

EXPERIENȚA DEBYE-SCHERRER DE DIFRAȚIE A ELECTRONILOR PE O REȚEA POLICRISTALINĂ

1. Scopul lucrării:

- Determinarea lungimii de undă asociată electronilor
- Verificarea ecuației de Broglie
- Determinarea constantelor de rețea ale grafitului

2. Teorie

În anul 1924 Louis de Broglie a sugerat că în afara proprietăților specifice de particule, acestea pot avea și caracter ondulator și a presupus că lungimea de undă a unei asociate unei particule libere este dată de relația:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

unde:

p este impulsul particulei
 h este constanta lui Planck

Această ipoteză, confirmată de experiențele de difracție de electroni pe o rețea cristalină de nichel făcute de Clinton Davisson și Lester Germer în anul 1927, a fost extinsă de la particulele libere la orice tip de particule.

În experimentul de față este demonstrat caracterul ondulator al electronilor printr-o experiență de difracție de electroni pe o rețea policristalină de grafit, experiment cunoscut sub numele de *difracție Debye-Scherrer*.

Un fascicol de electroni monocromatici emiși de catodul unui tub electronic sunt focalizați de un sistem de lentile electromagnetice și cad pe o folie policristalină de grafit. Atomii grafitului sunt aranjați într-o rețea cristalină care acționează ca o rețea de difracție pentru electroni, pe un ecran fluorescent apărând figura de difracție sub forma a două inele concentrice (Fig. 1) corespunzătoare celor două constante de rețea d_1 și d_2 (Fig. 3). Diametrul inelelor concentrice se modifică în funcție de lungimea de undă a electronilor și, deci, în funcție de tensiunea de accelerare, conform considerațiilor de mai jos.

Energia unui electron accelerat de o diferență de potențial (tensiune) U este:

$$eU = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

unde:

U - tensiunea de accelerare
 e - sarcina electronului
 p - impulsul electronului

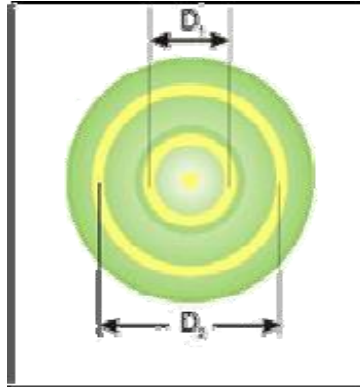


Fig. 1. Reprezentarea schematică a inelelor de difracție. Cele două inele cu diametrele D_1 și D_2 corespund constantelor de rețea d_1 și d_2 (conform Fig. 3)

Separând impulsul p din ecuația (2) se obține $p = \sqrt{2meU}$, iar din ecuația (1) rezultă:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad (3)$$

expresie care arată că lungimea de undă λ depinde de tensiunea de accelerare U .

În anul 1913 sir H. W. Bragg și fiul său W. L. Bragg au înțeles că aranjarea periodică a atomilor în rețeaua cristalină a unui monocristal este formată din plane cristaline paralele. Dacă pe un set de astfel de plane cristaline cade un fascicol monocromatic de raze X sau electroni monoenergetici care se presupune că au caracter ondulatoriu, fiecare element al planului cristalin acționează ca un centru de împrăștiere generând o undă sferică elementară reflectată, suprapunerea acestor unde sferice elementare generând un front de undă reflectat. Conform legilor reflexiei, lungimea de undă a unei reflectate este aceeași cu a unei incidente și unghiul de reflexiei este egal cu unghiul de incidență. Din suprapunerea undelor reflectate pe plane succesive se obțin maxime de interferență (interferență constructivă) dacă diferența de drum

$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 2d \sin \theta$ (Fig. 2) este un multiplu întreg de lungimi de undă:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

unde:

d - distanța dintre două plane succesive;

θ - unghiul de incidență măsurat față de plan.

Condiția (4) este cunoscută ca relația Bragg.

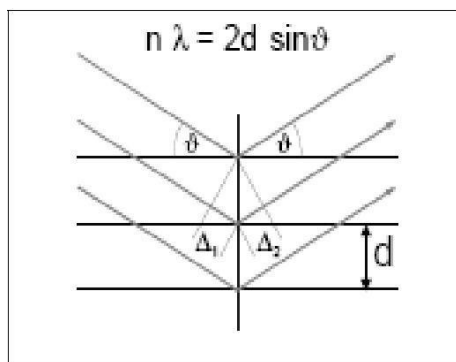


Fig. 2. Reprezentarea schematică a condiției de difracție Bragg

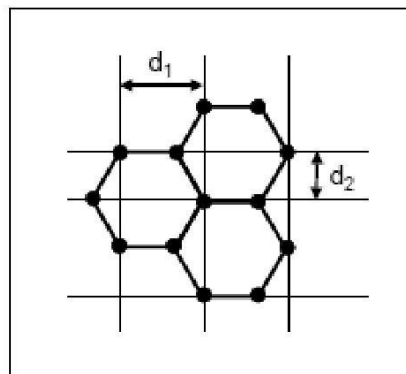


Fig. 3. Constantele de rețea în grafit:
 $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

În experimentul din această lucrare se folosește un material policristalin care este format dintr-un număr foarte mare de monocristale (cristalite) aranjate neregulat în spațiu. Vor exista totdeauna câteva monocristale a căror orientare satisface condiția Bragg pentru o lungime de undă și direcție a fascicolului incident date. Totalitatea reflexiilor produse de aceste cristalite se află într-un con a cărui axă este dată de direcția fascicolului incident, astfel că pe ecranul aflat perpendicular pe această axă vor apărea cercuri concentrice. Planele cristaline importante pentru figura de difracție din acest experiment sunt, conform Fig. 3.

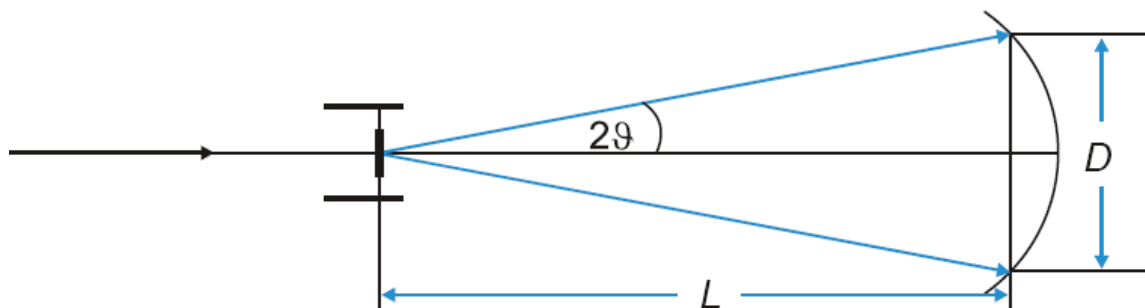


Fig. 4. Reprezentarea schematică a difracției Debye-Scherrer
 $L=13,5\text{cm}$ (distanța dintre stratul de grafit și ecran)
 D este diametrul inelului de difracție observat pe ecran

Din Fig. 4 se obține relația:

$$\text{tg } 2\theta = \frac{D}{2L} \quad (5)$$

unde:

D este diametrul unui inel

L – distanța de la probă la ecran

Pentru unghiuri θ mici:

$$\operatorname{tg} 2\theta \approx \sin 2\theta \approx 2\sin \theta \quad (6)$$

Substituind (6) în (4) se obține, pentru primul ordin de difracție $n = 1$, expresia pentru lungimea de undă asociată electronilor:

$$\lambda = d \frac{D}{2L} \quad (7)$$

Ținând cont de ecuația (3) se obține pentru diametrul inelelor de difracție:

$$D = k(d) \frac{1}{\sqrt{U}} \quad (8)$$

unde

$$k(d) = \frac{2hL}{d\sqrt{2me}} \quad (9)$$

este panta dreptei $D = D\left(\frac{1}{\sqrt{U}}\right)$, pantă care depinde de constanta de rețea

4. Modul de lucru

- Se aplică o tensiune de accelerare $U \leq 5$ kV și se observă figura de difracție
- Se variază tensiunea de accelerare între 3 kV și 5 kV în trepte de 0,5 kV și semăsoară diametrele D_1 și D_2 ale inelelor de difracție observate pe ecran
- Rezultatele experimentale se trec în Tab. 1.

U (kV)	1 / sqrt(U) V ^{-1/2}	D1 (cm)	D2 (cm)	lambda1 (pm)	lambda2 (pm)	lambdaT (pm)
3	0.577350269	5.1	2.9	0.7332525	0.2407725	0.708016943
3.5	0.534522484	4.7	2.8	0.6757425	0.23247	0.655496317
4	0.5	4.4	2.7	0.63261	0.2241675	0.613160659
4.5	0.471404521	4.1	2.4	0.5894775	0.19926	0.578093413
5	0.447213595	3.9	2.3	0.5607225	0.1909575	0.548427566

5. Prelucrarea rezultatelor experimentale

a. Determinarea lungimii de undă asociată electronilor

Din valorile măsurate ale diametrelor inelelor de difracție D_1 și D_2 și valorile constantei de rețea d_1 și d_2 presupuse cunoscute (Fig.3), folosind ecuația (7) se poate obține lungimea de undă experimentală a electronilor. $\lambda_{1\text{exp}}$ și $\lambda_{2\text{exp}}$ (ambele scalate în pm) se calculează cu ajutorul lui D_1 , d_1 și respectiv D_2 , d_2 .

b. Verificarea relației de Broglie

Relația de Broglie (1) se verifică folosind ecuația (3) prin calcularea valorii teoretice a lungimii de undă λ_t (scalată tot în pm), unde:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

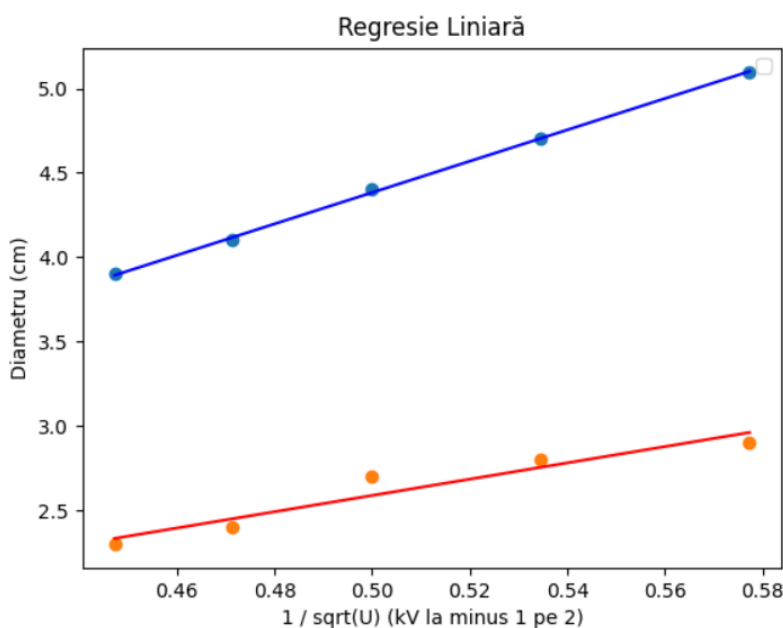
$$m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Rezultatele se trec în Tab. 1.

c. Determinarea constantei de rețea a grafitului

Diametrele D_1 și D_2 se reprezintă grafic în funcție de $\frac{1}{\sqrt{U}}$. Așa cum arată ecuația (8), rezultă două drepte (regresii lineare ale punctelor experimentale), pantele lor $k_1(d_1)$ și respectiv $k_2(d_2)$ satisfăcând ecuația (9). Pantele dreptelor se determină de pe grafice, iar cu ajutorul ecuației (9) se calculează cele două constante de rețea ale grafitului, d_1 și respectiv d_2 . Acestea se compară apoi cu valorile cunoscute din legenda Fig. 3.



```

from numpy import sqrt
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
d1 = 2.13 * 10 ** (-12)
d2 = 1.23 * 10 ** (-12)
L = 13.5
D1 = [5.1, 4.7, 4.4, 4.1, 3.9]
D2 = [2.9, 2.8, 2.7, 2.4, 2.3]
U = [3000, 3500, 4000, 4500, 5000]
j = 0
for i in D1:
    print((d1 / 2 * L) * i * 10000000000)
print()
for i in D2:
    print((d2 / 2 * L) * i * 10000000000)
print()

e = 1.602 * 10 ** (-19)
m = 9.109 * 10 ** (-31)
h = 6.625 * 10 ** (-34)
for i in U:
    print(h / sqrt(2 * m * e * i) * 10 ** 10.5)

radU = [0.577350269, 0.534522484, 0.5, 0.471404521, 0.447213595]
💡
x_data = np.array(radU)
y_data = np.array(D1)
y_data2 = np.array(D2)

m, c = np.polyfit(x_data, y_data, deg: 1)

slope = m
intercept = c
# Generarea punctelor pentru linia de regresie
x_fit = np.linspace(min(x_data), max(x_data), num: 100)

y_fit = slope * x_fit + intercept
y_fit2 = slope2 * x_fit + intercept2
plt.scatter(x_data, y_data)
plt.scatter(x_data, y_data2)
plt.plot(*args: x_fit, y_fit, color='blue')
plt.plot(*args: x_fit, y_fit2, color='red')
plt.plot()
plt.xlabel('1 / sqrt(U) (kV la minus 1 pe 2)')
plt.ylabel('Diametru (cm)')
plt.legend()
plt.title('Regresie Liniară')
plt.show()
e = 1.602 * 10 ** (-19)
m = 9.109 * 10 ** (-31)
h = 6.625 * 10 ** (-34)
L = 13.5
print(slope)
print(slope2)
print((2 * h * L) / (slope * 10 * sqrt(10) * sqrt(2 * m * e)))
print((2 * h * L) / (slope2 * 10 * sqrt(10) * sqrt(2 * m * e)))

```