Econometria de Séries Temporais

Filtros estatísticos

João Ricardo Costa Filho

"The most important questions of life are, for the most part, really only problems in probability."

Laplace (1812)

"In God we trust. All others must bring data."

William Edwards Deming

Como estimar o hiato do produto?

Decomposição de séries de tempo

Decomposição de séries de tempo

Seja y_t uma variável aleatória tal cujo PGD pode ser decomposto da seguinte forma:

Decomposição de séries de tempo

Seja y_t uma variável aleatória tal cujo PGD pode ser decomposto da seguinte forma:

$$y_t = T_t + C_t + S_t + \varepsilon_t$$

- y_t: série observada.
- T_t: tendência.
- C_t: flutuação ("ciclo"; cuidado com essa expressão, no entanto).
- S_t: sazonalidade.
- ε_t: erro.

Decomposição de séries de tempo

Seja y_t uma variável aleatória tal cujo PGD pode ser decomposto da seguinte forma:

$$y_t = T_t + C_t + S_t + \varepsilon_t$$

- y_t: série observada.
- T_t: tendência.
- C_t: flutuação ("ciclo"; cuidado com essa expressão, no entanto).
- S_t: sazonalidade.
- ε_t: erro.

Como extrair a tendência / o ciclo?

Métodos

Métodos

- Filtros

Métodos

- Filtros
  - High-pass filters

Métodos

- Filtros
  - High-pass filters
  - Band-pass filters

Métodos

- Filtros
  - High-pass filters
  - Band-pass filters
  - Low-pass filters

Métodos

- Filtros
  - High-pass filters
  - Band-pass filters
  - Low-pass filters
- Função de produção

Filtros

Primeira diferença

Primeira diferença

- $T_t = X_{t-1}$

Primeira diferença

- $T_t = X_{t-1}$
    - $C_t = X_t - X_{t-1}$

Primeira diferença

- $T_t = X_{t-1}$
  - $C_t = X_t - X_{t-1}$

Vantagem: tendência estocástica.

Primeira diferença

- $T_t = X_{t-1}$
  - $C_t = X_t - X_{t-1}$

Vantagem: tendência estocástica.

Desvantagem: volatilidade das flutuações.

Tendência polinominal (determinística)

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
  - Tendência quadrática:

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
  - Tendência quadrática:
    - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
  - Tendência quadrática:
    - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$
    - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
    - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
    - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
    - Tendência quadrática:
        - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$
        - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$ Quando usar uma tendência linear e quando utilizar uma tendência quadrática?

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
  - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
  - Tendência quadrática:
    - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$
    - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$ Quando usar uma tendência linear e quando utilizar uma tendência quadrática?

Podemos generalizar para qualquer polinômio.

Tendência polinominal (determinística)

- Linear:
    - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$
    - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
    - Tendência quadrática:
        - Tendência: $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$
        - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$ Quando usar uma tendência linear e quando utilizar uma tendência quadrática?

Podemos generalizar para qualquer polinômio.

Desvantagem: para onde vai o termo do erro? E se a tendência for estocástica?

Média Móvel

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$
- Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$
- Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
- "One-sided": $T_t = \frac{y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{q+1}$

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$
- Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
- "One-sided": $T_t = \frac{y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{q+1}$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$
- Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
- "One-sided": $T_t = \frac{y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{q+1}$
    - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Problema: conhecemos y_{t+q}?

Média Móvel

- Centrada em q: $T_t = \frac{y_{t+q}+y_{t+q-1}+\cdots+y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{2q+1}$
- Ciclo: $C_t = y_t - T_t$
- "One-sided": $T_t = \frac{y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-q}}{q+1}$
  - Ciclo: $C_t = y_t - T_t$

Problema: conhecemos y_{t+q}?

Desvantagem: Informações mais distantes de y_t vão se "perdendo".

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} \left[T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1}) \right]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} [T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1})]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} [T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1})]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} \left[T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1}) \right]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.
- Se $\lambda \to 0$, não há ciclo (i.e., $y_t = T_t$).

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} [T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1})]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.
- Se $\lambda \to 0$, não há ciclo (i.e., $y_t = T_t$).

Como escolher o valor de λ?

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} \left[T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1}) \right]^2$$
$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.
- Se $\lambda \to 0$, não há ciclo (i.e., $y_t = T_t$).

Como escolher o valor de λ?

- Dados trimestrais: $\lambda = 1600$

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} \left[T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1}) \right]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.
- Se $\lambda \to 0$, não há ciclo (i.e., $y_t = T_t$).

Como escolher o valor de λ?

- Dados trimestrais: $\lambda = 1600$
- Dados anuais: $\lambda = 100$

Filtro HP (Hodrick and Prescott 1997)

$$\min_{\{C_t, T_t\}_{t=1}^{\tau}} \sum_{t=1}^{\tau} C_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{\tau} [T_{t+1} - T_t - (T_t - T_{t-1})]^2$$

$$\text{s.a.} \quad y_t = T_t + C_t$$

O parâmetro λ define a suavidade da tendência:

- Se $\lambda \to \infty$, mudanças na taxa de crescimento são (infinitamente) custosas e a tendência é linear.
- Se $\lambda \to 0$, não há ciclo (i.e., $y_t = T_t$).

Como escolher o valor de λ?

- Dados trimestrais: $\lambda = 1600$
- Dados anuais: $\lambda = 100$
- Ravn and Uhlig (2002) sugerem ajustes para outras frequências.

Filtro Hamilton

De acordo com Hamilton (2018), não deveríamos utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997):

Filtro Hamilton

De acordo com Hamilton (2018), não deveríamos utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997):

- O filtro HP envolve vários níveis de diferenciação.

Filtro Hamilton

De acordo com Hamilton (2018), não deveríamos utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997):

- O filtro HP envolve vários níveis de diferenciação.
  - Imagine um passeio aleatório: a primeira diferença já torna a série resultando em um ruído branco.

Filtro Hamilton

De acordo com Hamilton (2018), não deveríamos utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997):

- O filtro HP envolve vários níveis de diferenciação.
  - Imagine um passeio aleatório: a primeira diferença já torna a série resultando em um ruído branco.
  - Novas diferenciações fazem sentido?

Filtro Hamilton

De acordo com Hamilton (2018), não deveríamos utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997):

- O filtro HP envolve vários níveis de diferenciação.
  - Imagine um passeio aleatório: a primeira diferença já torna a série resultando em um ruído branco.
  - Novas diferenciações fazem sentido?
  - O autor propõe um filtro com projeções lineares.

Boosted HP

Já para Phillips and Shi (2021), é possível utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997). Apenas precisamos fazer alguns ajustes.

Boosted HP

Já para Phillips and Shi (2021), é possível utilizar o filtro proposto por Hodrick and Prescott (1997). Apenas precisamos fazer alguns ajustes.

- Tomando emprestado práticas de machine learning, os autores utilizam o conceito de "refiltering" para ajustar o filtro HP.

Leia os livros e os artigos, não fique só com os slides!!!!

Referências

Hamilton, James D. 2018. "Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter." *Review of Economics and Statistics* 100 (5): 831–43.

Hodrick, Robert J, and Edward C Prescott. 1997. "Postwar Us Business Cycles: An Empirical Investigation." *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1–16.

Phillips, Peter CB, and Zhentao Shi. 2021. "Boosting: Why You Can Use the Hp Filter." *International Economic Review* 62 (2): 521–70.

Ravn, Morten O, and Harald Uhlig. 2002. "On Adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the Frequency of Observations." *Review of Economics and Statistics* 84 (2): 371–76.