Macroeconomia Dinâmica

A economia descentralizada: a dinâmica do trabalho

João Ricardo Costa Filho

Modelos

Sobre modelos

Good ideas shine far more brightly when supported by good models
Avinash Dixit (“The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

All models are wrong.
George Box

Models are to be used, not believed.
Henri Theil (“Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

A economia descentralizada

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Consideremos agora que a quantidade de horas trabalhadas não é fixa, mas sim fruto de uma decisão das famílias. A função utilidade é dada por $U(c_t, l_t) = U(c_t, 1 - n_t)$, com
$U_c > 0, U_l < 0, U_{cc} \leqslant 0, U_{ll} \leqslant 0, U_{\mathrm{n},t} = -U_l$.

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Consideremos agora que a quantidade de horas trabalhadas não é fixa, mas sim fruto de uma decisão das famílias. A função utilidade é dada por $U\left(c_t, l_t\right) = U\left(c_t, 1 - n_t\right)$, com $U_c > 0$, $U_l < 0$, $U_{cc} \leqslant 0$, $U_{ll} \leqslant 0$, $U_{\mathrm{n},t} = -U_l$. A restrição orçamentária é dada por:

$$\Delta a_{t+1} + c_t = w_t n_t + x_t + r_t a_t. \tag{1}$$

Note que o autor ainda trata x_t como uma renda exógena, mas agora ela exclui a renda do trabalho.

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

$$\mathcal{L} = \sum_{s=0}^{\infty} \{\beta^s U\left(c_{t+s}, 1- \ n_{t+s}\right)$$

$$+\lambda_{t+s}\left[w_t n_t + x_t + \left(1 + r_{t+s}\right) a_{t+s} - c_{t+s} - a_{t\text{-}}\right. \tag{2}$$

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U_{c,t+s} - \lambda_{t+s} = 0, \quad s \geqslant 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_{t+s}} = -\beta^s U_{l,t+s} + \lambda_{t+s} w_{t+s} = 0, \quad s \geqslant 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+s}} = \lambda_{t+s} \left(1 + r_{t+s}\right) - \lambda_{t+s-1} = 0, \quad s > 0, \tag{5}$$

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Ao combinarmos (3) e (4), temos:

$$\frac{U_{l,t}}{U_{\mathrm{c},t}} = w_t. \tag{6}$$

Ao combinarmos (3) e (5), temos:

$$\frac{\beta U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \left(1 + r_{t+1}\right) = 1 \tag{7}$$

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Trabalhemos com a equação (6), considerando $U\left(c_t, l_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln l_t$, onde $l_t = 1 - n_t$. A equação da oferta de trabalho é dada por:

$$n_t = 1 - \frac{c^{(}\sigma)_t}{w_t}. \tag{8}$$

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Trabalhemos com a equação (6), considerando $U(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln l_t$, onde $l_t = 1 - n_t$. A equação da oferta de trabalho é dada por:

$$n_t = 1 - \frac{c^{(}\sigma)_t}{w_t}. \tag{8}$$

- $\uparrow w_t \implies \uparrow n_t$: relação tradicional entre quantidade ofertada de trabalho e salário real.

Oferta de trabalho endógena (Wickens 2012)

Trabalhemos com a equação (6), considerando $U\left(c_t, l_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln l_t$, onde $l_t = 1 - n_t$. A equação da oferta de trabalho é dada por:

$$n_t = 1 - \frac{c^{(\sigma)_t}}{w_t}. \tag{8}$$

- $\uparrow w_t \implies \uparrow n_t$: relação tradicional entre quantidade ofertada de trabalho e salário real.
- $\uparrow c_t \implies \downarrow n_t$: e.g. um aumento da renda que leve ao aumento do consumo faz com que a oferta de trabalho diminua.

Empresas

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Consideremos o caso no qual as empresas combinam capital e trabalho, na ausência de custos de ajustamento, com o objetivo de maximizar lucros:

$$\sum_{s=0}^{\infty} (1+r)^{-s} \Pi_{t+s} \tag{9}$$

no qual r é uma taxa de desconto constante e

$$\Pi_t = y_t - w_t n_t - i_t + \Delta b_{t+1} - r b_t, \tag{10}$$

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Considere $y_t = F\big(k_t, n_t\big)$; dada a lei de movimento do capital, $\Delta k_{t+1} = i_t - \delta k_t$, podemos reescrever o lucro da empresa como:

$$\Pi_t = F\big(k_t, n_t\big) - w_t n_t - k_{t+1} + \big(1 - \delta k_t\big) + b_{t+1} - (1 + r) b_t, \tag{11}$$

Maximização de lucro (Wickens 2012)

$$
\begin{aligned}
\max_{n_{t+s},k_{t+s+1},b_{t+s+1}} P_t = \sum_{s=0}^{\infty} (1+r)^{-s} \{ F\left(k_{t+s}, n_{t+s}\right) \\
- w_{t+s} n_{t+s} - k_{t+s+1} \\
+ (1-\delta) k_{t+s} + b_{t+s+1} - (1+r) b_{t+s} \}
\end{aligned} \tag{12}
$$

Maximização de lucro (Wickens 2012)

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial l_{t+s}} = (1+r)^{-s}\left\{F_{n,t+s} - w_{t+s}\right\} = 0, \quad s \geqslant 0, \qquad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial k_{t+s}} = (1+r)^{-s}\left[F_{k,t+s} + 1 - \delta\right] - (1+r)^{-(s-1)} = 0, \quad s > 0, \qquad (14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial b_{t+s}} = (1+r)^{-s}(1+r) - (1+r)^{-(s-1)} = 0, \quad s > 0 \qquad (15)$$

Maximização de lucro (Wickens 2012)

A equação de demanda por trabalho é dada por

$$F_{n,t} = w_t, \tag{16}$$

e a equação de demanda por capital é dada por

$$F_{k,t+1} = r + \delta. \tag{17}$$

Maximização de lucro (Wickens 2012)

A equação de demanda por trabalho é dada por

$$F_{n,t} = w_t, \tag{16}$$

e a equação de demanda por capital é dada por

$$F_{k,t+1} = r + \delta. \tag{17}$$

Como isso muda na presença de custos de ajustamento?

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Trabalhemos agora na presença de custos de ajustamento do fator trabalho. Até o momento, nós trabalhamos com **as horas de trabalho por trabalhador**. Mas podemos ter mudanças tanto na quantidade de horas trabalhadas, quanto no número de trabalhadores.

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Trabalhemos agora na presença de custos de ajustamento do fator trabalho. Até o momento, nós trabalhamos com **as horas de trabalho por trabalhador**. Mas podemos ter mudanças tanto na quantidade de horas trabalhadas, quanto no número de trabalhadores.

- Vamos introduzir custos para contração e demissão de empregados.

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Trabalhemos agora na presença de custos de ajustamento do fator trabalho. Até o momento, nós trabalhamos com **as horas de trabalho por trabalhador**. Mas podemos ter mudanças tanto na quantidade de horas trabalhadas, quanto no número de trabalhadores.

- Vamos introduzir custos para contração e demissão de empregados.
- Assuma $y_t = F\left(n_t, h_t\right)$.

A lei de movimento na força de trabalho é dada por:

$$n_t = v_t - \mathrm{q}_t + n_{t-1} \tag{18}$$

onde v_t são as contrações e q_t as demissões.

Maximização de lucro (Wickens 2012)

Os lucros das empresas, em cada período t, são dados por:

$$\Pi_t = F\left(n_t, h_t\right) - W_t\left(h_t\right) n_t - \frac{1}{2}\lambda\left(\Delta n_{t+1}\right)^2 . \qquad (19)$$

Maximização de lucro (Wickens 2012)

Os lucros das empresas, em cada período t, são dados por:

$$\Pi_t = F\left(n_t, h_t\right) - W_t\left(h_t\right) n_t - \frac{1}{2}\lambda\left(\Delta n_{t+1}\right)^2 . \tag{19}$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial P_t}{\partial n_{t+s}} = \left(1+r\right)^{-s}\left(F_{n,t+s} - W_{t+s} + \lambda \Delta n_{t+s+1}\right) + \left(1+r\right)^{-(s-1)} \lambda \Delta n_{t+s} \tag{20}$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial h_{t+s}} = \left(1+r\right)^{-s}\left(F_{h,t+s} - W'_{t+s} n_{t+s}\right) = 0 \tag{21}$$

Demanda por trabalho (Wickens 2012)

Da equação (21), temos:

$$\frac{F_{h,t}}{n_t} = W_t'. \tag{22}$$

Ou seja, o produto marginal por trabalhador (lado esquerdo) é igual ao salário marginal (lado direito).

Dinâmica do emprego (Wickens 2012)

Da equação (20), temos:

$$\Delta n_t = \frac{1}{1+r}\Delta n_{t+1} + \frac{1}{\lambda(1+r)}\left(F_{n,t} - W_t\right), \qquad (23)$$

a qual, em equilíbrio ($\Delta n_t = \Delta n_{t+1} = 0$), resulta na mesma condição que o modelo sem custo de ajustamentos ($F_{n,t} = W_t$).

Dinâmica do emprego (Wickens 2012)

Podemos reescrever a equação anterior em níveis de emprego:

$$n_t = \frac{1}{2+r} n_{t+1} + \frac{1+r}{2+r} n_{t-1} + \frac{1}{\lambda(2+r)} \left(F_{n,t} - W_t \right). \qquad (24)$$

Equilíbrio Geral

Mercados e agentes

- Famílias e empresas se encontram em três mercados:

Mercados e agentes

- Famílias e empresas se encontram em três mercados:
    - Mercado de bens e serviços (determinam o PIB, o consumo e o investimento).
    - Mercado de trabalho (determinam o número de trabalhadores e a horas trabalhadas).
    - Mercados financeiros (coordenam a alocação da poupança em ativos financeiros – ações e títulos)

Restrições: famílias e empresas (Wickens 2012)

Da contabilidade social, nós sabemos que:

$$y_t = c_t + i_t = F\left(k_t, n_t\right) \tag{25}$$

A restrição das famílias é dada por:

$$\Delta a_{t+1} + c_t = w_t n_t + x_t + r_t a_t. \tag{26}$$

A lei de movimento do capital é dada por:

$$\Delta k_{t+1} = i_t - \delta k_t. \tag{27}$$

Restrições: famílias e empresas (Wickens 2012)

Ao combinarmos as três equações anteriores, temos:

$$x_t = F\left(k_t, n_t\right) - w_t n_t - \Delta k_{t+1} - \delta k_t + \Delta a_{t+1} - r a_t. \tag{28}$$

Dado que

$$\Pi_t = y_t - w_t n_t - i_t + \Delta b_{t+1} - r b_t, \tag{29}$$

temos:

$$x_t - \Pi_t = \Delta\left(a_{t+1} - b_{t+1}\right) - r\left(a_t - b_t\right). \tag{30}$$

e como os ativos das famílias (a) são iguais às dívidas das empresas (b), temos que $x_t = \Pi_t$

Restrições: famílias e empresas (Wickens 2012)

Como $F_{n,t} = w_t$ e $F_{k,t} = r + \delta$, podemos reescrever a equação de lucro como:

$$\begin{aligned}\Pi_t &= F\left(k_t, n_t\right) - F_{n,t} n_t - \Delta k_{t+1} - \left(F_{k,t+1} - r\right) k_t + \Delta b_{t+1} - r b_t \\ &= F\left(k_t, n_t\right) - F_{n,t} n_t - F_{k,t} k_t - \Delta\left(k_{t+1} - b_{t+1}\right) + r\left(k_t - b_t\right).\end{aligned} \tag{31}$$

Restrições: famílias e empresas (Wickens 2012)

O Teorema de Euler nos diz que, se a função de produção for homogêna de grau 1 (e.g. retornos constantes de escala), temos

$$F\left(k_t, n_t\right) = F_{n,t} n_t + F_{k,t} k_t, \tag{32}$$

podemos reescrever a equação de lucro como:

$$\Pi_t = -\left(k_{t+1} - b_{t+1}\right) + \left(1 + r\right)\left(k_t - b_t\right), \tag{33}$$

onde $k_t - b_t$ pode ser interpretado como o valor líquido da empresa.

Restrições: famílias e empresas (Wickens 2012)

A equação anterior pode ser reescrita como:

$$k_t - b_t = \frac{\Pi_t + (k_{t+1} - b_{t+1})}{1 + r}, \tag{34}$$

ou

$$k_t - b_t = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\Pi_{t+s}}{(1 + r)^{s+1}}, \tag{35}$$

com a seguinte condição de transversalidade:

$$\lim_{s \to \infty} \frac{k_{t+s} - b_{t+s}}{(1 + r)^{s}} = 0 \tag{36}$$

Mercado de trabalho

O equilíbro no mercado de trabalho é dado por:

$$F_{n,t} = w_t, \tag{Demanda}$$

$$U_{n,t} = -w_t U_{c,t}, \tag{Oferta}$$

$$w_t = F_{n,t} = -\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}}. \tag{Equilíbrio}$$

Mercado de trabalho

Trabalhemos com uma função de produção Cobb–Douglas: $y_t = A_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, na qual $F_{n,t} = (1-\alpha) A_t \left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha}$. Consideremos também $U\left(c_t, l_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln\left(1-n_t\right)$. Portanto,

Mercado de trabalho

Trabalhemos com uma função de produção Cobb–Douglas: $y_t = A_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, na qual $F_{n,t} = (1-\alpha) A_t \left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha}$. Consideremos também $U(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln\left(1-n_t\right)$. Portanto,

$$n_t^d = \left[\frac{w_t}{(1-\alpha)A_t}\right]^{-\alpha} k_t, \qquad \text{(Demanda)}$$

Mercado de trabalho

Trabalhemos com uma função de produção Cobb–Douglas: $y_t = A_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, na qual $F_{n,t} = (1-\alpha)A_t\left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha}$. Consideremos também $U(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln\left(1-n_t\right)$. Portanto,

$$n_t^d = \left[\frac{w_t}{(1-\alpha)A_t}\right]^{-\alpha} k_t, \qquad \text{(Demanda)}$$

$$n_t^s = 1 - \frac{c^{(\sigma)}{}_t}{w_t}, \qquad \text{(Oferta)}$$

Mercado de trabalho

Trabalhemos com uma função de produção Cobb–Douglas: $y_t = A_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, na qual $F_{n,t} = (1-\alpha) A_t \left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha}$. Consideremos também $U\left(c_t, l_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \ln\left(1-n_t\right)$. Portanto,

$$n_t^d = \Big[\frac{w_t}{(1-\alpha)A_t}\Big]^{-\alpha} k_t, \qquad \text{(Demanda)}$$

$$n_t^s = 1 - \frac{c^{(}\sigma)_t}{w_t}, \qquad \text{(Oferta)}$$

$$n_t = \Big[\frac{w_t}{(1-\alpha)A_t}\Big]^{-\alpha} k_t = 1 - \frac{c^{(}\sigma)_t}{w_t}. \qquad \text{(Equilíbrio)}$$

Mercado de bens e serviços

No mercado de bens e seviços, temos que:

$$y_t^d = c_t + i_t, \qquad \text{(Demanda)}$$

e com as definições sobre a dinâmica do capital e da função de produção, podemos reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$y_t^d = c_t + \left[\frac{\alpha A_t}{r+\delta}\right]^{1/(1-\alpha)} n_t - (1 - r - \delta)k_t, \qquad \text{(Demanda)}$$

e

$$y_t^s = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} \qquad \text{(Oferta)}$$

Mercado de bens e serviços

Portanto, em equilíbrio, temos:

$$A_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha} = c_t + \left[\frac{\alpha A_t}{r+\delta}\right]^{1/(1-\alpha)} n_t - (1-r-\delta)k_t, \quad \text{(Demanda)}$$

Referências i

Wickens, Michael. 2012. *Macroeconomic Theory: A Dynamic General Equilibrium Approach*. Princeton University Press.