Econometria de Séries Temporais

O modelo com mecanismo de correção de erros (VECM)

João Ricardo Costa Filho

“The most important questions of life are, for the most part, really only problems in probability."

Laplace (1812)

“In God we trust. All others must bring data."

William Edwards Deming

O VECM

Correção de erros

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
    - **Hipótese da renda permanente**:

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
    - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0).

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar,

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
    - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período,

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período,

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
    - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período, ou ambos,

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período, ou ambos, ou mesmo o PIB teria que aumentar mais que o consumo no próximo período.

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período, ou ambos, ou mesmo o PIB teria que aumentar mais que o consumo no próximo período.
  - **Paridade de poder de compra** (PPP): $\text{reer}_t = s_t + p_t^F - p_t$.

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período, ou ambos, ou mesmo o PIB teria que aumentar mais que o consumo no próximo período.
  - **Paridade de poder de compra** (PPP): $\text{reer}_t = s_t + p_t^F - p_t$. A mesma ideia, mas para as três variáveis.
- Portanto, para existir cointegração, deve existir também um **ajuste dinâmico**. Esse ajuste dinâmico é chamado de **representação de correção de erro**.

Correção de erros

- Para haver equilíbrio de longo prazo, as variáveis precisam se ajustar aos movimentos das outras.
  - **Hipótese da renda permanente**: $c_t^T = c_t - \beta_1 y_t^P$ é I(0). Assim, se o consumo aumentar, o PIB precisa aumentar no próximo período, ou o consumo precisa cair no próximo período, ou ambos, ou mesmo o PIB teria que aumentar mais que o consumo no próximo período.
  - **Paridade de poder de compra** (PPP): $\text{reer}_t = s_t + p_t^F - p_t$. A mesma ideia, mas para as três variáveis.
- Portanto, para existir cointegração, deve existir também um **ajuste dinâmico**. Esse ajuste dinâmico é chamado de **representação de correção de erro**.
- **Teorema de Representação de Granger**: Para qualquer conjunto de variáveis I(1), correção de erro e cointegração são representações equivalentes.

Modelo com correção de erros

Consideremos o exemplo com duas variáveis I(1) de Enders (2015): $i_{S,t}$ é a taxa de juros de curto prazo e $i_{L,t}$ representa a taxa de juros de longo prazo.

Modelo com correção de erros

Consideremos o exemplo com duas variáveis I(1) de Enders (2015): $i_{S,t}$ é a taxa de juros de curto prazo e $i_{L,t}$ representa a taxa de juros de longo prazo. Sabemos que podemos ter, no máximo, $r = 1$ vetores de cointegração.

Modelo com correção de erros

Consideremos o exemplo com duas variáveis I(1) de Enders (2015): $i_{S,t}$ é a taxa de juros de curto prazo e $i_{L,t}$ representa a taxa de juros de longo prazo. Sabemos que podemos ter, no máximo, $r = 1$ vetores de cointegração. Assuma que a relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis é dada por:

$$i_{L,t} = \beta_1 i_{S,t} + \varepsilon_t.$$

Modelo com correção de erros

Consideremos o exemplo com duas variáveis I(1) de Enders (2015): $i_{S,t}$ é a taxa de juros de curto prazo e $i_{L,t}$ representa a taxa de juros de longo prazo. Sabemos que podemos ter, no máximo, $r = 1$ vetores de cointegração. Assuma que a relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis é dada por:

$$i_{L,t} = \beta_1 i_{S,t} + \varepsilon_t.$$

Qual é o vetor de cointegração?

Modelo com correção de erros

Modelo com correção de erros

Um elemento das variáveis cointegradas é que a sua trajetória é influenciada pela extensão dos desvios do equilíbrio de longo prazo (Enders 2015).

Modelo com correção de erros

Um elemento das variáveis cointegradas é que a sua trajetória é influenciada pela extensão dos desvios do equilíbrio de longo prazo (Enders 2015). Trabalhemos com um modelo simples de **correção de erros**:

Modelo com correção de erros

Um elemento das variáveis cointegradas é que a sua trajetória é influenciada pela extensão dos desvios do equilíbrio de longo prazo (Enders 2015). Trabalhemos com um modelo simples de **correção de erros**:

$$\Delta i_{S,t} = -\alpha_S(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{S,t}$$
$$\Delta i_{L,t} = \alpha_L(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{L,t}$$

Modelo com correção de erros

Modelo com correção de erros

- O que deve acontecer no próximo se a $i_{S,t}$ estiver acima do nível de equilíbrio?

Modelo com correção de erros

- O que deve acontecer no próximo se a $i_{S,t}$ estiver acima do nível de equilíbrio?
  - Ela deve diminuir.

Modelo com correção de erros

- O que deve acontecer no próximo se a $i_{S,t}$ estiver acima do nível de equilíbrio?
    - Ela deve diminuir.
    - E $i_{L,t}$ deve aumentar.

Modelo com correção de erros

- O que deve acontecer no próximo se a $i_{S,t}$ estiver acima do nível de equilíbrio?
  - Ela deve diminuir.
  - E $i_{L,t}$ deve aumentar.
- Quão rápido deve ser esse ajuste?

Modelo com correção de erros

- O que deve acontecer no próximo se a $i_{S,t}$ estiver acima do nível de equilíbrio?
  - Ela deve diminuir.
  - E $i_{L,t}$ deve aumentar.
- Quão rápido deve ser esse ajuste?
  - A velocidade do ajuste é determinada por α_S e α_L.
- Como as variáveis são I(1), sabemos que a primeira diferença é estacionária. E isso se dá porque a relação de cointegração $(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1} = \varepsilon_{t-1})$ é estacionária.

VECM (Vector Error-Correction Model)

VECM (Vector Error-Correction Model)

Defina $X_t = [i_{L,t} i_{S,t}]$

VECM (Vector Error-Correction Model)

Defina $X_t = [i_{L,t} i_{S,t}]$ e reescreva o modelo da estrutura a termo da taxa de juros,

VECM (Vector Error-Correction Model)

Defina $X_t = [i_{L,t} i_{S,t}]$ e reescreva o modelo da estrutura a termo da taxa de juros,

$$\Delta i_{S,t} = -\alpha_S(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{S,t}$$
$$\Delta i_{L,t} = \alpha_L(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{L,t},$$

VECM (Vector Error-Correction Model)

Defina $X_t = [i_{L,t} i_{S,t}]$ e reescreva o modelo da estrutura a termo da taxa de juros,

$$\Delta i_{S,t} = -\alpha_S(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{S,t}$$
$$\Delta i_{L,t} = \alpha_L(i_{L,t-1} - \beta_1 i_{S,t-1}) + \varepsilon_{L,t},$$

no formato VECM.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.
- Some e subtraia $B_2 X_{t-1}$ do lado direito da equação.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.
- Some e subtraia $B_2 X_{t-1}$ do lado direito da equação.
- Rearrange os termos.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.
- Some e subtraia $B_2 X_{t-1}$ do lado direito da equação.
- Rearrange os termos.
- Subtraia X_{t-1} dos dois lados da equação.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.
- Some e subtraia $B_2 X_{t-1}$ do lado direito da equação.
- Rearrange os termos.
- Subtraia X_{t-1} dos dois lados da equação.
- Escreva o modelo na sua representação VECM.

VAR(2) em nível $\rightarrow$ VECM

- Trabalhemos com um VAR(2) em nível, cujas variáveis são I(1): $X_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.
- Some e subtraia $B_2 X_{t-1}$ do lado direito da equação.
- Rearrange os termos.
- Subtraia X_{t-1} dos dois lados da equação.
- Escreva o modelo na sua representação VECM.

VECM (Vector Error-Correction Model)

VECM (Vector Error-Correction Model)

Para n variáveis, temos:

VECM (Vector Error-Correction Model)

Para n variáveis, temos:

$$\Delta X_t = \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Vamos aos dados!

Leia os livros e os artigos, não fique só com os slides!!!!

Referências i

Enders, Walter. 2015. *Applied Econometric Time Series Fourth Edition*. *New York (US): University of Alabama*.