Econometria de Séries Temporais*

Exercícios sobre os modelos MA e AR

João Ricardo Costa Filho

Abstract

Esta lista de exercícios tem por objetivo auxiliar a(o) aluna(o) a consolidar os conceitos **teóricos** dos processos MA e AR, com base na dinâmica de equações a diferenças que estudamos no começo do curso. São fundamentais, portanto, a definição de estacionariedade (e como verificar se um processo estocástico a satisfaz), equação característica e as suas raízes, polinômio do operador defasagem e as suas raízes e os resultados do Teorema de Wold.

*joaocostafilho.com.

Questão 0

Mostre que $\text{VAR}[X] = E[X^2] - (E[X])^2$.

Questão 1

Quais são as condições para que um processo estocástico seja um ruído branco?

Questão 2

Mostre que $\text{VAR}[\epsilon_t] = E[\epsilon_t^2]$ se ϵ_t for um ruído branco.

Questão 3

Quais são as condições para que um processo estocástico seja estacionário?

Questão 4

Um MA(1) com $|\theta| < 1$ é (fracamente) estacionário? Justifique matematicamente.

Questão 5

Um MA(1) com $|\theta = 1|$ é (fracamente) estacionário? Justifique matematicamente.

Questão 6

Um AR(1) com $|\phi| < 1$ é (fracamente) estacionário? Justifique matematicamente.

Questão 7

Um AR(1) com $|\phi| = 1$ é (fracamente) estacionário? Justifique matematicamente.

Questão 8

Considere as respostas das questões (4)-(7). Em quais dos processos estocásticos os choques são permanentes? E em quais dos processos estocásticos os choques são transitórios?

Questão 9

Sabemos que podemos escrever um AR(p) como um MA(∞). Mas será que há resultado análogo para MA(q)? Vejamos:

a) Considere o seguinte processo estocástico: $y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$. Qual é o modelo descreve o processo estocástico?
b) Reescreva o processo do item (a) com o operador defasagem.
c) Reescreva o resultado do item (b) com o polinômio do operador defasagem ($\theta(L)$).
d) Divida os dois lados de (c) pelo inverso do polinômio do operador defasagem.
e) Qual é a hipótese necessária para o resultado do item (d)?
f) Quais as condições necessárias para que essa hipótese se verifique?
g) Qual é o modelo que temos no item (d)?

Questão 10

(Exercício baseado nos exercícios do capítulo 2 de Enders, 2014) Considere o seguinte processo estocástico: $y_t = 1,5y_{t-1} - 0,5y_{t-2} + \varepsilon_t$.

a) Encontre as raízes da equação característica da parte homogêna do processo.
b) Escreva o processo com o operador defasagem (L).
c) Compare a equação característica ao polínômio $\phi(L)$.
d) Compare as raízes do polínômio $\phi(L)$ com as raízes da equação característica.
e) Simule o processo para $t \in [2, 100]$ (assuma $y_0 = y_1 = 5$) sem choques aleatórios.
f) Simule o processo para $t \in [2, 100]$ (assuma $y_0 = y_1 = 5$) com choques aleatórios.
g) Discuta o papel das duas raízes no resultado da simulação no item (f).
h) O processo é (fracamente) estacionário? Justifique.
i) Com base na sua análise nos itens (a)-(h), se a taxa de inflação (π_t) puder ser representada pelo processo estocástico $\pi_t = 1,5\pi_{t-1} - 0,5\pi_{t-2} + \varepsilon_t$, você diria que a economia poderia entrar em um processo hiperinflacionário? Justifique.
j) E se a taxa de inflação (π_t) puder ser representada pelo processo estocástico $\pi_t = 1,6\pi_{t-1} - 0,5\pi_{t-2} + \varepsilon_t$, você diria que a economia poderia entrar em um processo hiperinflacionário?? (Utilize os mesmos choques do item (f) para visualizar a dinâmica do processo, mas justifique matematicamente a sua resposta).

References

Enders, W. (2014). *Applied econometric time series*. Wiley Series in Probability and Statistics, fourth edition.