

# **Desenvolvimento econômico**

Capital humano e o crescimento econômico de longo prazo

---

João Ricardo Costa Filho

*Good ideas shine far more brightly when supported by good models*  
Avinash Dixit ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

*Models are to be used, not believed.*  
Henri Theil ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

O modelo de Solow-Swan na sua versão original de livro-texto consegue explicar a diferença na riqueza das nações?

## Solow-Swan e os dados

---

# Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

- O que o modelo prescreve: quanto maior a taxa de poupança/investimento ( $s$ ) e/ou menor a taxa de crescimento populacional ( $n$ ), maior o nível da renda por trabalhador ( $Y/L$ ).

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

- O que o modelo prescreve: quanto maior a taxa de poupança/investimento ( $s$ ) e/ou menor a taxa de crescimento populacional ( $n$ ), maior o nível da renda por trabalhador ( $Y/L$ ). Mankiw, Romer, and Weil (1992) analisam econometricamente essa questão e os dados corroboram com esses resultados teóricos.



## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

- O que o modelo prescreve: quanto maior a taxa de poupança/investimento ( $s$ ) e/ou menor a taxa de crescimento populacional ( $n$ ), maior o nível da renda por trabalhador ( $Y/L$ ). Mankiw, Romer, and Weil (1992) analisam econometricamente essa questão e os dados corroboram com esses resultados teóricos.
- Os autores encontram que as diferenças nas taxas de poupança e no crescimento da população explicam 59% da variação entre países na renda per capita.

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

- O que o modelo prescreve: quanto maior a taxa de poupança/investimento ( $s$ ) e/ou menor a taxa de crescimento populacional ( $n$ ), maior o nível da renda por trabalhador ( $Y/L$ ). Mankiw, Romer, and Weil (1992) analisam econometricamente essa questão e os dados corroboram com esses resultados teóricos.
- Os autores encontram que as diferenças nas taxas de poupança e no crescimento da população explicam 59% da variação entre países na renda per capita.
- Contudo, os efeitos estimados de mudanças na taxa de poupança e no crescimento da população implícitos nas regressões são maiores do que o modelo prediz.

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

Como será que o modelo de Solow-Swan performa quando comparado com dados de vários países?

- O que o modelo prescreve: quanto maior a taxa de poupança/investimento ( $s$ ) e/ou menor a taxa de crescimento populacional ( $n$ ), maior o nível da renda por trabalhador ( $Y/L$ ). Mankiw, Romer, and Weil (1992) analisam econometricamente essa questão e os dados corroboram com esses resultados teóricos.
- Os autores encontram que as diferenças nas taxas de poupança e no crescimento da população explicam 59% da variação entre países na renda per capita.
- Contudo, os efeitos estimados de mudanças na taxa de poupança e no crescimento da população implícitos nas regressões são maiores do que o modelo prediz.

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

- Os resultados econométricos também implicam em uma maior “capital share” do que o observado.

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

- Os resultados econométricos também implicam em uma maior “capital share” do que o observado.
- O que podemos fazer?

## Modelo de Solow-Swan: uma avaliação empírica

- Os resultados econométricos também implicam em uma maior “capital share” do que o observado.
- O que podemos fazer?
- Mankiw, Romer, and Weil (1992) propõem diferenciarmos **capital físico** de **capital humano**.

# **Capital humano no modelo de Solow-Swan**

---

## O modelo de Solow-Swan com capital humano

Vamos estender o modelo neoclássico de crescimento econômico (Solow 1956, 1957; Swan 1956) e incluir capital humano.



## O modelo de Solow-Swan com capital humano

Vamos estender o modelo neoclássico de crescimento econômico (Solow 1956, 1957; Swan 1956) e incluir capital humano.

- Para isso, nesta primeira aula sobre o tema, vamos utilizar a abordagem do capítulo 3 de Jones and Vollrath (2013).

## O modelo de Solow-Swan com capital humano

Vamos estender o modelo neoclássico de crescimento econômico (Solow 1956, 1957; Swan 1956) e incluir capital humano.

- Para isso, nesta primeira aula sobre o tema, vamos utilizar a abordagem do capítulo 3 de Jones and Vollrath (2013).
- O autor considera que os indivíduos gastam tempo na acumulação de habilidades (qualificação), como em Lucas Jr (1988).

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O capital humano surge à partir da obtenção de qualificação.**

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O capital humano surge à partir da obtenção de qualificação.**
- Mercados perfeitamente competitivos.



## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O capital humano surge à partir da obtenção de qualificação.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O capital humano surge à partir da obtenção de qualificação.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.
- O crescimento da força de trabalho é exógeno.

## Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos constantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O capital humano surge à partir da obtenção de qualificação.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.
- O crescimento da força de trabalho é exógeno.
- Tempo contínuo.

## A função de produção

As empresas recrutam capital físico ( $K$ ), capital humano ( $H$ ) e trabalho ( $L$ ) para produzir o bem final ( $Y$ ),

## A função de produção

As empresas recrutam capital físico ( $K$ ), capital humano ( $H$ ) e trabalho ( $L$ ) para produzir o bem final ( $Y$ ), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção ( $A$ ):

## A função de produção

As empresas recrutam capital físico ( $K$ ), capital humano ( $H$ ) e trabalho ( $L$ ) para produzir o bem final ( $Y$ ), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção ( $A$ ):

$$Y(t) = F(K(t), A(t)H(t)) = K^\alpha(t) (A(t)H(t))^{1-\alpha}$$

## O capital humano

Seja  $0 \leq u$  a quantidade de tempo gasto em aprender/desenvolver novas habilidades (por exemplo, anos de estudo)

## O capital humano

Seja  $0 \leq u$  a quantidade de tempo gasto em aprender/desenvolver novas habilidades (por exemplo, anos de estudo) e  $L$  a quantidade total de trabalhadores usada na produção,



## O capital humano

Seja  $0 \leq u$  a quantidade de tempo gasto em aprender/desenvolver novas habilidades (por exemplo, anos de estudo) e  $L$  a quantidade total de trabalhadores usada na produção, tal que  $L = (1 - u)P$ , onde  $P$  representa a população da economia. Temos que:

## O capital humano

Seja  $0 \leq u$  a quantidade de tempo gasto em aprender/desenvolver novas habilidades (por exemplo, anos de estudo) e  $L$  a quantidade total de trabalhadores usada na produção, tal que  $L = (1 - u)P$ , onde  $P$  representa a população da economia. Temos que:

$$H(t) = e^{\psi u} L(t),$$

onde  $\psi > 0$ .

## O capital humano

Seja  $0 \leq u$  a quantidade de tempo gasto em aprender/desenvolver novas habilidades (por exemplo, anos de estudo) e  $L$  a quantidade total de trabalhadores usada na produção, tal que  $L = (1 - u)P$ , onde  $P$  representa a população da economia. Temos que:

$$H(t) = e^{\psi u} L(t),$$

onde  $\psi > 0$ . Note que se  $u = 0$ , temos  $H(t) = L(t)$ .

## O capital humano – Variações no tempo de qualificação

O que acontece com  $H(t)$  se  $\uparrow u$ ?

## O capital humano – Variações no tempo de qualificação

O que acontece com  $H(t)$  se  $\uparrow u$ ? Se  $u$  aumentar em uma unidade (1 ano, por exemplo), temos:

$$\frac{d \ln H(t)}{du} = \psi.$$

## O capital humano – Variações no tempo de qualificação

O que acontece com  $H(t)$  se  $\uparrow u$ ? Se  $u$  aumentar em uma unidade (1 ano, por exemplo), temos:

$$\frac{d \ln H(t)}{du} = \psi.$$

E.g. Se  $\psi = 0,1$ , temos que  $H(t)$  aumenta 10% (Jones and Vollrath 2013).

## A lei de movimento do capital

A dinâmica do capital depende do investimento ( $I(t)$ ) e da taxa de depreciação ( $\delta$ ) do mesmo:

## A lei de movimento do capital

A dinâmica do capital depende do investimento ( $I(t)$ ) e da taxa de depreciação ( $\delta$ ) do mesmo:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t).$$



## A lei de movimento do capital

A dinâmica do capital depende do investimento ( $I(t)$ ) e da taxa de depreciação ( $\delta$ ) do mesmo:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t).$$

Em equilíbrio, temos que  $S(t) = I(t)$  e, assumindo que os agentes poupem uma fração constante da renda, temos:

$$\dot{K}(t) = s_k Y(t) - \delta K(t), \tag{1}$$

onde  $\dot{K}(t) = \frac{dK(t)}{dt}$ .

## A dinâmica da produtividade

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = g \implies A(t) = A(0)e^{gt}$$

Vamos escrever o modelo como variáveis por  
trabalhado intensivo.

A equação (1) pode ser reescrita como:

$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{sY(t)}{K(t)} - \delta. \quad (2)$$

A equação (1) pode ser reescrita como:

$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{sY(t)}{K(t)} - \delta. \quad (2)$$

assim como a função de produção:

$$y(t) = k^\alpha(t)$$

onde  $y(t) = Y(t)/A(t)H(t)$  e  $k(t) = K(t)/A(t)H(t)$ .

Defina  $k(t) = \frac{K(t)}{A(t)H(t)}$ .

## Dinâmica do modelo

Defina  $k(t) = \frac{K(t)}{A(t)H(t)}$ . Passe o log em  $k(t)$  e diferencie em relação ao tempo:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - g - n.$$

## Dinâmica do modelo

Defina  $k(t) = \frac{K(t)}{A(t)H(t)}$ . Passe o log em  $k(t)$  e diferencie em relação ao tempo:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - g - n.$$

Substituindo (2) no resultado acima, temos:

$$\dot{k}(t) = s_k y(t) - (g + n + \delta)k(t). \quad (3)$$



## “Balance growth path”

Com base nos resultados do modelo de Solow-Swan básicos, sabemos que, quando  $\dot{k}(t) = 0$ , temos:

$$k^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)}.$$

## “Balance growth path”

Com base nos resultados do modelo de Solow-Swan básicos, sabemos que, quando  $\dot{k}(t) = 0$ , temos:

$$k^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)}.$$

E, portanto:

## “Balance growth path”

Com base nos resultados do modelo de Solow-Swan básicos, sabemos que, quando  $\dot{k}(t) = 0$ , temos:

$$k^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)}.$$

E, portanto:

$$y^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}.$$

## “Balance growth path”

Se quisermos o PIB por trabalhador no “balance growth path”, podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma:

## “Balance growth path”

Se quisermos o PIB por trabalhador no “balance growth path”, podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma:

$$y_L^* = A(t)h(t) \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}.$$

onde  $h(t) = H(t)/L(t) = e^{\psi u}$ .

## “Balance growth path”

Se quisermos o PIB por trabalhador no “balance growth path”, podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma:

$$y_L^* = A(t)h(t) \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}.$$

onde  $h(t) = H(t)/L(t) = e^{\psi u}$ .

Como já vimos anteriormente, no longo prazo, o crescimento do PIB por trabalhador é dado pelo progresso tecnológico e, neste modelo, o nível é influenciado pelo capital humano.

## Exercício 1

Considere duas economias (1 e 2) que possuem as seguintes características:  $s_k = 0,2$ ,  $n = 0,01$ ,  $g = 0,02$ ,  $\delta = 0,03$ ,  $\psi = 0,1$  e  $A(0) = 1$ . Vamos simular o comportamento do PIB por trabalhador no balance growth path para cada uma das economias ( $y_{L,1}^*$  e  $y_{L,2}^*$ ), durante 30 anos ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ). **Para isso considere:**  $u_1 = 8$  e  $u_2 = 11$ .

- Faça o gráfico de  $y_{L,1}^*(t)$  e  $y_{L,2}^*(t)$  ao longo do tempo.  
(Lembre-se que isso representa o ln do PIB por trabalhador).
- Faça o gráfico do nível do PIB por trabalhador ( $Y_{L,1}^*(t)$  e  $Y_{L,2}^*(t)$ ) ao longo do tempo.
- Faça o gráfico da razão  $\frac{Y_{L,1}^*(t)}{Y_{L,2}^*(t)}$  ao longo do tempo.
- Explique o comportamento de cada um dos gráficos.

## Exercício 2

Considere duas economias (1 e 2) que possuem as seguintes características:  $s_k = 0,2$ ,  $n = 0,01$ ,  $g = 0,02$ ,  $\delta = 0,03$ ,  $\psi = 0,1$  e  $u = 8$ . Vamos simular o comportamento do PIB por trabalhador no balance growth path para cada uma das economias ( $y_{L,1}^*$  e  $y_{L,2}^*$ ), durante 30 anos ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ). **Para isso considere:**  $A_1(0) = 1$  e  $A_2(0) = 1,1$ .

- Faça o gráfico de  $y_{L,1}^*(t)$  e  $y_{L,2}^*(t)$  ao longo do tempo.  
(Lembre-se que isso representa o ln do PIB por trabalhador).
- Faça o gráfico do nível do PIB por trabalhador ( $Y_{L,1}^*(t)$  e  $Y_{L,2}^*(t)$ ) ao longo do tempo.
- Faça o gráfico da razão  $\frac{Y_{L,1}^*(t)}{Y_{L,2}^*(t)}$  ao longo do tempo.
- Explique o comportamento de cada um dos gráficos.



## Exercício 3

Considere duas economias (1 e 2) que possuem as seguintes características:  $s_k = 0,2$ ,  $n = 0,01$ ,  $g = 0,02$ ,  $\delta = 0,03$ ,  $\psi = 0,1$  e  $A(0) = 1$ . Vamos simular o comportamento do PIB por trabalhador no balance growth path para cada uma das economias ( $y_{L,1}^*$  e  $y_{L,2}^*$ ), durante 30 anos ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ). **Para isso considere:**  $u_1 = u_2 = 8$  se  $t < 15$  e  $u_2 = 10$  quando  $t \geq 15$ .

- Faça o gráfico de  $y_{L,1}^*(t)$  e  $y_{L,2}^*(t)$  ao longo do tempo.  
(Lembre-se que isso representa o ln do PIB por trabalhador).
- Faça o gráfico do nível do PIB por trabalhador ( $Y_{L,1}^*(t)$  e  $Y_{L,2}^*(t)$ ) ao longo do tempo.
- Faça o gráfico da razão  $\frac{Y_{L,1}^*(t)}{Y_{L,2}^*(t)}$  ao longo do tempo.
- Explique o comportamento de cada um dos gráficos.

## Exercício 4

Considere duas economias (1 e 2) que possuem as seguintes características:  $s_k = 0,2$ ,  $n = 0,01$ ,  $g = 0,02$ ,  $\delta = 0,03$ ,  $\psi = 0,1$  e  $A(0) = 1$ . Vamos simular o comportamento do PIB por trabalhador no balance growth path para cada uma das economias ( $y_{L,1}^*$  e  $y_{L,2}^*$ ), durante 30 anos ( $t = 1, 2, \dots, 30$ ). **Para isso considere:**

$$u_1(t) = e^{0,01t} \text{ e } u_2(t) = e^{0,015t}.$$

- Faça o gráfico de  $y_{L,1}^*(t)$  e  $y_{L,2}^*(t)$  ao longo do tempo.  
(Lembre-se que isso representa o ln do PIB por trabalhador).
- Faça o gráfico do nível do PIB por trabalhador ( $Y_{L,1}^*(t)$  e  $Y_{L,2}^*(t)$ ) ao longo do tempo.
- Faça o gráfico da razão  $\frac{Y_{L,1}^*(t)}{Y_{L,2}^*(t)}$  ao longo do tempo.
- Explique o comportamento de cada um dos gráficos.

Leia os **livros** e os **artigos**, não  
fique só com os slides!!!!

## Referências

Jones, Charles I, and Dietrich Vollrath. 2013. *Introduction to Economic Growth*. Third edition. W.W. Norton & Company.

Lucas Jr, Robert E. 1988. "On the Mechanics of Economic Development." *Journal of Monetary Economics* 22 (1): 3–42.

Mankiw, N Gregory, David Romer, and David N Weil. 1992. "A Contribution to the Empirics of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics* 107 (2): 407–37.

Solow, Robert M. 1956. "A Contribution to the Theory of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics* 70 (1): 65–94.

———. 1957. "Technical Change and the Aggregate Production Function." *The Review of Economics and Statistics* 39 (3): 312–20.

Swan, Trevor W. 1956. "Economic Growth and Capital Accumulation." *Economic Record* 32 (2): 334–61.