Macroeconomia Dinâmica

A economia centralizada: a dinâmica do investimento

João Ricardo Costa Filho

Modelos

Sobre modelos

Good ideas shine far more brightly when supported by good models
Avinash Dixit (“The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

All models are wrong.
George Box

Models are to be used, not believed.
Henri Theil (“Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

A economia centralizada

Premissas

- Agente representativo (Ramsey 1928; Cass 1965; Koopmans 1965) com vida infinita.
- Utilidade separável ao longo do tempo.
- Retornos constantes de escala.
- Produtividade marginal decrescente.
- Economia fechada e sem governo.

A dinâmica do investimento

Investimento

- No modelo "a la" Ramsey (1928), Cass (1965), Koopmans (1965), embora o investimento esteja presente, o foco se dá na dinâmica do capital (Wickens 2012).

Investimento

- No modelo “a la” Ramsey (1928), Cass (1965), Koopmans (1965), embora o investimento esteja presente, o foco se dá na dinâmica do capital (Wickens 2012).
- Acumular capital no modelo só tinha um custo de oportunidade quando o agente representativo deixava de consumir.

Investimento

- No modelo "a la" Ramsey (1928), Cass (1965), Koopmans (1965), embora o investimento esteja presente, o foco se dá na dinâmica do capital (Wickens 2012).
- Acumular capital no modelo só tinha um custo de oportunidade quando o agente representativo deixava de consumir.
- Existem outras possibilidades, no entanto.

Investimento

- No modelo "a la" Ramsey (1928), Cass (1965), Koopmans (1965), embora o investimento esteja presente, o foco se dá na dinâmica do capital (Wickens 2012).
- Acumular capital no modelo só tinha um custo de oportunidade quando o agente representativo deixava de consumir.
- Existem outras possibilidades, no entanto.
    - Por exemplo, custos para instalar capital novo.

Investimento

- No modelo "a la" Ramsey (1928), Cass (1965), Koopmans (1965), embora o investimento esteja presente, o foco se dá na dinâmica do capital (Wickens 2012).
- Acumular capital no modelo só tinha um custo de oportunidade quando o agente representativo deixava de consumir.
- Existem outras possibilidades, no entanto.
    - Por exemplo, custos para instalar capital novo.
    - Tempo para que o capital seja acumulado e disponibilizado para a produção.

Q de Tobin

Custos para instalação de capital novo (Wickens 2012)

Na ausência de custos de transação, um choque que altere o equilíbrio da economia faz com que (i) o capital se ajuste ao longo de tempo ao novo equilíbrio e (ii) o investimento se ajuste instantaneamente.

Custos para instalação de capital novo (Wickens 2012)

Na ausência de custos de transação, um choque que altere o equilíbrio da economia faz com que (i) o capital se ajuste ao longo de tempo ao novo equilíbrio e (ii) o investimento se ajuste instantaneamente.

Assumamos custos proporcionais ao investimento (em relação ao capital):

$$\frac{1}{2}\varphi\frac{i_t}{k_t}, \varphi > 0. \tag{1}$$

Ou seja, quanto maior o investimento (em relação ao estoque de capital), maior os custos para instalação do novo capital. Trabalharemos com um modelo “a la” Tobin (1969) e Hayashi (1982).

A restrição da economia (Wickens 2012)

Ainda que dividamos a renda apenas nas decisões relacionas à consumo e investimento, agora precisamos considerar os custos associados aos mesmos:

$$F\left(k_t\right) = c_t + \left(1 + \phi \frac{i_t}{k_t}\right) i_t \tag{2}$$

O problema de maximização (Wickens 2012)

Podemos escrever o Lagrangiano da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_t = \sum_{s=0}^{\infty} \{ \beta^s U\left(c_{t+s}\right) + \lambda_{t+s} \left[F\left(k_{t+s}\right) - c_{t+s} - i_{t+s} - \frac{\phi}{2}\frac{i_t^2}{k_t} \right] + \mu_{t+s}\left[i_{t+s} - k_{t+s+1} + (1-\delta) k_{t+s} \right] \} \tag{3}$$

As condições de primeira ordem (Wickens 2012)

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U_{c,t+s} - \lambda_{t+s} = 0, \quad s \geqslant 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial i_{t+s}} = -\lambda_{t+s}\left(1 + \phi \frac{i_{t+s}}{k_{t+s}}\right) + \mu_{t+s} = 0, \quad s \geqslant 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} = \lambda_{t+s}\left[F_{k,t+s} + \frac{\phi}{2}\left(\frac{i_{t+s}}{k_{t+s}}\right)^2\right] - \mu_{t+s-1} + (1-\delta)\mu_{t+s} = 0, \quad s > 0. \tag{6}$$

O q de Tobin (Wickens 2012)

Da equação (5) temos que:

$$i_{t+s} = \frac{1}{\phi} \left(q_{t+s} - 1 \right) k_{t+s}, \quad s \geqslant 0, \tag{7}$$

onde

$$q_{t+s} = \frac{\mu_{t+s}}{\lambda_{t+s}} \geqslant 1 \tag{8}$$

O q de Tobin (Wickens 2012)

- λ_{t+s} representa a utilidade marginal do consumo (equação (4)).
- μ_{t+s} representa o benefício marginal do investimento.

Sistema dinâmico

$$F\left(k_t\right) = c_t + \left(1 + \phi \frac{i_t}{k_t}\right) i_t, \quad \phi \geqslant 0, \tag{2}$$

$$i_{t+s} = \frac{1}{\phi}\left(q_{t+s} - 1\right) k_{t+s}, \quad s \geqslant 0, \tag{7}$$

$$q_{t+s} = \frac{\mu_{t+s}}{\lambda_{t+s}} \geqslant 1, \tag{8}$$

$$F_{k,t+1} = \frac{U_{c,t}}{\beta U_{c,t+1}} q_t - (1-\delta) q_{t+1} - \frac{1}{2\phi}\left(q_{t+1} - 1\right)^2, \tag{9}$$

onde está última equação é obtida ao combinar as C.P.O..

Equilíbrio de longo prazo (Wickens 2012)

Com base no sistema dinâmico anterior, encontremos a solução para $\Delta c_t = \Delta k_t = \Delta i_t = \Delta q_t = 0$. Da equação (7) temos que (dado que $\Delta k_t = 0 \implies i/k = \delta$):

$$\frac{i}{k} = \delta = \frac{1}{\phi}(q-1) \iff q = 1 + \varphi\delta \geqslant 1 \tag{10}$$

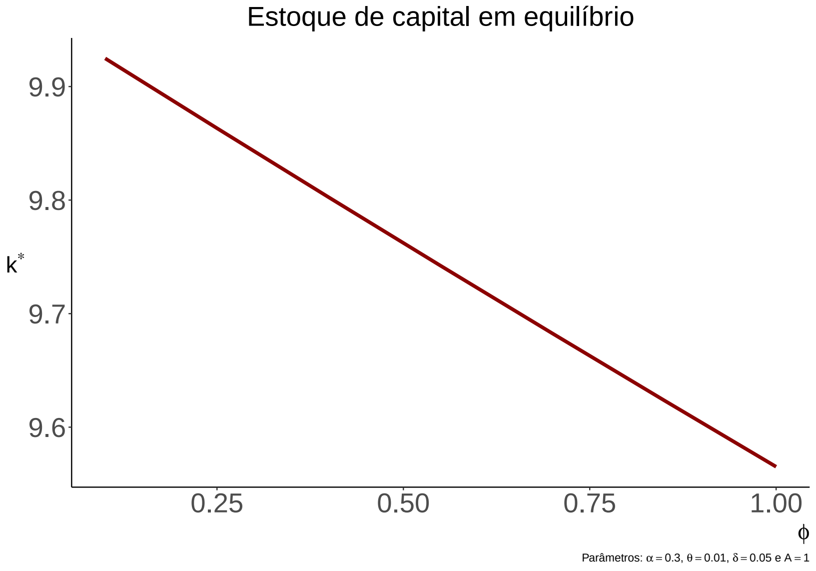
Equilíbrio de longo prazo (Wickens 2012)

Da equação (9) temos que (com $\beta = 1/(1+\theta)$ e $q = 1 + \varphi\delta$)

$$F_k = \theta + \delta + \varphi\delta \left(\theta + \frac{1}{2}\delta\right) \geqslant \theta + \delta \tag{11}$$

onde $F_k = \theta + \delta$ é o resultado do modelo sem custos de ajustamento. Ou seja, na presença de custos de ajustamento, o estoque de capital em equilíbrio é menor.

Equilíbrio de longo prazo



A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Assuma que o consumo está no seu valor de equilíbrio. A aproximação linear da equação (9) é dada por:

$$q_t = \beta q_{t+1} + \beta \left(F_{k,t+1} - \delta - \frac{1}{2}\varphi\delta^2 \right). \tag{12}$$

A equação pode ser reescrita como desvios do equilíbrio:

$$q_t - q = \beta\left(q_{t+1} - q\right) + \beta\left(F_{k,t+1} - F_k\right) \tag{13}$$

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Ao iterarmos recursivamente a equação (12), temos:

$$q_t = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{s+1} \left(F_{k,t+s+1} - \delta - \frac{1}{2}\phi\delta^2 \right) \tag{14}$$

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Assuma $F(k_t) = Ak_t^{\alpha} \implies F_{k,t} = \alpha y_t / k_t$.

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Assuma $F\left(k_t\right) = Ak_t^{\alpha} \implies F_{k,t} = \alpha y_t / k_t$.

- αy_t é a parcela do capital na renda da economia (lucro).

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Assuma $F(k_t) = Ak_t^\alpha \implies F_{k,t} = \alpha y_t / k_t$.

- αy_t é a parcela do capital na renda da economia (lucro).
- k_t é o valor da empresa (número de ações multiplicado pelo preço).

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Assuma $F(k_t) = Ak_t^{\alpha} \implies F_{k,t} = \alpha y_t / k_t$.

- αy_t é a parcela do capital na renda da economia (lucro).
- k_t é o valor da empresa (número de ações multiplicado pelo preço).

Portanto,

$$\begin{aligned} F_k &= \frac{\text{lucro por ação}}{\text{preço da ação}} \\ &= 1 + \text{ retorno por ação }. \end{aligned} \tag{15}$$

A interpretação do q de Togin (Wickens 2012)

O q_t pode ser interpreado como:

A interpretação do q de Togin (Wickens 2012)

O q_t pode ser interpreado como:

- Valor presente do produto marginal do capital (líquido de depreciação e de custos de instalação do capital).

A interpretação do q de Togin (Wickens 2012)

O q_t pode ser interpreado como:

- Valor presente do produto marginal do capital (líquido de depreciação e de custos de instalação do capital).
- Valor presente líquido de uma unidade de capital.

A interpretação do q de Togin (Wickens 2012)

O q_t pode ser interpreado como:

- Valor presente do produto marginal do capital (líquido de depreciação e de custos de instalação do capital).
- Valor presente líquido de uma unidade de capital.
- Razão entre o valor de mercado de uma unidade de investimento sobre o seu custo.

A interpretação do q de Togin (Wickens 2012)

O q_t pode ser interpreado como:

- Valor presente do produto marginal do capital (líquido de depreciação e de custos de instalação do capital).
- Valor presente líquido de uma unidade de capital.
- Razão entre o valor de mercado de uma unidade de investimento sobre o seu custo.
- Valor presente do retorno líquido de deter uma ação.

A dinâmica de curto prazo (Wickens 2012)

Linearizemos agora a equação (7):

$$i_t = \frac{1}{\phi}\left(q_t - 1\right)k_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t \tag{16}$$

Sistema dinâmico (linearizado)

$$q_t - q = \beta \left(q_{t+1} - q \right) + \beta \left(F_{k,t+1} - F_k \right) \tag{13}$$

$$\left(q_t - q + \varphi \right) k_t = \varphi k_{t+1} \tag{17}$$

Sistema dinâmico (linearizado)

Como o sistema anterior se comporta no equilíbrio? Podemos aproximá-lo da seguinte forma:

$$(1-\beta)(q_t - q) - \beta F_{kk}(k_t - k) = \beta \Delta q_{t+1} + \beta F_{kk} \Delta k_{t+1}, \quad (18)$$

$$k(q_t - q) = \varphi \Delta k_{t+1} \quad (19)$$

Diagrama de fases

- Locus onde $\Delta q_{t+1} = 0$: Na equação (18), trabalhemos com $\Delta q_{t+1} = \Delta k_{t+1} = 0$. Portanto, como $F_{kk} < 0$, temos que $k_t - k = \frac{\theta}{F_{kk}}\left(q_t - q\right)$, ou seja, $\partial k / \partial q < 0$.

Diagrama de fases

- Locus onde $\Delta q_{t+1} = 0$: Na equação (18), trabalhemos com $\Delta q_{t+1} = \Delta k_{t+1} = 0$. Portanto, como $F_{kk} < 0$, temos que $k_t - k = \frac{\theta}{F_{kk}}\left(q_t - q\right)$, ou seja, $\partial k / \partial q < 0$.
- Locus onde $\Delta k_{t+1} = 0$: Na equação (19), trabalhemos com $\Delta k_{t+1} = 0$. Portanto, dos resultados anteriores, temos que $q_t = q = 1 + \varphi\delta$

Diagrama de fases ($\Delta q_{t+1} = 0$)

- Na equação (18), trabalhemos com $\Delta k_{t+1} = 0$ (o capital não pula quando estamos fora do equilíbrio). Portanto, como $F_{kk} < 0$, para um ponto à esqueda do locus $\Delta q_{t+1} = 0$, temos que $k_t < k$, o que implica em $\Delta q_{t+1} < 0$.

Diagrama de fases ($\Delta q_{t+1} = 0$)

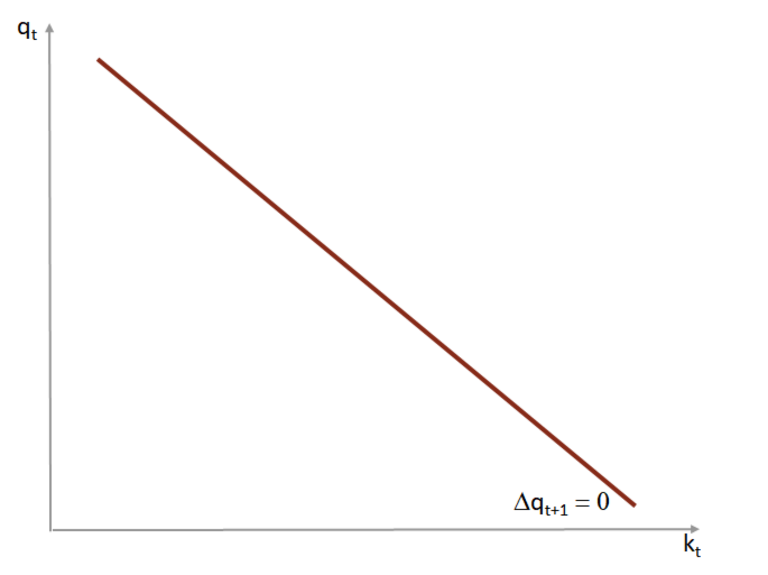


Diagrama de fases ($\Delta q_{t+1} = 0$)

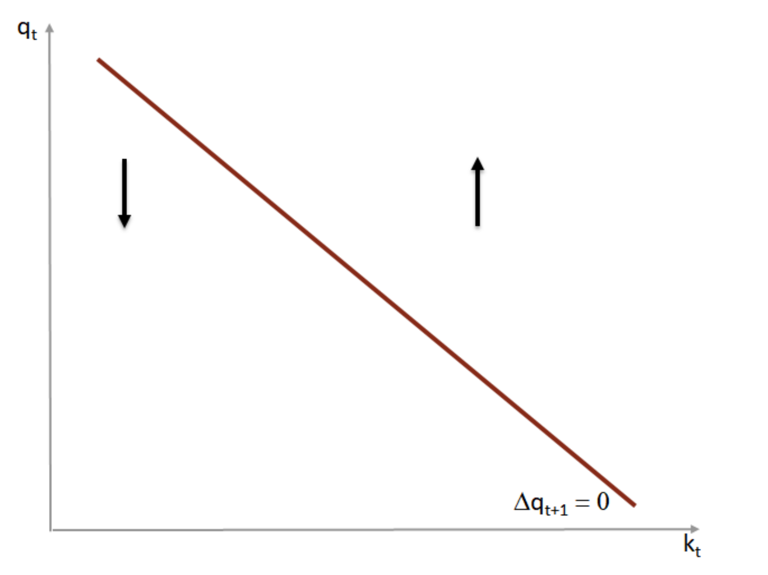


Diagrama de fases ($\Delta k_{t+1} = 0$)

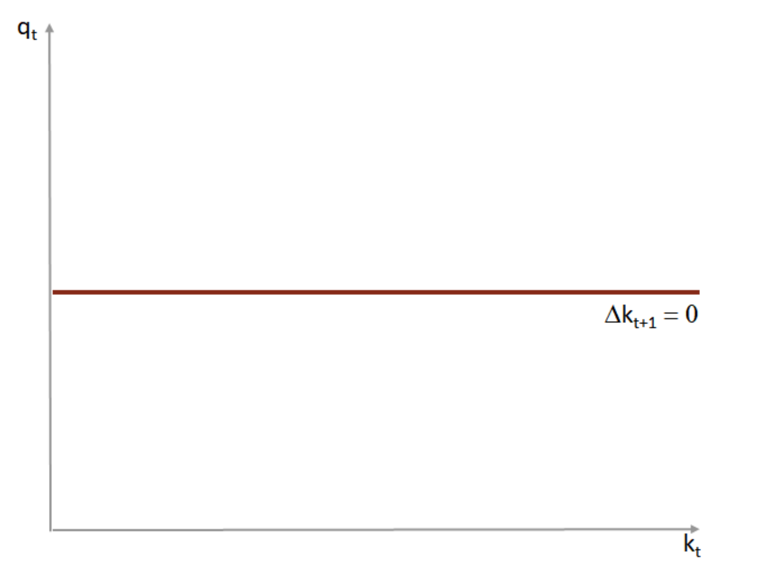


Diagrama de fases ($\Delta k_{t+1} = 0$)

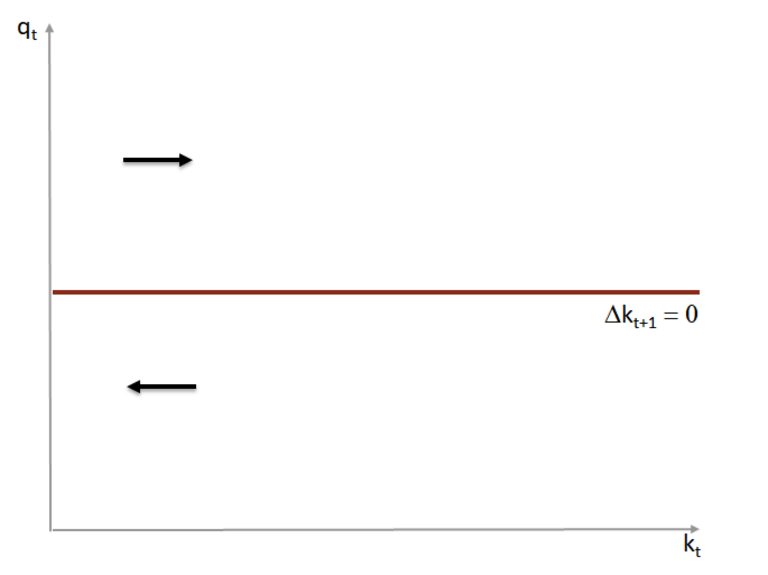


Diagrama de fases

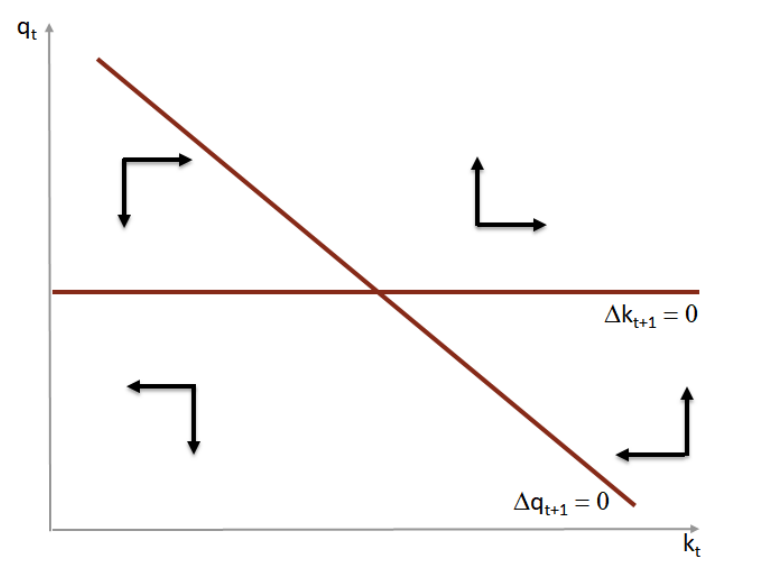


Diagrama de fases

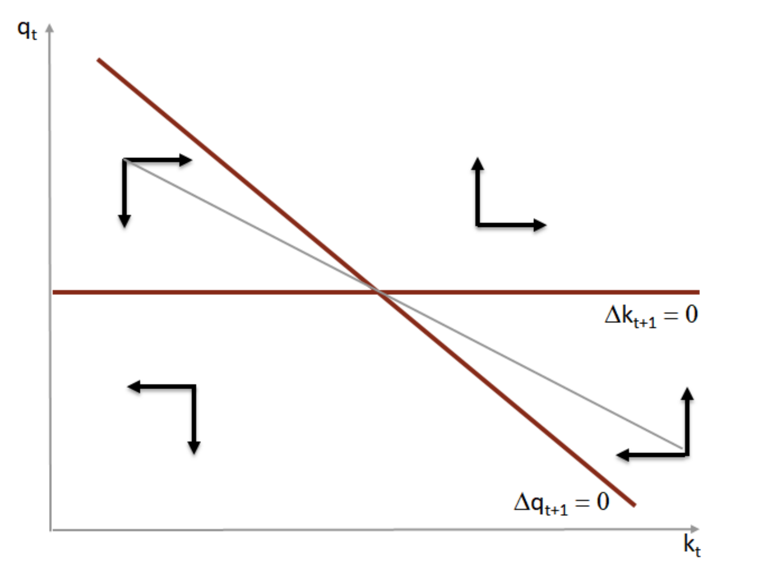
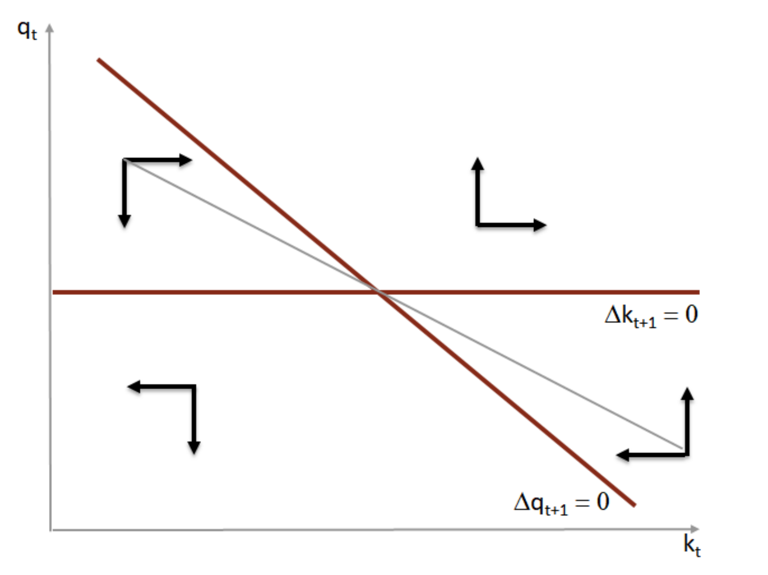
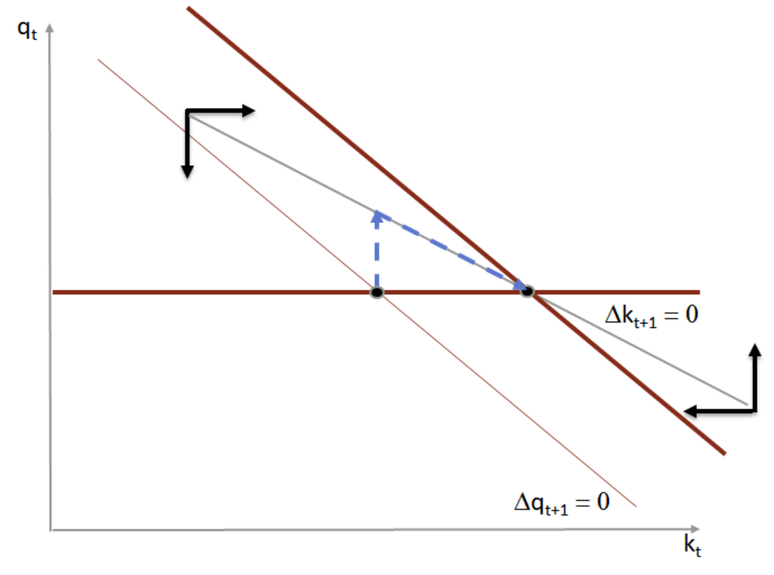


Diagrama de fases



Choque permanente na produtividade

Diagrama de fases



Cass, David. 1965. "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation." *The Review of Economic Studies* 32 (3): 233–40.

Hayashi, Fumio. 1982. "Tobin's Marginal Q and Average Q: A Neoclassical Interpretation." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 213–24.

Koopmans, Tjalling C. 1965. "On the Concept of Optimal Economic Growth," in the Econometric Approach to Development Planning, North Holland, Amsterdam."

Ramsey, Frank Plumpton. 1928. "A Mathematical Theory of Saving." *The Economic Journal* 38 (152): 543–59.

Referências ii

Tobin, James. 1969. "A General Equilibrium Approach to Monetary Theory." *Journal of Money, Credit and Banking* 1 (1): 15–29.

Wickens, Michael. 2012. *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton University Press.