

Macroeconomia Dinâmica

Crescimento Econômico de longo prazo: o modelo Solow-Swan

João Ricardo Costa Filho

Modelos

Good ideas shine far more brightly when supported by good models

Avinash Dixit ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

All models are wrong.

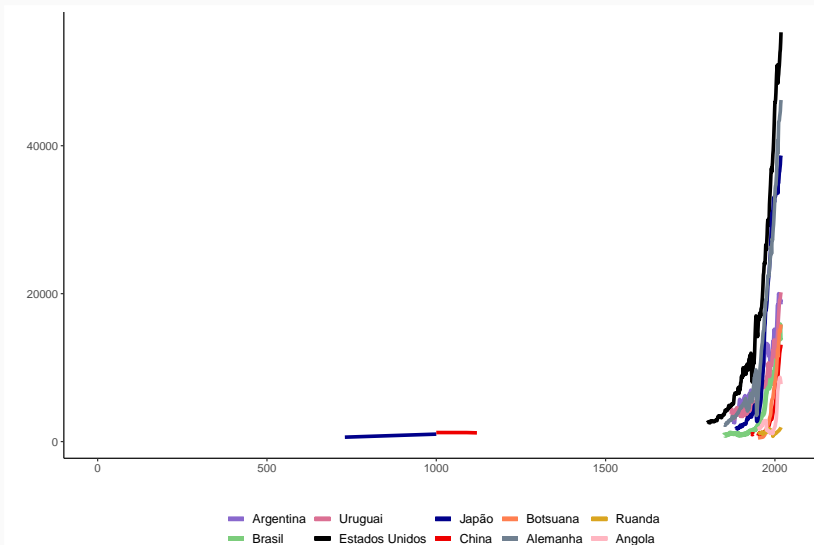
George Box

Models are to be used, not believed.

Henri Theil ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

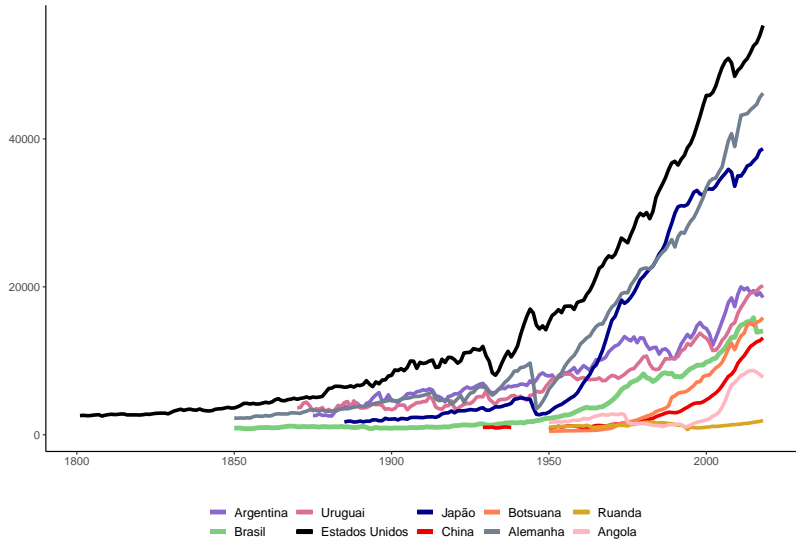
Crescimento Econômico

Crescimento econômico é algo recente (PIB per capita - preços 2011)



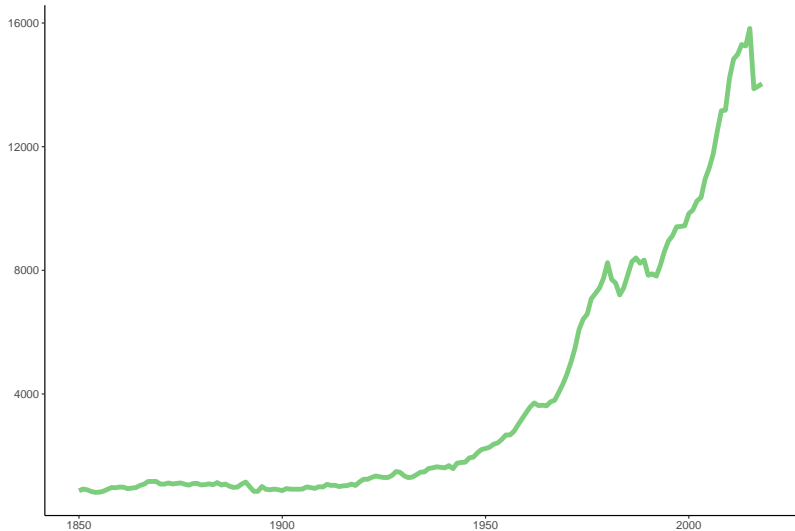
Dados: Maddison Project Database (MPD) 2020

A grande divergência (PIB per capita - preços 2011)



Dados: Maddison Project Database (MPD) 2020

Brasil (PIB per capita - preços 2011)



Dados: Maddison Project Database (MPD) 2020

O que explica a diferença na riqueza das nações?

Crescimento Econômico

Até o momento, trabalhamos com um modelo cujo equilíbrio de longo prazo era estático (Wickens 2012). Mas, como vimos nos gráficos anteriores, assumir crescimento de longo prazo parece uma hipótese melhor.

Quais as fontes de crescimento econômico?

Crescimento Econômico

Até o momento, trabalhamos com um modelo cujo equilíbrio de longo prazo era estático (Wickens 2012). Mas, como vimos nos gráficos anteriores, assumir crescimento de longo prazo parece uma hipótese melhor.

Quais as fontes de crescimento econômico?

- Acúmulo de fatores de produção.
 - Aumento no estoque de capital.
 - Aumento no fator trabalho (crescimento da população, mudanças na taxa de participação e capital humano).
- Progresso tecnológico.

O modelo

- Vamos trabalhar com um modelo “a la” Solow (1956) e Swan (1956).

- Vamos trabalhar com um modelo “a la” Solow (1956) e Swan (1956).
- Taxa de crescimento da produtividade (**exógena**): μ .

Premissas

- Vamos trabalhar com um modelo “a la” Solow (1956) e Swan (1956).
- Taxa de crescimento da produtividade (**exógena**): μ .
- Taxa de crescimento da população (**exógena**): n .

Premissas

- Vamos trabalhar com um modelo “a la” Solow (1956) e Swan (1956).
- Taxa de crescimento da produtividade (**exógena**): μ .
- Taxa de crescimento da população (**exógena**): n .
- Economia fechada e sem governo.

Produção (Wickens 2012)

A produção (Y) é função do estoque de capital (K_t), do tamanho da população (N_t) e do tempo (t)

$$Y_t = F(K_t, N_t, t). \quad (1)$$

Vamos seguir o Wickens (2012) e utilizar letras maiúsculas para o nível e minúsculas para o valor per capita.

$$Y_t = (1 + \mu)^t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}. \quad (2)$$

Como a função é homogênea de grau 1, podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$y_t = (1 + \mu)^t k_t^\alpha, \quad (3)$$

onde $y_t = Y_t / N_t$ e $k_t = K_t / N_t$.

Assim como nos modelos anteriores, temos:

$$Y_t = C_t + I_t, \quad (4)$$

e

$$\Delta k_{t+1} = I_t - \delta K_t. \quad (5)$$

Como $\Delta N_{t+1}/N_t = n$,

$$N_t = (1 + n)^t N_0 \quad (6)$$

Taxa de poupança (Wickens 2012)

A população poupa uma fração constante (s) da renda:

$$\begin{aligned} s_t = s &= 1 - \frac{C_t}{Y_t} \\ &= 1 - \frac{c_t}{y_t}. \end{aligned} \tag{7}$$

Poupança e investimento (Wickens 2012)

$$s_t = \frac{I_t}{Y_t} = i_t. \quad (8)$$

Portanto, se a taxa de poupança é constante, a taxa de investimento também é constante.

Taxa de crescimento do capital (Wickens 2012)

A taxa de crescimento do capital é dada por:

$$\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} = \frac{I_t}{K_t} - \delta$$

Taxa de crescimento do capital (Wickens 2012)

A taxa de crescimento do capital é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} &= \frac{I_t}{K_t} - \delta \\ &= \frac{I_t/Y_t}{K_t/Y_t} - \delta\end{aligned}$$

Taxa de crescimento do capital (Wickens 2012)

A taxa de crescimento do capital é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} &= \frac{I_t}{K_t} - \delta \\ &= \frac{I_t/Y_t}{K_t/Y_t} - \delta \\ &= s \frac{Y_t/N_t}{K_t/N_t} - \delta\end{aligned}$$

Taxa de crescimento do capital (Wickens 2012)

A taxa de crescimento do capital é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} &= \frac{I_t}{K_t} - \delta \\ &= \frac{I_t/Y_t}{K_t/Y_t} - \delta \\ &= s \frac{Y_t/N_t}{K_t/N_t} - \delta \\ &= s \frac{y_t}{k_t} - \delta.\end{aligned}\tag{9}$$

Taxa de crescimento do capital per capita (Wickens 2012)

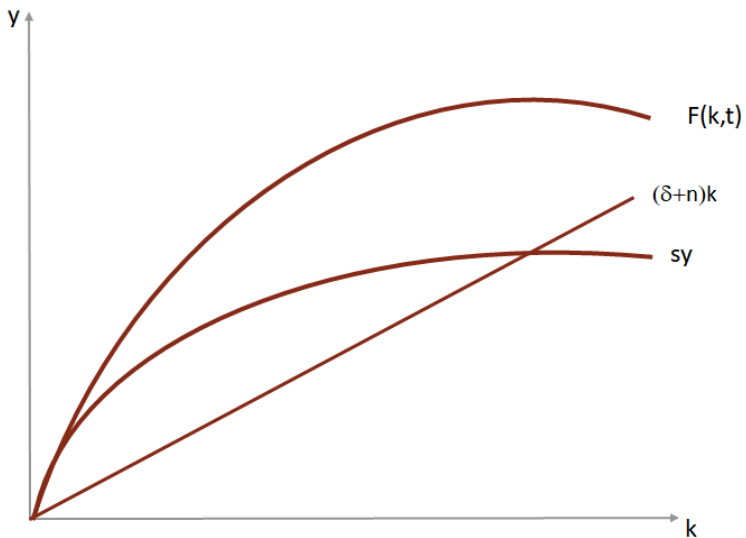
A taxa de crescimento do capital **per capita** é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta k_{t+1}}{k_t} &= \frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \\ &= s \frac{y_t}{k_t} - (\delta + n),\end{aligned}\tag{10}$$

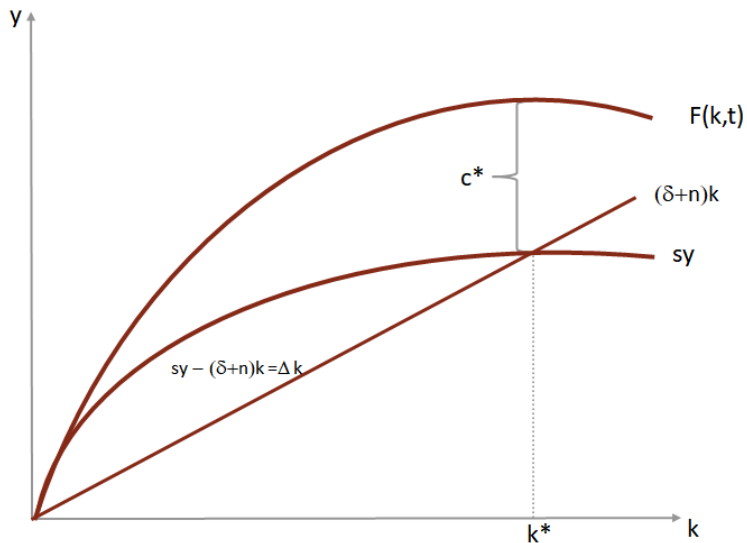
e assim temos:

$$\Delta k_{t+1} = sy_t - (\delta + n)k_t\tag{11}$$

Equilíbrio de longo prazo



Equilíbrio de longo prazo



Taxa de crescimento do estoque de capital

Defina $\Delta k_{t+1}/k_t = \gamma \iff \Delta k_{t+1} = \gamma k_t$. Qual é o maior valor do crescimento do estoque de capital que uma economia consegue sustentar? (Wickens 2012)

Diagrama de fases

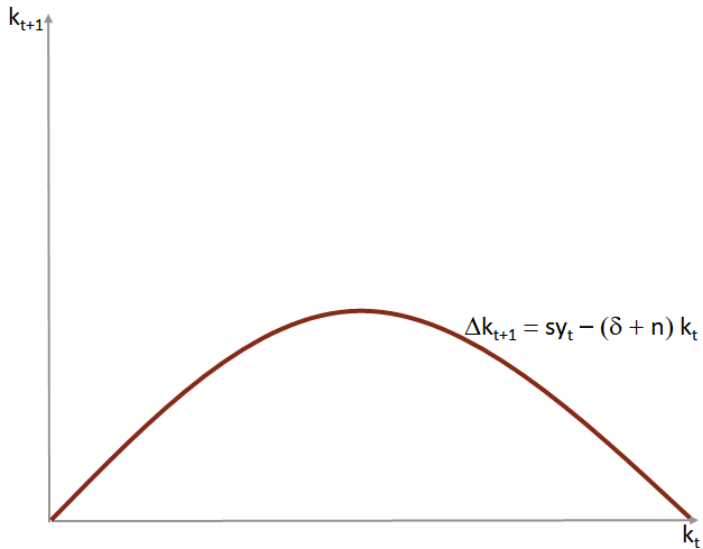
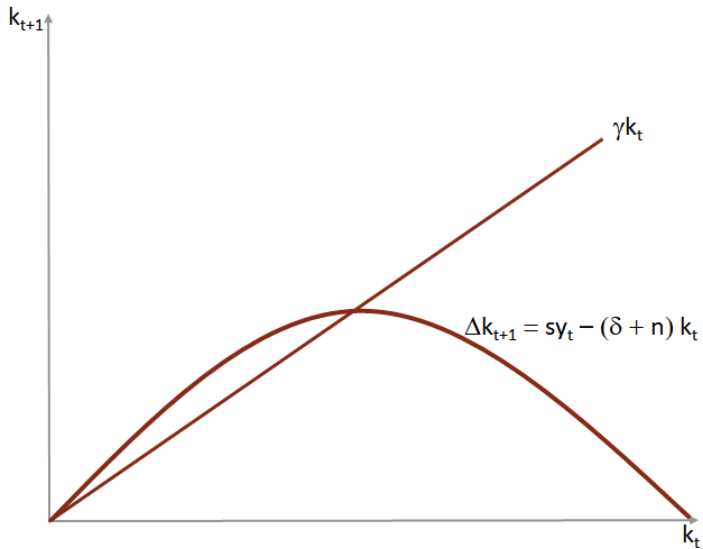


Diagrama de fases



Taxa de crescimento do estoque de capital per capita (Wickens 2012)

$$\Delta k_{t+1}/k_t = \gamma = s \frac{y_t}{k_t} - (\delta + n). \quad (12)$$

Temos que

$$\frac{d\gamma}{dk_t} = \frac{s}{k_t} \left[\frac{\partial y_t}{\partial k_t} - \frac{y_t}{k_t} \right] = -\frac{sy_t}{k_t^2} \left[1 - \frac{k_t}{y_t} \frac{\partial y_t}{\partial k_t} \right] < 0, \quad (13)$$

porque a elasticidade do capital é $\frac{k_t}{y_t} \frac{\partial y_t}{\partial k_t} < 1$

Crescimento e desenvolvimento econômico

Estoque de capital, crescimento e desenvolvimento econômico (Wickens 2012)

- $\partial y / \partial k < 0 \implies$ economias menos desenvolvidas (menor k) crescem à taxas maiores, tudo mais constante.

Estoque de capital, crescimento e desenvolvimento econômico (Wickens 2012)

- $\partial y / \partial k < 0 \implies$ economias menos desenvolvidas (menor k) crescem à taxas maiores, tudo mais constante.
- $\partial \gamma / \partial s = y / k > 0$ e $\partial \gamma / \partial \delta = \partial \gamma / \partial n < 0 \implies$, uma maior taxa de poupança (s) e/ou uma menor taxa de depreciação (δ) geram maior crescimento do estoque de capital (γ).

Estoque de capital, crescimento e desenvolvimento econômico (Wickens 2012)

- $\partial y / \partial k < 0 \implies$ economias menos desenvolvidas (menor k) crescem à taxas maiores, tudo mais constante.
- $\partial \gamma / \partial s = y / k > 0$ e $\partial \gamma / \partial \delta = \partial \gamma / \partial n < 0 \implies$, uma maior taxa de poupança (s) e/ou uma menor taxa de depreciação (δ) geram maior crescimento do estoque de capital (γ).
- O crescimento da produtividade (maior μ) aumenta a produção e y / k . Como $\partial y / \partial (y / k) = s > 0$, temos um maior crescimento do estoque de capital (γ).

Estoque de capital, crescimento e desenvolvimento econômico (Wickens 2012)

- $\partial y / \partial k < 0 \implies$ economias menos desenvolvidas (menor k) crescem à taxas maiores, tudo mais constante.
- $\partial \gamma / \partial s = y / k > 0$ e $\partial \gamma / \partial \delta = \partial \gamma / \partial n < 0 \implies$, uma maior taxa de poupança (s) e/ou uma menor taxa de depreciação (δ) geram maior crescimento do estoque de capital (γ).
- O crescimento da produtividade (maior μ) aumenta a produção e y / k . Como $\partial y / \partial (y / k) = s > 0$, temos um maior crescimento do estoque de capital (γ).
- Vetores de crescimento econômico
 - Países desenvolvidos: geralmente possuem maior taxa de poupança e de progresso tecnológico (produtividade).

Estoque de capital, crescimento e desenvolvimento econômico (Wickens 2012)

- $\partial y / \partial k < 0 \implies$ economias menos desenvolvidas (menor k) crescem à taxas maiores, tudo mais constante.
- $\partial \gamma / \partial s = y / k > 0$ e $\partial \gamma / \partial \delta = \partial \gamma / \partial n < 0 \implies$, uma maior taxa de poupança (s) e/ou uma menor taxa de depreciação (δ) geram maior crescimento do estoque de capital (γ).
- O crescimento da produtividade (maior μ) aumenta a produção e y / k . Como $\partial y / \partial (y / k) = s > 0$, temos um maior crescimento do estoque de capital (γ).
- Vetores de crescimento econômico
 - Países desenvolvidos: geralmente possuem maior taxa de poupança e de progresso tecnológico (produtividade).
 - Países em desenvolvimento: geralmente possuem maior taxa de crescimento populacional.

Crescimento de longo prazo

Taxa de crescimento de longo prazo (Wickens 2012)

$$\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} = \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t}$$

Taxa de crescimento de longo prazo (Wickens 2012)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} &= \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \\ &= \mu + \alpha \left[\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \right]\end{aligned}$$

Taxa de crescimento de longo prazo (Wickens 2012)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} &= \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \\ &= \mu + \alpha \left[\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \right] \\ &= \mu + \alpha \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t}\end{aligned}$$

Taxa de crescimento de longo prazo (Wickens 2012)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} &= \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \\ &= \mu + \alpha \left[\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \right] \\ &= \mu + \alpha \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t} \\ &= \mu + \alpha \left[s \frac{y_t}{k_t} - (\delta + n) \right]\end{aligned}$$

Taxa de crescimento de longo prazo (Wickens 2012)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} &= \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \\ &= \mu + \alpha \left[\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} - \frac{\Delta N_{t+1}}{N_t} \right] \\ &= \mu + \alpha \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t} \\ &= \mu + \alpha \left[s \frac{y_t}{k_t} - (\delta + n) \right] \\ &= \mu + \alpha \gamma.\end{aligned}\tag{14}$$

Como $c_t = (1 - s)$, temos que $\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} = \frac{\Delta y_{t+1}}{y_t}$.

Equilíbrio de longo prazo (Wickens 2012)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} &= \frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} = \mu + \alpha y, \\ \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t} &= \gamma.\end{aligned}\tag{15}$$

Com $\frac{\Delta y_{t+1}}{y_t} = \frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} = \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t}$, temos que:

$$\gamma = \frac{\mu}{1 - \alpha}.\tag{16}$$

Ou seja, só há crescimento de longo prazo se houver progresso tecnológico.

Solow, Robert M. 1956. "A Contribution to the Theory of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics* 70 (1): 65–94.

Swan, Trevor W. 1956. "Economic Growth and Capital Accumulation." *Economic Record* 32 (2): 334–61.

Wickens, Michael. 2012. *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton University Press.