Econometria de Séries Temporais

Sazonalidade no modelo ARMA

João Ricardo Costa Filho

“The most important questions of life are, for the most part, really only problems in probability."

Laplace (1812)

“In God we trust. All others must bring data."

William Edwards Deming

Como podemos incorporar a sazonalidade nos modelos ARMA?

SARMA

Considere um ARMA $\underbrace{(p, q)}_{\text{(I)}}$

SARMA

Considere um ARMA $\underbrace{(p, q)}_{\text{(I)}} \quad \underbrace{(P, Q)_s}_{\text{(II)}}$, onde:

SARMA

Considere um ARMA $\underbrace{(p, q)}_{\text{(I)}} \quad \underbrace{(P, Q)_s}_{\text{(II)}}$, onde:

- (I): Componente não-sazonal

SARMA

Considere um ARMA $\underbrace{(p, q)}_{\text{(I)}} \quad \underbrace{(P, Q)_s}_{\text{(II)}}$, onde:

- (I): Componente não-sazonal
- (II): Componente sazonal

SARMA

Considere um ARMA $\underbrace{(p, q)}_{\text{(I)}} \quad \underbrace{(P, Q)_s}_{\text{(II)}}$, onde:

- (I): Componente não-sazonal
- (II): Componente sazonal
- s: período sazonal (e.g. $s = 4$ para dados trimestrais)

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

a) $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

a) $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$

- Qual é a ordem do modelo?

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

a) $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$

- Qual é a ordem do modelo?
- A FAC é: $\rho_i = (\phi_4)^{\frac{i}{4}}$, quando $\frac{i}{4}$ for inteiro (e zero, caso contrário) e a FACP vai ter correlação diferente de zero na defasagem igual a 4.

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

a) $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$

- Qual é a ordem do modelo?
- A FAC é: $\rho_i = (\phi_4)^{\frac{i}{4}}$, quando $\frac{i}{4}$ for inteiro (e zero, caso contrário) e a FACP vai ter correlação diferente de zero na defasagem igual a 4.

b) $y_t = \varepsilon_t + \theta_4 \varepsilon_{t-4}$

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ – Exemplos (Bueno 2012)

Consideremos dois processos estocásticos:

a) $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$

- Qual é a ordem do modelo?
- A FAC é: $\rho_i = (\phi_4)^{\frac{i}{4}}$, quando $\frac{i}{4}$ for inteiro (e zero, caso contrário) e a FACP vai ter correlação diferente de zero na defasagem igual a 4.

b) $y_t = \varepsilon_t + \theta_4 \varepsilon_{t-4}$

- Qual é a ordem do modelo?
- A FAC é truncada em 4 e a FACP tem decaimento sazonal (para as defasagens múltiplas de 4).

Quais são os tipos de sazonalidade?

Quais são os tipos de sazonalidade? **Aditiva**

Quais são os tipos de sazonalidade? **Aditiva** e **multiplicativa**.

Sazonalidade aditiva

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

onde ε_t é um ruído branco.

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

onde ε_t é um ruído branco. Qual é a ordem desse ARMA?

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

onde ε_t é um ruído branco. Qual é a ordem desse ARMA? Alternativamente, e se

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

ARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

onde ε_t é um ruído branco. Qual é a ordem desse ARMA? Alternativamente, e se

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

Qual é a ordem desse ARMA?

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$

Escreva os modelos anteriores utilizando a notação com o operador de defasagens.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$

Note que a sazonalidade é introduzida no modelo ARMA ao **adicionarmos** o componente sazonal aos demais termos.

Sazonalidade multiplicativa

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$(1 - \phi_1 L)\left(1 - \phi_4 L^4\right) y_t = (1 + \theta_1 L)\,\varepsilon_t.$$

onde ε_t é um ruído branco.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$(1 - \phi_1 L) \left(1 - \phi_4 L^4\right) y_t = (1 + \theta_1 L) \varepsilon_t.$$

onde ε_t é um ruído branco. Reescreva a equação de y_t sem utilizar o operador de defasagens.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$\left(1-\phi_1 L\right) y_t = \left(1+\theta_1 L\right)\left(1+\theta_4 L^4\right)\varepsilon_t.$$

onde ε_t é um ruído branco.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

Seja y_t uma variável aleatória tal que o seu processo estocástico é dado por:

$$(1 - \phi_1 L)\, y_t = (1 + \theta_1 L)\left(1 + \theta_4 L^4\right) \varepsilon_t.$$

onde ε_t é um ruído branco. Reescreva a equação de y_t sem utilizar o operador de defasagens.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$ (Bueno 2012)

1) Escreva a equação de um ARMA(2,1)(1,1)$_{12}$.
2) Escreva a equação de um ARMA(2,1)(1,2)$_{12}$.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$

Note que a sazonalidade é introduzida no modelo ARMA ao **multiplicarmos** o componente sazonal aos demais termos.

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$

- Embora exista um ganho por estimarmos menos parâmetros (já que alguns dos parâmetros surgem da multiplicação de parâmetros de outras defasagens),

SARMA(p,q)(P,Q)$_s$

- Embora exista um ganho por estimarmos menos parâmetros (já que alguns dos parâmetros surgem da multiplicação de parâmetros de outras defasagens), temos a imposição de uma restrição na estimação do modelo.

Leia os livros e os artigos, não fique só com os slides!!!!

Referências

Bueno, Rodrigo De Losso da Silveira. 2012. *Econometria de Séries Temporais*. Cengage Learning.