

# Macroeconomia Dinâmica

A economia centralizada: equilíbrio geral

---

João Ricardo Costa Filho

# Modelos

---

## Sobre modelos

*We've got facts, they say. But facts aren't everything; at least half the battle consists in how one makes use of them!*

**Fyodor Dostoyevsky**

*Good ideas shine far more brightly when supported by good models*

**Avinash Dixit** ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

*All models are wrong.*

**George Box**

*Models are to be used, not believed.*

**Henri Theil** ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

## Sobre modelos

*To become wise you've got to have models in your head. And you've got to array your experience – both vicarious and direct – on this latticework of models.*

**Charlie Munger**

*It can scarcely be denied that the supreme goal of all theory is to make the irreducible basic elements as simple and as few as possible without having to surrender the adequate representation of a single datum of experience.*

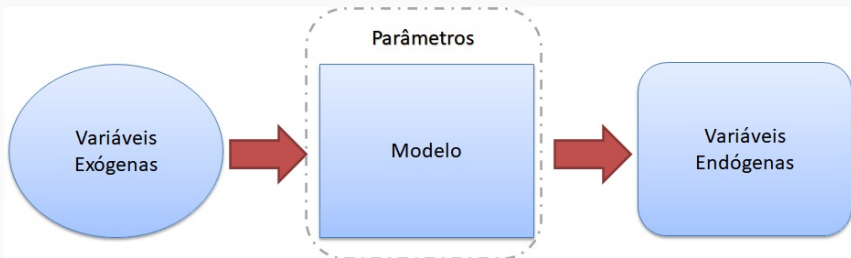
**Albert Einstein**

*Knowing reality means constructing systems of transformations that correspond, more or less adequately, to reality.*

**Jean Piaget**

- Entender a razão (implicações lógicas)
- Explicar
- Desenhar (instituições, mecanismos, incentivos...)
- Comunicar
- Agir (política econômica)
- Prever
- Explorar

## Modelos: como?



## Ainda sobre modelos – Athreya (2013)

- 1) Quem faz parte da economia?
  - Famílias, empresas e governo.
- 2) O que os agentes possuem
  - Dotações e tecnologia.
- 3) Como os agentes **podem** interagir?
  - Mercados e arranjos comerciais.
- 4) Como os agentes **vão** interagir?
  - Equilíbrio.
- 5) “It Takes a Model to Beat a Model”.

# Flutuações macroeconômicas e crescimento de longo prazo

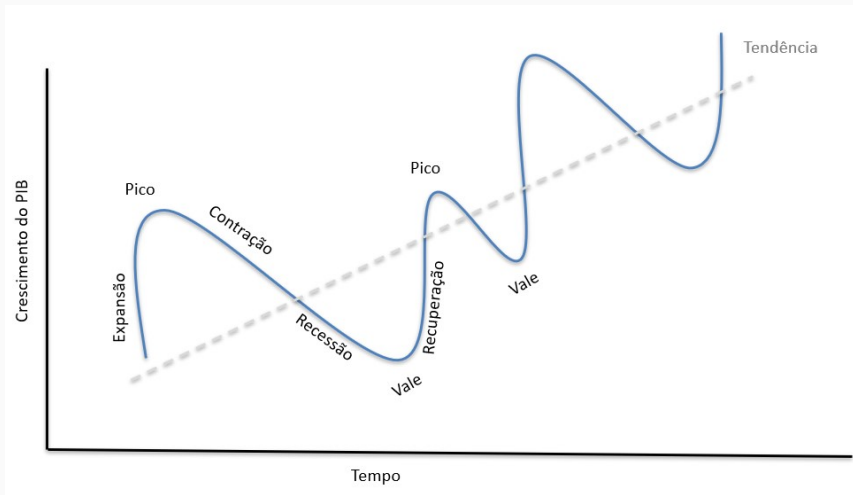
---



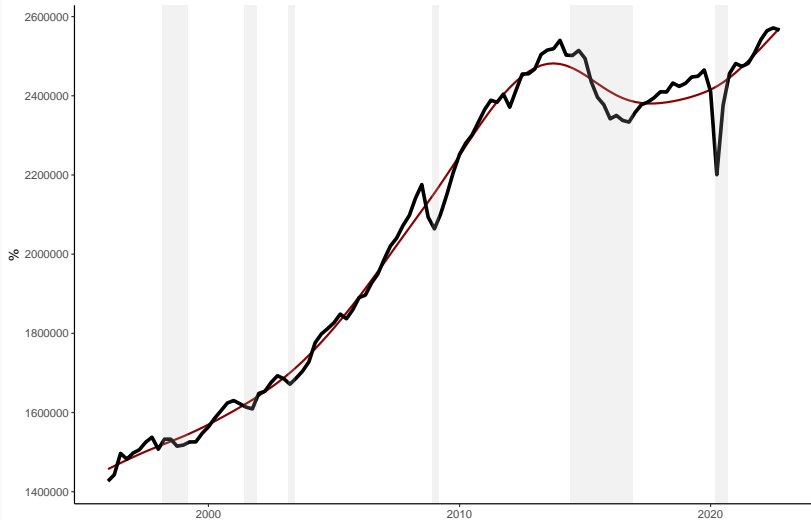
# As economias oscilam

- Como identificar as flutuações?
- O que explica a diferença na riqueza das nações no longo prazo?
- Quais os principais fatos estilizados?
  - Essas características se alteram ao longo do tempo e em diferentes países?
- Quais as causas?
- Quais os mecanismos?
- E a política econômica?
  - A suavização da flutuações deve ocorrer?
  - Quais os instrumentos?
  - Quais os mecanismos?

# Tendências e flutuações

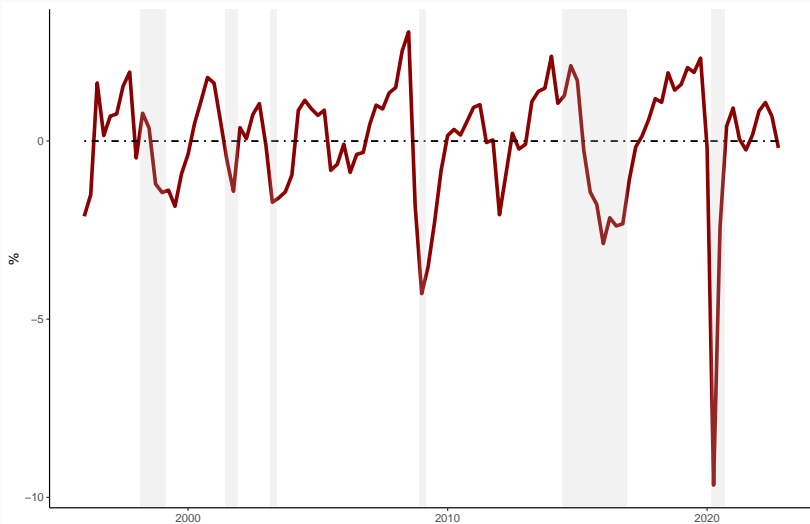


# PIB e Tendência: Brasil



PIB e Tendência de longo prazo (filtro de Phillips e Zhenhao Shi, 2021).  
Áreas hachuradas representam recessões. Fonte: IBGE e CODACE.

# Hiato do produto no Brasil



Hiato do produto como percentual do PIB potencial (filtro de Phillips e Zhenao Shi, 2021).  
Áreas hachuradas representam recessões. Fonte: IBGE e CODACE.

## Tipos de modelos

Seguindo Jones (2016), podemos definir

Modelo de longo prazo  $\Rightarrow$  PIB potencial, inflação (LP), desemprego natural

Modelo de curto prazo  $\Rightarrow$  PIB, inflação (CP), desemprego (CP)

Mas essa dicotomia serve apenas para um primeiro contato com esse universo. Choques de curto prazo podem ter efeitos na dinâmica de longo prazo (e.g. histerese, má-alocação de recursos).

# Equilíbrio Geral Dinâmico

---

## Macro com e sem microfundamentos (Wickens 2012)

- Relações *ad hoc* vs decisões coletivas de agentes (racionais?) que relacionam **o presente e o futuro**.

## Macro com e sem microfundamentos (Wickens 2012)

- Relações *ad hoc* vs decisões coletivas de agentes (racionais?) que relacionam **o presente e o futuro**.
- Coordenação através de mercados.



## Macro com e sem microfundamentos (Wickens 2012)

- Relações *ad hoc* vs decisões coletivas de agentes (racionais?) que relacionam **o presente e o futuro**.
- Coordenação através de mercados.
- Equilíbrio de curto prazo vs equilíbrio de longo prazo.

## Macro com e sem microfundamentos (Wickens 2012)

- Relações *ad hoc* vs decisões coletivas de agentes (racionais?) que relacionam **o presente e o futuro**.
- Coordenação através de mercados.
- Equilíbrio de curto prazo vs equilíbrio de longo prazo.
- A economia sofre choques (variáveis imprevisíveis).

## **A economia centralizada**

---

## Motivação (Wickens 2012)

- Como o PIB é determinado?
- Como é dividido entre consumo e investimento?
- Vamos abstrair de: governo, moeda, mercados financeiros

## Premissas

- Agente representativo (Ramsey 1928; Cass 1965; Koopmans 1965) com vida infinita.
- Utilidade separável ao longo do tempo.
- Retornos constantes de escala.
- Produtividade marginal decrescente.
- Economia fechada e sem governo.

## O modelo: as restrições (Wickens 2012)

A identidade das contas nacionais pode ser expressa por:

$$y_t = c_t + i_t, \quad (1)$$

onde  $y_t$  é o PIB,  $c_t$  representa o consumo e  $i_t$  o investimento. A poupança só pode ser usada para financiar o investimento ( $s_t = y_t - c_t \implies i_t = s_t$ ). A lei de movimento do capital ( $k_t$ ) é dada por

$$\Delta k_{t+1} = i_t - \delta k_t, \quad (2)$$

onde  $\delta$  representa a taxa de depreciação do capital no **começo** do período  $t$ .

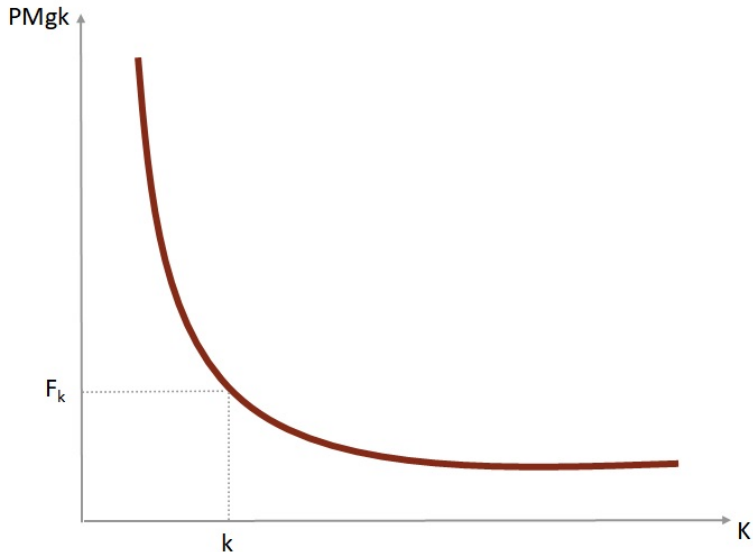
## O modelo: as restrições (Wickens 2012)

A função de produção é representada, genericamente, por:

$$y_t = F(k_t), \quad (3)$$

com as condições de Inada (1964):  $F > 0$ ,  $F' > 0$ ,  $F'' < 0$ ,  
 $\lim_{k \rightarrow \infty} F'(k) = 0$  e  $\lim_{k \rightarrow 0} F'(k) = \infty$ .

## A produtividade marginal do capital





## O modelo: as restrições (Wickens 2012)

Vamos assumir uma população ( $N$ ) constante, tal que  $y_t = Y_t/N$  pode ser visto como o PIB per capita. ao combinarmos as equações (1), (2) e (3), temos:

$$F(k_t) = c_t + \Delta k_{t+1} + \delta k_t. \quad (4)$$

Dado um estoque de capital inicial ( $k_0$ ), o agente deve escolher qual é o nível de consumo e do capital no período seguinte ( $k_{t+1}$ ).

## O modelo: as preferências (Wickens 2012)

O que os consumidores gostariam de fazer? Uma primeira tentativa: maximizar o consumo **no presente** ( $c_t$ ). Da equação anterior, percebemos que

$$c_t = F(k_t) - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t, \quad (5)$$

e para atingir o objetivo,  $k_{t+1}$  deveria ser **zero** (lembre-se que o estoque inicial é dado). Faz sentido?

## O modelo: as preferências (Wickens 2012)

O que o agente representativo precisaria escolher para equilibrar a economia?

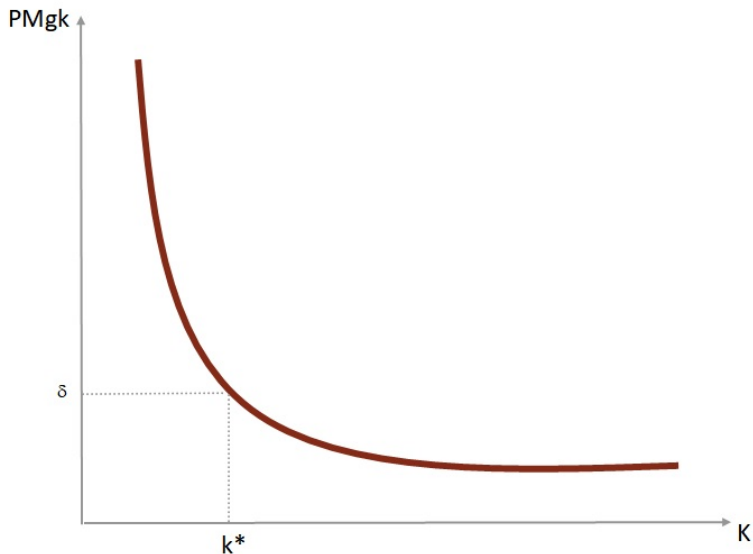
O consumo que mantém o estoque de capital constante é dado por:

$$c^* = F(k^*) - \delta k^*. \quad (6)$$

O consumo que mantém o estoque de capital constante é dado por:

$$c^* = F(k^*) - \delta k^*. \quad (6)$$

## Equilíbrio (Wickens 2012)



Qual é o valor de  $k^*$  que maximiza o consumo?

## A regra de ouro (Wickens 2012)

$$\max_{k^*} c^* = F(k^*) - \delta k^*. \quad (7)$$

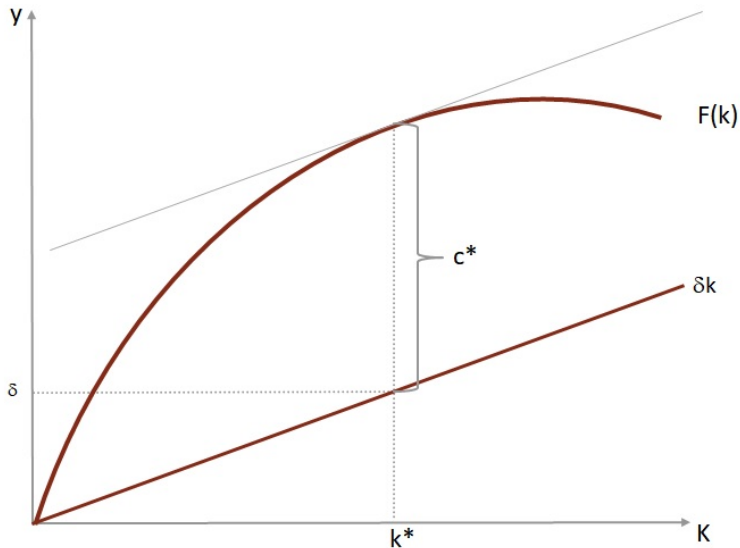
C.P.O.:

$$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = F'(k^*) - \delta = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 c^*}{\partial (k^*)^2} = F''(k^*) \leq 0. \quad (9)$$



## A regra de ouro



## A dinâmica da regra de ouro

Assuma dois cenários:

- $k_t < k^*$ . O que acontece?

## A dinâmica da regra de ouro

Assuma dois cenários:

- $k_t < k^*$ . O que acontece? Se os agentes ainda quisessem consumir  $c^*$ , o estoque de capital iria diminuir.

## A dinâmica da regra de ouro

Assuma dois cenários:

- $k_t < k^*$ . O que acontece? Se os agentes ainda quisessem consumir  $c^*$ , o estoque de capital iria diminuir.
- $k_t > k^*$ . O que acontece?

# A dinâmica da regra de ouro

Assuma dois cenários:

- $k_t < k^*$ . O que acontece? Se os agentes ainda quisessem consumir  $c^*$ , o estoque de capital iria diminuir.
- $k_t > k^*$ . O que acontece? Se os agentes ainda quisessem consumir  $c^*$ , o estoque de capital iria aumentar.

Ou seja, a economia pode **consumir muito** ou **consumir pouco**.  
Como chegar na solução ótima **ao longo do tempo**?

## O problema intertemporal

Assuma que o agente representativo maximize os fluxos de utilidade não apenas em um instante  $t$ , mas ao longo da sua vida (infinita):

$$\max_{\{c_t, k_{t+1}\}} V_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t), \quad (10)$$

onde  $U(\cdot)$  representa a função utilidade, com  $U' > 0$  e  $U'' < 0$  e  $0 < \beta < 1$  é o fator de desconto intertemporal dos fluxos **reais** (também representado por  $\beta = 1/(1 + \theta)$ ).

$$\mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \{ \beta^t U(c_t) + \lambda_t [F(k_t) - c_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t] \}, \quad (11)$$

## O Lagrangiano

$$\mathcal{L}_t = \sum_{t=0}^{\infty} \{ \beta^t U(c_t) + \lambda_t [F(k_t) - c_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t] \}, \quad (11)$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_t} = \beta^t U'(c_t) - \lambda_t = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+1}} = \lambda_t [F'(k_{t+1}) + 1 - \delta] - \lambda_{t+1} = 0. \quad (13)$$



## A condição de transversalidade

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t U'(c_t) k_{t+1} = 0. \quad (14)$$

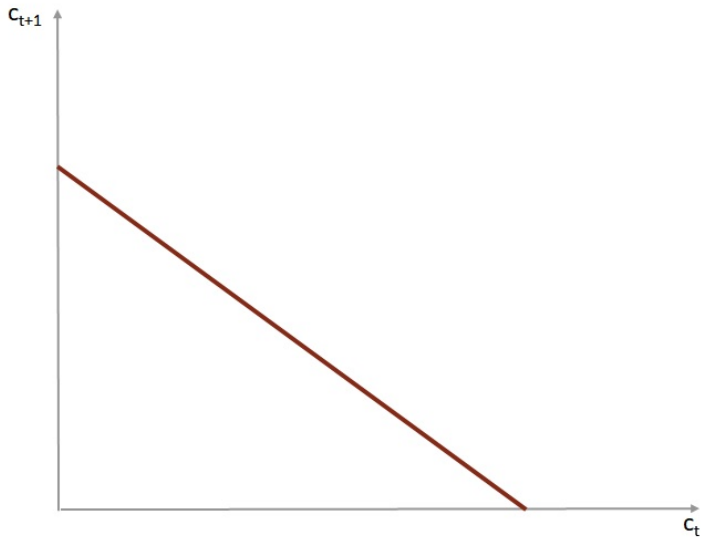
## A equação de Euler

$$\beta^t U' (c_{t+1}) [F' (k_{t+1}) + 1 - \delta] = \beta^{t-1} U' (c_t) \quad (15)$$

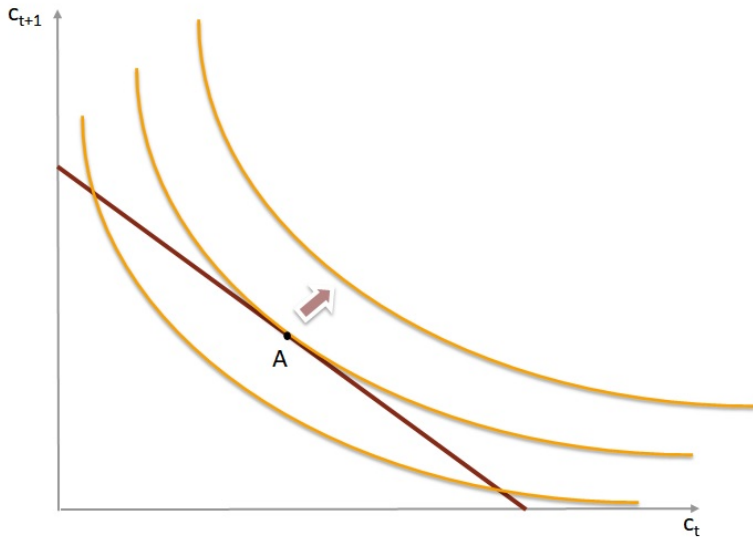
ou

$$\beta \frac{U' (c_{t+1})}{U' (c_t)} [F' (k_{t+1}) + 1 - \delta] = 1 \quad (16)$$

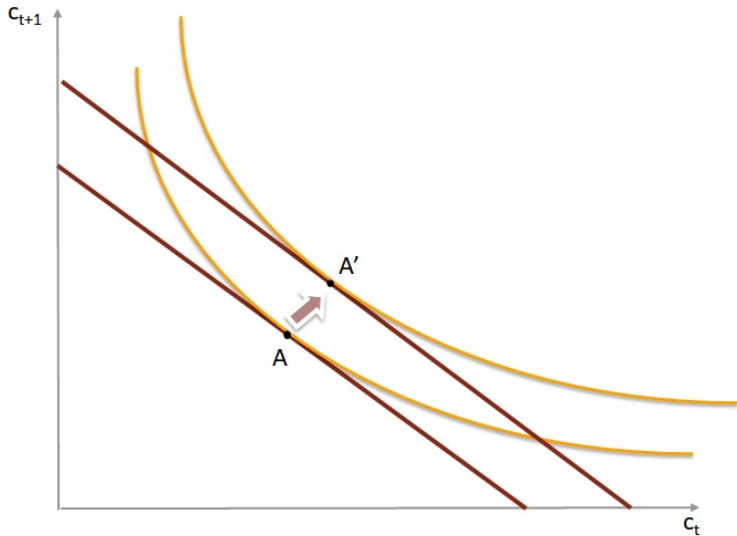
## A equação de Euler: uma interpretação gráfica



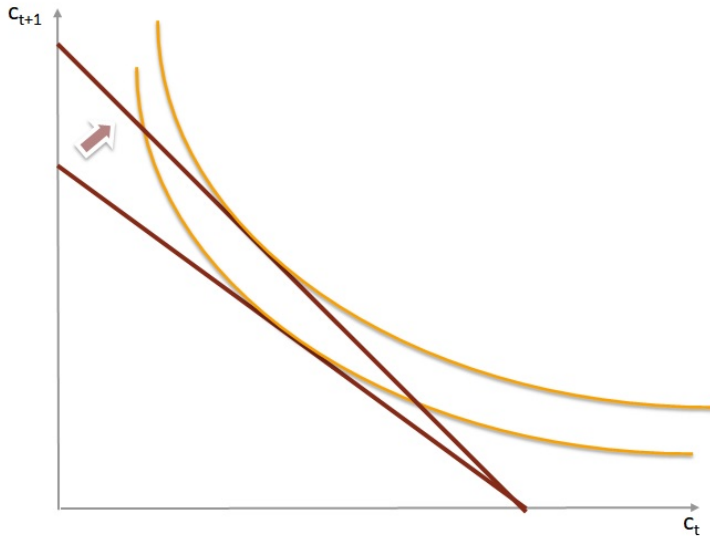
## A equação de Euler: uma interpretação gráfica



## A equação de Euler: aumento da taxa de juros



## A equação de Euler: aumento da taxa de juros



## A equação de Euler: aumento da taxa de juros

- **Efeito substituição:** Ponto A  $\rightarrow$  Ponto B (troco consumo hoje por consumo amanhã).
- **Efeito renda:** Ponto B  $\rightarrow$  Ponto C (maior juro, maior consumo amanhã, posso não consumir “tanto assim” amanhã).

Athreya, Kartik B. 2013. *Big Ideas in Macroeconomics: A Nontechnical View*. Mit Press.

Cass, David. 1965. "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation." *The Review of Economic Studies* 32 (3): 233–40.

Inada, Ken-ichi. 1964. "On the Stability of Growth Equilibria in Two-Sector Models." *The Review of Economic Studies* 31 (2): 127–42.

Jones, Charles I. 2016. *Macroeconomics*. WW Norton & Company.



Koopmans, Tjalling C. 1965. "On the Concept of Optimal Economic Growth," in the *Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam."

Page, Scott E. 2018. *The Model Thinker: What You Need to Know to Make Data Work for You*. Basic Books.

Ramsey, Frank Plumpton. 1928. "A Mathematical Theory of Saving." *The Economic Journal* 38 (152): 543–59.

Wickens, Michael. 2012. *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton University Press.