

# Econometria de Séries Temporais

## O modelo ARMA

---

João Ricardo Costa Filho

*"The most important questions of life are, for the most part, really only problems in probability."*

Laplace (1812)

*"In God we trust. All others must bring data."*

William Edwards Deming

E se um processo estocástico exibir componentes AR e MA?

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco.

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Denominamos é um ARMA(p,q).

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Denominamos é um ARMA(p,q). Como seria um ARMA(1,1)?

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Denominamos é um ARMA(p,q). Como seria um ARMA(1,1)? E um ARMA(2,1)?



## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Denominamos é um ARMA(p,q). Como seria um ARMA(1,1)? E um ARMA(2,1)? E um ARMA(0,0)?

## ARMA(p,q)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}.$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Denominamos é um ARMA(p,q). Como seria um ARMA(1,1)? E um ARMA(2,1)? E um ARMA(0,0)? Como representar esses processos – ARMA(1,1) e ARMA(2,1) – com o operador de defasagens?

## ARMA(1,1)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

## ARMA(1,1)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

## ARMA(1,1)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

Assumindo que o modelo seja estacionário, temos:

$$E[y_t] = \frac{c}{1 - \theta_1}$$

## ARMA(1,1)

Seja  $y_t$  uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

Assumindo que o modelo seja estacionário, temos:

$$E[y_t] = \frac{c}{1 - \theta_1}$$

Onde já vimos esse resultado antes?

## ARMA(1,1)

Assuma, por simplicidade, que  $c = 0$ . Temos que:

$$\text{Var}[y_t] = \frac{1 - 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2}{1 - \phi_1^2}$$

## ARMA(1,1)

Assuma, por simplicidade, que  $c = 0$ . Temos que:

$$\text{Var}[y_t] = \frac{1 - 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2}{1 - \phi_1^2}$$

Precisamos, portanto de  $|\phi_1| < 1$



## ARMA(1,1)

Assuma, por simplicidade, que  $c = 0$ . Temos que:

$$\text{Var}[y_t] = \frac{1 - 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2}{1 - \phi_1^2}$$

Precisamos, portanto de  $|\phi_1| < 1$  (a mesma condição do AR(1)).

## Estacionariedade do modelo ARMA(p,q)

Veja o capítulo 2 de Bueno (2012) para considerações sobre a estacionariedade de um ARMA(p,d).

Leia os **livros** e os **artigos**, não  
fique só com os slides!!!!

Bueno, Rodrigo De Losso da Silveira. 2012. *Econometria de Séries Temporais*. Cengage Learning.