpe utiliza o desvio padrão dos retornos da carteira, a medida de Treynor utiliza o risco sistemático, isto é, o beta da carteira (BODIE; KANE; MARCUS, 2002). Sua equação é:

$$Treynor = \frac{\bar{r}_c - \bar{r}_f}{\beta} \quad (38)$$

A taxa de turnover do portfólio (*portfólio turnover rate*) mensura a variabilidade das composições dos portfólios e pode indicar indiretamente os custos associados a cada estratégias (SANTOS, 2010):

$$Turnover = (Volume\ de\ compras\ e\ vendas) / (Volume\ total\ do\ investimento) \quad (39)$$

4. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta sessão serão apresentados e analisados os resultados obtidos após os procedimentos apresentados nas sessões anteriores desta dissertação.

4.1 O Modelo Clássico

As carteiras confeccionadas observando-se o modelo clássico seguiram o procedimento metodológico apresentado na sessão anterior desta dissertação. Como já referido, as carteiras escolhidas foram aqueles que, dentre os portfólios da fronteira calculada, apresentaram as melhores relações de retorno ajustados ao risco. Os resultados observados das carteiras estimadas e confrontados com seus valores efetivos podem ser visualizados na Tabela 2:

Tabela 2: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2007	JAN	4.56	0.00	1.46	1.48	-
	FEV	3.59	-3.25	1.42	1.72	48.737
	MAR	4.67	2.10	1.42	1.95	0.000
	ABR	4.79	8.57	1.50	0.80	177.810
	MAI	5.88	6.44	1.43	1.21	166.987
	JUN	5.95	0.73	1.49	1.33	30.743
	JUL	6.75	-2.79	1.45	1.37	67.743
	AGO	7.31	-1.36	1.33	1.50	47.556
	SET	5.21	10.06	1.47	1.66	117.101
	OUT	5.85	3.44	1.46	1.35	112.288
	NOV	5.51	-7.69	1.39	2.62	114.940
	DEZ	4.76	4.33	1.43	1.64	47.573
2008	JAN	5.85	-4.18	1.48	1.54	62.065
	FEV	4.82	3.05	1.53	0.85	49.469
	MAR	5.13	1.63	1.51	0.67	15.612
	ABR	5.28	3.55	1.52	2.43	15.318
	MAI	4.85	7.60	1.99	1.41	158.854
	JUN	5.34	-4.29	1.83	1.65	49.089
	JUL	5.22	-4.86	1.72	2.03	50.643
	AGO	5.21	-10.40	1.78	1.58	48.266
	SET	5.29	-8.17	1.84	3.81	58.535
	OUT	4.79	-15.96	1.85	4.94	73.816
	NOV	3.35	17.75	2.19	2.10	45.709
	DEZ	4.20	-5.40	2.22	2.28	21.120

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 3: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco %		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2009	JAN	3.28	-1.66	2.10	1.10	50.08
	FEV	2.81	2.37	2.12	0.72	20.57
	MAR	3.83	5.08	2.10	1.28	35.17
	ABR	4.11	1.20	2.29	1.14	44.07
	MAI	3.89	1.61	2.34	0.93	19.16
	JUN	4.01	-1.28	2.47	0.93	40.92
	JUL	4.69	0.57	2.71	0.33	38.86
	AGO	4.28	0.51	2.63	0.54	62.16
	SET	4.45	-7.87	2.53	1.85	45.15
	OUT	3.49	2.54	2.18	1.14	80.50
	NOV	3.51	6.38	2.29	1.52	31.08
	DEZ	4.21	6.08	2.30	1.17	42.51

2010	JAN	3.56	-5.19	2.14	1.62	80.73
	FEV	3.37	-5.26	2.14	1.84	49.22
	MAR	3.94	6.11	2.15	0.90	54.17
	ABR	3.38	2.27	2.05	1.31	54.28
	MAI	3.46	0.54	1.93	0.99	44.63
	JUN	3.61	4.48	1.93	1.51	48.94
	JUL	4.28	12.54	1.90	1.41	16.64
	AGO	4.92	-1.22	1.83	1.10	42.98
	SET	5.11	6.57	1.93	0.94	36.22
	OUT	6.13	5.23	1.85	1.27	42.31
	NOV	6.63	-6.07	1.47	1.07	71.53
	DEZ	6.65	-2.26	1.43	1.43	49.30

2011	JAN	5.58	-9.37	1.20	0.85	61.53
	FEV	5.41	-0.70	1.22	1.36	38.80
	MAR	5.47	6.97	1.23	0.90	28.55
	ABR	5.31	1.62	1.20	0.95	69.03
	MAI	5.26	0.06	1.13	1.37	35.01
	JUN	4.56	-2.24	1.15	1.27	43.58
	JUL	4.04	-7.83	1.09	0.98	65.98
	AGO	3.42	5.03	0.99	2.73	53.12
	SET	3.17	-3.65	1.18	1.32	110.55
	OUT	2.83	2.94	1.15	0.90	60.39
	NOV	2.73	5.29	1.10	0.79	79.30
	DEZ	3.17	7.70	1.09	0.80	33.01

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 4: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2012	JAN	3.01	-2.35	1.02	0.54	36.76
	FEV	2.53	8.71	1.06	0.68	37.77
	MAR	3.28	6.60	1.05	1.05	42.02
	ABR	3.19	5.69	1.04	0.90	53.99
	MAI	4.03	-5.89	1.04	0.91	19.27
	JUN	3.34	5.07	0.97	1.37	41.96
	JUL	3.60	1.37	0.97	0.98	29.10
	AGO	4.18	-2.97	1.07	0.72	49.45
	SET	3.39	-2.28	1.07	1.18	50.51
	OUT	3.67	4.58	1.08	0.97	40.82
	NOV	3.26	4.50	1.11	1.06	29.08

Fonte: Elaboração Própria

Percebeu-se que os valores estimados estiveram distantes de seus valores efetivos. Em 2007, as estimativas de retornos apresentaram um erro quadrático médio (EQM) de 0,405 e um desvio absoluto médio (DAM) de 5,219, ao passo que as estimativas de risco das carteiras apresentaram, para aquele ano, erros quadráticos médios e desvios absolutos médios de 0,002 e 0,327, respectivamente.

Em 2008, por conta da crise *Subprime*, esperava-se um aumento dos valores de erros na mensuração de risco e retorno das carteiras, o que de fato observou-se. Os valores de EQM e DAM para os valores de retorno foram de 1,23 e 9,443, respectivamente, já os valores de erros na mensuração do risco foram de 0,013 e 0,748.

Em 2009, os valores de EQM e DAM dos retornos e dos riscos das carteiras experimentaram uma redução, foram eles, respectivamente, 0,220, 3,584, 0,019 e 1,284.

No ano seguinte, 2010, os valores de EQM e DAM dos retorno e dos riscos provaram, novamente, uma queda, apresentando, respectivamente, os seguintes valores: 0,430, 5,235, 0,005 e 0,613.

Para 2011 era esperada uma ampliação dos erros, em virtude das conturbações no mercado advindas da crise na zona do Euro, no entanto essa hipótese foi verificada apenas em relação à mensuração do retorno, mesmo assim, de maneira sutil. Os valores de EQM e DAM do retorno e do risco foram de 0,473, 5,479, 0,003 e 0,356, respectivamente.

Em 2012, os valores calculados de EQM e DAM voltaram a experimentar uma redução e seus respectivos valores foram de 0,251, 4,201, 0,001 e 0,196. A Tabela 5 exibe os valores de erro durante o período analisado:

Tabela 5: Erro Quadrático Médio e Desvio Absoluto Médio das Carteiras Clássicas na mensuração de risco e retorno – 2007 a 2012

Período	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
2007	0.405	5.219	0.002	0.327
2008	1.230	9.443	0.013	0.748
2009	0.220	3.584	0.019	1.284
2010	0.430	5.235	0.005	0.613
2011	0.473	5.479	0.003	0.356
2012	0.251	4.201	0.001	0.196

Fonte: elaboração própria

Em termos efetivos, observaram-se retornos mensais variando de forma irregular ao longo do tempo. A Tabela 6 apresenta algumas métricas utilizadas para a avaliação do desempenho das carteiras clássicas ao longo do tempo:

Tabela 6: Métricas de Avaliação de Desempenho das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Retorno Mensal Médio (%)	1.72	-1.64	1.29	1.48	0.49	2.09
Retorno Anual (%)	20.89	-21.57	15.73	17.19	4.20	24.22
Excesso de Retorno (%)	9.02	-34.06	5.79	7.43	-7.43	16.32
Desvio Padrão (%)	17.96	31.04	13.47	19.88	19.19	16.49
Variância (%)	3.23	9.64	1.82	3.95	3.68	2.72
Beta	0.99	0.56	-0.03	0.65	0.45	0.04
Índice de Sharpe	0.15	-0.29	0.13	0.12	-0.08	0.29
Alfa	-1.42	0.07	0.62	1.06	0.68	1.42
Medida de Treynor	0.78	-4.72	-18.44	1.08	-0.96	35.50
Taxa de Turnover (%)	84.68	54.04	42.52	49.25	56.57	39.16

Fonte: elaboração própria

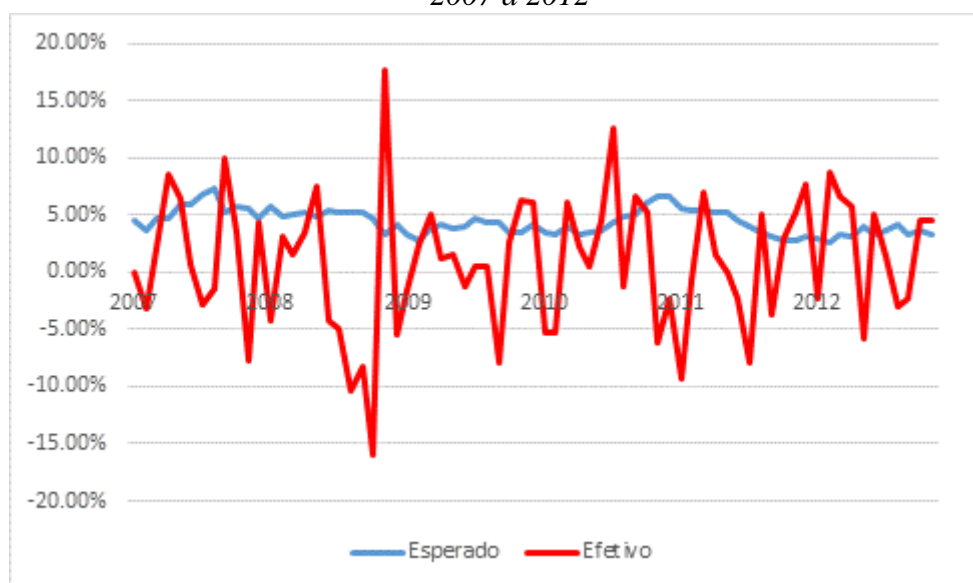
Percebeu-se um comportamento bastante heterogêneo das carteiras clássicas ao longo do tempo, oscilando entre momentos de valorização e desvalorização. Em relação aos retornos das carteiras, notou-se que os mesmos, frente ao ativo livre de risco e ao benchmark do mercado, evidenciados pelos valores de excesso de retorno e alfa de Jensen exibidos na Tabela 6, tiveram, em boa parte dos períodos analisados, valores baixos e até mesmo negativo. Analisando o risco das carteiras, percebeu-se desvios

padrões anuais altos, principalmente em 2008, refletindo a grande variabilidade dos retornos das carteiras durante a crise daquele ano. Outra importante métrica é o índice de Sharpe, que considera não apenas o excesso de retorno das carteiras, mas inclui também o risco das carteiras em sua computação. Esses índices também apresentaram oscilações, variando entre -0,29 e 0,29.

Caberia ainda salientar o alto número de compras e vendas de ativos realizados durante o período analisado. O turnover das carteiras exibe o total de compras e vendas realizados. Em termo médios mensais, o turnover das carteiras clássicas manteve-se alto em todo o período considerado, refletindo indiretamente os altos níveis de custo de administração das carteiras clássicas.

Graficamente, a evolução dos retornos ao longo do tempo pode ser conferida no Gráfico 1, o qual exibe os valores esperados e efetivos entre 2007 e 2012

Gráfico 1: Retorno Mensal Esperado x Retorno Mensal Efetivo das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012



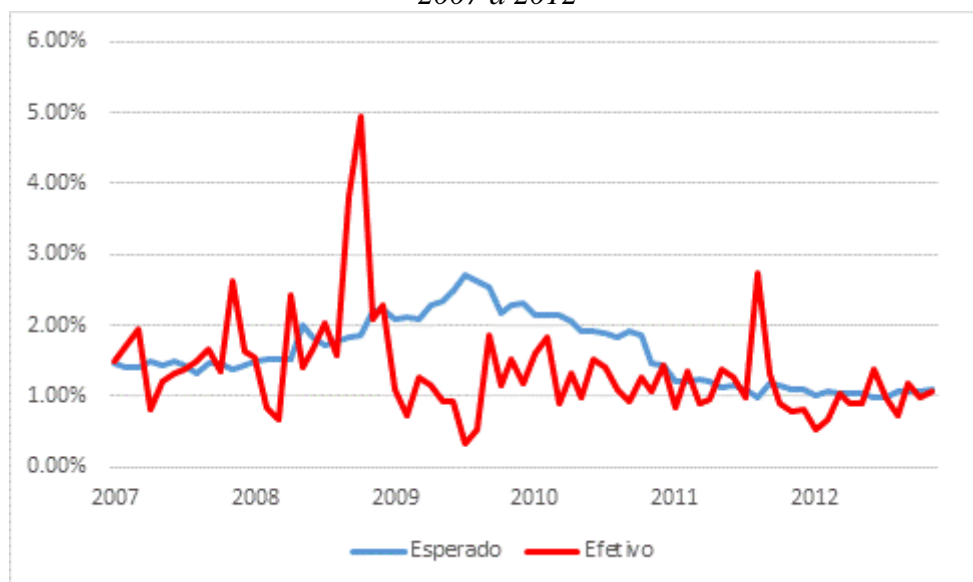
Fonte: Elaboração Própria

Os erros quadráticos médios e desvios absolutos médios expostos na Tabela 5 têm seu reflexo no Gráfico 1, mensurando a distância entre os valores esperados dos retornos e os valores efetivamente observados dos mesmos.

O mesmo se aplica quando são analisados os riscos. O Gráfico 2 exibe os valores esperados e efetivos do risco das carteiras, desde 2007 até 2012. Utilizou-se, como já exposto, o desvio padrão dos retornos como métrica para o risco. Mais uma vez observa-se um distanciamento, por vezes maior, em outros momentos menor, entre os

valores esperados e efetivos nas carteiras clássicas durante o período considerado nas análises desta dissertação.

Gráfico 2: Risco Mensal Esperado x Risco Mensal Efetivo das Carteiras Clássicas – 2007 a 2012



Fonte: Elaboração Própria

Em síntese, as críticas já apresentadas ao modelo clássico de otimização feitas por Jobson e Korkie (1981), Michaud (1989, 1998), King Jr. e Young (1994), Guerard Jr (2010) e Fabozzi *et al.* (2007) se confirmaram durante a pesquisa. De fato, pequenas mudanças nos dados de entrada do processo geraram grandes alterações na composição da carteira, refletindo sobre as taxas de turnover, gerando maiores custos de administração do portfólio. Além disso, o erro de estimação esteve presente na análise, responsável pela baixa acurácia dos valores esperados de risco e retorno das carteiras frente a seus respectivos valores efetivos observados.

4.2 O Modelo Clássico Restrito

Conforme apresentado anteriormente, a metodologia empregada para a seleção do portfólio com melhor relação retorno-risco poderia ensejar portfólios compostos por um único ativo. Essa configuração de carteira é contrária ao princípio da diversificação, salientado pelos teóricos da Moderna Teoria de Finanças. A fim de evitar este inconveniente, as carteiras foram submetidas a mais uma restrição no processo de otimização - o estabelecimento de um valor máximo do peso individual dos ativos na

carteira. A essas carteiras denominou-se *Carteiras Clássicas Restritas*. Utilizou-se como teto para o peso dos ativos, o valor de 30%, implicando um número mínimo de quatro ativos em cada carteira. Os valores esperados e efetivos das clássicas restritas estão dispostas nas Tabelas 7, 8 e 9:

Tabela 7: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas Restritas – 2007 a 2012

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2007	JAN	4.56	0.00	1.46	1.48	-
	FEV	3.59	-3.25	1.42	1.72	48.74
	MAR	4.67	2.10	1.42	1.95	0.00
	ABR	4.79	8.65	1.50	0.80	177.76
	MAI	5.88	6.44	1.43	1.21	166.96
	JUN	5.95	0.73	1.49	1.33	30.74
	JUL	6.75	-2.79	1.45	1.37	67.74
	AGO	7.31	-1.36	1.33	1.50	47.56
	SET	5.21	10.06	1.47	1.66	117.10
	OUT	5.85	3.43	1.46	1.36	112.20
	NOV	5.51	-8.48	1.39	2.60	105.23
	DEZ	4.76	1.32	1.43	1.63	48.76

2008	JAN	5.57	-7.60	1.52	2.55	53.77
	FEV	4.17	5.09	1.55	1.49	77.05
	MAR	4.69	1.11	1.61	1.50	57.18
	ABR	5.03	8.97	1.69	1.74	41.14
	MAI	4.41	6.86	1.82	1.29	87.31
	JUN	5.15	-3.76	1.76	1.58	50.00
	JUL	5.22	-4.86	1.72	2.03	41.97
	AGO	4.85	-8.80	1.67	1.47	42.16
	SET	5.29	-8.51	1.84	3.84	55.78
	OUT	4.43	-16.70	1.73	4.60	63.99
	NOV	2.89	15.68	1.93	2.44	45.70
	DEZ	3.75	-2.31	2.09	2.13	26.82

Fonte: elaboração própria

Tabela 8: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas Restritas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2009	JAN	3.24	-3.07	2.11	1.22	17.58
	FEV	2.81	1.53	2.16	0.83	27.13
	MAR	3.70	4.65	2.06	1.20	27.04
	ABR	3.90	1.76	2.19	0.98	32.80
	MAI	3.64	2.39	2.20	0.97	15.57
	JUN	3.78	-4.01	2.32	0.97	30.25
	JUL	3.86	1.69	2.30	0.53	32.48
	AGO	3.69	0.79	2.32	0.71	53.36
	SET	3.77	-2.26	2.18	1.18	53.97
	OUT	3.42	2.24	2.13	1.13	50.91
	NOV	3.31	5.81	2.17	1.51	20.66
	DEZ	3.87	6.99	2.13	1.13	18.99

2010	JAN	3.22	-3.60	1.98	1.18	62.72
	FEV	3.17	-6.10	2.05	1.82	49.32
	MAR	3.38	2.11	1.92	0.77	65.83
	ABR	2.99	2.25	1.88	1.01	61.39
	MAI	3.15	-0.38	1.82	1.07	54.17
	JUN	3.09	4.09	1.77	1.16	38.95
	JUL	3.79	8.46	1.77	0.95	22.91
	AGO	4.81	0.09	1.81	1.01	39.65
	SET	5.05	6.58	1.91	0.93	25.94
	OUT	6.13	5.24	1.86	1.20	44.43
	NOV	6.63	-6.07	1.47	1.07	60.63
	DEZ	6.66	-2.26	1.43	1.43	49.30

2011	JAN	5.58	-9.37	1.20	0.85	61.53
	FEV	5.41	-0.70	1.22	1.36	38.80
	MAR	5.47	6.97	1.23	0.90	28.55
	ABR	5.31	1.62	1.20	0.95	69.03
	MAI	5.26	0.06	1.13	1.37	35.01
	JUN	4.56	-2.24	1.15	1.27	43.58
	JUL	4.04	-7.83	1.09	0.98	65.98
	AGO	3.42	5.03	0.99	2.73	53.12
	SET	3.03	-5.24	1.14	1.49	99.75
	OUT	2.60	3.86	1.08	1.08	55.51
	NOV	2.69	5.15	1.09	0.84	66.26
	DEZ	3.14	7.25	1.09	0.80	32.06

Fonte: elaboração própria

Tabela 9: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Clássicas Restritas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2012	JAN	2.96	-1.94	1.02	0.50	34.45
	FEV	2.53	8.78	1.06	0.68	37.41
	MAR	3.28	6.60	1.05	1.05	41.18
	ABR	3.12	5.41	1.02	0.88	60.81
	MAI	3.90	-6.21	1.01	0.94	16.87
	JUN	3.30	5.55	0.96	1.33	38.99
	JUL	3.60	1.37	0.97	0.98	25.60
	AGO	4.18	-3.01	1.07	0.72	47.78
	SET	3.39	-2.28	1.07	1.18	48.67
	OUT	3.67	4.58	1.08	0.97	48.33
	NOV	3.26	4.50	1.11	1.06	29.00

Fonte: elaboração própria

Como já era esperado, observou-se divergências entre os valores esperados das carteiras restritas e seus valores efetivamente observados. A mensuração dessa discrepância pode ser feita, a exemplo do que foi feito com as carteiras clássicas, através dos erros quadráticos médio (EQM) e dos desvios absolutos médios (DAM), dispostos na Tabela 10:

Tabela 10: Erro Quadrático Médio e Desvio Absoluto Médio das Carteiras Clássicas Restritas na mensuração de risco e retorno – 2007 a 2012

Período	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
2007	0.433	5.543	0.002	0.323
2008	1.178	9.207	0.012	0.658
2009	0.147	3.135	0.014	1.159
2010	0.363	4.672	0.005	0.673
2011	0.489	5.653	0.003	0.348
2012	0.253	4.215	0.001	0.192

Fonte: elaboração própria

Observou-se que as carteiras clássicas restritas apresentaram oscilação de valores esperados de risco e retorno. Em 2007, os valores esperados de retorno oscilaram entre 3,59%, em fevereiro daquele ano e 7,31% em agosto, mas com erros quadráticos médios na ordem de 0,433 e desvios absolutos médios de 5,543, os valores efetivos de retorno das carteiras flutuaram entre -8,48% e 10,060% naquele ano.

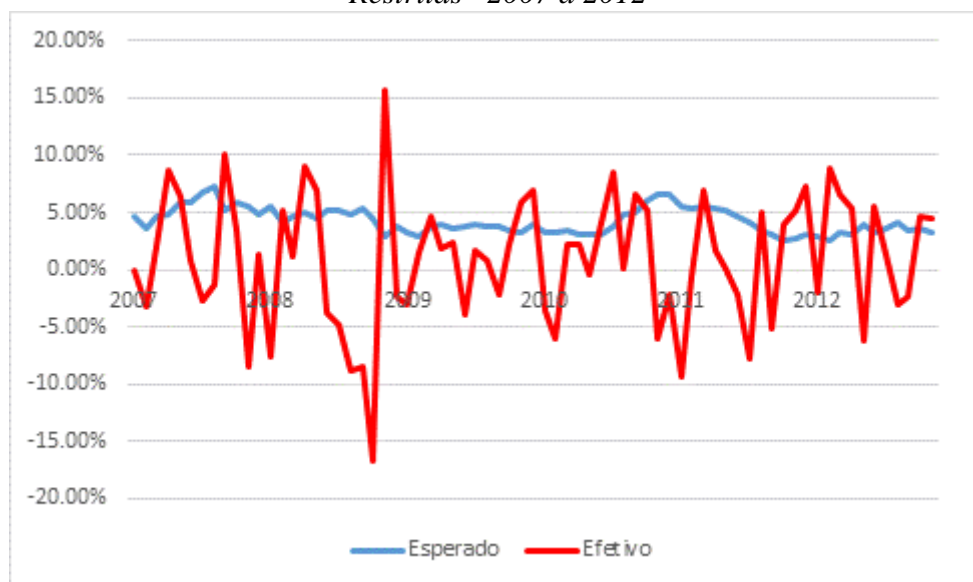
Em 2008, principalmente por conta da crise *Subprime*, as discrepâncias entre os valores esperados e efetivos de risco e retorno das carteiras clássicas restritas tornaram-se ainda mais flagrantes. Esse fenômeno se traduz na ampliação dos erros quadráticos médios e dos desvios absolutos médios naquele ano.

Em 2009 houve uma redução nos erros de estimação dos retornos, explicitados pela redução dos erros quadráticos médios e absolutos médios das carteiras. Em 2010 os valores dos erros não estiveram distantes daqueles registrados em 2009, nesse sentido, os valores esperados e efetivos de retorno e risco da carteira estiveram menos distantes um do outro do que estiveram em 2008.

Em 2011, a crise da zona do Euro contribuiu para oscilações no mercado interno, refletindo diretamente no comportamento das ações e estas influenciando a performance das carteiras. Observou-se um incremento nos valores dos erros, tornando o retorno e risco esperados mais distantes dos seus valores efetivos.

O comportamento dos retornos das carteiras ao longo dos períodos pode ser observado no Gráfico 3, onde são contrastados os valores esperados e efetivos dos retornos das carteiras clássicas restritas entre 2007 e 2012.

Gráfico 3: Retorno Mensal Esperado x Retorno Mensal Efetivo das Carteiras Clássicas Restritas– 2007 a 2012

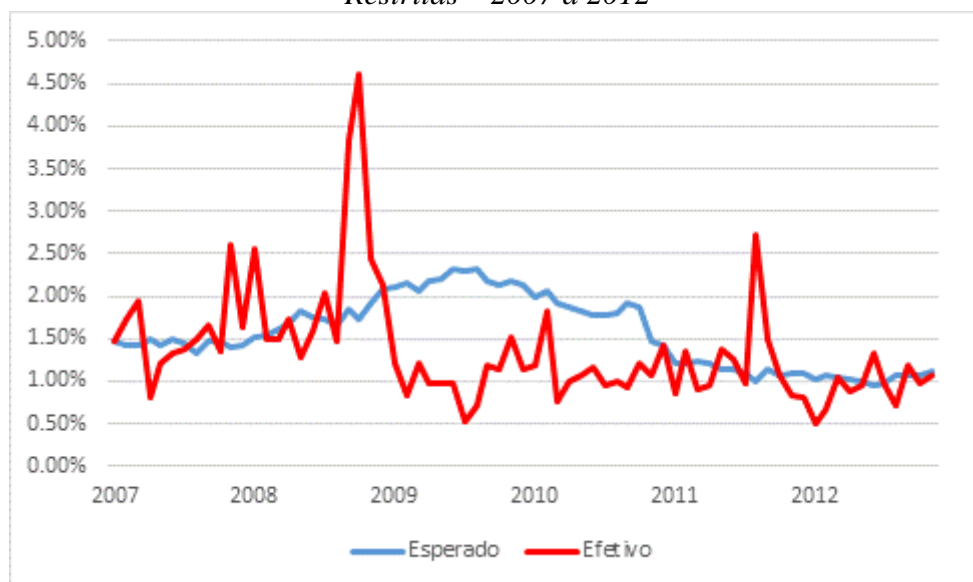


Fonte: elaboração própria

Os valores de risco da carteira, por apresentarem erros menores, apresentaram valores esperados e efetivos menos distantes um do outro que os valores de retorno. A exceção se deu nos anos de 2007 e 2008, com a crise financeira, provocando um descolamento

entre os valores esperados e efetivos de risco das carteiras clássicas restritas. O Gráfico 4 exibe esses valores.

Gráfico 4: Risco Mensal Esperado x Risco Mensal Efetivo das Carteiras Clássicas Restritas – 2007 a 2012



Fonte: Elaboração Própria

A fim de avaliar de forma mais acurada o desempenho das carteiras clássicas restritas durante o período considerado, foram propostas algumas métricas para essa avaliação, a exemplo do que foi feito com as carteiras clássicas, exibidas na Tabela 11:

Tabela 11: Métricas de Avaliação de Desempenho das Carteiras Clássicas Restritas – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Retorno Mensal Médio (%)	1.40	-1.24	1.54	0.87	0.38	2.12
Retorno Anual (%)	16.46	-17.78	19.43	9.54	2.81	24.59
Excesso de Retorno (%)	4.58	-30.26	9.50	-0.22	-8.81	16.69
Desvio Padrão (%)	18.22	31.54	11.72	16.57	19.56	16.64
Variância (%)	3.32	9.95	1.37	2.75	3.83	2.77
Beta	1.04	0.67	0.12	0.45	0.53	0.06
Índice de Sharpe	0.09	-0.24	0.22	0.02	-0.10	0.30
Alfa	-1.84	1.01	0.21	0.34	0.76	1.46
Medida de Treynor	0.45	-3.32	6.25	0.20	-1.03	22.10
Taxa de Turnover (%)	81.38	50.56	35.49	47.84	51.84	39.46

Fonte: elaboração própria

Em termos de retorno, os dois anos de maior destaque para as carteiras clássicas restritas foram 2009 e 2012, em que os retornos mensais médios foram de 1,54% e 2,12% e os retornos anuais de 19,43% e 24,59%, respectivamente. Também nesses dois anos foram registrados os maiores excessos de retorno das carteiras clássicas restritas.

Os valores de excessos de retorno ajustados pelo risco das carteiras são computados no índice de Sharpe. Este registrou valores positivos em quatro dos seis anos analisados, 2007, 2009, 2010 e 2012, especialmente este último.

Observou-se que a associabilidade entre as carteiras clássicas restritas e o benchmark do mercado, explicitados através dos betas das carteiras, oscilando entre 0,06 em 2012 e 1,04 em 2007.

É devido atentar para os níveis elevados de turnover, sinalizando, indiretamente, altos custos de administração dos portfólios, advindos do grande volume de compras e vendas de ativos ao longo dos períodos.

4.3 O Modelo Robusto

As carteiras confeccionadas observando o modelo robusto de otimização tiveram uma forma alternativa às carteiras clássicas para mensuração de retornos e riscos esperados. A utilização de um peso maior para os retornos mais recentes, a incorporação de um número maior de observações na mensuração da matriz de covariância real dos ativos e a inserção do termo robusto na função de otimização conduziram aos resultados expostos nas Tabelas 12, 13 e 14:

Tabela 12: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Robustas – 2007 a 2012

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2007	JAN	2.42	2.46	1.46	1.49	-
	FEV	5.56	1.09	1.42	1.82	129.51
	MAR	8.91	4.57	1.42	1.86	168.98
	ABR	6.54	4.98	1.50	0.65	174.00
	MAI	5.95	6.50	1.43	1.42	193.06
	JUN	3.34	-0.60	1.49	1.20	144.96
	JUL	4.88	-4.18	1.45	1.51	151.21
	AGO	4.76	4.34	1.33	2.31	180.42
	SET	9.55	8.50	1.47	1.50	159.80
	OUT	4.46	2.89	1.46	1.68	166.80
	NOV	4.63	-0.23	1.39	2.46	183.06
	DEZ	10.89	0.69	1.43	1.94	151.62

Fonte: elaboração própria

Tabela 13: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Robustas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2008	JAN	3.50	-3.14	1.48	2.45	200.00
	FEV	1.87	0.71	1.53	2.02	151.62
	MAR	-0.46	-2.14	1.51	1.46	157.16
	ABR	2.60	11.95	1.52	1.84	169.90
	MAI	13.23	4.81	1.99	1.66	171.95
	JUN	8.15	-10.73	1.83	1.88	175.21
	JUL	4.39	-7.54	1.72	2.49	180.83
	AGO	2.28	-11.30	1.78	1.60	141.73
	SET	0.66	-22.21	1.84	5.36	196.75
	OUT	15.32	-20.86	1.86	6.98	191.80
	NOV	2.51	-9.86	2.00	2.75	191.80
	DEZ	6.07	-3.94	2.22	4.14	196.50

2009	JAN	1.20	0.09	1.99	1.88	199.02
	FEV	3.15	-7.33	2.12	2.24	195.16
	MAR	3.79	-0.35	2.10	2.88	4.12
	ABR	2.38	5.60	2.19	2.03	172.51
	MAI	0.70	13.45	2.19	2.25	200.00
	JUN	2.84	2.03	2.47	2.04	200.00
	JUL	-1.53	5.82	1.67	1.01	185.74
	AGO	2.43	17.92	2.21	2.77	168.16
	SET	-0.87	1.30	2.00	1.10	188.61
	OUT	-3.35	1.50	1.86	1.40	152.65
	NOV	-2.95	1.77	1.85	1.04	3.41
	DEZ	1.22	3.73	2.29	1.64	170.54

2010	JAN	0.76	-6.65	2.14	0.81	200.00
	FEV	-0.03	-5.85	2.13	1.56	150.67
	MAR	0.69	6.20	2.15	1.09	146.13
	ABR	-0.06	-0.61	1.92	1.44	171.46
	MAI	1.28	3.97	1.81	1.33	142.31
	JUN	-0.99	-2.71	2.65	1.72	184.29
	JUL	-1.83	2.26	1.90	0.94	188.42
	AGO	1.78	-0.29	1.74	1.21	168.25
	SET	1.13	8.47	1.78	1.13	199.06
	OUT	0.95	3.39	1.77	1.00	191.54
	NOV	0.29	-1.60	1.47	0.99	156.48
	DEZ	-1.74	4.36	1.43	0.67	55.92

Fonte: elaboração própria

Tabela 14: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Robustas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2011	JAN	-0.92	3.90	2.12	1.20	146.54
	FEV	0.79	-1.06	2.30	1.71	195.36
	MAR	0.92	5.85	1.83	1.08	161.13
	ABR	6.19	-1.05	1.51	0.54	158.25
	MAI	3.44	10.53	2.52	2.43	184.28
	JUN	2.71	-3.02	1.91	1.70	159.89
	JUL	-1.53	-2.29	2.21	0.69	200.00
	AGO	3.49	-5.38	1.76	3.05	178.44
	SET	3.26	-9.63	1.81	1.86	179.96
	OUT	-0.68	11.53	2.12	1.95	178.24
	NOV	-0.43	6.60	1.99	1.32	66.11
	DEZ	4.68	9.23	1.99	1.23	133.89

2012	JAN	0.24	0.40	1.87	0.91	164.17
	FEV	0.97	8.08	1.94	0.50	170.71
	MAR	1.71	11.26	2.07	1.73	200.00
	ABR	0.53	7.31	1.75	0.86	192.37
	MAI	0.77	-11.73	2.11	1.74	136.70
	JUN	3.50	0.52	2.00	2.08	160.96
	JUL	6.20	5.79	2.04	2.14	187.79
	AGO	3.72	-8.85	2.34	1.69	200.00
	SET	1.85	1.74	1.66	1.12	200.00
	OUT	1.78	-2.76	1.67	1.11	186.45
	NOV	2.26	-2.76	2.21	3.06	92.32

Fonte: elaboração própria

A exemplo das carteiras clássicas e carteiras clássicas restritas, os valores esperado e efetivos das carteiras robustas apresentaram algum grau de divergência. A mensuração dessa disparidade foi feita através dos erros quadráticos médios e dos desvios absolutos médios, conforme expostos na Tabela 15:

Tabela 15: Erro Quadrático Médio e Desvio Absoluto Médio das Carteiras Robusta na mensuração de risco e retorno – 2007 a 2012

Período	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
2007	0.225	3.505	0.003	0.408
2008	2.479	12.756	0.037	1.206
2009	0.544	5.800	0.003	0.475
2010	0.209	3.969	0.006	0.750
2011	0.543	6.498	0.006	0.666
2012	0.506	5.612	0.005	0.616

Fonte: elaboração própria

Entre os valores apresentados na Tabela 15, salientam-se os erros quadráticos médios e desvios absolutos médios no ano de 2008. Naquele período, verificou-se um incremento nos valores calculados, muito por conta da crise financeira daquele ano. Nesse sentido, observou-se que o erro quadrático médio calculado foi de 2,479 e o desvio absoluto médio de 12,756.

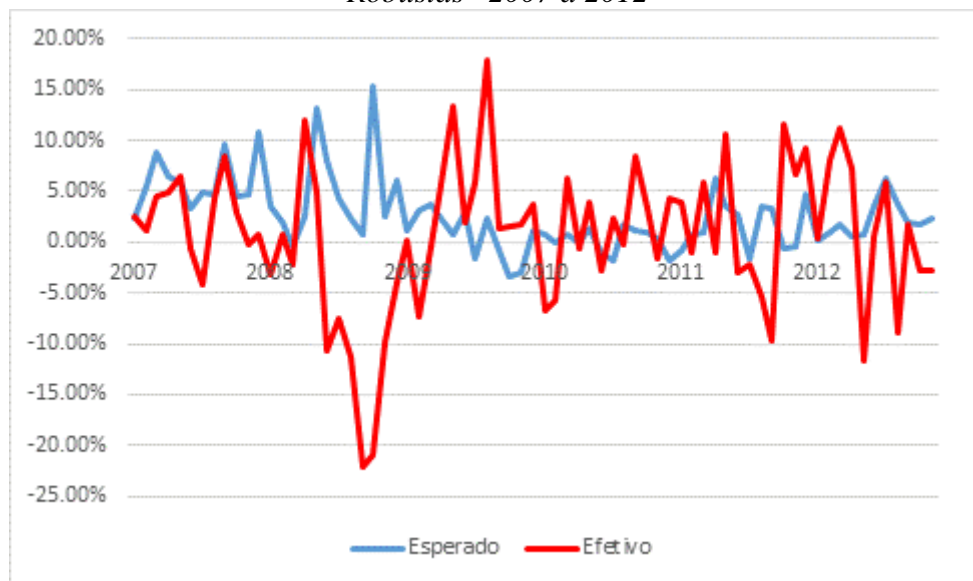
Observou-se uma forte desvalorização das carteiras robustas durante o ano de 2008, acompanhando o desempenho ruim do mercado, mas em 2009, principalmente a partir no segundo trimestre, as carteiras robustas experimentaram valorização, alcançando incremento superior a 17% em agosto daquele ano.

Em 2010, as carteiras robustas alternaram momentos de valorização e desvalorização e encerrou o ano com um retorno bem mais modesto que o apurado no ano anterior. 2011, as carteiras tornaram a enfrentar os efeitos de uma nova crise, esta com suas raízes na zona do Euro, no entanto, diferentemente ao que foi observado em 2008, os erros na estimação dos retornos não sofreram incrementos muito altos. Em 2012, os retornos das carteiras robustas experimentaram momentos de valorização e desvalorização, com erros de estimação próximos aos observados em 2011. Os erros quadráticos médios e os desvios absolutos médios para os retornos foram de 0,506 e 5,612 respectivamente.

Os riscos esperados e efetivos tiveram valores observados próximos um do outro, excetuando 2008 por conta do comportamento atípico do mercado. Os erros quadráticos médios dos riscos não ultrapassaram 0,037 e os desvios absolutos médios atingiram um valor máximo de 1,206.

O Gráfico 5 exibe os valores esperados e efetivos de retornos das carteiras robustas ao longo dos períodos analisados. O afastamento, em alguns momentos maior, em outros menor, entre os valores esperados e efetivos refletem os erros de estimação mensurados através dos erros quadráticos médios e desvios absolutos médios, já apresentados.

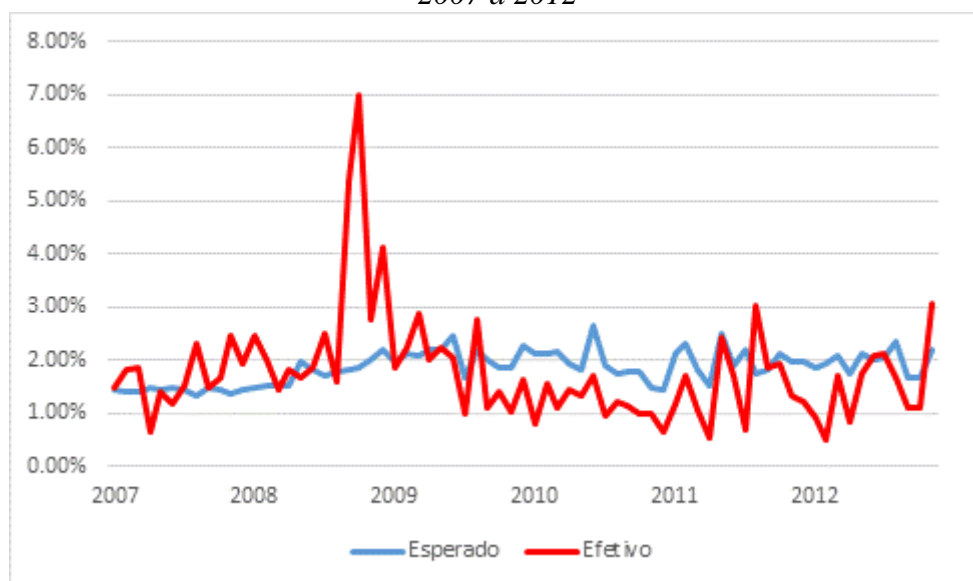
Gráfico 5: Retorno Mensal Esperado x Retorno Mensal Efetivo das Carteiras Robustas– 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Os riscos esperados e efetivos das carteiras robustas têm seus valores ao longo do tempo exibidos no Gráfico 6:

Gráfico 6: Risco Mensal Esperado x Risco Mensal Efetivo das Carteiras Robustas – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Assim como proposto para as carteiras anteriores, foram calculadas algumas métricas para avaliar o desempenho das carteiras robustas. Foram analisadas as performances do retorno e do risco da carteira, associando-os a depender da métrica utilizada, com a carteira de mercado e com o ativo livre de risco (Selic Over). A Tabela 16 apresenta essas informações:

Tabela 16: Métricas de Avaliação de Desempenho das Carteiras Robustas – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Retorno Mensal Médio (%)	2.58	-6.19	3.79	0.91	2.10	0.82
Retorno Anual (%)	34.94	-56.28	52.99	10.19	25.21	6.63
Excesso de Retorno (%)	23.06	-68.77	43.05	0.43	13.59	-1.27
Desvio Padrão (%)	12.04	34.04	22.73	16.19	23.53	24.65
Variância (%)	1.45	11.59	5.17	2.62	5.53	6.08
Beta	0.53	0.80	0.39	0.40	0.84	0.37
Índice de Sharpe	0.47	-0.73	0.46	0.03	0.17	0.02
Alfa	0.48	-3.32	1.25	0.36	3.26	0.28
Medida de Treynor	3.13	-8.99	7.74	0.33	1.40	0.33
Taxa de Turnover (%)	166.95	177.02	153.41	158.42	163.31	172.73

Fonte: elaboração própria

Os retornos mensais médios das carteiras robustas tiveram valores observados entre 3,79%, em 2009, e -6.19%, em 2008. Em valores acumulados anuais, os valores observados foram, desde -56.28% em 2008 até 52,99% em 2009. Embora nominalmente altos, os retornos das carteiras robusta, se confrontados com o ativo livre de risco, apresentam valores mais modestos.

O grau de associabilidade entre as carteiras robustas e o *benchmark* do mercado teve mudanças ao longo dos períodos. O beta das carteiras robustas oscilaram entre 0,37 em 2012 e 0,84 em 2011.

O índice de Sharpe dá uma boa indicação dos retornos das carteiras frente o ativo livre de risco e associados aos seus riscos. Em 2007, o índice de Sharpe calculado foi de 0,47, indicando uma relação positiva e desejável de retorno em relação ao risco. Em 2008, ao contrário, o excesso de retorno apurado foi negativo e, relacionado com o nível de risco das carteiras robustas, produziu um índice de Sharpe negativo, na ordem de -0,73. Em 2009, contrastando com 2008, o excesso de retorno médio das carteiras foi positivo, produzindo um índice de Sharpe de 0,46. 2010, 2011 e 2012, os índices de Sharpe calculados foram de 0,03, 0,17 e 0,02 respectivamente.

Uma das métricas que mais chamaram atenção foi a taxa de turnover média das carteiras robustas. Os valores apresentados exibem taxas superiores a 100%, o que indica, indiretamente, custos de administração dos portfólios altos.

4.4 As Carteiras Ingênuas

Buscou-se também o acompanhamento de uma proposta de diversificação ingênua. Esta estratégia consistiu, como já apresentado, na diversificação simples entre todos os ativos que compuseram o Ibovespa durante os períodos analisados. As estimações de risco e retorno seguiram as proposições do modelo clássico. Sinteticamente, os valores das carteiras ingênuas são apresentados na Tabela 17:

Tabela 17: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2007	Jan	2.65	-0.13	1.43	1.44	-
	Fev	2.37	-1.51	1.83	1.89	0.00
	Mar	2.91	4.67	1.84	1.86	0.00
	Abr	2.75	8.49	0.75	0.76	0.00
	Mai	3.66	7.11	1.79	1.18	9.42
	Jun	3.46	4.93	0.68	1.19	0.00
	Jul	4.19	-2.88	1.15	1.53	0.00
	Ago	3.94	1.93	1.93	1.98	0.00
	Set	3.23	6.38	1.61	1.56	0.00
	Out	3.55	4.93	1.47	1.50	0.00
	Nov	3.62	-3.93	2.28	2.39	0.00
	Dez	3.13	-2.95	1.49	1.53	8.16

2008	Jan	2.96	-4.66	2.45	2.49	4.00
	Fev	1.73	5.99	1.65	1.75	0.00
	Mar	2.09	-2.36	1.96	2.02	4.00
	Abr	2.07	11.17	1.82	1.87	0.00
	Mai	2.22	4.96	1.87	1.27	4.00
	Jun	4.47	-9.16	1.55	1.56	4.08
	Jul	2.57	-2.95	1.78	1.85	0.00
	Ago	2.20	-6.01	1.54	1.58	4.00
	Set	1.42	-11.00	3.76	4.12	4.00
	Out	1.48	-19.38	6.49	6.48	0.00
	Nov	0.33	1.13	3.30	3.47	0.00
	Dez	0.15	2.63	2.32	2.49	0.00

Fonte: elaboração própria

Tabela 18: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2009	Jan	-0.05	-6.36	1.98	2.03	17.31
	Fev	-0.02	-0.99	1.44	1.49	0.00
	Mar	-0.07	3.72	2.22	2.28	0.00
	Abr	-0.03	19.18	1.51	1.55	0.00
	Mai	0.39	0.01	2.07	2.12	3.85
	Jun	0.51	1.07	1.44	1.48	0.00
	Jul	0.23	6.90	1.09	1.11	0.00
	Ago	0.66	5.45	1.04	1.07	0.00
	Set	0.97	3.89	0.96	0.98	7.69
	Out	0.92	3.18	1.89	1.94	0.00
	Nov	0.72	6.53	1.43	1.47	5.77
	Dez	1.48	7.10	1.01	1.04	0.00

2010	Jan	1.69	-3.81	0.94	0.97	15.69
	Fev	1.43	-0.67	1.43	1.48	0.00
	Mar	1.64	3.97	0.75	0.77	0.00
	Abr	1.68	-1.93	0.91	0.93	0.00
	Mai	1.20	-3.68	1.77	1.82	0.00
	Jun	1.02	2.64	1.25	1.28	0.00
	Jul	1.76	7.52	0.95	0.97	3.85
	Ago	2.08	-1.97	0.98	1.00	3.77
	Set	2.29	5.74	0.84	0.86	12.40
	Out	3.11	3.44	0.87	0.89	0.00
	Nov	3.62	-3.41	1.12	1.15	3.57
	Dez	4.35	1.17	0.85	0.87	0.00

2011	Jan	3.47	-1.84	0.88	0.90	7.27
	Fev	3.36	-1.78	1.21	1.24	0.00
	Mar	3.55	5.49	0.80	0.82	0.00
	Abr	2.98	-1.53	0.82	0.84	0.00
	Mai	2.55	-1.32	0.92	0.94	7.14
	Jun	2.29	-2.24	0.93	0.96	0.00
	Jul	1.84	-7.26	1.03	1.06	0.00
	Ago	1.09	-1.50	2.67	2.73	0.00
	Set	0.78	-7.76	1.87	1.92	7.14
	Out	0.15	10.27	1.86	1.91	0.00
	Nov	0.36	-2.77	1.44	1.48	3.51
	Dez	-0.06	4.00	1.37	1.41	0.00

Fonte: elaboração própria

Tabela 19: Retornos e Riscos Mensais Esperados e Efetivos das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)		Risco (%)		Taxa de Turnover (%)
		Esperado	Efetivo	Esperado	Efetivo	
2012	Jan	-0.22	8.71	0.97	0.83	19.05
	Fev	0.45	6.51	0.91	0.97	0.00
	Mar	0.54	-0.63	1.15	1.18	0.00
	Abr	1.82	-2.72	1.05	1.08	0.00
	Mai	0.78	-12.50	1.45	1.52	9.52
	Jun	0.16	1.61	1.35	1.59	0.00
	Jul	0.03	2.33	1.96	1.93	0.00
	Ago	-0.21	3.07	1.35	1.42	3.33
	Set	0.04	3.63	1.16	1.24	21.54
	Out	-0.06	-3.39	0.82	0.81	0.00
	Nov	-0.38	1.13	1.29	1.35	0.00

Fonte: elaboração própria

Não diferentemente das demais carteiras, as carteiras ingênuas apresentaram algum grau de discrepância entre os valores esperado e efetivos de risco e retorno. A mensuração desse grau de afastamento entre os valores esperados e efetivos foram calculados pelos erros quadráticos médios e pelos desvios absolutos médios, dispostos da Tabela 20.

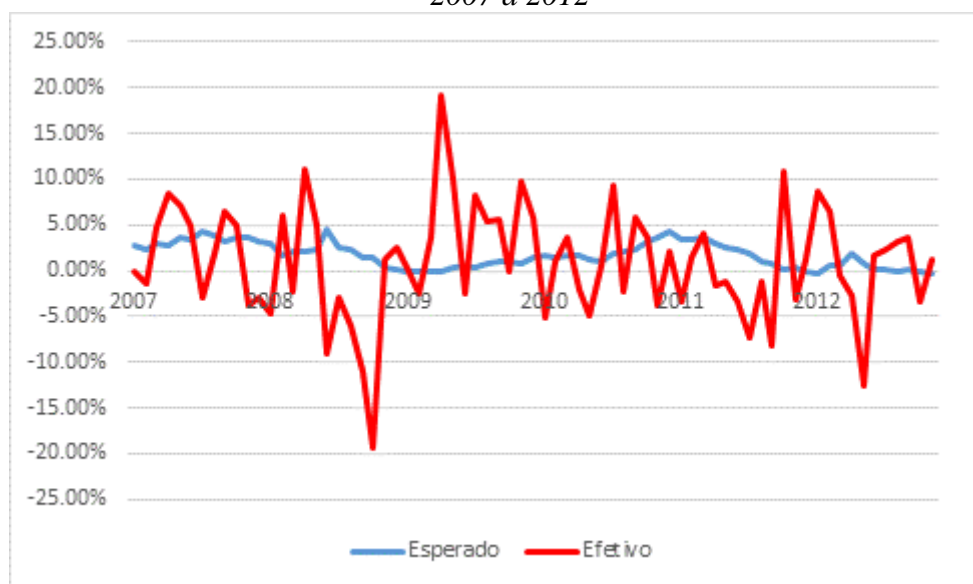
Tabela 20: Erro Quadrático Médio e Desvio Absoluto Médio das Carteiras Ingênuas na mensuração de risco e retorno – 2007 a 2012

Período	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
2007	0.194	3.860	0.001	0.157
2008	0.888	7.674	0.000	0.140
2009	0.582	5.856	0.000	0.083
2010	0.208	3.747	0.000	0.047
2011	0.345	4.918	0.000	0.076
2012	0.327	4.495	0.000	0.075

Fonte: elaboração própria

De fato, nota-se que os valores esperados e efetivos dos retornos das carteiras ingênuas estiveram, por vezes distantes um dos outros, implicando o incremento dos erros quadráticos médios e dos desvios absolutos médios, a exemplo de 2008. Houve momentos em que os valores esperados e efetivos dos retornos das carteiras estiveram mais próximos um dos outros, assim os erros quadráticos médios e desvios absolutos médios experimentaram valores mais modestos, a exemplo de 2007 e 2010. O Gráfico 7 exhibe os valores esperados e efetivos das carteiras ingênuas ao longo do tempo:

Gráfico 7: Retorno Mensal Esperado x Retorno Mensal Efetivo das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Alternativamente, os valores de risco apresentaram menor distorções entre os valores esperados e efetivos, portanto seus erros quadráticos médios e desvios absolutos médios também foram menores. Os valores esperados e efetivos de risco das carteiras ingênuas estão dispostos ao longo do tempo no Gráfico 8:

Gráfico 8: Risco Mensal Esperado x Risco Mensal Efetivo das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

O desempenho das carteiras ingênuas puderam ser melhor analisadas após o cálculo de alguma métricas, dispostas na Tabela 21.

Tabela 21: Métricas de Avaliação de Desempenho das Carteiras Ingênuas – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Retorno Mensal Médio (%)	2.25	-2.47	5.22	0.66	-0.99	0.70
Retorno Anual (%)	29.35	-28.97	80.86	7.02	-12.48	6.27
Excesso de Retorno (%)	17.47	-41.45	70.93	-2.73	-24.10	-1.63
Desvio Padrão (%)	15.18	29.04	21.43	15.48	17.58	19.60
Variância (%)	2.30	8.43	4.59	2.39	3.09	3.84
Beta	0.82	0.76	0.88	0.72	0.92	0.85
Índice de Sharpe	0.30	-0.41	0.72	-0.03	-0.38	0.00
Alfa	-0.50	0.23	0.48	0.28	0.35	0.37
Medida de Treynor	1.60	-4.53	5.05	-0.17	-2.08	0.01
Taxa de Turnover (%)	1.466	2.007	2.885	3.273	2.089	4.454

Fonte: elaboração própria

Verificou-se valores de retornos mensais médios entre -2,47%, em 2008, e 5,22%, em 2009. Já os valores acumulados anuais foram de -28,97% a 80,86% nos anos de 2008 e 2009, respectivamente. Descontados os retornos do ativo livre de risco, os excessos de retornos puderam ser calculados, assim, os valores obtidos exibiram sua menor marca em 2008 e o maior registro em 2009.

O grau de associabilidade entre as carteiras ingênuas e a carteira de mercado (representada pelo Ibovespa) foi mensurado através do beta das carteiras. Os valores apresentados na Tabela 21 exibem valores de betas entre 0,72 em 2010 e 0,92 em 2011.

Os índices de Sharpe apresentam uma relação mais intuitiva entre o excesso de retorno da carteira, associada a seu risco. Nesse sentido, observou-se uma relação negativa nos anos de 2008, 2010 e 2011, o que indica que em média, as carteiras não apresentaram retornos superiores que o rendimento médio do ativo livre de risco naqueles anos. O ano de 2009 apresentou o maior índice de Sharpe entre os anos considerados, o que corrobora com a forte recuperação do mercado após a crise de 2008. Em 2012, o índice de Sharpe apurado foi praticamente nulo.

O que chama a atenção nas carteiras ingênuas é o baixo turnover apresentado pelas carteiras ao longo dos períodos. Isso implica uma troca menos intensa de papéis de uma carteira para a outra. Em verdade, as trocas de papéis se verificaram apenas quando algum ativo deixou de compor ou passou a compor o Ibovespa em determinado período, ou quando a ação deixou de ser negociada no mercado.

4.5 O Ibovespa

Apresentadas as carteiras propostas, é necessário compará-las com o Ibovespa, principal índice da Bovespa e adotado como *proxy* da carteira de mercado, e comparar os desempenhos efetivos dos portfólios. As Tabelas 22, 23 e 24 exibem os valores de risco e retorno do Ibovespa ao longo dos períodos considerados. O cálculo do risco do índice seguiu as proposições do modelo clássico.

Tabela 22: Retornos e Riscos Mensais do Ibovespa – 2007 a 2012

Período		Retorno (%)	Risco (%)
2007	Jan	0.38	1.58
	Fev	-1.68	1.98
	Mar	4.36	2.02
	Abr	6.88	0.85
	Mai	6.77	1.31
	Jun	4.06	1.18
	Jul	-0.39	1.70
	Ago	0.84	2.21
	Set	10.67	1.71
	Out	8.02	1.90
	Nov	-3.54	2.30
	Dez	1.40	1.73
2008	Jan	-6.88	2.91
	Fev	6.72	1.76
	Mar	-3.97	2.25
	Abr	11.32	1.87
	Mai	6.96	1.39
	Jun	-10.44	1.81
	Jul	-8.48	1.88
	Ago	-6.43	1.90
	Set	-11.03	4.79
	Out	-24.80	6.81
	Nov	-1.77	4.43
	Dez	2.61	2.96

Fonte: elaboração própria

Tabela 23: Retornos e Riscos Mensais do Ibovespa – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)	Risco(%)
2009	Jan	4.66	3.09
	Fev	-2.84	2.18
	Mar	7.18	2.75
	Abr	15.55	1.83
	Mai	12.49	2.42
	Jun	-3.26	1.87
	Jul	6.41	1.47
	Ago	3.15	1.26
	Set	8.90	1.01
	Out	0.05	2.37
	Nov	8.93	1.47
	Dez	2.30	1.13

2010	Jan	-4.65	1.15
	Fev	1.68	1.69
	Mar	5.82	0.82
	Abr	-4.04	1.14
	Mai	-6.64	2.16
	Jun	-3.35	1.48
	Jul	10.80	1.02
	Ago	-3.51	1.20
	Set	6.58	0.97
	Out	1.79	1.01
	Nov	-4.20	1.28
	Dez	2.36	1.02

2011	Jan	-3.94	0.93
	Fev	1.22	1.27
	Mar	1.79	1.02
	Abr	-3.58	0.98
	Mai	-2.29	1.03
	Jun	-3.43	0.95
	Jul	-5.74	1.14
	Ago	-3.96	2.95
	Set	-7.38	1.98
	Out	11.49	2.04
	Nov	-2.51	1.52
	Dez	-0.21	1.44

Fonte: elaboração própria

Tabela 24: Retornos e Riscos Mensais do Ibovespa – 2007 a 2012 (continuação)

Período		Retorno (%)	Risco (%)
2012	Jan	11.13	0.95
	Fev	4.34	1.17
	Mar	-1.98	1.30
	Abr	-4.17	1.18
	Mai	-11.86	1.70
	Jun	-0.25	1.76
	Jul	3.21	1.89
	Ago	1.72	1.30
	Set	3.70	1.41
	Out	-3.56	0.90
	Nov	0.71	1.49

Fonte: elaboração própria

Desde 2007 até 2012, o mercado acionário brasileiro experimentou diferentes realidades. De início, o mercado apresentava uma tendência de alta, apresentando retornos mensais bastante atrativos. No entanto, com o aprofundamento da crise financeira mundial, o ano de 2008 foi, verdadeiramente catastrófico para o Ibovespa, apresentando retrações de quase 25% em um único mês. Em 2009, o ano foi de recuperação frente ao período anterior, já em 2010, o mercado “andou de lado”, voltando a apresentar resultados negativo em 2011, com o agravamento das condições macroeconômicas na zona do Euro, refletindo no mercado financeiro nacional. 2012 alternou momentos de valorização e desvalorização, computando ligeira alta.

Assim como proposto para as carteiras anteriores, foram calculadas algumas métricas para avaliação de desempenho. Algumas das métricas utilizadas anteriormente perderam seu sentido com a utilização do Ibovespa, pois este foi tomado como a carteira de mercado. Nesse sentido os betas calculados foram sempre iguais a 100%, visto que considera em seu cálculo a covariância entre a carteira e a carteira de mercado, que nesse caso são as mesmas, e a variância da carteira de mercado. Os alfas de Jensen e as medidas de Treynor, acabariam por exibir apenas o excesso de retorno médio do Ibovespa. A Tabela 25 exhibe as métricas utilizadas para acompanhamento do índice.

Tabela 25: Métricas de Avaliação de Desempenho do Ibovespa – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Retorno Mensal Médio (%)	3.15	-3.85	5.29	0.22	-1.54	0.27
Retorno Anual (%)	43.65	-41.22	82.66	1.04	-18.11	1.27
Excesso de Retorno (%)	31.78	-53.70	72.73	-8.71	-29.73	-6.63
Desvio Padrão (%)	15.00	34.26	20.06	18.92	16.93	20.32
Variância (%)	2.25	11.74	4.02	3.58	2.87	4.13
Índice de Sharpe	0.51	-0.49	0.78	-0.10	-0.50	-0.07

Fonte: elaboração própria

Percebeu-se que em mais da metade do período considerado (2008, 2010, 2011 e 2012) o Ibovespa foi sequer capaz de superar o retorno médio de um ativo livre de risco. O excesso de retorno negativo conduziu a índices de Sharpe também negativos.

4.6 Comparação das Carteiras

Apresentados os valores esperados e efetivos das carteiras regidas pelos modelos clássico e robusto, além da carteira de diversificação ingênua e o próprio Ibovespa, cabe analisar conjuntamente os quatro tipos de carteiras e confrontá-los com o Ibovespa.

É necessário explorar a acurácia, ou falta dela, na estimativa de retornos e risco das carteiras. As Tabelas 26 e 27 exibem os valores de erros quadráticos médio e desvios absolutos médios nas estimativas de risco e retornos das carteiras consideradas

Tabela 26 – Erros Quadráticos Médios e Desvios Absolutos Médios na mensuração de Risco e Retornos das Carteiras – 2007 a 2012

2007

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	0.405	5.219	0.002	0.327
Carteiras Clássicas Restritas	0.433	5.543	0.002	0.323
Carteiras Robustas	0.225	3.505	0.003	0.408
Carteiras Ingênuas	0.194	3.860	0.001	0.157

2008

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	1.230	9.443	0.013	0.748
Carteiras Clássicas Restritas	1.178	9.207	0.012	0.658
Carteiras Robustas	2.479	12.756	0.037	1.206
Carteiras Ingênuas	0.888	7.674	0.000	0.140

Fonte: elaboração própria

Tabela 27 – Erros Quadráticos Médios e Desvios Absolutos Médios na mensuração de Risco e Retornos das Carteiras – 2007 a 2012 (continuação)

2009

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	0.220	3.584	0.019	1.284
Carteiras Clássicas Restritas	0.147	3.135	0.014	1.159
Carteiras Robustas	0.544	5.800	0.003	0.475
Carteiras Ingênuas	0.582	5.856	0.000	0.083

2010

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	0.430	5.235	0.005	0.613
Carteiras Clássicas Restritas	0.363	4.672	0.005	0.673
Carteiras Robustas	0.209	3.969	0.006	0.750
Carteiras Ingênuas	0.208	3.747	0.000	0.047

2011

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	0.473	5.479	0.003	0.356
Carteiras Clássicas Restritas	0.489	5.653	0.003	0.348
Carteiras Robustas	0.543	6.498	0.006	0.666
Carteiras Ingênuas	0.345	4.918	0.000	0.076

2012

Carteiras	Retorno		Risco	
	EQM	DAM	EQM	DAM
Carteiras Clássicas	0.251	4.201	0.001	0.196
Carteiras Clássicas Restritas	0.253	4.215	0.001	0.192
Carteiras Robustas	0.506	5.612	0.005	0.616
Carteiras Ingênuas	0.327	4.495	0.000	0.075

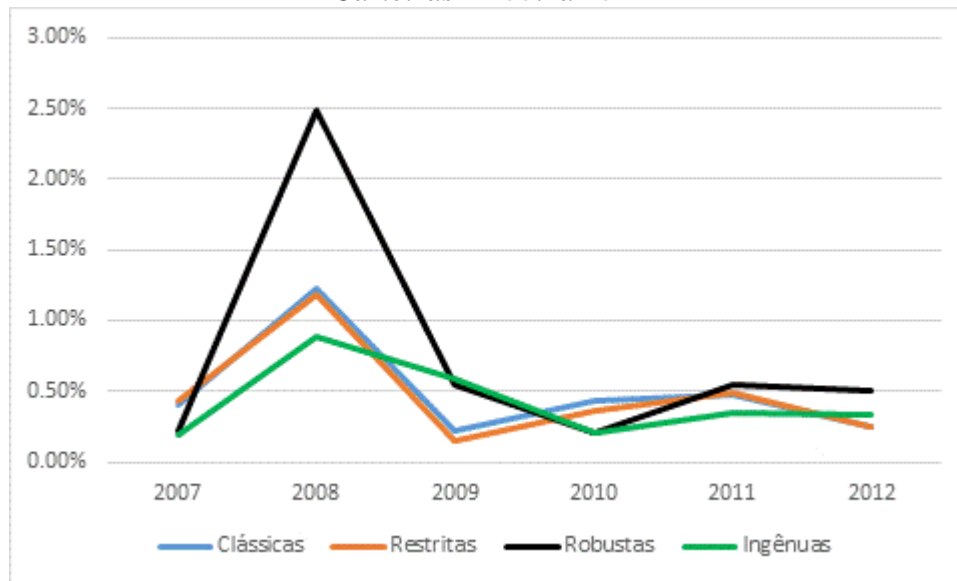
Fonte: elaboração própria

Os valores apresentados permitem comparar os erros de estimação de cada uma das carteiras. Nesse sentido, percebeu-se que em 2007 as carteiras clássicas restritas tiveram o pior poder de previsão, por apresentar maiores valores de erro. Em 2008, as carteiras robustas apresentaram previsões de retorno menos acuradas, seguidas pelas carteiras clássicas e pelas carteiras clássicas restritas, já as carteiras ingênuas, apresentaram níveis de erros inferiores aos demais. Já em 2009 as carteiras clássicas e as clássicas restritas apresentaram os menores valores de erro, o que se inverteu no ano seguinte, 2010, quando passaram a apresentar o pior poder de previsão. Nos dois anos

seguintes, as carteiras robustas foram as que apresentaram os maiores valores de erro, portanto menor poder de previsão.

Graficamente, os valores de erros de cada uma das carteiras podem ser conferidos no Gráfico 9, que exibe os valores dos erros quadráticos médios das carteiras no decorrer do tempo

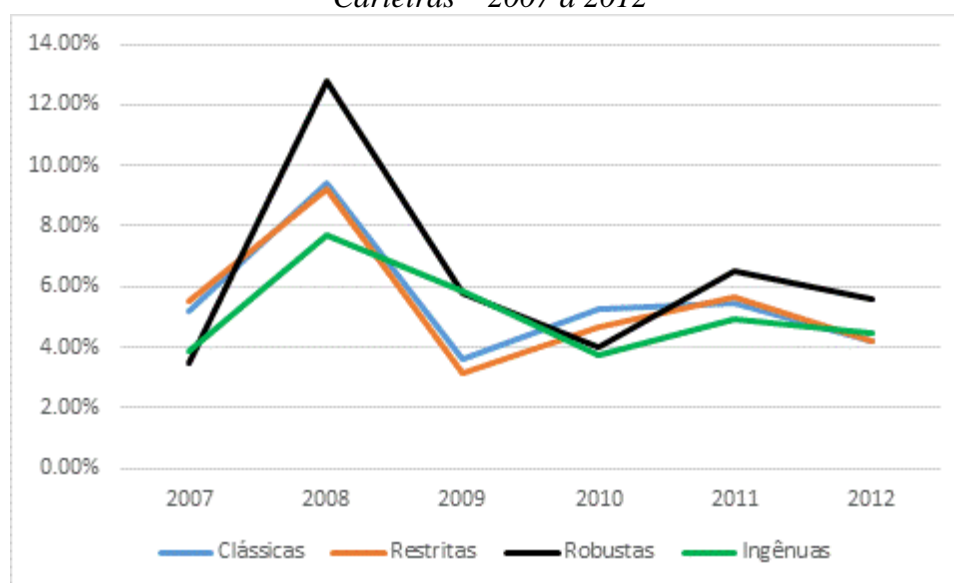
Gráfico 9: Erros Quadráticos Médios na Estimação dos Retornos Mensais das Carteiras – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Alternativamente, aos erros quadráticos médios, os desvios absolutos médio também tiveram seus valores exibido. O Gráfico 10 apresenta esses valores ao longo do tempo.

Gráfico 10: Desvios Absolutos Médios na Estimação dos Retornos Mensais das Carteiras – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

A mensuração do risco apresentou valores de erros próximos entre as carteiras selecionadas e, a exemplo de Jagannathan e Ma (2003), observou-se que os erros de estimação nos retornos foram maiores que os erros de estimação nas covariâncias.

Também se faz necessária a comparação entre as métricas apuradas para avaliação do desempenho das carteiras. Quanto aos retornos médios mensais, a Tabela 28 exhibe os valores observados de cada uma das carteiras no decorrer do tempo.

Tabela 28: Retornos Mensais Médios (%) das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012

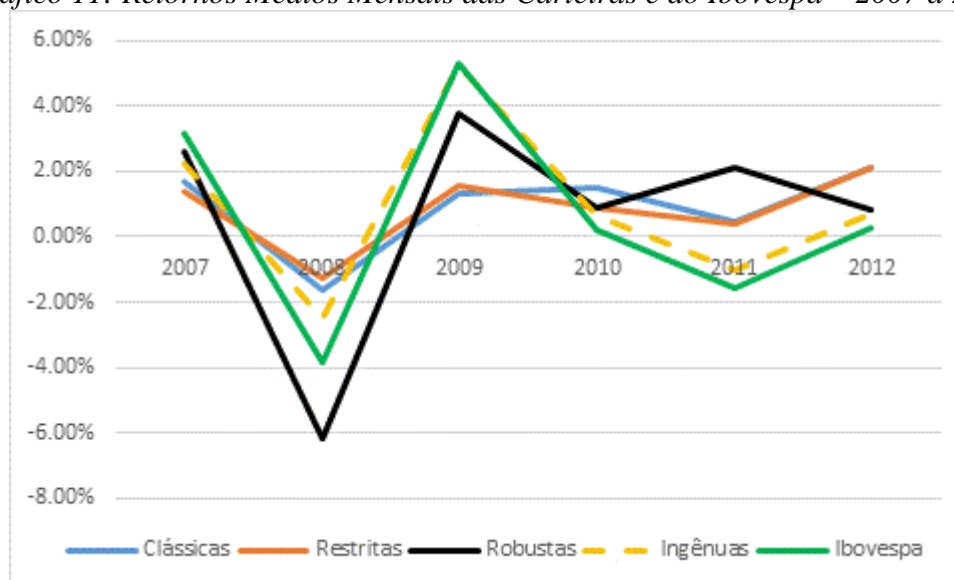
	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	1.72	-1.64	1.29	1.48	0.49	2.09
Carteiras Clássicas Restritas	1.40	-1.24	1.54	0.87	0.38	2.12
Carteiras Robustas	2.58	-6.19	3.79	0.91	2.10	0.82
Carteiras Ingênuas	2.25	-2.47	5.22	0.66	-0.99	0.70
Ibovespa	3.15	-3.85	5.29	0.22	-1.54	0.27

Fonte: elaboração própria

Os valores apresentados permitem classificar as carteiras por ordem de maior retorno mensal médio. Nesse sentido, em 2007 as carteiras com melhores desempenhos foram as carteiras robustas, apresentando retorno mensal médio menor apenas que o Ibovespa. Em 2008, todas as carteiras apresentaram valores negativos, no entanto, dentre as carteiras, as clássicas restritas tiveram os maiores valores, seguidas das clássicas restritas, das ingênuas, do Ibovespa e por último as robustas. Em 2009, por ordem

decrecente de retornos mensais médios, pode-se proceder a listagem: Ibovespa, as carteiras ingênuas, as carteiras robustas, as carteiras clássicas restritas e as carteiras clássicas. No ano seguinte, 2010 as carteiras clássicas apresentaram o melhor valor médio mensal de retorno, seguidas pelas carteiras robustas, pelas clássicas restritas, pelas ingênuas e pelo Ibovespa. Em 2011, as carteiras ingênuas e o Ibovespa apresentaram retornos médio negativos, levando larga desvantagem frente as demais, observando-se essa variável. Em 2012 as carteiras clássicas restritas tornaram a figurar como a de melhor desempenho, seguidas pelas carteiras clássicas, pelas carteiras robustas, pelas ingênuas e pelo Ibovespa. Os dados apresentados na Tabela 28 podem ser visualizados no Gráfico 11, o qual expõe os retornos médios mensais das carteiras ao longo do tempo.

Gráfico 11: Retornos Médios Mensais das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Outra medida utilizada foi o retorno anual, que tem seus valores discriminados na Tabela 24.

Tabela 29: Retorno Anual (%) das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	20.89	16.46	34.94	29.35	43.65	20.89
Carteiras Clássicas Restritas	-21.57	-17.78	-56.28	-28.97	-41.22	-21.57
Carteiras Robustas	15.73	19.43	52.99	80.86	82.66	15.73
Carteiras Ingênuas	17.19	9.54	10.19	7.02	1.04	17.19
Ibovespa	4.20	2.81	25.21	-12.48	-18.11	4.20

Fonte: elaboração própria

Em verdade, a inferência possível de ser feita é, basicamente, de mesma natureza que a já realizada com os retornos médios mensais – o ranqueamento das carteiras, observando os retornos anuais. Caberia ressaltar aquelas que tiveram o melhor desempenho em cada período: em 2007 o Ibovespa registrou o maior retorno e, dentre as carteiras propostas, as carteiras robustas foram as que apresentaram melhor desempenho; em 2008, todas as carteiras apuraram retornos anuais negativos, mas as carteiras clássicas restritas, dentre as analisadas, foi a que obteve melhor desempenho; em 2009, o Ibovespa apurou um retorno superior a 80%, tornando-se a alternativa de melhor desempenho naquele ano; em 2010, as carteiras clássicas foram as que apresentaram melhor performance, seguidas pelas carteiras robustas; em 2011, as carteiras robustas apresentaram um retorno anual superior a 20%, enquanto as demais alternativas tiveram retornos inferiores, ressaltando-se as carteiras ingênuas e o Ibovespa, com retornos anuais negativos; em 2012, por fim, as carteiras restritas foram aquelas com melhor performance, dentre as apresentadas. Graficamente, os retornos anuais das carteiras e do Ibovespa estão dispostos no Gráfico 12

Gráfico 12: Retornos Anuais das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

O excesso de retorno é uma métrica usual para avaliação de ativos. Na Tabela 30, são apresentados os valores de retorno em excesso de cada uma das carteiras e do Ibovespa. O cálculo consistiu na subtração da taxa Selic Over dos retornos anuais das carteiras.

Tabela 30: Excesso de Retorno (%) das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	9.02	-34.06	5.79	7.43	-7.43	16.32
Carteiras Clássicas Restritas	4.58	-30.26	9.50	-0.22	-8.81	16.69
Carteiras Robustas	23.06	-68.77	43.05	0.43	13.59	-1.27
Carteiras Ingênuas	17.47	-41.45	70.93	-2.73	-24.10	-1.63
Ibovespa	31.78	-53.70	72.73	-8.71	-29.73	-6.63

Fonte: elaboração própria

Percebeu-se que em 2007 as carteiras robustas e as carteiras ingênuas foram as alternativas com maiores excessos de retornos dentre as carteiras propostas, apenas o Ibovespa registrou um excesso de retorno superior. No ano seguinte, 2008, nenhuma das alternativas apresentou um retorno anual superior ao ativo livre de risco, portanto, os excessos de retorno foram, todos eles, negativos. Em 2009, o mercado apresentou uma recuperação em relação ao ano anterior e o Ibovespa computou maiores níveis de excesso de retorno, seguido pelas carteiras ingênuas e pelas carteiras robustas, já as carteiras clássicas e restritas apresentaram um desempenho inferior. 2010 registrou as carteiras clássicas com a melhor performance, com excesso de retorno de 7,43%. Em 2011, as carteiras robustas foram as únicas com retornos superiores ao do ativo livre de risco, se apresentando como a melhor alternativa. Em apenas as carteiras clássicas e as carteiras restritas apresentaram excessos de retorno negativos, com ligeira vantagem para as restritas. Graficamente, os excessos de retornos estão dispostos no Gráfico 13

Gráfico 13: Excesso de Retorno das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

As métricas de avaliação de retorno isoladamente podem conduzir a inferências errôneas e conclusões equivocadas. Torna-se necessário associar uma medida de risco às métricas de avaliação de risco. Foram propostas três ópticas – os desvios padrão anuais, as variâncias anuais e os betas das carteiras. Embora indique o grau de afastamento das observações em torno dos seus valores centrais, a variância traz o inconveniente de interpretação, conforme Moura (2009) defende, pois a variância é medida em quadrados, tornando-a um número grande e de difícil manejo, além de os retornos obtidos ao se investir em um título não serem calculados em termos quadráticos. Isto posto, serão discutidos os valores de desvio padrão anual e betas das carteiras.

A interpretação dos valores de desvios padrão das carteiras tem lógica inversa à interpretação dos retornos. Quão maior o desvio padrão, menos desejável a carteira. Nesse sentido, apresentam-se na Tabela 31 os valores dos desvios padrão anuais das carteiras e do Ibovespa

Tabela 31: Desvios Padrão (%) das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012

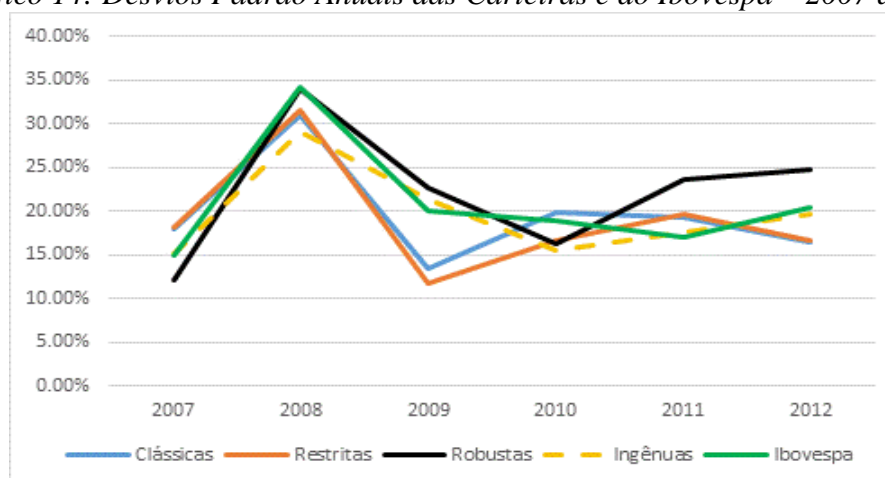
	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	17.96	31.04	13.47	19.88	19.19	16.49
Carteiras Clássicas Restritas	18.22	31.54	11.72	16.57	19.56	16.64
Carteiras Robustas	12.04	34.04	22.73	16.19	23.53	24.65
Carteiras Ingênuas	15.18	29.04	21.43	15.48	17.58	19.60
Ibovespa	15.00	34.26	20.06	18.92	16.93	20.32

Fonte: elaboração própria

Observou-se que, no primeiro ano, 2007, os níveis de risco das carteiras e do Ibovespa estiveram próximos uns dos outros, sendo que as carteiras robustas apresentaram o menor valor durante aquele ano, portanto, apresentando o melhor desempenho. O ano de 2008, marcado pela crise *Subprime*, apresentou os maiores valores de desvio padrão durante a série considerada, naquele ano duas das carteiras analisadas apresentaram valores próximos, as carteiras clássicas restritas e as carteiras clássicas, estas com uma ligeira vantagem, apresentando desvio padrão anual de 31,04%. No ano seguinte, 2009, as carteiras, bem como o Ibovespa, apresentaram uma queda nos valores do desvio padrão e, dessa vez, as carteiras clássicas restritas foram as que apresentaram o menor risco, 11,72%. Em 2010 e 2011 as carteiras ingênuas apresentaram a melhor performance dentre as alternativas consideradas. As carteiras clássicas foram as que apresentaram menor nível de risco anual em 2012, figurando a melhor performance dentre

as carteiras e o índice analisados. Os níveis de risco de cada uma das carteiras e do Ibovespa a cada período estão dispostos no Gráfico 14.

Gráfico 14: Desvios Padrão Anuais das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Outra forma de mensurar o risco é calculando o beta das carteiras. Essa métrica incorpora o grau de associação das carteiras com a carteira de mercado. Nesse sentido, torna-se desnecessário o cálculo do beta do Ibovespa, visto que este é adotado como *proxy* de carteira de mercado e seu beta seria sempre igual a 1. A Tabela 32 expõe os valores dos betas das carteiras ao longo do tempo.

Tabela 32: Beta das Carteiras – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	0.99	0.56	-0.03	0.65	0.45	0.04
Carteiras Clássicas Restritas	1.04	0.67	0.12	0.45	0.53	0.06
Carteiras Robustas	0.53	0.80	0.39	0.40	0.84	0.37
Carteiras Ingênuas	0.82	0.76	0.88	0.72	0.92	0.85

Fonte: elaboração própria

Em 2007 destaca-se o beta das carteiras clássicas restritas, apresentando um valor de 1,04, indicando uma maior sensibilidade das carteiras aos movimentos do mercado. Entre as alternativas, a que apresentou menor beta em 2007 foram as carteiras ingênuas (0,53). Em 2008, as carteiras com menor nível de associabilidade com a carteira de mercado foram as carteiras clássicas, as quais apresentaram beta de 0,56. Em 2009, o mercado provou uma grande recuperação e as carteiras com maior grau de associabilidade com a carteira de mercado, isto é, as carteiras robustas e as carteiras ingênuas, também foram as carteiras que apresentaram maiores retornos naquele ano dentre as propostas. Os valores dos betas das carteiras estão exibidos no Gráfico 15.

Gráfico 15: Betas das Carteiras – 2007 a 2012



Fonte: elaboração própria

Um dos índices mais importantes para a avaliação de desempenho é o índice de Sharpe. Esta métrica mensura a relação entre o excesso de retorno da carteira e seu nível de risco. Por apresentar uma lógica bastante intuitiva, o índice de Sharpe tem sido largamente utilizado pelo investidores para avaliar seus investimentos. A interpretação é relativamente simples: quão maior o índice de Sharpe da carteira, desde que positivo, mais desejável. Os valores dos índices calculados das carteiras e do Ibovespa estão expostos na Tabela 33.

Tabela 33: Índice de Sharpe das Carteiras e do Ibovespa – 2007 a 2012

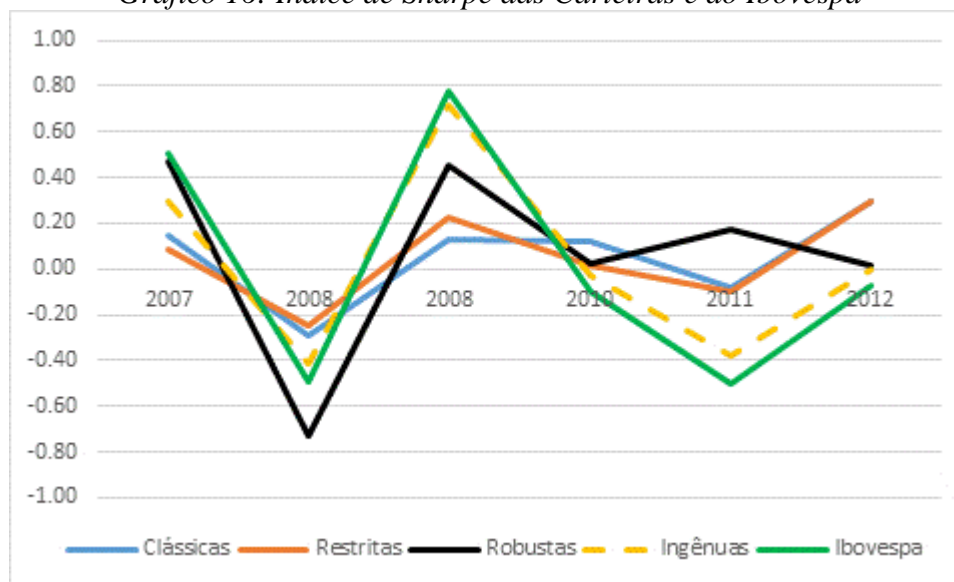
	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	0.15	-0.29	0.13	0.12	-0.08	0.29
Carteiras Clássicas Restritas	0.09	-0.24	0.22	0.02	-0.10	0.30
Carteiras Robustas	0.47	-0.73	0.46	0.03	0.17	0.02
Carteiras Ingênuas	0.30	-0.41	0.72	-0.03	-0.38	0.00
Ibovespa	0.51	-0.49	0.78	-0.10	-0.50	-0.07

Fonte: elaboração própria

Em 2007, as carteiras ingênuas apresentaram o maior índice de Sharpe dentre as carteiras propostas, apenas o Ibovespa teve apurado um índice maior. No ano seguinte, 2008, as carteiras, bem como o Ibovespa, registraram, em média, retornos menores que a taxa Selic Over, consequentemente, os índices de Sharpe computados foram todos negativos. Já em 2009 todas as propostas analisadas tiveram valores observados positivos, destacando-se o Ibovespa, com índice de Sharpe de 0,78 naquele período. Os anos seguintes, as carteiras e o Ibovespa não repetiram o bom desempenho de 2009, o destaque

fica por conta das carteiras clássicas e das restritas em 2012, quando registraram índice de Sharpe de 0,29 e 0,30, respectivamente. Graficamente, os valores da Tabela 33 estão dispostos no Gráfico 16.

Gráfico 16: Índice de Sharpe das Carteiras e do Ibovespa



Fonte: elaboração própria

Nesse ponto cabe relacionar os resultados encontrados nesta dissertação e os obtidos por Santos (2010) e Ceria e Stubbs (2006). Ambos os autores verificaram um desempenho fora da amostra das carteiras robustas superior às carteiras de média-variância. No entanto cabe ressaltar algumas diferenças entre os trabalhos dos autores e esta dissertação.

Santos (2010) considerou diferentes conjuntos de ações no mercado financeiro americano, o que representa, de início um número maior de ativos com liquidez suficiente para os cálculos das estimativas dos modelos robustos e, portanto, uma diversificação potencialmente maior das carteiras. Um segundo ponto a ser discutido é o fato de Santos (2010) não deixar claro qual o processo de estimação dos vetores de retornos utilizado nas funções de otimização.

Diferentemente da abordagem de Ceria e Stubbs (2006), a qual adota uma *proxy* para o cálculo da matriz de covariância dos retornos reais, esta dissertação não encontrou até o momento uma *proxy* similar para o mercado brasileiro. Entretanto, buscando superar essa limitação, como já apresentado, utilizou-se uma janela temporal maior para os cálculos das covariâncias, o que, em tese, manteria os erros de estimação presentes nos cálculos.

Essas diferenças entre a presente dissertação e os trabalhos referidos, conduziram a resultados diferentes daqueles obtidos pelos autores. Percebeu-se que o desempenho dos modelos robustos em relação aos índices de Sharpe não se apresentou superior em todo o período considerado. Outra importante diferença nos resultados encontrados nesta dissertação foi a estabilidade dos portfólios: enquanto Santos (2010) e Ceria e Stubbs (2006) obtiveram composições mais estáveis ao longo do tempo, o mesmo não pôde ser observado nesta dissertação, como será exibido adiante.

Uma medida alternativa pra a mensuração do excesso de retorno ajustado ao risco é a medida de Treynor. Essa métrica exige um maior cuidado em sua interpretação, pois relaciona o excesso de retorno ao beta das carteiras e este pode ser negativo. A Tabela 34 exibe os valores da medida de Treynor das carteiras apenas, pois não faria sentido seu cálculo para o Ibovespa, pois este foi tomado como *proxy* para carteiras de mercado.

Tabela 34: Medida de Treynor das Carteiras – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	0.78	-4.72	-18.44	1.08	-0.96	35.50
Carteiras Clássicas Restritas	0.45	-3.32	6.25	0.20	-1.03	22.10
Carteiras Robustas	3.13	-8.99	7.74	0.33	1.40	0.33
Carteiras Ingênuas	1.60	-4.53	5.05	-0.17	-2.08	0.01

Fonte: elaboração própria

A medida de Treynor é uma métrica de retorno associado ao risco alternativa ao índice de Sharpe. Enquanto este utiliza o desvio padrão da carteira como métrica de risco, aquela faz uso do beta das carteiras. Deve-se destacar o mal desempenho das carteiras frente ao ativo livre de risco, principalmente no ano de 2008, quando o mercado financeiro sofreu as consequências da crise *Subprime* e apurou retorno negativos. Outro ponto a se ressaltar é o fato de as carteiras clássicas, em 2009, mesmo apresentando excesso de retorno médios superiores à Selic, apresentaram uma medida de Treynor negativa, pois seu beta calculada foi negativo.

Os alfas de Jensen mensuram os retornos anormais dos portfólios sobre o retorno do mercado. Os valores calculados dos alfas de cada uma das carteiras estão exibidos na Tabela 35. Mais uma vez, torna-se contra intuitivo o cálculo dessa métrica par o Ibovespa

Tabela 35: Alfa de Jensen das Carteiras – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	-1.42	0.07	0.62	1.06	0.68	1.42
Carteiras Clássicas Restritas	-1.84	1.01	0.21	0.34	0.76	1.46
Carteiras Robustas	0.48	-3.32	1.25	0.36	3.26	0.28
Carteiras Ingênuas	-0.50	0.23	0.48	0.28	0.35	0.37

Fonte: elaboração própria

Os portfólios com os melhores desempenhos nos períodos analisados foram: as carteiras robustas (2007 2009 e 2011); as carteiras restritas (2008 e 2012) e; as carteiras clássicas (2012).

Por fim, seria necessário uma discussão das taxas de turnover das carteiras. Os valores relativos aos *turnovers* médios das carteiras estão exibidos na Tabela 36.

Tabela 36: Taxas de Turnover (%) das Carteiras – 2007 a 2012

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Carteiras Clássicas	84.680	54.041	42.518	49.246	56.571	39.158
Carteiras Clássicas Restritas	81.379	50.557	35.490	47.836	51.841	39.464
Carteiras Robustas	166.951	177.022	153.407	158.422	163.310	172.730
Carteiras Ingênuas	1.466	2.007	2.885	3.273	2.089	4.454

Fonte: elaboração própria

As carteiras ingênuas obtiveram uma larga vantagem em relação às demais carteiras quando analisados as taxas de turnover. O Turnover é uma medida indireta dos custos de administração dos portfólios. A priori, menores taxas são mais desejáveis que taxas maiores.

A utilização de métricas para análise de desempenhos, se consideradas isoladamente, não forneceriam subsídio para inferências acertadas. É necessário uma análise conjunta das métricas utilizadas para que seja possível indicar, de fato, qual das alternativas obteve melhores desempenhos ao longo dos períodos. Considerou-se, sobretudo, três questões: retorno, risco e estabilidade das composições.

Em 2007 o Ibovespa apurou o melhor desempenho de retorno ajustado ao risco (índice de Sharpe de 0,51), seguido pelas carteiras robustas (índice de Sharpe de 0,47). No entanto, as altas taxas de *turnover* das carteiras robustas indicam, indiretamente, que os custos de administração dessas carteiras seriam altos. Nesse sentido, as carteiras ingênuas poderiam ser indicadas como a melhor alternativa, pois apresentaram a menor taxa de *turnover* e um índice de Sharpe de 0,3.

Em 2008, todas as carteiras, além do próprio Ibovespa, apresentaram forte desvalorização e retornos médios inferiores ao retorno do ativo livre de risco, implicando índices de Sharpe negativos. Mesmo com um desempenho ruim, as carteiras ingênuas mostraram-se, dentre as possibilidades consideradas, a melhor alternativa, pois embora não tenha apresentado a melhor relação de retorno ajustado ao risco, teve o turnover mais baixo.

Em 2009 duas alternativas se mostraram as mais competitivas – as carteiras ingênuas e o Ibovespa. Os índices de Sharpe das duas alternativas estiveram próximas (0,72 para as carteiras ingênuas e 0,78 para o Ibovespa), mas o Ibovespa apresentou um retorno anual superior (82,66% contra 80,86%) além de não apresentar custos de compra e venda de ativos, mostrando-se uma alternativa com melhor desempenho.

No ano de 2010, apenas o Ibovespa e as carteiras ingênuas apresentaram uma relação de retorno ajustada ao risco negativa. As carteiras clássicas, obtiveram vantagem em relação às demais quando considerado o retorno anual (17,19% contra 9,54% das carteiras clássicas restritas, 10,19% das carteiras robustas, 7,02% das carteiras ingênuas e apenas 1,044% do Ibovespa), mas registrou naquele ano uma taxa de *turnover* média de quase 50%, ao passo que as carteiras ingênuas tiveram um turnover médio de 3.272%.

Embora em 2011, as carteiras robustas apresentaram maiores valores de retornos e uma relação positiva de retorno associado ao risco. Entretanto essa performance seria rapidamente consumida pelos custos de administração dos portfólios, visto que o turnover médio das carteiras robustas foi o maior entre todas as carteira, 163,31% naquele ano.

Em 2012 as carteiras clássicas restritas apresentaram o melhor desempenho em relação ao índice de Sharpe (0,30, enquanto o segundo melhor índice foi o das carteira clássicas, com 0,29), o maior retorno anual (24,59%, enquanto as carteiras clássicas obtiveram 24,23% e figuraram o segundo melhor desempenho nesse quesito) e o segundo menor turnover.

4.7 As crises *Subprime* e da Zona do Euro

Durante o período selecionado para análise, os mercado brasileiro enfrentou duas crises de grandes proporções. A primeira delas, em 2008, denominada crise *Subprime*, teve maiores efeitos sobre as carteiras propostas. O desempenho das carteiras

nesse período pode ser verificado com maior ênfase no Gráfico 17, que expõe os valores efetivos de retorno das carteiras e do Ibovespa.

Gráfico 17: Retornos Efetivos Mensais (%) das Carteiras e do Ibovespa – Crise Subprime



Fonte: elaboração própria

Nesse período, os valores de retorno da carteira apresentaram uma retração significativa. As carteiras clássicas apuraram naquele ano, um retorno médio mensal de -1,64%, enquanto no ano anterior, as mesmas carteiras responderam por um retorno médio de 1,72% ao mês. As carteiras clássicas restritas, as carteiras robusta, as carteiras ingênuas e o Ibovespa também apresentaram retornos médios mensais negativos (-1,24%, -6,19%, -2,47% e -3,84%, respectivamente). Com retornos médios mensais com esses valores, foi inevitável computar um retorno anual também negativo. O carteira de mercado, representada pelo Ibovespa, registrou uma retração de aproximadamente 40% e as carteiras propostas acompanharam esse movimento – as carteiras que apresentaram menor desvalorização em 2008 foram as carteiras clássicas restritas, com -17,78%.

Em comparação com o rendimento médio da taxa livre de risco, a Selic Over, os retornos apresentados pelas carteiras e pelo Ibovespa mostram-se ainda menos atrativos. A Selic Over rendeu, em média, 0,98% ao mês, o que representa um rendimento 12,48% ao ano.

Por si só, os rendimentos dos portfólios foram proibitivos, comparados com os níveis de risco aos quais estiveram expostos, tornam o investimento em alguma das carteiras ainda mais desaconselhável. Os desvios padrão anuais das carteiras estiveram próximos aos 30%. As carteiras com menor desvio padrão anual foram as carteiras

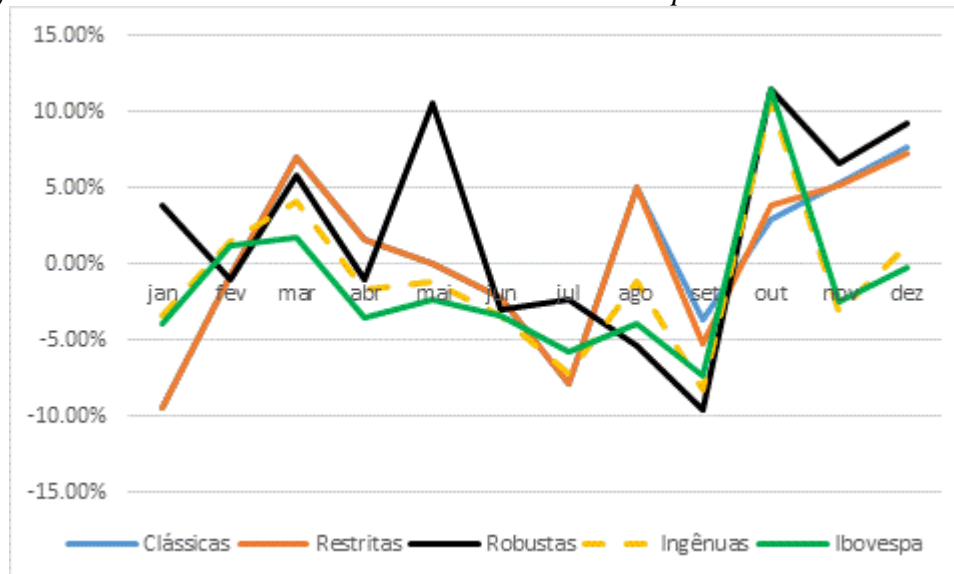
ingênuas, com 29,04% e as carteiras com maior desvio padrão anual foram as carteiras robustas, com 34,04%, enquanto o mercado registrou um desvio padrão anual de 34,26%.

A relação entre os retornos e os riscos ficou, portanto, comprometida. Nesse sentido, os índices de Sharpe mostraram, todos eles, valores negativos. O Ibovespa teve um índice de Sharpe apurado de -0,49 e entre as carteiras, aquelas que apresentaram uma performance “menos pior” foram as carteiras clássicas restritas, com índice de Sharpe de -0,24%.

Os erros de estimação durante o ano de 2008 foram os maiores durante todo o período analisado. O pior desempenho, nesse sentido, foi das carteiras robustas, cujo desvio absoluto médio na estimação de retornos foi de 12,76. As carteiras com menor desvio absoluto médio em 2008 foram as carteiras ingênuas, com 7,67, portanto as carteiras com melhor poder preditivo, ou com um poder preditivo menos falho.

2011 foi palco de uma outra crise com reflexos sobre os mercados financeiros. Com raízes nos países da zona do Euro, a crise de 2011 apresentou, pelo menos no Brasil, efeitos menos nocivos do que aqueles verificados em 2008. Prova disso são os retornos mensais das carteiras e do Ibovespa. O Gráfico 18 exibe o desempenho dos retornos mensais de cada uma das carteiras e do índice.

Gráfico 18: Retornos Mensais das Carteiras e do Ibovespa – Crise da Zona do Euro



Fonte: elaboração própria

Os retornos médios mensais das carteiras ingênuas e do Ibovespa foram negativos, as demais carteira, ao contrário, apuraram retornos anuais positivos. Naquele ano, o destaque positivo, em termos de retornos anuais, pode ser conferido às carteiras

robustas, superando os 25%, muito embora tenham sido as carteiras com maiores taxas de *turnover*, o que indica, indiretamente, maiores custos de administração das carteiras.

O nível anual de risco das carteiras também foi menor que os valores apurados em 2008. As carteiras clássicas, que em 2008 apresentaram um desvio padrão anual de 31,04%, registrou em 2011 19,19%. As carteiras clássicas restritas computaram um desvio padrão anual de 31,54% durante a crise *Subprime*, mas de 19,53% em 2011. As carteiras robustas passaram de 34,04% para 16,19%. As carteiras ingênuas tiveram um desvio padrão anual de 29,04% em 2008 e de 17,58% em 2011. Já o Ibovespa, com 34,26% na primeira crise, registou 16,93% em 2011.

O ativo livre de risco rendeu, em média, 0,92% ao mês durante o ano de 2011, o que representa um valor de 11,62% ao ano. Descontados desse ativo livre de risco e relacionados com seus riscos, as carteiras tiveram seus índices de Sharpe apurados, os quais quase todos negativos. Em verdade, as únicas carteiras que apresentaram índice de Sharpe positivo em 2011 foram as carteiras robustas, cujo valor calculado foi de 0,17.

O poder de previsão dos modelos, se comparados com o de 2008, também foi melhor durante a crise da zona do Euro. Os desvios absolutos médios, que em 2008 tiveram valores observados superiores a 12%, em 2011 não ultrapassaram 6,5%.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E EXTENSÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas questões podem ser salientadas após a análise dos resultados obtidos. Ao que diz respeito às carteiras clássicas, percebeu-se que, de fato, as críticas feitas ao modelo, tais como as apresentadas por Jobson e Korkie (1981), Michaud (1989, 1998), King Jr. e Young (1994), Guerard Jr (2010) e Fabozzi *et al.* (2007), puderam ser observadas também nesta dissertação. A mudança nos dados de entrada para o processo de otimização acarretaram fortes mudanças na composição dos portfólios, gerando uma alta taxa de turnover e implicando em custos elevados de administração das carteiras ao longo do tempo.

Deve-se ressaltar ainda os erros de estimação presentes no modelo clássico. Esses erros impulsionam um *gap* entre os valores esperados das carteiras e seus valores efetivamente observados, exibindo o fraco poder de previsão do modelo.

Em momentos de crise, as discrepâncias entre os valores esperados e observados mostraram-se ainda maiores que em outros momentos. Soma-se a isso o excessivo conservadorismo das carteiras clássicas, concentrando os investimentos propostos em torno de poucos ativos e conduzindo a resultados pouco atrativos.

As carteiras clássicas com restrição ao peso máximo dos ativos, por sua vez, não apresentaram grandes diferenciais em relação a risco e retorno efetivos, mas notou-se uma redução das taxas de turnover, refletindo indiretamente sobre o rebaixamento dos custos de administração do portfólio.

As carteiras robustas que, em teoria, deveriam apresentar uma maior estabilidade de suas composições ao longo do tempo, nas condições apresentadas nesta dissertação, em verdade, não pôde ser observada. Uma possível explicação para esse comportamento das carteiras robustas é a forma de estimação dos vetores de retornos esperados, os quais foram computados através de médias móveis exponenciais – a estimação, conforme proposta, dá maior peso aos retornos mais recentes e conduz o investimento para aqueles ativos que apresentaram um desempenho melhor no último período observado.

Outra questão crítica para as carteiras robustas foi o acesso a um pequeno número de ativos para a realização da otimização. O mercado brasileiro, se comparado,

por exemplo, com o mercado dos EUA é recente e, conforme discutem Colombo, Bampi e Camargo(2010) apresenta um número reduzido de ativos com liquidez suficiente para atender os requisitos de estimação do modelo. A forte concentração do mercado nacional em torno de um número relativamente pequeno de ativos pode, então, ser um fator preponderante para o comportamento das carteiras robustas em relação à estabilidade das composições ao longo dos períodos.

Pôde-se observar ainda que as carteiras robustas mostraram-se, muitas vezes, conservadoras, subestimando seus retornos em demasia e conduzindo a resultados pouco atrativos a um investidor.

Em síntese, as propostas de carteiras robustas apresentadas neste trabalho, não se mostraram estratégias de investimentos atrativas, se comparadas com as carteiras ingênuas e com uma estratégia passiva de, simplesmente, comprar o Índice de mercado. Entretanto, verificou-se um poder de previsão relativamente consistente do modelo robusto, se comparado com o modelo clássico. Essa circunstância torna-se explícita ao se comparar os erros calculados entre os valores esperados e efetivos das duas carteiras – em 2008, por exemplo, por conta dos efeitos da crise financeira mundial, os erros quadráticos médios das carteiras clássicas foram mais que o dobro dos erros das carteiras robustas nas estimativas de retorno.

Outra questão salutar diz respeito à janela temporal considerada para a estimativa de retornos e covariâncias. Embora uma janela abrangente confira maior robustez aos cálculos, essa mesma janela produziu o inconveniente da “memória” das estimativas. Essas memórias dizem respeito à persistência que determinados eventos apresentam sobre as estimativas dos modelos. Por exemplo, eventos que refletem negativamente sobre a performance dos ativos durante certo tempo terão influência sobre o cálculo dos valores estimados de retorno e risco por um período de tempo muito maior, mesmo que o mercado já os tenham superado. Certamente, os efeitos da crise *Subprime* influenciaram os cálculos de retorno esperado das carteiras durante o ano de 2009, mesmo quando o mercado já experimentava uma forte recuperação.

Por fim, cabe propor algumas extensões desta dissertação para trabalhos futuros. Observando as limitações que esta pesquisa enfrentou, duas questões básicas podem ser salientadas. A primeira delas diz respeito à estimação do vetor de retornos esperados: a utilização de médias móveis exponenciais representou uma melhora no

poder de previsão do modelo robusto em comparação ao modelo clássico, mas, possivelmente, foi um dos responsáveis pelas altas taxas de turnover dos portfólios. Logo, maneiras alternativas de mensuração dos retornos deverão ser exploradas a fim de investigar o quanto as diferentes formas de estimação desses vetores influenciam as composições das carteiras.

Outra importante questão é a estimação das matrizes de covariâncias reais, utilizadas nas funções do modelo de otimização robusta. A *proxy* utilizada neste trabalho consistiu na ampliação da janela temporal utilizada para mensuração das covariâncias, mas métodos mais sofisticados poderão ser empregados na busca por uma estimação mais acurada e o estabelecimento de uma *proxy* consolidada para a matriz de covariâncias reais aplicada ao mercado brasileiro, a exemplo do que se verifica no mercado americano.

Os resultados apresentados indicam um desempenho das carteiras clássicas e robustas pouco atrativo aos investidores. Mas, ainda assim, deve-se ressaltar o caráter investigativo desta dissertação, seu rigor metodológico para a obtenção dos resultados ora apresentados e uma perspectiva crítica sobre os objetos analisados.

REFERÊNCIAS

- ALEM, D. J., MORABITO, R. Production planning in furniture settings via robust optimization. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 2, 2012.
- ALEXANDER, K. Moving Average Models for Volatility and Correlations, and Covariance Matrices. In: FABOZZI, F. **Handbook of Finance**, Volume 1 – Financial Markets and Instruments. Nova Jersey: John Wiley. 2008
- ANG, A. CHEN, J. CAPM over the Long Run: 1926-2001. **Journal of Empirical Finance**, v. 14, 2007.
- ARAÚJO, L. M. **Composição de Fundos Multimercado** – Otimização de Carteira pelo Método de Média – Cvar. Dissertação de Mestrado. Escola de Economia da Fundação Getúlio Vargas. 2009
- BARBOSA, G.; MEDEIROS, O. Teste empírico da eficiência do mercado brasileiro na ocorrência de eventos favoráveis e desfavoráveis. **Revista de Negócios**, v. 12, n. 4. 2007
- BERTUCCI, J. L. O. **Metodologia básica para elaboração de trabalhos de conclusão de curso**. São Paulo: Atlas, 2011.
- BEYER, H. G.; SENDHOFF, B. Robust Optimization – a comprehensive survey. **Computer Methods in applied mechanics and engineering**, v. 196. 2007.
- BLACK, F.; JENSEN M.C.; SCHOLES, M. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. In.: **Studies in the Theory of Capital Markets**. Michael C. Jensen ed. New York: Praeger. 1972.
- BLACK, F.; LITTERMAN, R. Asset allocation: combining investors views with market equilibrium. **Journal of Fixed Income**, vol. 1, n. 2. 1991.
- BLUME, M.; FRIEND, I. A New Look at the Capital Asset Pricing Model. **Journal of Finance**, v. 28, n. 1. 1973.
- BODIE, Z.; KANE, A; MARCUS, A. **Fundamentos de Investimentos**, 3 ed. Porto Alegre: Bookman. 2002.
- BODIE, Z.; MERTON, R. **Finanças**. São Paulo: Bookman. 2001.
- BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust Solutions of linear programs, **Operations Research**. v.25, 1999.
- BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses**: a fascinante história do risco. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- BERTSIMAS, D. SIM, M. The Price of Robustness. **Operations Researches**, v. 52, 2004.
- BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust Solutions of linear programs. **Operations Research**. v.25. 1999.

BM&FBOVESPA. Relatório Anual. 2008. Disponível em <<http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/intros/intro-publicacoes-educativas.aspx?idioma=pt-br>> Acesso em 22/03/2012.

BM&FBOVESPA. Relatório Anual. 2011. Disponível em <<http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/intros/intro-publicacoes-educativas.aspx?idioma=pt-br>>. Acesso em 22/03/2012.

BOLLERSLEV, T.; ZHANG, B.Y.B. Measuring and modeling systematic risk in factor pricing models using high-frequency data. **Journal of Empirical Finance**, v. 10, n. 5. 2003.

BREALEY, R.; MYERS, S; ALLEN, F. **Principles of Corporate Finance**, 9 ed. Nova York: McGraw-Hill. 2008.

BROWN, S. J. The efficient markets hypothesis: The demise of the demon of chance? **Accounting and Finance**, v. 51. 2011.

BRUNI, A. L. **Risco, Retorno e Equilíbrio**: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996). Dissertação de Mestrado. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. Universidade de São Paulo. 1998

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. **Mercados eficientes, CAPM e anomalias**: uma análise das ações negociadas na BOVESPA (1988-1996). In: SEMEAD, 3, 1998, São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade de São Paulo. 1998.

CAMPBELL, J. Y., VUOLTENAHU, T. Bad Beta, Good Beta. **American Economic Review**, v. 94, n. 5. 2004.

CARVALHO, F. J. C. **Economia Monetária e Financeira. Teoria e Política**. 2 ed. São Paulo: Editora Campos. 2007.

CERIA, S.; STUBBS, R. A. Incorporating estimation errors into portfolio selection: Robust portfolio construction. **Journal of Asset Management**, v7. 2006

COLOMBO, J. A.; BAMPI, R. E.; CAMARGO, M. E. Redução de Risco na Formação de Carteiras: um Estudo da Correlação das Ações do IBOVESPA. **INGEPRO – Inovação, Gestão e Produção**, v. 2, n. 6. 2010.

COPELAND, T. *et al.* Financial Theory and Corporate Policy. 4 ed. Boston: Pearson Education *apud* MATOS, G. A. S. Análise dos movimentos conjuntos entre retornos de ativos brasileiros de renda variável e de renda fixa e índices estrangeiros no período 2004 – 2012. Dissertação de Mestrado. Centro de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração da Universidade Federal de Minas Gerais. 2013

COSTA, O. L. V.; NAHOLZ, R. B. Otimização robusta de carteiras utilizando desigualdades matriciais lineares. **Controle & Automação**, v. 15, n. 1. 2004.

DAMODARAN, A. **Finanças Corporativas Aplicadas**: teoria e prática, 2 ed. Porto Alegre: Bookman. 2006.

- DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5. 2009.
- DEMIGUEL, V.; NOGALES, F. J. Portfolio selection with robust estimation. **Operations Research**, v. 57, n. 3. 2009
- FABOZZI, F. J.; KOLM, P. N.; PACHAMANOVA, D. A; FOCARDI, S. M. **Robust Portfolio Optimization and Management**. Nova Jersey: John Wiley & Son. 2007.
- FABOZZI, F. J.; GUPYA, F.; MARKOWITZ, H. M. The Legacy of Modern Portfolio Theory. **The Journal of Investing**, v. 11, n. 3. 2002
- FARIAS, T.; MOURA, F. Carteiras eficientes e ingênuas: uma análise comparativa com o uso do modelo de Markowitz. **Registro Contábil**, v. 3, n. 2. 2012
- FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. **Journal of Business**, v.38 n.1. 1965.
- _____. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. **Journal of Finance**, v. 25, n. 2. 1970.
- _____. Efficient Capital Markets: II. **Journal of Finance**, v. 46, n. 5. 1991.
- _____. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. **Journal of Financial Economics**, v. 49. 1998.
- FAMA, E. F.; MACBETH, J. D. 1973. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. **Journal of Political Economy**. v. 81, n. 3. 1973
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. **Journal of Finance**, v. 47, n. 2. 1992.
- _____. Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. **The Journal of Finance**, v. 50, n. 1. 1995.
- _____. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. **Journal of Finance**, v. 51, n. 1. 1996.
- _____. The value premium and the CAPM. **The Journal of Finance**, v. 61, n. 5. 2006
- FAMA, E.F.; MILLER, M.H. **The Theory of Finance**. Nova York: Holt, Rinehart and Winston. 1972.
- FLETCHER, J.; HILLER, J. An examination of resampled portfolio efficiency. **Financial Analysts Journal**, v. 57, n.5. 2001
- FREITAS, E. T. **Abordagem robusta aplicada ao problema de seleção de portfólio**. Monografia. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2009.
- FRENCH, K.; ROLL, R. Stock return variance – the arrival of information and the reaction of traders. **Journal of Financial Economics**, v. 17. 1986

GALAPPI, L.; UPPAL, R.; WANG, T. Portfolio Selection with Parameter and Model Uncertainty: a multi-prior approach. **Review of Financial Studies**, v. 20, n.1. 2007

GIL, C. A. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas. 2002.

GOLDFARB, D. IYENGAR. Robust Portfolio Selection Problems. **CORC Technical Report**. Mar./2002a.

_____. Robust quadratically constrained programs. **CORC Technical Report**. Abr./2002b.

_____. Robust Portfolio Selection Problems. **Mathematics of Operations Research**, v. 28. 2003.

GRINBLAT, M.; TITMAN, S. **Mercados Financeiros e Estratégia Corporativa**. 2 ed. São Paulo: Bookman. 2002.

GUERRARD JR., J. B. Markowitz for the masses: the risk and return of equity and portfolio construction techniques. In: GUERARD JR., J. B. **Handbook of Portfolio Construction**, Nova York: Spriger. 2010.

GUERRON-QUINTANA, P. A. Risk and Uncertainty. **Federal Reserve Bank of Philadelphia Business Review**. 2012.

HAGLER, C.; BRITO, R. Sobre a eficiência dos índices de ações brasileiros. *Revista de Administração*, v. 42, n. 1. 2007.

HARVEY, C., LIECHTY, J.; LIECHTY, M. Bayes vs. resampling: a rematch, **Journal of Investment Management**, v. 6, n. 1. 2008.

HEIJ, C. **Econometric methods with applications in business and economics**. Nova York: Oxford University Press. 2004.

HILL, R. C.; GRIFFITHS, W. E.; JUDGE, G. **Econometria**. 2 ed. São Paulo: Editora Saraiva. 2006.

IDZOREK, T. **A step-by-step guide to the Black-Litterman model**. Technical Report, Duke University. 2002.

IQUIAPAZA, R. A.; AMARAL, H. F.; BRESSAN, A. A. Evolução da Pesquisa em Finanças: epistemologia, paradigma e críticas. **Organizações e Sociedade**, vol. 16, n. 49. Abr./Jun. 2009.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. **The Journal of Finance**, v. 58. 2003

JAGANATHAN, R. MCGRATTEN, E. The CAPM Debate. **Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review**. 1995.

JAGANATHAN, R., WANG, Z. The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 1. 1996.

JOBSON, J. D.; KORKIE, B. Putting Markowitz Theory to Work. **Journal of Portfolio Management**, v. 7, n. 4. 1981.

JORION, P. **Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk**. McGraw-Hill Companies. 1997.

KING JR, D.A A.; YOUNG, M. S. Why diversifications doesn't work. **Real Estate Review**, v. 25. 1994

KNIGHT, F. **Risk, Uncertainty and Profit**. Boston: Houghton Mifflin Co. 1967.

KONNO, H.; YAMAZAKI, H. Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Application to Tokyo Stock Market. **Management Science**, v.37, n5. 1991.

LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas. 2003.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. **Journal of Empirical Finance**, v. 10. 2003

_____ A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 88. 2004a

_____ Honey, I shrunk the sample covariance matrix. **Journal of Portfolio Management**, v.30. 2004b

LEVY, M.; ROLL, R. The market portfolio may be mean/variance efficient after all. **Review of Financial Studies**. v.23, n. 6. 2010.

LIM, K., BROOKS, R. The evolution of stock market efficiency over time: A survey of the empirical literature. **Journal of Economic Surveys**, v. 25, n.1. 2011

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1. 1965

LO, A. The statistics of Sharpe ratios. **Financial Analysts Journal**, jul/ago 2002.

MATTEO, G.; MUELLER, P. **Square root matrices**. Manuscrito não publicado. Disponível em
<<http://www.math.ethz.ch/u/felder/Teaching/WS200405/Proseminar/Problem9>>.
Acesso em 17/03/2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1. 1952.

_____ **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment**. Nova York. 1959.

MARQUES. F. T. **Otimização de Carteiras com Lotes de Compra e Custos de Transação, uma Abordagem por Algoritmos Genéticos**. Dissertação de mestrado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2007.

MARTIN, R. D.; CLARK, A.; GREEN, C. G. Robust Portfolio Construction. In: GUERARD JR., J. B. **Handbook of Portfolio Construction**, Nova York: Springer. 2010.

MARZANO, L. G. B. **Otimização de portfólio de contratos de energia em sistemas hidrotérmicos, com despacho centralizado**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em engenharia elétrica, Pontifícia Universidade Católica (PUC-Rio). 2004.

MENDES, B. V. M.; LEAL, R. P. C. Robust multivariate modeling in finance. **International Journal of Managerial Finance**, v. 1. 2005.

_____. Alocação de Ativos com Ações Muito Voláteis. In VARGA, G.; LEAL, R. P. C. **Gestão de Investimentos e Fundos**. Rio de Janeiro: Financial Consultoria. 2006.

_____. Incorporating Tail-Dependence Into Markowitz Mean-Variance Model. In: 9º **Encontro Brasileiro de Finanças**, 2009, São Leopoldo. Anais do 9º. Encontro Brasileiro de Finanças. Rio de Janeiro: SBFIn, 2009.

_____. Portfolio Management with Semi-Parametric Bootstrapping. **Journal of Risk Management in Financial Institutions**, v. 3, 2010

MICHAUD, R. O. The Markowitz Optimization Enigma: is “optimized” optimal? **Financial Analysts Journal**, Jan/Fev 1989.

_____. **Efficient asset management: a practical guide to stock portfolio optimization and asset allocation**. Harvard Business School Publishing. 1998.

MILLER, E. M. Risk, Uncertain and Divergence of Opinion. **The Journal of Finance**, vol. 32, n. 4. Set./1977.

MINARDI, A. M. A.F. Retornos passados preveem retornos futuros? **Revista de Administração Eletrônica**, v.3 n. 2. Jul./Dez. 2004

MOALLAMI, C. C.; MEHMET, S. **Dynamic Portfolio Choice with Transaction Costs and Return Predictability: Linear Rebalancing Rules**. Manuscrito não publicado. 2011. Disponível em < <http://www3.imperial.ac.uk/fileupload/download/1.saglam.pdf> >. Acesso em 13/09/2012.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, v. 34, n. 4. Out/1966.

MOURA, F. R. **Carteiras Eficientes e Ingênuas: uma análise comparativa com o uso do modelo de Markowitz**. Monografia. Departamento de Economia. Universidade Federal de Sergipe. 2009.

NAKAMURA, W. T. estudo empírico sobre a eficiência da carteira teórica do índice Bovespa. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 1, n. 1, 2000.

ODA, A. L.; CHÁRA, A. N.; SENGGER, M. C. M. **Um estudo sobre a diversificação na Bolsa de Valores de São Paulo**. In: Encontro Anual da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração – ENANPAD, 22, 1998, Foz de Iguaçu. Anais do 22º ENANPAD. Foz do Iguaçu. 1998.

OLIVEIRA, F. A. S. **Aplicação de Recursos em Carteiras de Ativos: uma proposta ao pequeno investidor**. Monografia. Departamento de Economia. Universidade Federal de Sergipe. 2010.

- OLIVEIRA, A. **Controle ótimo de sistemas lineares com saltos Markovianos e ruídos multiplicativos sob o critério de média variância ao longo do tempo**. Tese de Doutorado apresentada ao departamento de Engenharia de Sistemas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2011.
- PAIVA, R. P. O; MORABITO, R. Programação estocástica robusta aplicada ao planejamento agregado da safra em usinas cooperadas do setor suco energético. **Gestão e Produção**, v. 18, n. 4. 2011
- PALHARES, R. M. **Introdução ao controle robusto**. Manuscrito não publicado. 2012. Disponível em < http://www.cpdee.ufmg.br/~palhares/aula4_introbusto.pdf>. Acesso em 27/01/2013.
- PINAR, R. M.; TÜTÜNCÜ, R. Robust Profit Opportunities in Risk Financial Portfolios. **Operations Research Letters**, v. 33, o. 4. 2004.
- RABELO JR., T. S.; IKEDA, R. H. Mercados Eficientes e Arbitragem: um estudo sob o enfoque das finanças comportamentais. **Contabilidade & Finanças**, n.34. 2004.
- RÊGO, H. L. F. M. **Um estudo sobre alocação de ativos clássica e bayesiana no mercado acionário brasileiro**. Dissertação de Mestrado apresentada ao departamento de Economia da Fundação Getúlio Vargas. São Paulo. 2012.
- RENÓ, M. L. G. **Uso de Técnicas de Otimização Robusta Multi-Objetivos na Produção de Cimento**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá. 2007.
- ROLL, R.; A critique of the asset pricing theory's tests. Part I: on past and potential testability of the theory. **Journal of Financial Economics**, v. 4, n. 3. 1977.
- ROLL, R.; ROSS, S.A. An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. **Journal of Finance**, v. 35, n. 5. Dez/1980.
- ROSS, S. A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13. 1976.
- SANTOS, A. A. P. The Out-of-Sample Performance of Robust Portfolio Optimization. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 8, n. 2. 2010.
- SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3. 2012.
- SCHERER, B. Can robust portfolio optimization help to build better portfolios? **Journal of Asset Management**, v. 7. 2007
- SECURATO, J. R. O Modelo de Markowitz na Administração de Carteiras. **Revista Brasileira de Mercado de Capitais**, v. 64. 1997.
- SHANKEN, J. A Bayesian approach to testing portfolio efficiency. **Journal of Financial Economics**, v. 19. 1987.

- SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3. 1964
- SHARPE, W. F. A Linear Programming Approximation for the General Portfolio Analysis Problem. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v.6, n.5. 1971.
- SOYSTER, A. L. Convex Programming with Set-Include Constraints and Application to Inexact Programming. **Operational Researches**, v. 14. 1973.
- STEINBACH, M. C. Markowitz Revisited: Mean-Variance Models in Financial Portfolio Analysis. **SIAM Review**, v.43, n.1. Mar/2001
- TAMBOSI FILHO, E.; SILVA, W. V. Composição ótima dos ativos em uma carteira de investimentos: uma aplicação prática usando Markowitz. **Revista de Negócios**, Blumenau, v.5. 2000.
- TAKAEDA, A., TAGUCHI, S. TÛTÛNCÛ, R. H. **Adjustable Robust Optimization Models for Nonlinear Multi-Period Optimization**. Manuscrito não publicado. 2005. Disponível em < <http://www.math.cmu.edu/~reha/Pss/mmmrev.pdf> >. Acesso em 13/11/2012.
- THOMÉ NETO, C.; LEAL, R. P. C.; ALMEIDA, V. S. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, vol. 15, n. 4. 2011
- TÛTÛNCÛ, R. H; KÖENIG, M. Robust Asset Allocation. **Annals of Operations Research**, v. 132. 2004.
- VON NEUMANN, J.; MORGENSTEN, O. **Theory of Games and Economic Behavior**. Nova Jersey: Princeton University Press. 1947.
- YOUNG, M. R. A MiniMax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution. **Management Science**, v.44, n.5, 1998.
- ZANINNI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de Carteira de Markowitz e de Sharpe: uma Aplicação no Mercado Brasileiro de ações entre Julho/95 e Jun/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, ano 6, n 2. 2005.

APÊNDICE I – Estado da Arte dos Modelos de Otimização

AUTOR (ANO)	OBJETO	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
Markowitz (1952, 1959)	Otimização de carteiras de ativos.	Otimização quadrática de carteiras, empregando princípio de diversificação.	O risco da carteira depende do risco individual dos ativos e do grau de associação entre eles.
Soyster (1973)	Contrapartes robustas de modelos de programação linear.	Considera os valores de parâmetros incertos dentro de um intervalo fechado, com centro em seu valor esperado.	A utilização de contrapartes robustas permite resultados mais acurados das estimativas.
Konno; Yamazaki (1991)	Estimação da medida de risco de ativos.	Propuseram o Modelo de Desvio Absoluto Médio.	A utilização da semivariância é mais adequada que a variância como métrica de risco.
Michaud (1998)	Otimização de carteiras de ativos.	Utilização de técnicas de reamostragem e <i>bootstrapping</i> .	Proposição de diversas fronteiras eficientes por meio de simulação.
Yong (1998)	Otimização de carteiras de ativos.	Proposição de diferentes cenários, utilizando como medida de risco o resultado do pior cenário (Mini Max).	Apresenta carteiras cujo objetivo é maximizar o retorno associado ao pior cenário (abordagem conservadora).
Ben-Tal; Nemirovski (1999)	Otimização Robusta.	Utilização de intervalos elipsoidais para os parâmetros incertos.	Proposição de um modelo com uma maior interação entre os parâmetros, menos conservadora.
Tütüncü; Köenig (2004)	Otimização de carteiras de ativos.	Otimização robusta de carteiras, baseando-se em cenários.	Apresentam portfólios sub-ótimos, porém com composições mais estáveis.
Marzano (2004)	Otimização de carteiras de ativos.	Aplicação de técnicas robustas de otimização a contratos de energia elétrica.	Proposição de composições ótimas de contratos de compra e venda de energia elétrica.
Ceria; Stubs (2006)	Otimização de carteiras de ativos.	<i>Zero net alpha-adjustment</i> .	Apresentam portfólios sub-ótimos, porém com composições mais estáveis.
Harvey; Liechty; Liechty (2008)	Simulação de alocação de	Empregam métodos bayesianos.	Os métodos bayesianos superam os métodos de

	ativos em carteiras.		amostragem propostos por Michaud (1998).
Mendes; Leal (2009)	Mensuração de matrizes de covariância.	Realizam ajustamento das matrizes de covariância por meio de cópulas.	O método de ajuste de cópulas só se apresenta melhores resultados que o método clássico apenas em alguns casos.
Freitas (2009)	Otimização robusta de carteiras de ativos.	Aplicação das contrapartes robustas de Soyster (1973) e Bertsimas e Sim (2004).	Apresentam portfólios sub-ótimos, porém com composições mais estáveis.
Mendes; Leal (2010)	Otimização de carteiras de ativos.	Aplicação de métodos de <i>bootstrapping</i> semiparamétricos.	Os resultados são melhores que os encontrados por Michaud (1998).
Santos (2010)	Otimização de carteiras de ativos.	Aplicação do modelo de Ceria e Stubbs (2006), porém sem as restrições propostas pelos autores, e o modelo de Tütüncü e Köenig (2004) com dados simulados.	Apresentam portfólios próximos dos ótimos, porém com composições mais estáveis.

Fonte: elaboração própria

APÊNCIDE II – Ativos considerados para as simulações das carteiras

ACES4	CCRO3	GGBR4	PCAR4	TNLP4
AGEI3	CESP6	GOAU4	PDGR3	TRPL4
ALLL11	CGAS5	GOLL4	PETR3	UBBR11
ALLL3	CIEL3	HGTX3	PETR4	UGPA3
AMBV4	CMIG4	HYPE3	PRTX3	UGPA4
ARCE3	CPFE3	ITSA4	PTIP4	USIM3
ARCZ6	CPLE6	ITUB4	RDCD3	USIM5
BBAS3	CRUZ3	JBSS3	RENT3	VAGR3
BBDC4	CSAN3	KLBN4	RSID3	VALE3
BISA3	CTIP3	LAME4	SANB11	VALE5
BNCA3	CYRE3	LIGT3	SBSP3	VCPA4
BRAP4	DASA3	LLXL3	SDIA4	VIVO4
BRFS3	DTEX3	LREN3	SUBA3	VIVT4
BRKM5	DURA4	MMXM3	SUZB5	-
BRML3	ELET3	MRFG3	TAMM4	-
BRTP3	ELET6	MRVE3	TCSL4	-
BRTP4	ELPL4	NATU3	TIMP3	-
BTOW3	EMBR3	NETC4	TMAR5	-
BVMF3	FIBR3	OGXP3	TMCP4	-
CCPR3	GFSA3	OIBR3	TNLP3	-

Fonte: elaboração própria