

# Introdução aos modelos DSGE

Produção Domiciliar e Ciclos de Negócio Reais (RBC)

---

João Ricardo Costa Filho

*Good ideas shine far more brightly when supported by good models*

**Avinash Dixit** ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

*All models are wrong.*

**George Box**

*Models are to be used, not believed.*

**Henri Theil** ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

## **A economia**

---

# Agentes

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995),  
trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995),  
trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.
- Podem alocar o seu tempo de três formas:



Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.
- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado,

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.
- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**
  - Oferecem trabalho.
  - Detêm o capital.
- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

- Oferecem trabalho.
- Detêm o capital.

- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

- **Empresas**

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

- Oferecem trabalho.
- Detêm o capital.

- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

- **Empresas**

- Recrutam trabalhadores.

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

- Oferecem trabalho.
- Detêm o capital.

- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

- **Empresas**

- Recrutam trabalhadores.
  - Utilizam o estoque de capital.

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

- Oferecem trabalho.
- Detêm o capital.

- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

- **Empresas**

- Recrutam trabalhadores.
  - Utilizam o estoque de capital.

- **Governo**

Seguindo o capítulo 6 de Cooley and Prescott (1995), trabalharemos com **três** tipos de agentes representativos:

- **Famílias**

- Oferecem trabalho.
- Detêm o capital.

- Podem alocar o seu tempo de três formas: trabalho no mercado, trabalho domiciliar ou lazer.

- **Empresas**

- Recrutam trabalhadores.
  - Utilizam o estoque de capital.

- **Governo**

- Tributa a renda (do capital e do trabalho) e realiza transferências (*lump sum*).



## “Bird’s eye view”

Vamos introduzir o governo e a produção domiciliar no Fluxo Circular da Renda.

# Famílias

---

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ ,

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ ,

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$  )

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$ ) e do lazer  $\ell$  de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$ ) e do lazer  $\ell$  de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{t-s} u(c_s, \ell_s), \quad (1)$$

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$ ) e do lazer  $\ell$  de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{t-s} u(c_s, \ell_s), \quad (1)$$

s.a.

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht}$$



## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$ ) e do lazer  $\ell$  de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{t-s} u(c_s, \ell_s), \quad (1)$$

s.a.

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K \delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

## Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo de bens e serviços,  $c$ , (tanto aqueles adquiridos no mercado,  $c_M$ , quanto aqueles produzidos no domicílio,  $c_H$ ) e do lazer  $\ell$  de tal forma que maximizam a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{t-s} u(c_s, \ell_s), \quad (1)$$

s.a.

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{H,t} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K \delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

$$\text{e} \quad \ell_t = 1 - h_{M,t} - h_{H,t} \quad (3)$$

onde  $h_M$  representa as horas de atividade laboral no mercado e  $h_H$  as horas de trabalho domiciliar.

## Preferências

As famílias derivam utilidade tanto do consumo ( $c$ ), quanto do lazer ( $\ell$ ), com base na seguinte função utilidade:

$$u(c_t, l_t) = b \ln c_t + (1 - b) \ln \ell_t \quad (4)$$

onde  $b$  é um parâmetro que mede o peso relativo de cada componente da função utilidade.

## Preferências

As famílias derivam utilidade tanto do consumo ( $c$ ), quanto do lazer ( $\ell$ ), com base na seguinte função utilidade:

$$u(c_t, l_t) = b \ln c_t + (1 - b) \ln \ell_t \quad (4)$$

onde  $b$  é um parâmetro que mede o peso relativo de cada componente da função utilidade. Elas combinam o consumo no mercado e o consumo domiciliar com uma função “CES”:

$$c_t = [ac_{M,t}^e + (1 - a)c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}} \quad (5)$$

onde  $\frac{1}{1-e}$  representa a elasticidade de substituição entre consumo no mercado e no domicílio e  $a$  é o peso dado ao consumo de bens produzidos no mercado.

## Produção domiciliar

As famílias as próprias responsáveis pela produção dos serviços domiciliares. Elas combinam capital e trabalho da seguinte forma:

## Produção domiciliar

As famílias são próprias responsáveis pela produção dos serviços domiciliares. Elas combinam capital e trabalho da seguinte forma:

$$c_{H,t} = k_{H,t}^{\eta} (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}, \quad (6)$$

onde  $z_{H,t}$  representa a produtividade do trabalho empregado na produção domiciliar,

## Produção domiciliar

As famílias são próprias responsáveis pela produção dos serviços domiciliares. Elas combinam capital e trabalho da seguinte forma:

$$c_{H,t} = k_{H,t}^{\eta} (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}, \quad (6)$$

onde  $z_{H,t}$  representa a produtividade do trabalho empregado na produção domiciliar, cuja dinâmica é dada por:

$$z_{H,t+1} = (1 - \rho_H) \bar{z}_H + \rho_H z_{H,t} + \epsilon_{H,t+1}, \quad (7)$$

onde  $0 < \rho_H < 1$ .

## A dinâmica dos dois tipos de capital

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}. \quad (8)$$



## A dinâmica dos dois tipos de capital

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}. \quad (8)$$

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}. \quad (9)$$

## A dinâmica dos dois tipos de capital

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}. \quad (8)$$

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}. \quad (9)$$

O estoque total de capital e o investimento agregado da economia são dados por, respectivamente:

$$k_t = k_{M,t} + k_{H,t}, \quad (10)$$

## A dinâmica dos dois tipos de capital

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}. \quad (8)$$

A lei de movimento do estoque de capital utilizado no **mercado** é dada por:

$$k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}. \quad (9)$$

O estoque total de capital e o investimento agregado da economia são dados por, respectivamente:

$$k_t = k_{M,t} + k_{H,t}, \quad (10)$$

$$x_t = x_{M,t} + x_{H,t}. \quad (11)$$

A partir das equações (1), (2), (3), (4), (5), (6), (8) e (9), temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{t-s} \bigg\{ & b \ln \left\{ \left[ a (w_s (1 - \tau_H) h_{M,t} + r_s (1 - \tau_K) k_{M,s} + \tau_K \delta_M k_{M,s} + T_t \right. \right. \\ & \left. \left. - (k_{M,s+1} - (1 - \delta_M) k_{M,s} - (k_{H,s+1} - (1 - \delta_H) k_{H,s})^e + (1 - a (k_{H,s}^\eta (z_{H,s} h_{H,s})^{1-\eta})^e) \right] \right\}^{\frac{1}{e}} \\ & + (1 - b) \ln (1 - h_{M,s} - h_{H,s}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff abC_t^{-e}c_{Mt}^{e-1}w_t(1-\tau_H) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff abC_t^{-e}c_{Mt}^{e-1}w_t(1-\tau_H) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{H,t}} = 0 \iff bc_t^{-e}c_{Ht}^e(1-a)(1-\eta)\frac{1}{h_{Ht}} = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff abC_t^{-e}c_{Mt}^{e-1}w_t(1-\tau_H) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{H,t}} = 0 \iff bc_t^{-e}c_{Ht}^e(1-a)(1-\eta)\frac{1}{h_{Ht}} = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{M,t}} = 0 \iff \beta E_t [c_{t+1}^{-e}c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1-\tau_K) + \tau_K\delta_M + (1-\delta_M) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff abC_t^{-e}c_{Mt}^{e-1}w_t(1-\tau_H) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{H,t}} = 0 \iff bc_t^{-e}c_{Ht}^e(1-a)(1-\eta)\frac{1}{h_{Ht}} = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{M,t}} = 0 \iff \beta E_t [c_{t+1}^{-e}c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1-\tau_K) + \tau_K\delta_M + (1-\delta_M)) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{H,t}} = 0 \iff c_t^{-e}ac_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( aE_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1-\delta_H) + (1-a)\delta_H \right) \quad (15)$$



$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff abC_t^{-e}c_{Mt}^{e-1}w_t(1-\tau_H) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{H,t}} = 0 \iff bc_t^{-e}c_{Ht}^e(1-a)(1-\eta)\frac{1}{h_{Ht}} = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{M,t}} = 0 \iff \beta E_t [c_{t+1}^{-e}c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1-\tau_K) + \tau_K\delta_M + (1-\delta_M)) = (1-b)\frac{1}{\ell_t}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{H,t}} = 0 \iff c_t^{-e}ac_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( aE_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1-\delta_H) + (1-a)\delta_H \right) \quad (15)$$

# Empresas

---

## Produção no mercado

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção no mercado:

$$y_t = k_{M,t}^{\alpha} (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}, \quad (16)$$

onde  $z_{M,t}$  representa a produtividade do trabalho empregado na produção no mercado,

## Produção no mercado

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção no mercado:

$$y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}, \quad (16)$$

onde  $z_{M,t}$  representa a produtividade do trabalho empregado na produção no mercado, cuja dinâmica é dada por:

$$z_{Mt+1} = (1 - \rho_M) \bar{z}_M + \rho_M z_{Mt} + \epsilon_{Mt+1} \quad (17)$$

onde  $0 < \rho_M < 1$ .

## Problema de maximização

As empresas maximizam os seus lucros escolhendo a quantidade de insumos e tomando os preços como dados:

$$\max_{k_{Mt}, h_{Mt}} \Pi_t = k_{Mt}^{\theta} (z_{Mt} h_{Mt})^{1-\theta} - w_t h_{Mt} - r_t k_{Mt}.$$

## Problema de maximização

As empresas maximizam os seus lucros escolhendo a quantidade de insumos e tomando os preços como dados:

$$\max_{k_{Mt}, h_{Mt}} \Pi_t = k_{Mt}^\theta (z_{Mt} h_{Mt})^{1-\theta} - w_t h_{Mt} - r_t k_{Mt}.$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}}, \quad (18)$$

## Problema de maximização

As empresas maximizam os seus lucros escolhendo a quantidade de insumos e tomando os preços como dados:

$$\max_{k_{Mt}, h_{Mt}} \Pi_t = k_{Mt}^\theta (z_{Mt} h_{Mt})^{1-\theta} - w_t h_{Mt} - r_t k_{Mt}.$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial h_{M,t}} = 0 \iff w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial k_t} = 0 \iff r_t = \alpha \frac{y_t}{k_{M,t}}. \quad (19)$$

# Governo

---



## Orçamento, tributação e gastos

Sob a hipótese de um orçamento equilibrado em todo o período  $t$ , temos que o consumo do governo ( $G$ ) é dado por

$$G_t = w_t h_{Mt} \tau_H + r_t k_{Mt} \tau_k - \tau_k \delta_k k_{Mt} - T_t \quad (20)$$

onde  $\tau_h$  é a alíquota de imposto sobre a renda do trabalho,  $\tau_k$  a alíquota de imposto sobre a renda do capital e  $T$  o valor das transferências.

## Orçamento, tributação e gastos

Sob a hipótese de um orçamento equilibrado em todo o período  $t$ , temos que o consumo do governo ( $G$ ) é dado por

$$G_t = w_t h_{Mt} \tau_h + r_t k_{Mt} \tau_k - \tau_k \delta_k k_{Mt} - T_t \quad (20)$$

onde  $\tau_h$  é a alíquota de imposto sobre a renda do trabalho,  $\tau_k$  a alíquota de imposto sobre a renda do capital e  $T$  o valor das transferências. Os gastos do governo são determinados por:

$$\ln G_t = (1 - \rho_G) \ln \tilde{G} + \rho_G \ln G_{t-1} + \varepsilon_t^G. \quad (21)$$

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K\delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K\delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

e, com os resultados do problemas das empresas (equações 18 e 19)

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K\delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

e, com os resultados do problemas das empresas (equações 18 e 19) e da restrição do governo

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K\delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

e, com os resultados do problemas das empresas (equações 18 e 19) e da restrição do governo , temos que a produção de bens no mercado ( $y$ ) é dividida entre consumo ( $c_M$ ), investimento ( $x$ ) e gastos do governo:

## A restrição de recursos

Da equação (2), temos que a restrição orçamentária das famílias é dada por:

$$c_{M,t} + x_{M,t} + x_{Ht} = w_t(1 - \tau_H)h_{M,t} + r_t(1 - \tau_K) + \tau_K\delta_K k_{M,t} + T_t, \quad (2)$$

e, com os resultados do problemas das empresas (equações 18 e 19) e da restrição do governo , temos que a produção de bens no mercado ( $y$ ) é dividida entre consumo ( $c_M$ ), investimento ( $x$ ) e gastos do governo:

$$y_t = c_{Mt} + x_t + G_t \quad (22)$$



**Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas** ( $c$ ,  $c_M$ ,  $c_H$ ,  $y$ ,  $k_M$ ,  $k_H$ ,  $h_M$ ,  $h_H$ ,  $w$ ,  $r$ ,  $\ell$ ,  $x_M$ ,  $x_H$ ,  $x$ ,  $z_M$ ,  $z_H$  e  $G$ )

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- Famílias

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Famílias**

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

### ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

### ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t \left[ \frac{c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}}{c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}} \right] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) =$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ■ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) =$   
 $c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} =$   
 $\beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

### ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$
- $c_t = [a c_{M,t}^e + (1 - a) c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}}$



# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$
- $c_t = [a c_{M,t}^e + (1 - a) c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}}$
- $k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$
- $c_t = [a c_{M,t}^e + (1 - a) c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}}$
- $k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}$
- $k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$
- $c_t = [a c_{M,t}^e + (1 - a) c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}}$
- $k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}$
- $k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}$
- $\ell_t = 1 - h_{M,t} - h_{H,t}$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

## ▪ Famílias

- $abc_t^{-e} c_{Mt}^{e-1} w_t (1 - \tau_H) = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $bc_t^{-e} c_{Ht}^e (1 - a)(1 - \eta) \frac{1}{h_{Ht}} = (1 - b) \frac{1}{\ell_t}$
- $\beta E_t [c_{t+1}^{-e} c_{Mt+1}^{e-1}] (E_t [r_{t+1}] (1 - \tau_K) + \tau_K \delta_M + (1 - \delta_M)) = c_t^{-e} c_{Mt}^{e-1}$
- $c_t^{-e} a c_{Mt}^{e-1} = \beta E_t [c_{t+1}^{-e}] \left( a E_t [c_{Mt+1}^{e-1}] (1 - \delta_H) + (1 - a) E_t [c_{Ht+1}^e] (1 - \eta) \frac{1}{k_{Ht+1}} \right)$
- $c_{H,t} = k_{H,t}^\eta (z_{H,t} h_{H,t})^{1-\eta}$
- $c_t = [a c_{M,t}^e + (1 - a) c_{H,t}^e]^{\frac{1}{e}}$
- $k_{M,t+1} = (1 - \delta_M) k_{M,t} + x_{M,t}$
- $k_{H,t+1} = (1 - \delta_H) k_{H,t} + x_{H,t}$
- $\ell_t = 1 - h_{M,t} - h_{H,t}$
- $x_t = x_{M,t} + x_{H,t}$

**Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ ,  $c_M$ ,  $c_H$ ,  $y$ ,  $k_M$ ,  $k_H$ ,  $h_M$ ,  $h_H$ ,  $w$ ,  $r$ ,  $\ell$ ,  $x_M$ ,  $x_H$ ,  $x$ ,  $z_M$ ,  $z_H$  e  $G$ )**

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Empresas**

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Empresas**

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

### ▪ Empresas

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$



## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Empresas**

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$

- **Governo**

- $G_t = (1 - \rho_G) \bar{G} + \rho_G G_{t-1} + \varepsilon_t^G$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Empresas**

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$

- **Governo**

- $G_t = (1 - \rho_G) \bar{G} + \rho_G G_{t-1} + \varepsilon_t^G$

- **Restrição de recursos**

- $y_t = c_{Mt} + x_t + G_t$

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

- **Empresas**

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$

- **Governo**

- $G_t = (1 - \rho_G) \bar{G} + \rho_G G_{t-1} + \varepsilon_t^G$

- **Restrição de recursos**

- $y_t = c_{Mt} + x_t + G_t$

- **Leis de movimento das produtividades**

## Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c$ , $c_M$ , $c_H$ , $y$ , $k_M$ , $k_H$ , $h_M$ , $h_H$ , $w$ , $r$ , $\ell$ , $x_M$ , $x_H$ , $x$ , $z_M$ , $z_H$ e $G$ )

### ▪ Empresas

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$

### ▪ Governo

- $G_t = (1 - \rho_G) \bar{G} + \rho_G G_{t-1} + \varepsilon_t^G$

### ▪ Restrição de recursos

- $y_t = c_{Mt} + x_t + G_t$

### ▪ Leis de movimento das produtividades

- $z_{Mt+1} = (1 - \rho_M) \bar{z}_M + \rho_M z_{Mt} + \epsilon_{Mt+1}$

# Sistema de Equações – 17 variáveis endógenas ( $c, c_M, c_H, y, k_M, k_H, h_M, h_H, w, r, \ell, x_M, x_H, x, z_M, z_H$ e $G$ )

## ▪ Empresas

- $\alpha \frac{y_t}{k_{M,t}} = r_t$
- $(1 - \alpha) \frac{y_t}{h_{M,t}} = w_t$
- $y_t = k_{M,t}^\alpha (z_{M,t} h_{M,t})^{1-\alpha}$

## ▪ Governo

- $G_t = (1 - \rho_G) \bar{G} + \rho_G G_{t-1} + \varepsilon_t^G$

## ▪ Restrição de recursos

- $y_t = c_{Mt} + x_t + G_t$

## ▪ Leis de movimento das produtividades

- $z_{Mt+1} = (1 - \rho_M) \bar{z}_M + \rho_M z_{Mt} + \epsilon_{Mt+1}$
- $z_{Ht+1} = (1 - \rho_H) \bar{z}_H + \rho_H z_{Ht} + \epsilon_{Ht+1}$

# Equilíbrio Estacionário

---

## O equilíbrio estacionário

Podemos aproveitar as equações (17) e (7) para normalizarmos  $\bar{z}_M = \bar{z}_H = 1$  e a equação (21) calibrar  $\bar{G} = g_s \times \bar{y}$  como função do PIB em equilíbrio e  $\bar{h}_M$  e  $\bar{h}_H$  com base nos dados.

## O equilíbrio estacionário

Podemos aproveitar as equações (17) e (7) para normalizarmos  $\bar{z}_M = \bar{z}_H = 1$  e a equação (21) calibrar  $\bar{G} = g_s \times \bar{y}$  como função do PIB em equilíbrio e  $\bar{h}_M$  e  $\bar{h}_H$  com base nos dados.

Da equação de Euler (14), temos:



## O equilíbrio estacionário

Podemos aproveitar as equações (17) e (7) para normalizarmos  $\bar{z}_M = \bar{z}_H = 1$  e a equação (21) calibrar  $\bar{G} = g_s \times \bar{y}$  como função do PIB em equilíbrio e  $\bar{h}_M$  e  $\bar{h}_H$  com base nos dados.

Da equação de Euler (14), temos:

$$\bar{r} = \frac{\left(\frac{1}{\beta} + \delta_M - 1 - \tau_K \delta_M\right)}{(1 - \tau_K)}.$$

## O equilíbrio estacionário

Podemos aproveitar as equações (17) e (7) para normalizarmos  $\bar{z}_M = \bar{z}_H = 1$  e a equação (21) calibrar  $\bar{G} = g_s \times \bar{y}$  como função do PIB em equilíbrio e  $\bar{h}_M$  e  $\bar{h}_H$  com base nos dados.

Da equação de Euler (14), temos:

$$\bar{r} = \frac{\left(\frac{1}{\beta} + \delta_M - 1 - \tau_K \delta_M\right)}{(1 - \tau_K)}.$$

Note que  $\partial \bar{r} / \partial \tau_K > 0$ .

## O equilíbrio estacionário

A partir da equação de demanda por capital (19), temos:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

Dado que

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha (\bar{h}_M)^{1-\alpha} \iff$$

## O equilíbrio estacionário

A partir da equação de demanda por capital (19), temos:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

Dado que

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha (\bar{h}_M)^{1-\alpha} \iff$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha}$$

## O equilíbrio estacionário

A partir da equação de demanda por capital (19), temos:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

Dado que

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha (\bar{h}_M)^{1-\alpha} \iff$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha}$$

$$\left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

## O equilíbrio estacionário

A partir da equação de demanda por capital (19), temos:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

Dado que

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha (\bar{h}_M)^{1-\alpha} \iff$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha}$$

$$\left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

$$\bar{k}_M = \bar{h}_M \left( \frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

## O equilíbrio estacionário

A partir da equação de demanda por capital (19), temos:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

Dado que

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha (\bar{h}_M)^{1-\alpha} \iff$$

$$\frac{\bar{y}}{\bar{k}_M} = \left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha}$$

$$\left( \frac{\bar{h}_M}{\bar{k}_M} \right)^{1-\alpha} = \frac{\bar{r}}{\alpha}$$

$$\bar{k}_M = \bar{h}_M \left( \frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Note que  $\partial \bar{k}_M / \partial \tau_K < 0$ .

## O equilíbrio estacionário

Com os resultados anteriores, temos:



## O equilíbrio estacionário

Com os resultados anteriores, temos:

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha \bar{h}_M^{1-\alpha},$$

## O equilíbrio estacionário

Com os resultados anteriores, temos:

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha \bar{h}_M^{1-\alpha},$$

$$\bar{x}_M = \delta_M \bar{k}_M$$

## O equilíbrio estacionário

Com os resultados anteriores, temos:

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha \bar{h}_M^{1-\alpha},$$

$$\bar{x}_M = \delta_M \bar{k}_M$$

$$\bar{w} = (1 - \alpha) \frac{\bar{y}}{\bar{h}_M}$$

## O equilíbrio estacionário

Com os resultados anteriores, temos:

$$\bar{y} = \bar{k}_M^\alpha \bar{h}_M^{1-\alpha},$$

$$\bar{x}_M = \delta_M \bar{k}_M$$

$$\bar{w} = (1 - \alpha) \frac{\bar{y}}{\bar{h}_M}$$

$$\bar{\ell} = 1 - \bar{h}_M - \bar{h}_H$$

## O equilíbrio estacionário

Ao dividirmos a equação (12) pela equação (13), temos:

$$\frac{a\bar{c}_M^{e-1}\bar{w}(1-\tau_H)}{(1-a)\bar{c}_H^e(1-\eta)} = \frac{1}{\bar{h}_H} \iff$$
$$\left( \frac{\bar{c}_M^{e-1}}{\bar{c}_H^e} \right) = \frac{(1-a)(1-\eta)}{a\bar{h}_H\bar{w}(1-\tau_H)}$$

## O equilíbrio estacionário

Ao dividirmos a equação (12) pela equação (13), temos:

$$\frac{a\bar{c}_M^{e-1}\bar{w}(1-\tau_H)}{(1-a)\bar{c}_H^e(1-\eta)} = \frac{1}{\bar{h}_H} \iff$$
$$\left( \frac{\bar{c}_M^{e-1}}{\bar{c}_H^e} \right) = \frac{(1-a)(1-\eta)}{a\bar{h}_H\bar{w}(1-\tau_H)}$$

Da equação (15), temos:

$$\bar{c}^{-e}a\bar{c}_M^{e-1} = \beta\bar{c}^{-e} \left( a\bar{c}_M^{e-1}(1-\delta_H) + (1-a)\bar{c}_H^e(1-\eta)\frac{1}{\bar{k}_H} \right) \iff$$
$$\left( \frac{\bar{c}_M^{e-1}}{\bar{c}_H^e} \right) = \frac{\beta(1-a)(1-\eta)}{a(1-\beta(1-\delta_H))\bar{k}_h}$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$
$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$



## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$

$$\bar{x}_H = \delta_H \bar{k}_H$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$

$$\bar{x}_H = \delta_H \bar{k}_H$$

$$\bar{x} = \bar{x}_M + \bar{x}_H$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$

$$\bar{x}_H = \delta_H \bar{k}_H$$

$$\bar{x} = \bar{x}_M + \bar{x}_H$$

$$\bar{G} = g_s \bar{y}$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$

$$\bar{x}_H = \delta_H \bar{k}_H$$

$$\bar{x} = \bar{x}_M + \bar{x}_H$$

$$\bar{G} = g_s \bar{y}$$

$$\bar{c}_M = (1 - g_s) \bar{y} - \bar{x}$$

## O equilíbrio estacionário

Portanto,

$$\bar{k}_H = \frac{\beta \bar{h}_H \bar{w} (1 - \tau_H)}{(1 - \beta (1 - \delta_H)) (1 - \eta)}$$

$$\bar{c}_H = \bar{k}_H^\eta \bar{h}_H^{1-\eta}$$

$$\bar{x}_H = \delta_H \bar{k}_H$$

$$\bar{x} = \bar{x}_M + \bar{x}_H$$

$$\bar{G} = g_s \bar{y}$$

$$\bar{c}_M = (1 - g_s) \bar{y} - \bar{x}$$

$$\bar{c} = [a \bar{c}_M^e + (1 - a) \bar{c}_H^e]^{\frac{1}{e}}$$

## O equilíbrio estacionário

Da equação (12), temos:

$$b = \frac{\varphi}{a\bar{c}^e + \varphi},$$

onde  $\varphi = [\bar{\ell}\bar{c}_M^{e-1}\bar{w}(1-\tau_H)]^{-1}$ . E, finalmente, ao substituirmos  $\bar{c} = [a\bar{c}_M^e + (1-a)\bar{c}_H^e]^{\frac{1}{e}}$  na equação (13), considerando o resultado acima, obtemos:

$$a = \frac{\varphi}{\kappa + \varphi},$$

onde  $\kappa = \bar{h}_H [\bar{\ell}\bar{c}_H^e(1-\eta)]^{-1}$ .

## Parâmetros do nosso modelo

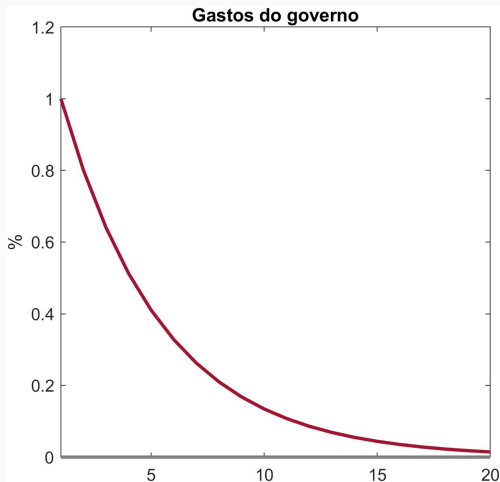
Parâmetro	Valor	Descrição
$\alpha$	0.44	Participação do capital na função de produção.
$\beta$	0.97	Fator de desconto.
$\delta_M$	0.05	Taxa de depreciação do capital do mercado.
$\rho_M$	0.9	Coeficiente AR da produtividade no mercado.
$\rho_H$	0.95	Coeficiente AR da produtividade no domicílio
$\rho_G$	0.8	Coeficiente AR dos gastos do governo.
$\sigma_{\varepsilon_G}$	0.01	Desvio-padrão dos erros do processo dos gastos do governo
$\bar{z}_M$	1	Nível da produtividade no mercado no equilíbrio estacionário.
$\bar{z}_H$	1	Nível da produtividade no domicílio no equilíbrio estacionário.
$g_s$	0.2	Proporção dos gastos do governo no PIB no equilíbrio estacionário.
$\tau_K$	0.25	Alíquota do imposto sobre a renda do capital.
$\tau_H$	0.34	Alíquota do imposto sobre a renda do trabalho.
$\delta_H$	0.05	Taxa de depreciação do capital do domicílio.
$\eta$	0.3245	Participação do capital na função de produção do domicílio.
$\bar{h}_M$	0.33	Horas trabalhadas no mercado no equilíbrio estacionário.
$\bar{h}_H$	0.25	Horas trabalhadas no domicílio no equilíbrio estacionário.

# Simulação

---

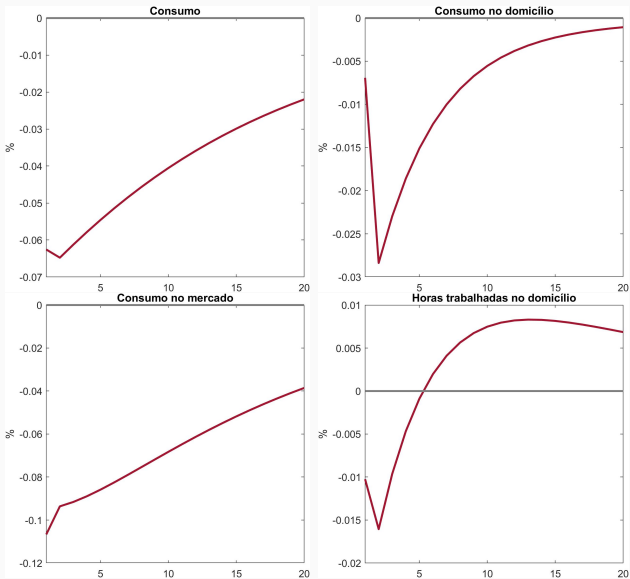


# Gastos do governo

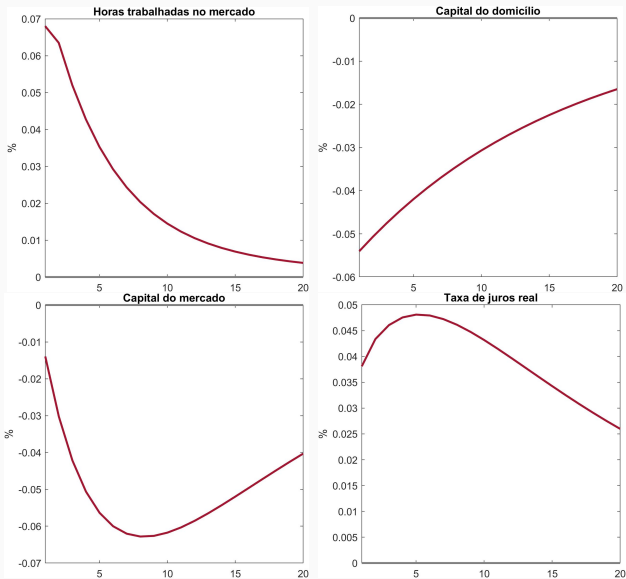


- Choque positivo de 1% (acima do equilíbrio estacionário).
- Comportamento auto-regressivo.

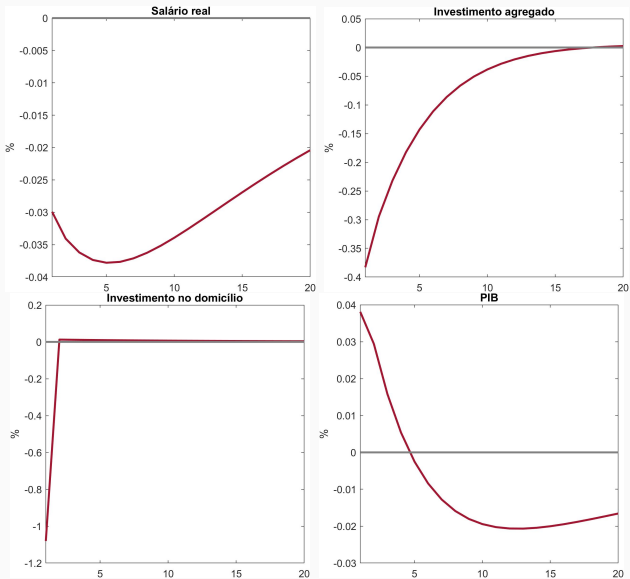
# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



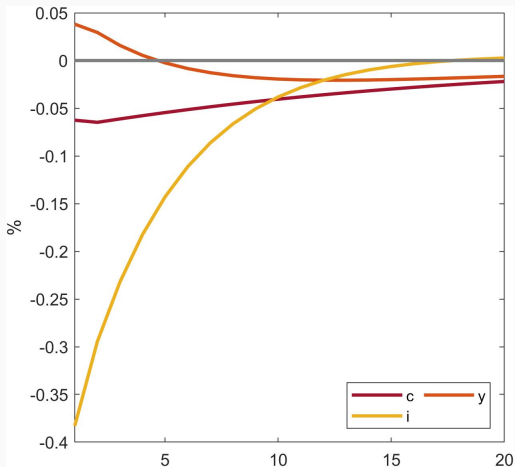
# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



## IRFs em perspectiva



- PIB e investimento não são "hump-shaped".
- O consumo cai pouco, investimento tem queda maior, inicialmente.
- O PIB aumenta menos do que 1% inicialmente.

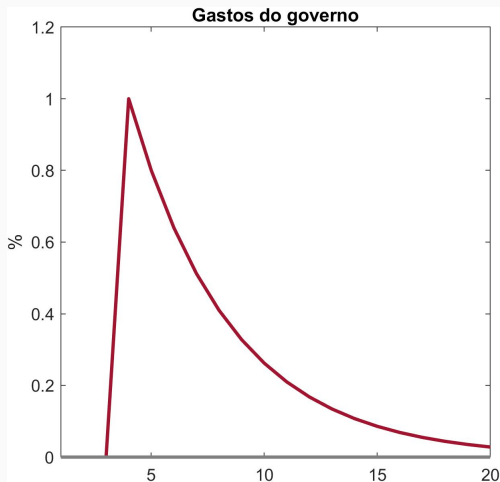
# Política fiscal anticipada

---

## Anúncio (“news shock”)

Como simular uma política fiscal antecipada? Assuma que o governo anunciou em  $t$  que irá aumentar os seus gastos em  $t + 3$ . Como podemos implementar isso no Dynare? (Dica: lembre-se que o anúncio foi **inesperado** e que esse efeito leva três períodos para impactar os gastos.)

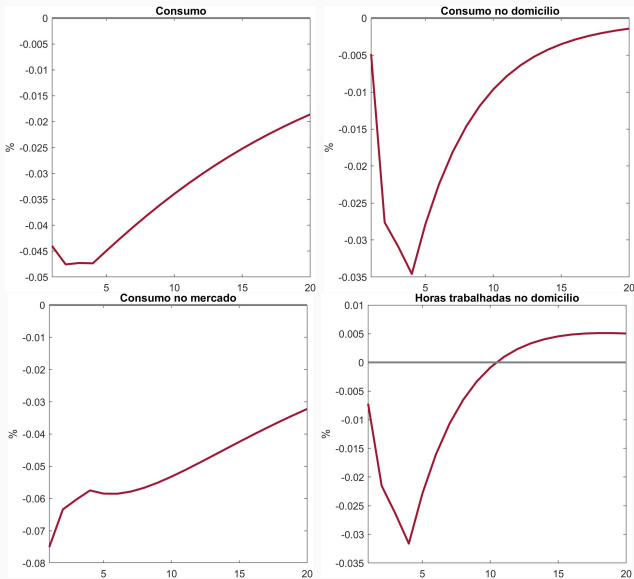
# Gastos do governo



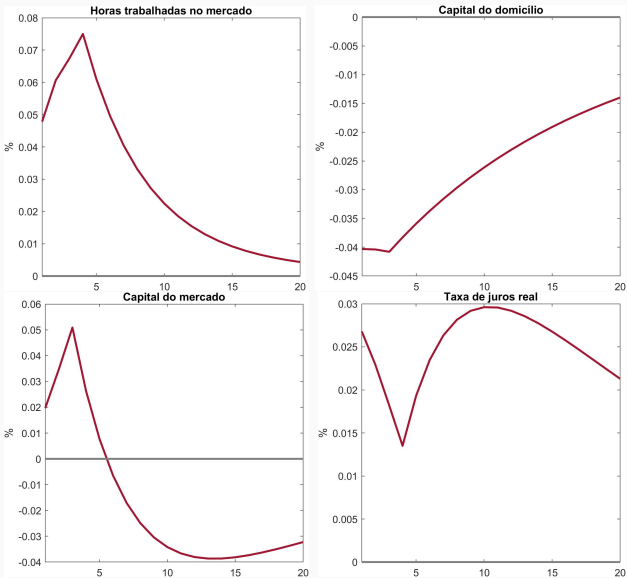
- Choque positivo de 1% (acima do equilíbrio estacionário).
- Comportamento auto-regressivo.



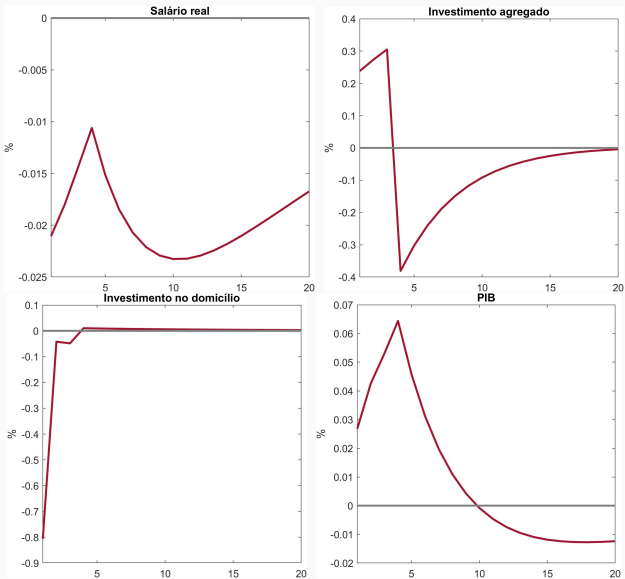
# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



# Dinâmica – Choque positivo nos gastos do governo



Cooley, Thomas F, and Edward C Prescott. 1995. *Frontiers of Business Cycle Research*. Vol. 3. Princeton University Press  
Princeton, NJ.