Desenvolvimento econômico

A dinâmica do capital humano: o modelo de Mankiw, Romer e Weil

---

João Ricardo Costa Filho

Good ideas shine far more brightly when supported by good models

Avinash Dixit (“The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

Models are to be used, not believed.

Henri Theil (“Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

Como fica a extensão do modelo Solow-Swan com estoque de capital humano?

Capital humano no modelo de Solow-Swan

- Como vimos anteriormente, Mankiw, Romer, and Weil (1992) avaliaram empiricamente o modelo de Solow-Swan e o desempenho foi positivo.

Capital humano no modelo de Solow-Swan

- Como vimos anteriormente, Mankiw, Romer, and Weil (1992) avaliaram empiricamente o modelo de Solow-Swan e o desempenho foi positivo.
- Mas, do ponto de vista quantitativo, ele pode ser melhorado.

Capital humano no modelo de Solow-Swan

- Como vimos anteriormente, Mankiw, Romer, and Weil (1992) avaliaram empiricamente o modelo de Solow-Swan e o desempenho foi positivo.
- Mas, do ponto de vista quantitativo, ele pode ser melhorado.
- Nas aulas anteriores, trabalhamos com a abordagem do capítulo 3 de Jones and Vollrath (2013), na qual o autor considera que os indivíduos gastam tempo na acumulação de habilidades (qualificação), como em Lucas Jr (1988).

Capital humano no modelo de Solow-Swan

- Como vimos anteriormente, Mankiw, Romer, and Weil (1992) avaliaram empiricalmente o modelo de Solow-Swan e o desempenho foi positivo.
- Mas, do ponto de vista quantitativo, ele pode ser melhorado.
- Nas aulas anteriores, trabalhamos com a abordagem do capítulo 3 de Jones and Vollrath (2013), na qual o autor considera que os indivíduos gastam tempo na acumulação de habilidades (qualificação), como em Lucas Jr (1988).
- Agora, no entanto, vamos seguir a extensão proposta por Mankiw, Romer, and Weil (1992) e elaborada na seção 2 do capítulo 4 de Barbosa (2017).

O modelo de Mankiw, Romer e Weil

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O estoque de capital humano é acumulado ao longo do tempo de maneira análoga à dinâmica do capital físico.**

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O estoque de capital humano é acumulado ao longo do tempo de maneira análoga à dinâmica do capital físico.**
- Mercados perfeitamente competitivos.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O estoque de capital humano é acumulado ao longo do tempo de maneira análoga à dinâmica do capital físico.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O estoque de capital humano é acumulado ao longo do tempo de maneira análoga à dinâmica do capital físico.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.
- O crescimento da força de trabalho é exógeno.

Estrutura do modelo

- Economia fechada e sem governo.
- Apenas um bem final.
- A tecnologia de produção possui retornos contantes de escala.
- **Dois tipos de capital: capital físico e capital humano.**
- **O estoque de capital humano é acumulado ao longo do tempo de maneira análoga à dinâmica do capital físico.**
- Mercados perfeitamente competitivos.
- O progresso tecnológico é exógeno.
- O crescimento da força de trabalho é exógeno.
- Tempo contínuo.

A função de produção

As empresas recrutam capital (K), trabalho (L) e capital humano (H) para produzir o bem final (Y),

A função de produção

As empresas recrutam capital (K), trabalho (L) e capital humano (H) para produzir o bem final (Y), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção (A):

A função de produção

As empresas recrutam capital (K), trabalho (L) e capital humano (H) para produzir o bem final (Y), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção (A):

$$Y(t) = F(K(t), H(t), A(t), L(t), t)$$

A função de produção

As empresas recrutam capital (K), trabalho (L) e capital humano (H) para produzir o bem final (Y), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção (A):

$$Y(t) = F(K(t), H(t), A(t), L(t), t)$$

As equações que descrevem a dinâmica das variáveis de estado são dadas por

$$\dot{K}(t) = s_K Y(t) - \delta_K K(t)$$

A função de produção

As empresas recrutam capital (K), trabalho (L) e capital humano (H) para produzir o bem final (Y), dado o nível de produtividade total dos fatores de produção (A):

$$Y(t) = F(K(t), H(t), A(t), L(t), t)$$

As equações que descrevem a dinâmica das variáveis de estado são dadas por

$$\dot{K}(t) = s_K Y(t) - \delta_K K(t)$$

$$\dot{H}(t) = s_H Y(t) - \delta_H H(t)$$

Produtividade e força de trabalho

O progresso tecnológico e a força de trabalho possuem taxas de crescimento exógenas:

Produtividade e força de trabalho

O progresso tecnológico e a força de trabalho possuem taxas de crescimento exógenas:

$$\dot{A}(t) = gA(t)$$

Produtividade e força de trabalho

O progresso tecnológico e a força de trabalho possuem taxas de crescimento exógenas:

$$\dot{A}(t) = gA(t)$$

$$\dot{L}(t) = nL(t)$$

Produtividade e força de trabalho

O progresso tecnológico e a força de trabalho possuem taxas de crescimento exógenas:

$$\dot{A}(t) = gA(t)$$

$$\dot{L}(t) = nL(t)$$

Dadas as condições usuais da função de produção, temos:

Produtividade e força de trabalho

O progresso tecnológico e a força de trabalho possuem taxas de crescimento exógenas:

$$\dot{A}(t) = gA(t)$$

$$\dot{L}(t) = nL(t)$$

Dadas as condições usuais da função de produção, temos:

$$y(t) = \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} = F\left(\frac{K(t)}{A(t)L(t)}, \frac{H(t)}{A(t)L(t)}, 1\right) = f(k(t), h(t))$$

onde $k(t) = K(t)/A(t)L(t), h(t) = H(t)/A(t)L(t)$, e $f(k(t), h(t))$ é a forma intensiva da função de produção.

A dinâmica do sistema

O sistema de equações diferenciais que descreve a dinâmica deste modelo é dado por

$$\dot{k}(t) = s_K f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_K)\, k(t) \tag{1}$$

$$\dot{h}(t) = s_H f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_H)\, h(t) \tag{2}$$

A dinâmica do sistema

- Podemos expressar graficamente a dinâmica e o equilíbrio do modelo com o auxílio de um **diagrama de fases**.

A dinâmica do sistema

- Podemos expressar graficamente a dinâmica e o equilíbrio do modelo com o auxílio de um **diagrama de fases**.
- Nele, veremos todos os pontos nos quais $\dot{k}(t) = 0$ (chamamos o conjunto de pontos onde isso ocorre $k \times h$ de *locus* onde $\dot{k} = 0$).

A dinâmica do sistema

- Podemos expressar graficamente a dinâmica e o equilíbrio do modelo com o auxílio de um **diagrama de fases**.
- Nele, veremos todos os pontos nos quais $\dot{k}(t) = 0$ (chamamos o conjunto de pontos onde isso ocorre $k \times h$ de *locus* onde $\dot{k} = 0$).
- Também podemos ver todos os pontos nos quais $\dot{h}(t) = 0$.

A dinâmica do sistema

- Podemos expressar graficamente a dinâmica e o equilíbrio do modelo com o auxílio de um **diagrama de fases**.
- Nele, veremos todos os pontos nos quais $\dot{k}(t) = 0$ (chamamos o conjunto de pontos onde isso ocorre $k \times h$ de *locus* onde $\dot{k} = 0$).
- Também podemos ver todos os pontos nos quais $\dot{h}(t) = 0$.
- Portanto, à partir dos dois *loci*, podemos encontrar o equilíbrio estacionário do modelo.
    - Pensando no sistema de equações que descreve a dinâmica do sistema, qual é a condição para que a economia esteja no equilíbrio estacionário?

Exercício 1

Seja $Y(t) = A(t)K^{\alpha}(t)H^{\beta}(t)L^{1-\alpha-\beta}(t)$. Com base na resposta do slide anterior, utilize as equações (1) e (1), que descrevem a dinâmica do sistema, para encontrar os dois loci no espaço $k \times h$ onde $\dot{k} = 0$ e $\dot{h} = 0$. Lembre-se, cada equação dará um locus diferente. Portanto, como vamos representar a economia em um gráfico com k no eixo vertical e h no eixo horizontal, é oportuno que os resultados dos dois loci sejam k^{*} como função de h^{*}.

Exercício 2

Faça dois gráficos com k no eixo vertical e h no eixo horizontal e represente em cada um deles um loci diferente encontrado no exercício anterior.

Diagrama de fases – abordagem qualitativa

- Como a equação (1) nos dá a dinâmica do capital físico, ela nos ajuda a compreender se o sistema vai "para cima ou para baixo".

Diagrama de fases – abordagem qualitativa

- Como a equação (1) nos dá a dinâmica do capital físico, ela nos ajuda a compreender se o sistema vai "para cima ou para baixo".
- Como a equação (2) nos dá a dinâmica do capital humano, ela nos ajuda a compreender se o sistema vai "para a esquerda ou para a direita".

Diagrama de fases – abordagem qualitativa

- Como a equação (1) nos dá a dinâmica do capital físico, ela nos ajuda a compreender se o sistema vai "para cima ou para baixo".
- Como a equação (2) nos dá a dinâmica do capital humano, ela nos ajuda a compreender se o sistema vai "para a esquerda ou para a direita".
- A dinâmica, portanto, será o resultado dessas duas forças.

Diagrama de fases – $\dot{k}(t) \implies$ para cima ou para baixo?

Trabalhemos com a equação (1):

Diagrama de fases – $\dot{k}(t) \implies$ para cima ou para baixo?

Trabalhemos com a equação (1):

$$\dot{k}(t) = s_K f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_K)\, k(t)$$

Diagrama de fases – $\dot{k}(t) \implies$ para cima ou para baixo?

Trabalhemos com a equação (1):

$$\dot{k}(t) = s_K f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_K)\, k(t)$$

O que acontece se estivermos em um ponto no qual $k(t) > k|_{\dot{k}(t)=0}$?

Diagrama de fases – $\dot{k}(t) = 0$

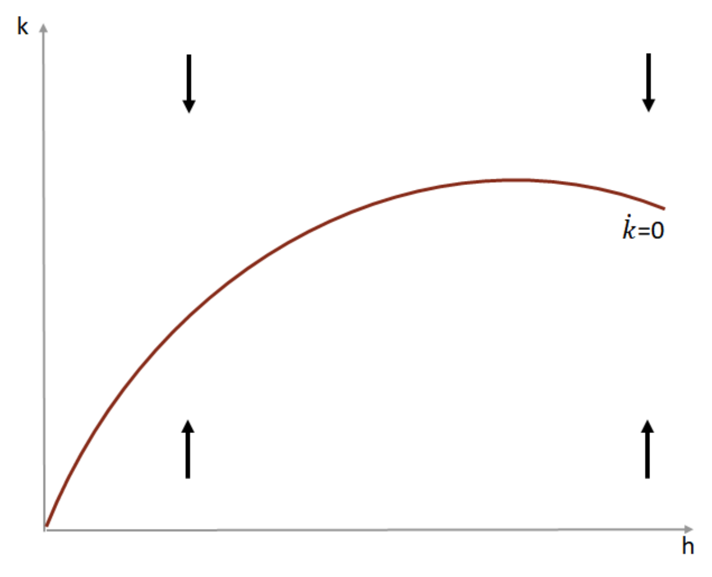


Diagrama de fases – $\dot{h}(t) \implies$ para a esquerda ou para a direita?

Trabalhemos com a equação (2):

Diagrama de fases – $\dot{h}(t) \implies$ para a esquerda ou para a direita?

Trabalhemos com a equação (2):

$$\dot{h}(t) = s_H f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_H)\, h(t)$$

Diagrama de fases – $\dot{h}(t) \implies$ para a esquerda ou para a direita?

Trabalhemos com a equação (2):

$$\dot{h}(t) = s_H f(k(t), h(t)) - (n + g + \delta_H)\, h(t)$$

O que acontece se estivermos em um ponto no qual $h(t) > h|_{\dot{h}(t)=0}$?

Diagrama de fases – $\dot{h}(t) = 0$

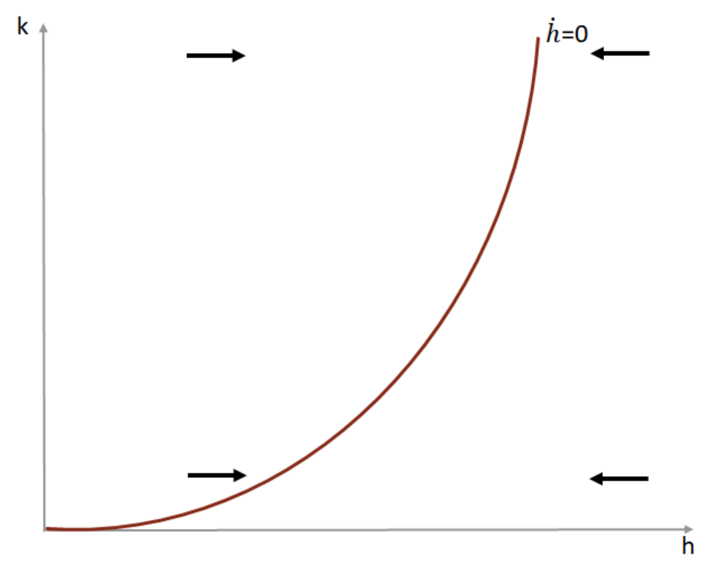


Diagrama de fases – $\dot{k}(t) = \dot{h}(t) = 0$

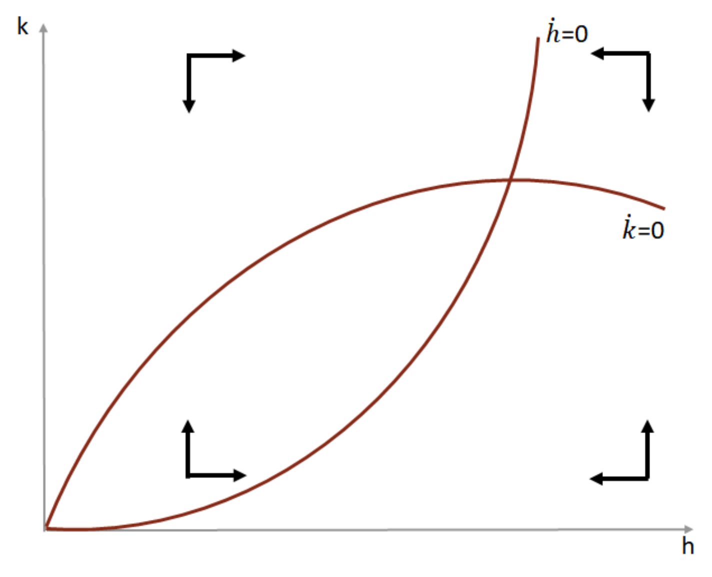
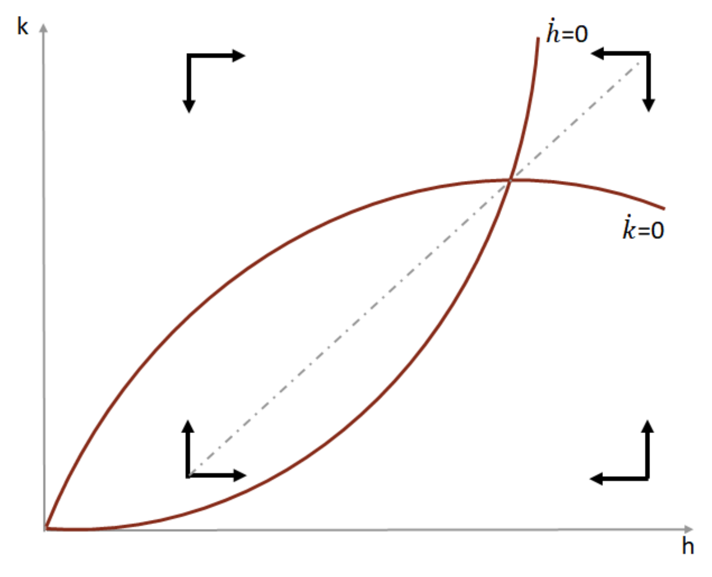


Diagrama de fases – $\dot{k}(t) = \dot{h}(t) = 0$



Crescimento de longo prazo

A taxa de crescimento do produto (por unidade eficiente de mão de obra) é dada por

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \alpha \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + \beta \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}.$$

Crescimento de longo prazo

A taxa de crescimento do produto (por unidade eficiente de mão de obra) é dada por

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \alpha \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + \beta \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}.$$

Portanto, a taxa de crescimento do produto por trabalhador é dada por:

$$\frac{\dot{y}_L(t)}{y_L(t)} = g + \alpha \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + \beta \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}.$$

Aos substituirmos as equações (1) e (2) na equação (20), temos:

$$\frac{\dot{y}_L(t)}{y_L(t)} = g + \alpha \left[s_K \frac{f(k(t), h(t))}{k(t)} - (n + g + \delta_K) \right] + \beta \left[s_H \frac{f(k(t), h(t))}{h(t)} - (n + g + \delta_H) \right].$$

Crescimento de longo prazo

Aos substituirmos as equações (1) e (2) na equação (20), temos:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{y}_L(t)}{y_L(t)} &= g + \alpha\left[s_K\frac{f(k(t),h(t))}{k(t)} - (n+g+\delta_K)\right] \\ &\quad + \beta\left[s_H\frac{f(k(t),h(t))}{h(t)} - (n+g+\delta_H)\right].\end{aligned}$$

Na transição (médio prazo), temos três fontes de crescimento,

Crescimento de longo prazo

Aos substituirmos as equações (1) e (2) na equação (20), temos:

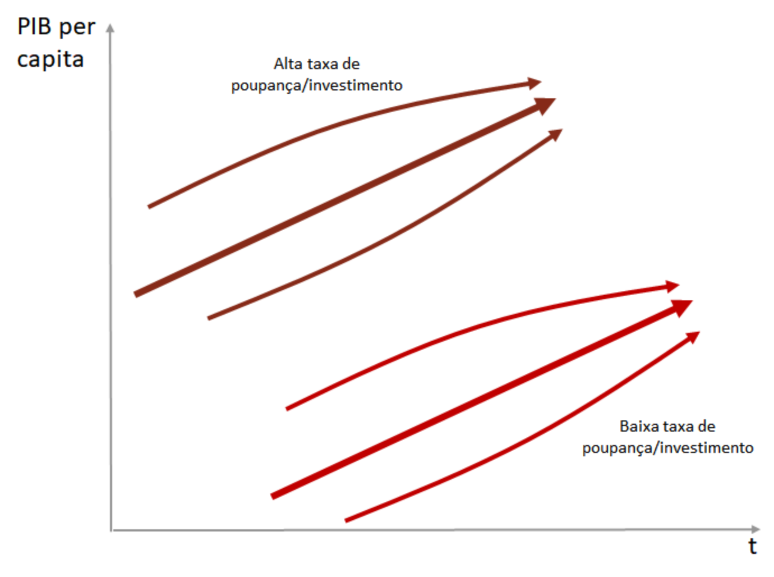
$$\frac{\dot{y}_L(t)}{y_L(t)} = g + \alpha \left[s_K \frac{f(k(t), h(t))}{k(t)} - (n + g + \delta_K) \right] + \beta \left[s_H \frac{f(k(t), h(t))}{h(t)} - (n + g + \delta_H) \right].$$

Na transição (médio prazo), temos três fontes de crescimento, ao passo que o crescimento de longo prazo é ditado pelo progresso tecnológico.

Convergência

O que o modelo Mankiw, Romer e Weil implica para a dinâmica ao longo do tempo de países com diferentes taxas de poupança?

Convergência para equilíbrios distintos



Leia os livros e os artigos, não fique só com os slides!!!!

Referências

Barbosa, Fernando de Holanda. 2017. *Macroeconomia*. Editora FGV.

Jones, Charles I, and Dietrich Vollrath. 2013. *Introduction to Economic Growth*. Third edition. W.W. Norton & Company.

Lucas Jr, Robert E. 1988. "On the Mechanics of Economic Development." *Journal of Monetary Economics* 22 (1): 3–42.

Mankiw, N Gregory, David Romer, and David N Weil. 1992. "A Contribution to the Empirics of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics* 107 (2): 407–37.