Desenvolvimento econômico

Convergência e o caso do Japão após a 2ª Guerra Mundial

João Ricardo Costa Filho

Quanto falta para chegar no equilíbrio estacionário?

A taxa de convergência

Tipos de convergência

Tipos de convergência

- **Absoluta**: os parâmetros de duas economia são iguais.

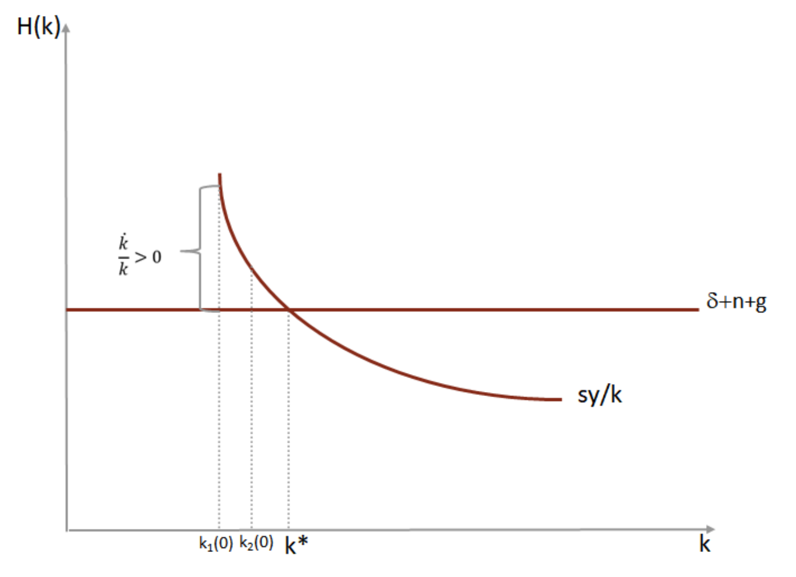
Tipos de convergência

- **Absoluta**: os parâmetros de duas economia são iguais.
- **Relativa**: os parâmetros de duas economia são diferentes.

Convergência Absoluta

Assuma dois países com parâmetros iguais, mas com estoques de capital em níveis diferentes.

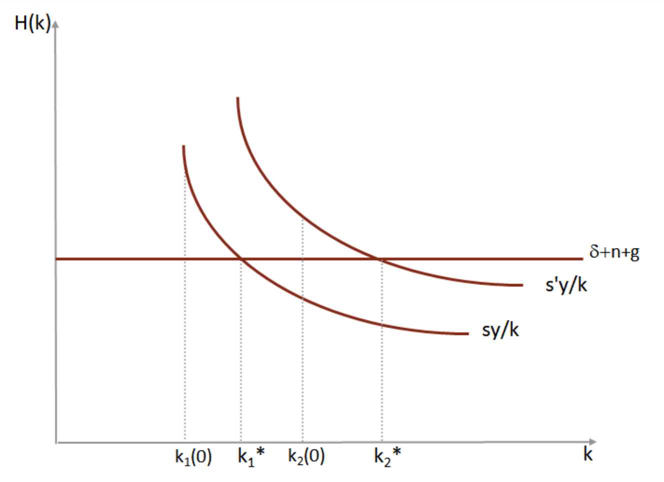
Convergência Absoluta



Convergência Relativa

Assuma dois países com taxas de poupança diferentes.

Convergência Relativa



A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Lembremos que a equação diferencial que dá a dinâmica do modelo é:

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (g + n + \delta)k(t).$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Lembremos que a equação diferencial que dá a dinâmica do modelo é:

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (g + n + \delta)k(t).$$

Podemos fazer uma expansão de Taylor para aproximar a dinâmica em torno do equilíbrio estacionário:

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Lembremos que a equação diferencial que dá a dinâmica do modelo é:

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (g + n + \delta)k(t).$$

Podemos fazer uma expansão de Taylor para aproximar a dinâmica em torno do equilíbrio estacionário:

$$\dot{k}(t) = \frac{\partial \dot{k}(t)}{\partial k(t)}\Big|_{k(t)=k^*}$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Portanto, temos:

$$\dot{k}(t) = [sf'(k^* - (g + n + \delta)] \left(k(t) - k^*\right).$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Portanto, temos:

$$\dot{k}(t) = [sf'(k^* - (g + n + \delta)] \, (k(t) - k^*) \, .$$

Do equilíbrio estacionário, sabemos que:

$$sf(k^*) = (g + n + \delta)k^*$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Portanto, temos:

$$\dot{k}(t) = \left[sf'(k^* - (g + n + \delta)\right]\left(k(t) - k^*\right).$$

Do equilíbrio estacionário, sabemos que:

$$sf(k^*) = (g + n + \delta)k^* \iff s = \frac{(g + n + \delta)}{f(k^*)}k^*.$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Ao substituirmos o resultado anterior, temos:

$$\dot{k}(t) = \left[\frac{(g+n+\delta)}{f(k^*)} k^* f'(k^*) - (g+n+\delta)\right](k(t) - k^*)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Ao substituirmos o resultado anterior, temos:

$$\dot{k}(t) = \left[\frac{(g+n+\delta)}{f(k^*)} k^* f'(k^*) - (g+n+\delta) \right] (k(t) - k^*)$$

$$\dot{k}(t) = \left[\frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} - 1 \right] (g+n+\delta) (k(t) - k^*)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Ao substituirmos o resultado anterior, temos:

$$\dot{k}(t) = \left[\frac{(g+n+\delta)}{f(k^*)}k^* f'(k^*) - (g+n+\delta)\right](k(t) - k^*)$$

$$\dot{k}(t) = \left[\frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} - 1\right](g+n+\delta)(k(t) - k^*)$$

O que significa $\frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)}$ no modelo?

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

$$\dot{k}(t) = -(1-\alpha)(g+n+\delta)(k(t)-k^*)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

$$\dot{k}(t) = -\left(1-\alpha\right)\left(g+n+\delta\right)\left(k(t)-k^{*}\right)$$

Finalmente, defina $\lambda = \left(1-\alpha\right)\left(g+n+\delta\right)$. Assim, temos:

$$\dot{k}(t) = -\lambda\left(k(t)-k^{*}\right)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Analogamente (veja a derivação em Barbosa (2017)), temos:

$$\dot{y}(t) = -\lambda \left(y(t) - y^{*} \right)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Analogamente (veja a derivação em Barbosa (2017)), temos:

$$\dot{y}(t) = -\lambda \left(y(t) - y^* \right)$$

Finalmente, podemos aproximar essa equação diferencial linearmente:

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Analogamente (veja a derivação em Barbosa (2017)), temos:

$$\dot{y}(t) = -\lambda \left(y(t) - y^* \right)$$

Finalmente, podemos aproximar essa equação diferencial linearmente:

$$y(t) - y^* \approx e^{-\lambda t} \left(y(0) - y^* \right)$$

A taxa de convergência (Barbosa 2017)

Analogamente (veja a derivação em Barbosa (2017)), temos:

$$\dot{y}(t) = -\lambda \left(y(t) - y^* \right)$$

Finalmente, podemos aproximar essa equação diferencial linearmente:

$$y(t) - y^* \approx e^{-\lambda t} \left(y(0) - y^* \right)$$

Agora vamos compreender o significado do λ.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características:
  $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.7$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.7$.
- Se estivermos em $t = 10$,

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.7$.
- Se estivermos em $t = 10$, então $y(10) - y^* \approx -0.06$,

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 1

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.7$.
- Se estivermos em $t = 10$, então $y(10) - y^* \approx -0.06$, ou seja, essa é a diferença do PIB por unidade eficiente de trabalhadores do seu nível no equilíbrio.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.4$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.4$.
- Se estivermos em $t = 10$,

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.4$.
- Se estivermos em $t = 10$, então $y(10) - y^* \approx -0.133$,

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 2

- Assuma uma economia dada por essas características: $\alpha = 0.45$, $n = 1\%$, $g = 2\%$, $\delta = 5\%$ e $s = 0.3$.
- Nesse caso, sabemos que $k^* = 11.1$ e $y^* = 2.9$.
- Sabemos também que $\lambda = 4.4\%$.
- Assuma que $y(0) = 2.4$.
- Se estivermos em $t = 10$, então $y(10) - y^* \approx -0.133$, ou seja, essa é a diferença do PIB por unidade eficiente de trabalhadores do seu nível no equilíbrio.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$,

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e $t = 10$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e $t = 10$.
- Se $\lambda = 1\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.084$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e $t = 10$.
- Se $\lambda = 1\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.084$.
- Se $\lambda = 6\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.113$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e $t = 10$.
- Se $\lambda = 1\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.084$.
- Se $\lambda = 6\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.113$.
- Se $\lambda = 9\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.0836627$.

A taxa de convergência (λ) – Exemplo 3

- Assuma uma economia com $k^* = 11.1$, $y^* = 2.9$, $y(0) = 2.4$ e $t = 10$.
- Se $\lambda = 1\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.084$.
- Se $\lambda = 6\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.113$.
- Se $\lambda = 9\%$, então $y(10) - y^* \approx -0.0836627$.

Exercício

Sejam duas economias com os seguintes parâmetros:

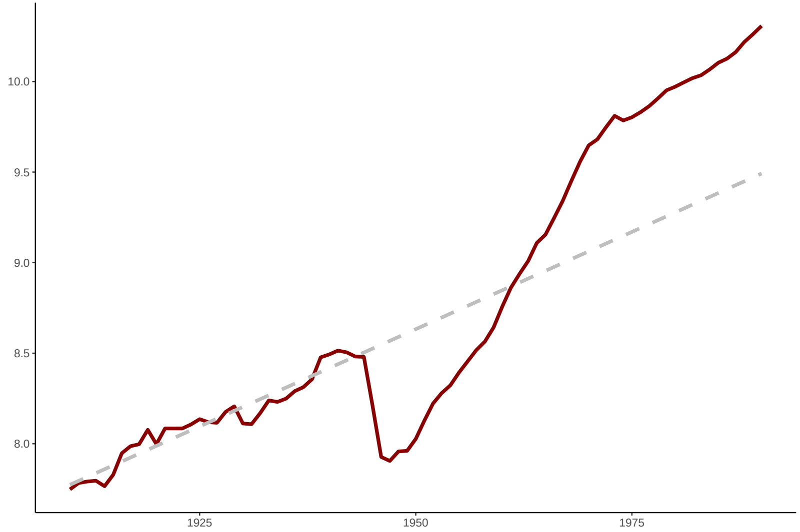
- **Economia 1**
  - $\alpha = 0,3$
    - $n = 0,01$
    - $g = 0,02$
    - $\delta = 0,03$
- **Economia 2**
  - $\alpha = 0,7$
    - $n = 0,01$
    - $g = 0,02$
    - $\delta = 0,03$

Em 10 anos, qual será o percentual da diferença entre o ponto inicial e o equilíbrio que as economias percorrerão? Explique a diferença.

O caso do Japão após a 2ª Guerra Mundial

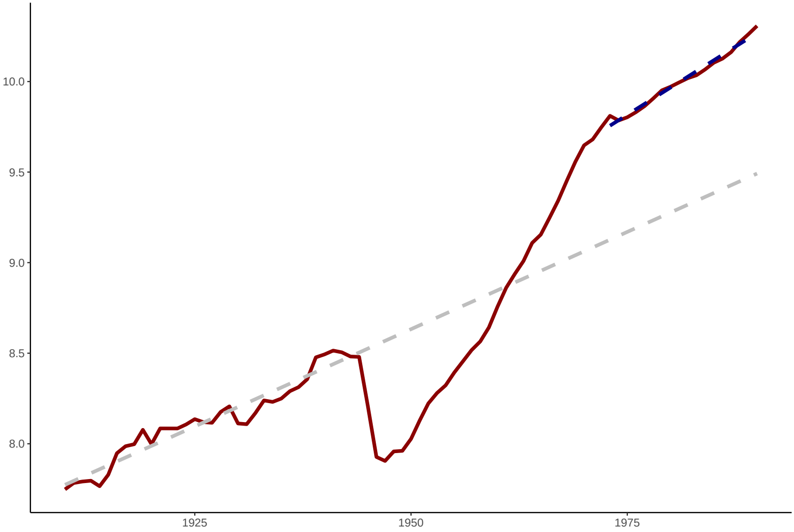
Como o modelo de Solow-Swan explica o crescimento econômico do Japão após a 2ª Guerra Mundial?

Ln do PIB per capita



Tendência estimada para 1910−1944. Fonte: Maddison Project Database (MPD) 2020

Ln do PIB per capita – Um novo y^*?



Tendências estimadas para 1910−1944 e 1973−1990. Fonte: Maddison Project Database (MPD) 2020

Convergência e equilíbrios

Vamos seguir Valdés (2003) e analisar o desempenho japonês com o modelo de Solow-Swan. Para isso, vamos considerar o que acontece com o log do PIB per capita em três casos:

Convergência e equilíbrios

Vamos seguir Valdés (2003) e analisar o desempenho japonês com o modelo de Solow-Swan. Para isso, vamos considerar o que acontece com o log do PIB per capita em três casos:

1) Aumento temporário da taxa de investimento para acelerar a volta ao equilíbrio original.

Convergência e equilíbrios

Vamos seguir Valdés (2003) e analisar o desempenho japonês com o modelo de Solow-Swan. Para isso, vamos considerar o que acontece com o log do PIB per capita em três casos:

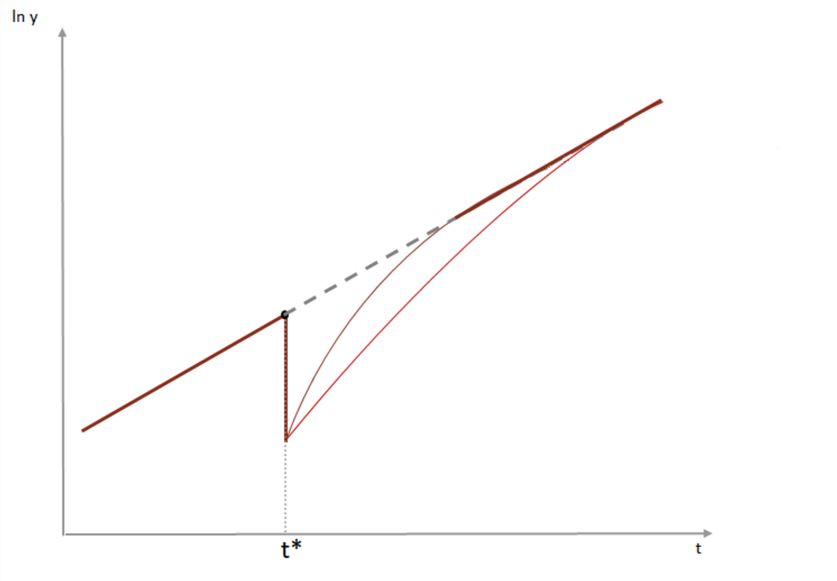
1) Aumento temporário da taxa de investimento para acelerar a volta ao equilíbrio original.
2) Aumento permanente da taxa de investimento.

Convergência e equilíbrios

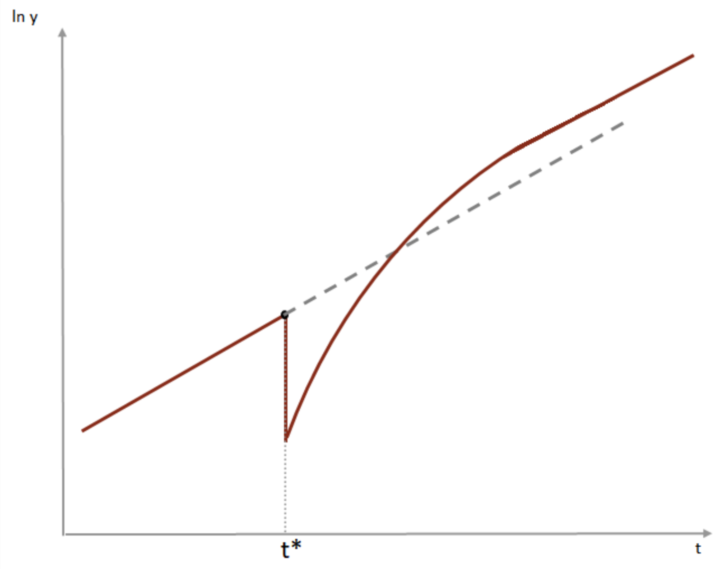
Vamos seguir Valdés (2003) e analisar o desempenho japonês com o modelo de Solow-Swan. Para isso, vamos considerar o que acontece com o log do PIB per capita em três casos:

1) Aumento temporário da taxa de investimento para acelerar a volta ao equilíbrio original.
2) Aumento permanente da taxa de investimento.
3) Aumendo permanente da taxa de investimento e da taxa de crescimento da produtividade.

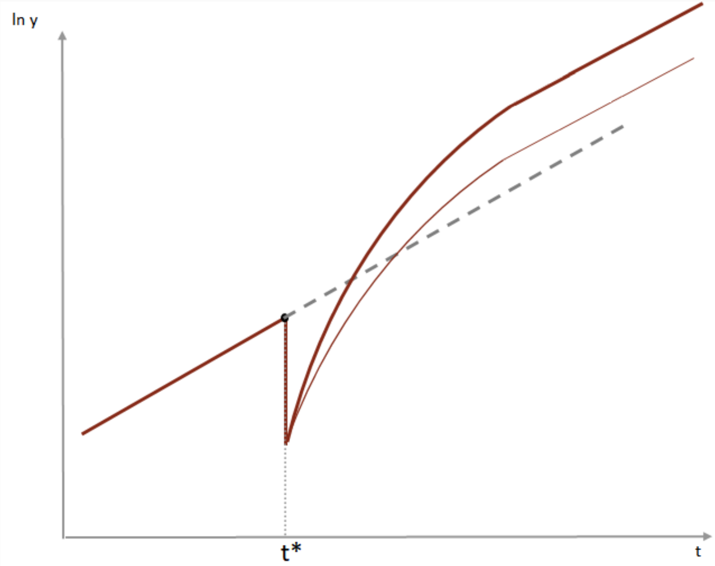
Aumento temporário da taxa de investimento



Aumento permanente da taxa de investimento



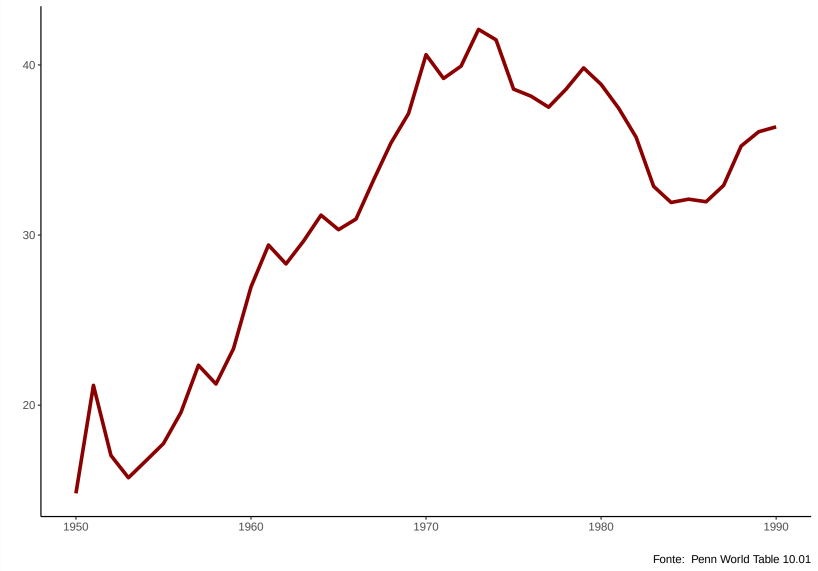
Aumento permanente da taxa de inv. e da produtividade



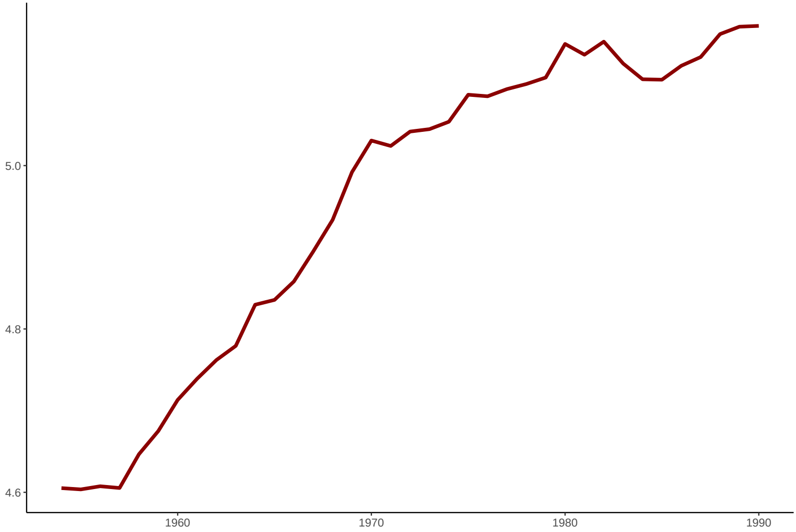
Qual parece ser o caso do Japão?

Qual parece ser o caso do Japão? Os dados suportam essa conclusão?

Taxa de investimento (% PIB)



Ln da produtividade total dos fatores



Fonte: Penn World Table 10.01

Leia os livros e os artigos, não fique só com os slides!!!!

Referências

Barbosa, Fernando de Holanda. 2017. *Macroeconomia*. Editora FGV.

Valdés, Benigno. 2003. "An Application of Convergence Theory to Japan's Post-Wwii Economic 'Miracle'." *The Journal of Economic Education* 34 (1): 61–81.