Introdução aos modelos DSGE

Modelo Novo Keynesiano

João Ricardo Costa Filho

Sobre modelos

Good ideas shine far more brightly when supported by good models

Avinash Dixit (“The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

All models are wrong.

George Box

Models are to be used, not believed.

Henri Theil (“Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

Política Monetária

Evidência empírica

O que sabemos sobre os efeitos da política monetária na economia?

Evidência empírica

O que sabemos sobre os efeitos da política monetária na economia?

- A política monetária tem efeito em **variáveis reais** (Christiano, Eichenbaum, and Evans 1999).

Evidência empírica

O que sabemos sobre os efeitos da política monetária na economia?

- A política monetária tem efeito em **variáveis reais** (Christiano, Eichenbaum, and Evans 1999).

Que tipo de alteração/extensão precisamos fazer no modelo para (re)produzir esses efeitos?

Rigidez nominal de preços – Nakamura and Steinsson (2013)

Table 1 Frequency of price change in consumer prices

	Median		Mean	
	Frequency (% per month)	Implied duration (months)	Frequency (% per month)	Implied duration (months)
Nakamura & Steinsson (2008)				
Regular prices (excluding substitutions 1988–1997)	11.9	7.9	18.9	10.8
Regular prices (excluding substitutions 1998–2005)	9.9	9.6	21.5	11.7
Regular prices (including substitutions 1988–1997)	13.0	7.2	20.7	9.0
Regular prices (including substitutions 1998–2005)	11.8	8.0	23.1	9.3
Posted prices (including substitutions 1998–2005)	20.5	4.4	27.7	7.7
Klenow & Kryvtsov (2008)				
Regular prices (including substitutions 1988–2005)	13.9	7.2	29.9	8.6
Posted prices (including substitutions 1988–2005)	27.3	3.7	36.2	6.8

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.
- Concorrência monopolística.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.
- Concorrência monopolística.
  - Empresas produzem bens diferenciados.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.
- Concorrência monopolística.
  - Empresas produzem bens diferenciados.
  - Substitutos imperfeitos.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.
- Concorrência monopolística.
  - Empresas produzem bens diferenciados.
  - Substitutos imperfeitos.
  - Vamos introduzir concorrência monopolística no mercado de bens finais.

Rigidez nominal de preços e estrutura de mercado

- Não há rigidez na competição perfeita.
  - Empresas tomam preços como dados. Preços respondem à quantidade (total). Se muda a quantidade, mudam os preços.
- Concorrência monopolística.
  - Empresas produzem bens diferenciados.
  - Substitutos imperfeitos.
  - Vamos introduzir concorrência monopolística no mercado de bens finais. Portanto, isso se manifesta no problema das famílias.

Famílias

Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max_{\{c_s, h_s, b_s\}} \sum_{t=0}^{\infty} E_t \Big[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u\big(c_s, h_s\big) \Big], \tag{1}$$

Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max_{\{c_s, h_s, b_s\}} \sum_{t=0}^{\infty} E_t [\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(c_s, h_s)], \tag{1}$$

s.a.
$$\int_0^1 p_{it} c_{it} di + q_t b_t = w_t h_t + b_{t-1} + d_t, \tag{2}$$

Problema de maximização

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$\max_{\{c_s, h_s, b_s\}} \sum_{t=0}^{\infty} E_t \Big[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u\big(c_s, h_s\big) \Big], \tag{1}$$

s.a.

$$\int_0^1 p_{it} c_{it} di + q_t b_t = w_t h_t + b_{t-1} + d_t, \tag{2}$$

e

$$c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \tag{3}$$

onde c_{it} é o consumo do bem do tipo i no período t, n_t representa a quantidade de títulos com preço q e d_t são os dividendos; b_0 é dado. Em $t+1$, os títulos pagam uma unidade aos seus detentores.

Dois estágios

Como a função $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ é uma CES, podemos "separar" as decisões em:

Dois estágios

Como a função $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \, di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ é uma CES, podemos "separar" as decisões em:

- Quanto gastar (c).

Dois estágios

Como a função $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ é uma CES, podemos "separar" as decisões em:

- Quanto gastar (c).
- No que gastar (c_{it}).

Dois estágios

Como a função $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ é uma CES, podemos "separar" as decisões em:

- Quanto gastar (c).
- No que gastar (c_{it}).

Analogamente ao problema das empresas na aula anterior, começaremos por "no que gastar".

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Dado um nível de consumo (c_t) total, as famílias escolhem

$$\max_{\{c_{it}\}} \quad c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \, di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \tag{4}$$

s.a.

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Dado um nível de consumo (c_t) total, as famílias escolhem

$$\max_{\{c_{it}\}} \quad c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \tag{4}$$

s.a.

$$\int_0^1 p_{it} c_{it} di = z_t \tag{5}$$

onde z_t é o orçamento que família dispõe para consumir.

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} + \mu \left[z_t - \int_0^1 p_{it} c_{it} di\right]. \tag{6}$$

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} + \mu \left[z_t - \int_0^1 p_{it} c_{it} di\right]. \tag{6}$$

As C.P.O. são:

$$\begin{aligned}
&\frac{\epsilon}{\epsilon-1}\left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}-1} - \mu_t p_{it} = 0 \\
&\vdots \\
&\mu_t p_{it} = \left(\frac{c_{it}}{c_t}\right)^{-1/\epsilon}, \forall i \in [0,1].
\end{aligned} \tag{7}$$

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Consideremos dois bens, i e j. A partir do resultado anterior, obtemos:

$$\frac{p_{it}}{p_{jt}} = \left(\frac{c_{it}}{c_{jt}}\right)^{-1/\epsilon} \iff c_{it} = c_{jt}\left(\frac{p_{it}}{p_{jt}}\right)^{-\epsilon}. \tag{8}$$

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Consideremos dois bens, i e j. A partir do resultado anterior, obtemos:

$$\frac{p_{it}}{p_{jt}} = \left(\frac{c_{it}}{c_{jt}}\right)^{-1/\epsilon} \iff c_{it} = c_{jt}\left(\frac{p_{it}}{p_{jt}}\right)^{-\epsilon}. \tag{8}$$

Podemos substituir o resultado anterior na restrição orçamentária das famílias, $\int_0^1 p_{it} c_{it} di = z_t$ e obtemos:

$$c_{jt} = \frac{z_t p_{jt}^{-\epsilon}}{\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di} \tag{9}$$

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Substituindo o resultado anterior em $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, temos que

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Substituindo o resultado anterior em $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, temos que

$$p_t c_t = z_t \tag{10}$$

onde $p_t \equiv \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ é o índice de preços compatível com a alocação ótima de $c_{it} \in [0, 1]$.

Problema de maximização de utilidade – 1º estágio

Substituindo o resultado anterior em $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, temos que

$$p_t c_t = z_t \tag{10}$$

onde $p_t \equiv \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ é o índice de preços compatível com a alocação ótima de $c_{it} \in [0, 1]$. Ao substituirmo as definições de z e p em $c_{jt} = \frac{z_t p_{jt}^{-\epsilon}}{\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di}$, temos, finalmente(!):

Substituindo o resultado anterior em $c_t = \left[\int_0^1 c_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, temos que

$$p_t c_t = z_t \tag{10}$$

onde $p_t \equiv \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ é o índice de preços compatível com a alocação ótima de $c_{it} \in [0, 1]$. Ao substituirmo as definições de z e p em $c_{jt} = \frac{z_t p_{jt}^{-\epsilon}}{\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di}$, temos, finalmente(!):

$$c_{it} = \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\epsilon} c_t \tag{11}$$

Problema de maximização de utilidade – 2º estágio

Voltando ao problema de maximização intertemporal, podemos escrever o seguinte Lagrangiano:

Problema de maximização de utilidade – 2º estágio

Voltando ao problema de maximização intertemporal, podemos escrever o seguinte Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} E_t \left[u\left(c_s, h_s\right) + \lambda_s \left(w_s h_s + b_{s-1} + d_s - p_s c_s - q_s b_s \right) \right].$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_s} = 0 \iff \lambda_t p_t = u_{c,t}, \tag{12}$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_s} = 0 \iff \lambda_t p_t = u_{c,t}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_s} = 0 \iff \lambda_t w_t = -u_{h,t}, \tag{13}$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_s} = 0 \iff \lambda_t p_t = u_{c,t}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_s} = 0 \iff \lambda_t w_t = -u_{h,t}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_s} = 0 \iff \lambda_t q_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1}\right]. \tag{14}$$

Escolhas ótimas

À partir das equações (12) e (13), temos que a taxa marginal de substituição entre trabalho e consumo é igual ao salário real:

Escolhas ótimas

À partir das equações (12) e (13), temos que a taxa marginal de substituição entre trabalho e consumo é igual ao salário real:

$$-u_{h,t} = u_{c,t}w_t. \tag{15}$$

Escolhas ótimas

À partir das equações (12) e (13), temos que a taxa marginal de substituição entre trabalho e consumo é igual ao salário real:

$$-u_{h,t} = u_{c,t} w_t. \tag{15}$$

E a **equação de Euler** pode ser obtida ao combinarmos as equações (12) e (14):

Escolhas ótimas

À partir das equações (12) e (13), temos que a taxa marginal de substituição entre trabalho e consumo é igual ao salário real:

$$-u_{h,t} = u_{c,t} w_t. \tag{15}$$

E a **equação de Euler** pode ser obtida ao combinarmos as equações (12) e (14):

$$q_t = \beta E_t \left[\frac{u_{c,t+1}}{u_{c,t}} \frac{p_t}{p_{t+1}} \right] \tag{16}$$

Condição de transversalidade

Além das C.P.O., precisamos também da condição de transversalidade, que pode ser representada por:

$$\lim_{t \to \infty} \beta^t E_t \left[\lambda_t b_t\right] = 0. \tag{17}$$

Títulos:

Por definição, o preço de um título é dado por:

Títulos:

Por definição, o preço de um título é dado por:

$$q_t = \frac{1}{1 + i_t}, \tag{18}$$

onde i é a taxa de juros do título.

Títulos:

Por definição, o preço de um título é dado por:

$$q_t = \frac{1}{1 + i_t}, \tag{18}$$

onde i é a taxa de juros do título. Defina

$$\Pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} = 1 + \pi_t, \tag{19}$$

Títulos:

Por definição, o preço de um título é dado por:

$$q_t = \frac{1}{1 + i_t}, \tag{18}$$

onde i é a taxa de juros do título. Defina

$$\Pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} = 1 + \pi_t, \tag{19}$$

então temos, pela equação de Fisher, que:

Títulos:

Por definição, o preço de um título é dado por:

$$q_t = \frac{1}{1+i_t}, \tag{18}$$

onde i é a taxa de juros do título. Defina

$$\Pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} = 1 + \pi_t, \tag{19}$$

então temos, pela equação de Fisher, que:

$$1 + r_t = \frac{1+i_t}{E_t\left[\Pi_{t+1}\right]} = \frac{1+i_t}{1+E_t\left[\pi_{t+1}\right]}. \tag{20}$$

Assim, podemos reescrever a equação de Euler da seguinte forma:

Equação de Euler

Assim, podemos reescrever a equação de Euler da seguinte forma:

$$u_{c,t} = \beta E_t \left[u_{c,t+1} \left(1 + r_t \right) \right] \tag{21}$$

Equação de Euler

Assim, podemos reescrever a equação de Euler da seguinte forma:

$$u_{c,t} = \beta E_t \left[u_{c,t+1} \left(1 + r_t \right) \right] \tag{21}$$

Formas funcionais

Utilizemos uma função utilidade CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), separável em c_t e h_t, para representar as preferências das famílias:

Formas funcionais

Utilizemos uma função utilidade CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), separável em c_t e h_t, para representar as preferências das famílias:

$$u\left(c_t, h_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{h_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}. \tag{22}$$

Utilizemos uma função utilidade CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), separável em c_t e h_t, para representar as preferências das famílias:

$$u\left(c_t, h_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{h_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}. \tag{22}$$

Então, temos que $u_c = c_t^{-\sigma}$ e $u_h = -\psi h_t^{\varphi}$.

Escolhas ótimas

$$c_t^{-\sigma} = \beta E_t \left[\frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{\Pi_{t+1}} \right] (1 + i_t) \tag{23}$$

Escolhas ótimas

$$c_t^{-\sigma} = \beta E_t \left[\frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{\Pi_{t+1}} \right] (1 + i_t) \tag{23}$$

$$\frac{w_t}{p_t} = \psi c_t^{\sigma} h_t^{\varphi} \tag{24}$$

Empresas

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)
    - Em cada período t, há uma probabilidade (exógena) $1-\theta$ de uma firma i ajustar os seus preços.

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)
  - Em cada período t, há uma probabilidade (exógena) $1 - \theta$ de uma firma i ajustar os seus preços.
- Rotemberg (1982)

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)
  - Em cada período t, há uma probabilidade (exógena) $1 - \theta$ de uma firma i ajustar os seus preços.
- Rotemberg (1982)
  - As empresas enfrentam "custos de menu" para ajustar os preços.

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)
  - Em cada período t, há uma probabilidade (exógena) $1 - \theta$ de uma firma i ajustar os seus preços.
- Rotemberg (1982)
  - As empresas enfrentam "custos de menu" para ajustar os preços.
- Para aproximações de primeira ordem, os resultados são semelhantes.

Rigidez nominal

Como introduzir a rigidez nominal de preços no modelo?

- Calvo (1983)
  - Em cada período t, há uma probabilidade (exógena) $1-\theta$ de uma firma i ajustar os seus preços.
- Rotemberg (1982)
  - As empresas enfrentam "custos de menu" para ajustar os preços.
- Para aproximações de primeira ordem, os resultados são semelhantes.

Vamos utilizar o modelo de Calvo (1983).

Empresas

Para qualquer empresa, a probabilidade de mudar preços *apenas* daqui a n períodos é igual a

Empresas

Para qualquer empresa, a probabilidade de mudar preços *apenas* daqui a n períodos é igual a

$$P(X = n) = (1 - \theta)\theta^{n-1}, \tag{25}$$

onde X é o número de períodos até a mudança.

Empresas

Para qualquer empresa, a probabilidade de mudar preços *apenas* daqui a n períodos é igual a

$$P(X = n) = (1 - \theta)\theta^{n-1}, \tag{25}$$

onde X é o número de períodos até a mudança. Ou seja, $X \sim Geo(\theta)$.

Empresas

Para qualquer empresa, a probabilidade de mudar preços *apenas* daqui a n períodos é igual a

$$P(X = n) = (1 - \theta)\theta^{n-1}, \tag{25}$$

onde X é o número de períodos até a mudança. Ou seja, $X \sim Geo(\theta)$. Sabemos, portanto, que o tempo esperado é igual a

Empresas

Para qualquer empresa, a probabilidade de mudar preços *apenas* daqui a n períodos é igual a

$$P(X = n) = (1 - \theta)\theta^{n-1}, \tag{25}$$

onde X é o número de períodos até a mudança. Ou seja, $X \sim Geo(\theta)$. Sabemos, portanto, que o tempo esperado é igual a

$$E[X] = \frac{1}{1 - \theta} \tag{26}$$

Empresas

Empresas

$$\max_{\{p_t^*\}} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(p_t^* y_{i,t+k|t} - \mathcal{C}\left(y_{i,t+k|t} \right) \right) \right], \qquad (27)$$

Empresas

$$\max_{\{p_t^*\}} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(p_t^* y_{i,t+k|t} - \mathcal{C} \left(y_{i,t+k|t} \right) \right) \right], \tag{27}$$

s.a.

$$y_{i,t+k|t} = \left(\frac{p_t^*}{p_{t+k}} \right)^{-\epsilon} c_{t+k}. \tag{28}$$

onde $\Lambda_{t,t+k}$ é o fator de desconto estocástico das famílias entre t e $t+k$:

Empresas

$$\max_{\{p_t^*\}} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(p_t^* y_{i,t+k|t} - \mathcal{C}\left(y_{i,t+k|t} \right) \right) \right], \tag{27}$$

s.a.

$$y_{i,t+k|t} = \left(\frac{p_t^*}{p_{t+k}} \right)^{-\epsilon} c_{t+k}. \tag{28}$$

onde $\Lambda_{t,t+k}$ é o fator de desconto estocástico das famílias entre t e $t+k$:

$$\begin{aligned} \Lambda_{t,t+k} &\equiv \lambda_{t+k} / \lambda_t \\ &= \beta^k \frac{u_c\left(c_{t+k}\right)}{u_c\left(c_t\right)} \frac{p_t}{p_{t+k}} \end{aligned} \tag{29}$$

$y_{i,t+k|t}$ é a demanda no período $t+k$ dado o nível de preços em $t+k$ e p_t^* fixo; $\mathcal{C}(\cdot)$ representa o custo total.

Empresas

A função de produção é dada por:

$$y_{it} = A_t h_{it}^{1-\alpha}, \tag{30}$$

onde $\alpha \in [0, 1)$ e A_t são iguais para todas as empresas.

Empresas

A função de produção é dada por:

$$y_{it} = A_t h_{it}^{1-\alpha}, \tag{30}$$

onde $\alpha \in [0, 1)$ e A_t são iguais para todas as empresas. Dado que as empresas apenas utilizam o fator trabalho, o custo total é dado por:

$$\mathcal{C}\left(y_{it}\right) = w_t h_{it} = w_t \left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{31}$$

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

$$cmg_{i,t} \equiv \frac{\mathcal{C}'\left(y_{it}\right)}{p_t}$$

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

$$cmg_{i,t} \equiv \frac{\mathcal{C}'\left(y_{it}\right)}{p_t} = \frac{w_t}{(1-\alpha)A_t p_t}\left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

$$cmg_{i,t} \equiv \frac{\mathcal{C}'\left(y_{it}\right)}{p_t} = \frac{w_t}{(1-\alpha)A_t p_t}\left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{w_t}{p_t(1-\alpha)A_t h_{it}^{-\alpha}} \tag{32}$$

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

$$cmg_{i,t} \equiv \frac{\mathcal{C}'\left(y_{it}\right)}{p_t} = \frac{w_t}{(1-\alpha)A_t p_t}\left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{w_t}{p_t(1-\alpha)A_t h_{it}^{-\alpha}} \tag{32}$$

Note que $(1-\alpha)A_t h_{it}^{-\alpha}$ é a produtividade marginal do trabalho.

Empresas

O custo marginal (cmg_{it}) da empresa i no tempo t é dado por:

$$
\begin{aligned}
cmg_{i,t} \equiv \frac{\mathcal{C}'\left(y_{it}\right)}{p_t} &= \frac{w_t}{(1-\alpha)A_t p_t}\left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
&= \frac{w_t}{p_t(1-\alpha)A_t h_{it}^{-\alpha}}
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Note que $(1-\alpha)A_t h_{it}^{-\alpha}$ é a produtividade marginal do trabalho. Podemos substituir a curva de demanda da empresa i com $c_t = y_t$ para obter:

$$
cmg_{i,t} = \frac{w_t}{(1-\alpha)A_t p_t}\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\frac{\epsilon\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{y_t}{A_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{33}
$$

Como para cada empresas i a escolha ótima é a mesma (i.e. equilíbrio simétrico), trabalhemos sem o subscrito i:

Empresas

Como para cada empresas i a escolha ótima é a mesma (i.e. equilíbrio simétrico), trabalhemos sem o subscrito i:

$$\max_{\{p_t^*\}} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(p_t^* y_{t+k|t} - \mathcal{C}\left(y_{t+k|t} \right) \right) \right] \tag{34}$$

s.a.

$$y_{t+k|t} = \left(\frac{p_t^*}{p_{t+k}} \right)^{-\epsilon} c_{t+k} \tag{35}$$

C.P.O.:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(y_{t+k|t} - \epsilon p_t^* \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} - \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right) (-\epsilon) \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} \right) \right] = 0$$

C.P.O.:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(y_{t+k|t} - \epsilon p_t^* \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} - \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right) (-\epsilon) \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} \right) \right] = 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \left(1 - \epsilon + \epsilon \frac{\mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right)}{p_t^*} \right) \right] = 0$$

C.P.O.:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} \left(y_{t+k|t} - \epsilon p_t^* \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} - \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right) (-\epsilon) \frac{y_{t+k|t}}{p_t^*} \right) \right] = 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \left(1 - \epsilon + \epsilon \frac{\mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right)}{p_t^*} \right) \right] = 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \left(p_t^* - \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right) \right) \right] = 0$$

Empresas

O preço ótimo é dado por:

Empresas

O preço ótimo é dado por:

$$p_t^* = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right) \right]}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t]} \right]}. \tag{36}$$

Empresas

O preço ótimo é dado por:

$$p_t^* = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t}\right)\right]}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t]}\right]}. \tag{36}$$

Ao utilizarmos o custo marginal real, temos:

Empresas

O preço ótimo é dado por:

$$p_t^* = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} \mathcal{C}' \left(y_{t+k|t} \right)\right]}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t]}\right]}. \tag{36}$$

Ao utilizarmos o custo marginal real, temos:

$$p_t^* = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t} cmg_{t+k|t} p_{t+k}\right]}{\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[\Lambda_{t,t+k} y_{t+k|t}\right]} \tag{37}$$

Empresas

- O preço ótimo é definido com base em um **markup** sobre a expectativa (média ponderada) do custo marginal em todos os períodos à frente.

- O preço ótimo é definido com base em um **markup** sobre a expectativa (média ponderada) do custo marginal em todos os períodos à frente.
- Por que uma média ponderada?

Empresas

- O preço ótimo é definido com base em um **markup** sobre a expectativa (média ponderada) do custo marginal em todos os períodos à frente.
- Por que uma média ponderada? Porque considera (i) os preços caso possam ser reajustados com base nas variações dos custos

Empresas

- O preço ótimo é definido com base em um **markup** sobre a expectativa (média ponderada) do custo marginal em todos os períodos à frente.
- Por que uma média ponderada? Porque considera (i) os preços caso possam ser reajustados com base nas variações dos custos e (ii) a probabilidade (que dá o peso da ponderação) de (não) alterar o preço.

Preços

O índice de preços compatível com o custo de vida é dado por:

$$p_t = \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{38}$$

À partir da definição acima, temos:

Preços

O índice de preços compatível com o custo de vida é dado por:

$$p_t = \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{38}$$

À partir da definição acima, temos:

$$p_t^{1-\epsilon} = \int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di = \int_0^\theta p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + \int_\theta^1 (p_t^*)^{1-\epsilon} di$$

Preços

O índice de preços compatível com o custo de vida é dado por:

$$p_t = \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{38}$$

À partir da definição acima, temos:

$$\begin{aligned} p_t^{1-\epsilon} &= \int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di = \int_0^\theta p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + \int_\theta^1 \left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} di \\ &= \theta \int_0^1 p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + (1-\theta)\left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} \end{aligned}$$

Preços

O índice de preços compatível com o custo de vida é dado por:

$$p_t = \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{38}$$

À partir da definição acima, temos:

$$\begin{aligned} p_t^{1-\epsilon} &= \int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di = \int_0^\theta p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + \int_\theta^1 \left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} di \\ &= \theta \int_0^1 p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + (1-\theta)\left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} \\ &= \theta p_{t-1}^{1-\epsilon} + (1-\theta)\left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} \end{aligned}$$

Preços

O índice de preços compatível com o custo de vida é dado por:

$$p_t = \left[\int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{38}$$

À partir da definição acima, temos:

$$\begin{aligned} p_t^{1-\epsilon} &= \int_0^1 p_{it}^{1-\epsilon} di = \int_0^\theta p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + \int_\theta^1 \left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} di \\ &= \theta \int_0^1 p_{i,t-1}^{1-\epsilon} di + (1-\theta)\left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} \\ &= \theta p_{t-1}^{1-\epsilon} + (1-\theta)\left(p_t^*\right)^{1-\epsilon} \end{aligned}$$

Se dividirmos os dois lados da equação acima por $p_{t-1}^{1-\epsilon}$ e utilizarmos a definição de Π_t, obtemos:

$$\Pi_t^{1-\epsilon} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{p_t^*}{p_{t-1}}\right)^{1-\epsilon} \tag{39}$$

Agregação

No mercado de bens e serviços, temos:

$$c_{it} = y_{it}, \forall i \in [0, 1], \therefore c_t = y_t$$

Agregação

No mercado de bens e serviços, temos:

$$c_{it} = y_{it}, \forall i \in [0,1], \therefore c_t = y_t$$

No mercado de trabalho, temos:

$$h_t = \int_0^1 h_{it} di$$

$$\begin{aligned} h_t &= \int_0^1 \left(\frac{y_{it}}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di \\ &= \left(\frac{y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}} di \end{aligned}$$

Dinâmica

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

$$\hat{cmg}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) \tag{44}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

$$\hat{cmg}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) \tag{44}$$

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_x \hat{x}_t + v_t \tag{45}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

$$\hat{cmg}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) \tag{44}$$

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_x \hat{x}_t + v_t \tag{45}$$

$$\hat{x}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_t^n \tag{46}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda \hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

$$\hat{cmg}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) \tag{44}$$

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_x \hat{x}_t + v_t \tag{45}$$

$$\hat{x}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_t^n \tag{46}$$

$$\hat{y}_t^n = \psi_{ya}\hat{a}_t \tag{47}$$

Modelo log-linearizado

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t \tag{40}$$

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{41}$$

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \sigma\hat{y}_t + \varphi\hat{h}_t \tag{42}$$

$$\hat{\pi}_t = \lambda\hat{cmg}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{43}$$

$$\hat{cmg}_t = \hat{w}_t - \hat{p}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\hat{y}_t - \hat{a}_t\right) \tag{44}$$

$$\hat{i}_t = \phi_\pi\hat{\pi}_t + \phi_x\hat{x}_t + v_t \tag{45}$$

$$\hat{x}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_t^n \tag{46}$$

$$\hat{y}_t^n = \psi_{ya}\hat{a}_t \tag{47}$$

$$\hat{\pi}_t = \hat{p}_t - \hat{p}_{t-1} \tag{48}$$

Curva de Phillips Novo Keynesiana

$$
\begin{aligned}
\hat{cmg}_t &= \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right)\hat{y}_t - \frac{1+\varphi}{1-\alpha}\hat{a}_t \\
0 &= \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right)\hat{y}_t^n - \frac{1+\varphi}{1-\alpha}\hat{a}_t
\end{aligned} \tag{49}
$$

A subtração leva a

$$
\hat{cmg}_t = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right)\hat{x}_t \tag{50}
$$

Ao substituir na equação da inflação, temos:

$$
\hat{\pi}_t = \kappa \hat{x}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{51}
$$

onde $\kappa \equiv \lambda\left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)$

Curva IS

A partir das equações de Euler para a economia com e sem fricções, temos:

$$\hat{y}_t = E_t\left[\hat{y}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]\right) \tag{52}$$

$$\hat{y}_t^n = E_t\left[\hat{y}_{t+1}^n\right] - \frac{1}{\sigma} r_t^n \tag{53}$$

onde $r_t^n = \rho + \sigma\psi_{ya} E_t\left[\Delta a_{t+1}\right]$. A diferença entre elas resulta na curva IS Novo-Keynesiana:

$$\hat{x}_t = E_t\left[\hat{x}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] - r_t^n\right) \tag{54}$$

Modelo de 3 equações

O modelo Novo-Keynesiano pode ser sintetizado em três equações (Clarida, Gali, and Gertler 1999):

$$\hat{x}_t = E_t\left[\hat{x}_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] - r_t^n\right) \tag{IS}$$

$$\hat{\pi}_t = \kappa \hat{x}_t + \beta E_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] \tag{NKPC}$$

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_x \hat{x}_t + v_t \tag{MR}$$

Calvo, Guillermo A. 1983. “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework.” *Journal of Monetary Economics* 12 (3): 383–98.

Christiano, Lawrence J, Martin Eichenbaum, and Charles L Evans. 1999. “Monetary Policy Shocks: What Have We Learned and to What End?” *Handbook of Macroeconomics* 1: 65–148.

Clarida, Richard, Jordi Gali, and Mark Gertler. 1999. “The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective.” *Journal of Economic Literature* 37 (4): 1661–1707.

Nakamura, Emi, and Jón Steinsson. 2013. “Price Rigidity: Microeconomic Evidence and Macroeconomic Implications.” *Annu. Rev. Econ.* 5 (1): 133–63.

Referências ii

Rotemberg, Julio J. 1982. "Sticky Prices in the United States." *Journal of Political Economy* 90 (6): 1187–1211.