

# Econometria de Séries Temporais\*

## Exercícios sobre os modelos ARMA

João Ricardo Costa Filho

### **Abstract**

Esta lista de exercícios tem por objetivo auxiliar a(o) aluna(o) a consolidar os conceitos **teóricos** dos processos ARMA.

---

\*[joacostafilho.com](http://joacostafilho.com).

## Questão 1

Você faz parte de uma gestora de recursos e é responsável por acompanhar e, periodicamente, defender uma recomendação (de compra ou de venda) de alguns ativos. As análises são feitas considerando o desempenho da empresa em uma janela de 0 a 200 meses. Duas ações foram escolhidas para serem avaliadas e o seu objetivo é preparar uma análise que suporte a recomendação para cada uma delas. Assuma que a dinâmica dos dividendos ( $d_t$ ) de cada uma das empresas é dada por, respectivamente:

- 1)  $d_t = 1 + 0,9d_{t-1} + \varepsilon_t - 1,15\varepsilon_{t-1}$ .
- 2)  $d_t = 1 + 0,8d_{t-1} + \varepsilon_t - 1,15\varepsilon_{t-1}$ .

O modelo para avaliação do preço da ação ( $P_t$ ) é dado por:  $P_t = \sum_{t=0}^{200} \beta^t d_t$ , onde  $\beta = 0,99$ . Com base nesses dados, responda:

- a) Em qual das empresas se espera uma quantidade de dividendos maior? Justifique.
- b) Dada a resposta anterior, assumindo que, para as duas empresas,  $d_0 = d_1 = R\$7$ , você espera que os dividendos de cada empresa aumentem ou diminuam ao longo do tempo? Justifique.
- c) Simule o processo para  $t \in [2, 199]$ , sem choques aleatórios, com base nos valores iniciais do item anterior.
- d) Simule o processo para  $t \in [2, 199]$  com choques aleatórios (assuma  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ ), com base nos valores iniciais do item anterior.
- e) Se os preços das ações das empresas 1 e 2 hoje forem, respectivamente, R\$ 900 e R\$ 400, qual é a sua recomendação? Utilize os resultados do item anterior para fazer as contas e justificar a sua recomendação.

## Questão 2

Os processos estocásticos da questão anterior são estacionários? Justifique.

## Questão 3

Mostre que se  $y_t \sim \text{ARMA}(1, 1)$ , então se  $\phi = -\theta$ , temos que  $y_t$  é um ruído branco. (Sugestão: comece com a substituição recursiva).

## Questão 4

Considere uma ARMA(1,1) sem constante e responda:

- a) Escreva o processo em função dos polinômios do operador defasagem.
- b) Isole  $y_t$  de tal forma que você terá uma razão dos dois polinômios.
- c) Reescreva a razão encontrada no item anterior como o somatório da PG infinita convergente vezes o polinômio da parte MA.
- d) Faça a distributiva (dica: você, obviamente, não precisa escrever os infinitos termos; basta representar apenas os primeiros quatro elementos de cada “termo” da distributiva - já que temos uma soma, são dois conjuntos de quatro termos; você pode colocar “ $+\dots+$ ” entre eles).
- e) Coloque  $L, L^2, L^3$  em evidência e deixe o resto como “ $+\dots$ ”.
- f) Finalmente, em cada um dos três (que multiplicam  $L, L^2, L^3$ ), coloque  $\phi$  em evidência.
- g) Agora, reescreva o modelo considerando  $\psi_0 = 1$  e  $\psi_j = (\phi + \theta) \phi^{j-1}$ .
- h) Qual é o modelo do item anterior?

## Questão 5

Assuma que o processo gerador dos dados referentes à taxa de inflação de **bens intermediários** importados seja dado por:  $(1 + 0,8L) \pi_t^m = (1 + 0,3L) \varepsilon_t$  (onde  $\pi_t^m$  está em pontos percentuais). No final de dezembro, assuma que a inflação desse tipo de bem estava no seu nível de longo prazo. Em janeiro, em função de problemas geopolíticos, houve um choque, de tal forma que  $\varepsilon_{t=0} = 5$ . Se em junho os preços de **bens finais** tiverem aumentado 4% em relação ao nível de dezembro, terá ocorrido um aumento ou uma redução na margem em relação aos **bens intermediários** importados? Justifique.

## Questão 6

Assuma que o retorno real anual do portfólio possa ser expresso por:  $(1 - 0,7L) q_t = 0,9 + (1 + 0,4L) \varepsilon_t$  (onde  $q_t$  está em pontos percentuais). Assuma também que  $q_t$  segue uma distribuição Normal. Qual é o valor esperado da perda anual máxima, em 99% dos casos, para um capital de R\$ 10.000.000? (Consulte a tabela adequada [aqui](#)).