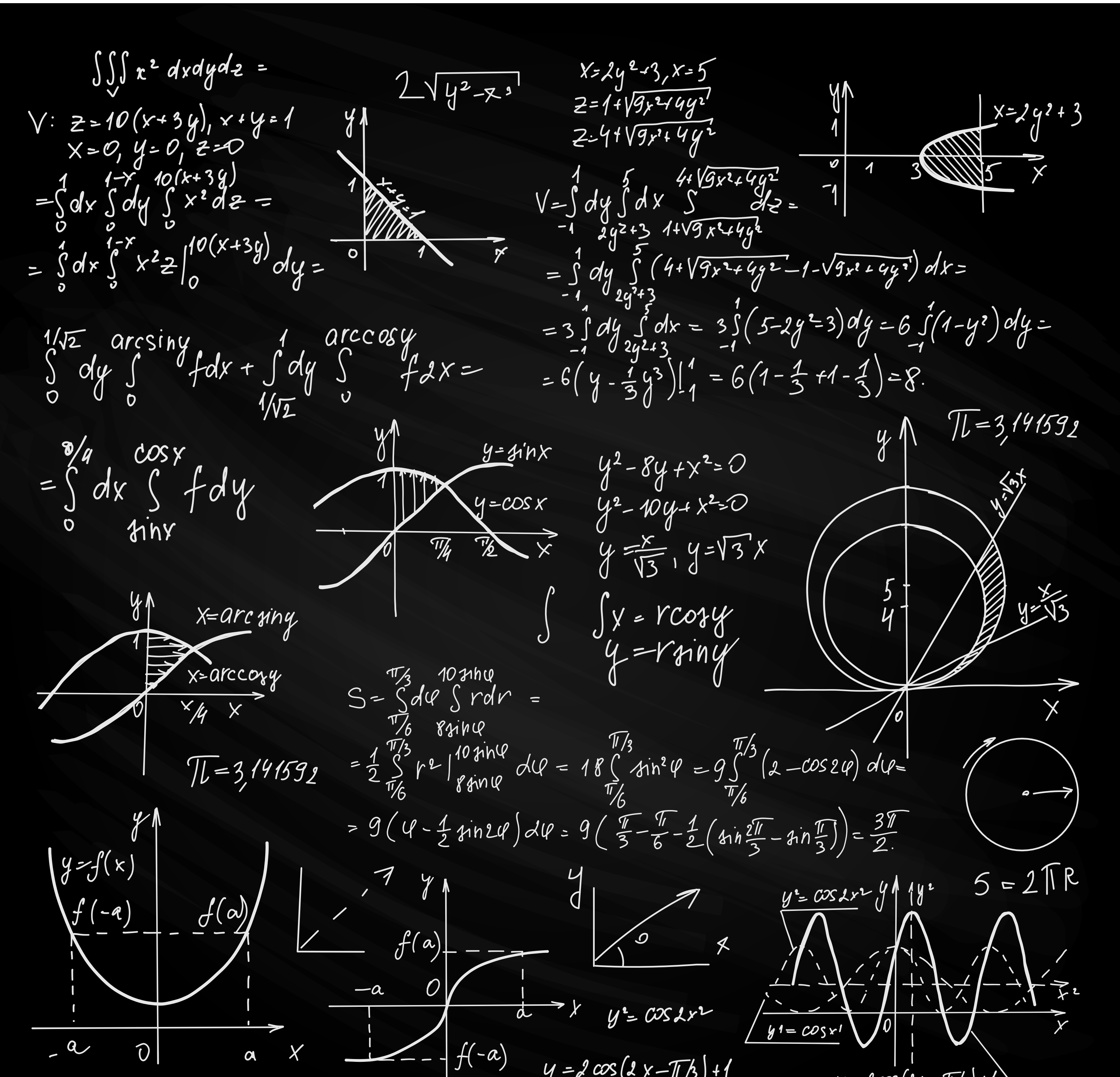
Igo da Costa Andrade

RESOLUÇÃO COMENTADA DOS EXERCÍCIOS DE

ÁLGEBRA LINEAR COM APLICAÇÕES

DE

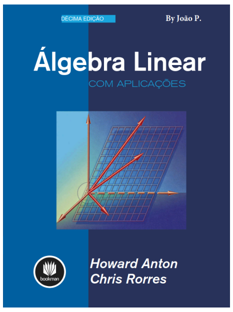
HOWARD ANTON & CHRIS RORRES



Igo da Costa Andrade

Resolução Comentada de Exercícios

ANTON, C., H.; Rorres. **Álgebra Linear com Aplicações**. São Paulo: Bookman, 2010.



SUMÁRIO

1. SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES E MATRIZES

1.1. Introdução aos sistemas de equações lineares

1.1.1. Conjunto de exercícios (página 9)

1. Em cada parte, determine se a equação é linear em x_1, x_2 e x_3.

(a) $x_1 + 5x_2 - \sqrt{2}x_3 = 1$
(b) $x_1 + 3x_2^2 + x_1x_3$
(c) $x_1 = -7x_2 + 3x_3$
(d) $x_1^{-2} + x_2 + 8x_3$
(e) $x_1^{\frac{3}{5}} - 2x_2 + x_3 = 4$
(f) $\pi x_1 - \sqrt{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 7^{\frac{1}{3}}$

Solução

São lineares as equações (a), (c) e (f).

■

2. Em cada parte, determine se as equações formam um sistema linear.

(a)
$$\begin{aligned} -2x + 4y + z &= 2 \\ 3x - \frac{2}{y} &= 0 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x &= 4 \\ 2x &= 8 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} 4x - \quad\quad y + 2z &= -1 \\ -x + (\ln 2)y - 3z &= 0 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} 3z + x &= -4 \\ y + 5z &= 1 \\ 6x + 2z &= 3 \\ -x - y - z &= 4 \end{aligned}$$

Solução

São lineares as equações que formam os sistemas (b), (c) e (d).

■

3. Em cada parte, determine se as equações formam um sistema linear.

(a)
$$\begin{aligned} 2x_1 \qquad\qquad - \quad x_4 &= 5 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= -1 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} \sin(2x_1 + x_3) &= \sqrt{5} \\ e^{-2x_2 - 2x_4} &= \frac{1}{x_2} \\ 4x + 4 &= 4 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} 7x_1 - \quad x_2 + 2x_3 \quad &= 0 \\ 2x_1 + \quad x_2 - x_3x_4 \quad &= 3 \\ -x_1 + 5 \quad x_2 - x_4 &= -1 \end{aligned}$$

(d) $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$

Solução

São lineares as equações que formam os sistemas em (a) e (d).

■

4. Para cada sistema do Exercício 2 que for linear, detemine se é consistente.

(b)
$$\begin{aligned} x &= 4 \\ 2x &= 8 \end{aligned}$$

Solução

No sistema dado, consideremos a segunda equação: $2x = 8$. Dividindo-a por 2, obtemos $x = 4$, que é exatamente a primeira equação. Assim, o sistema possui uma solução: $x = 4$ e é **consistente**.

■

(b)
$$\begin{aligned} 4x - \qquad y + 2z &= -1 \\ -x + (\ln 2)y - 3z \quad &= 0 \end{aligned}$$

Solução

Temos duas equações e três incógnitas. Geometricamente, representam dois planos no espaço tridimensional ($\mathbb{R}^3$). Inicialmente, vamos eliminar x da primeira equação somando 4 vezes a segunda equação à primeira. O sistema simplificado é mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} (4\ln 2 - 1)y - 10z &= -1 \\ -x + \qquad (\ln 2)y - 3\ \ z &= 0 \end{aligned}$$

Arbitrariamente, parametrizemos $y = t$. Assim, a primeira equação assume a forma:

$$\begin{aligned}(4\ln 2 - 1)y - 10z = -1 &\Rightarrow (4\ln 2 - 1)t - 10z = -1\\ &\Rightarrow z = \frac{1 + (1 - 4\ln 2)t}{10}\end{aligned}$$

Substituindo as expressões parametrizadas de y e z na segunda equação, obtemos:

$$\begin{aligned}-x + (\ln 2)y - 3z = 0 &\Rightarrow x = (\ln 2)y - 3z\\ &\Rightarrow x = (\ln 2)t - 3 \cdot \frac{1 + (1 - 4\ln 2)t}{10}\\ &\Rightarrow x = \frac{(10\ln 2)t - 3 - (1 + 4\ln 2)t}{10}\\ &\Rightarrow x = \frac{(6\ln 2 - 1)t - 3}{10}\end{aligned}$$

A solução do sistema é

$$\begin{cases} x = \dfrac{(6\ln 2 - 1)t - 3}{10} \\ y = t \\ z = \dfrac{1 + (1 - 4\ln 2)t}{10} \end{cases}$$

para $t \in \mathbb{R}$. Em particular, tomando $t = 0$, encontramos a solução $(x, y, z) = \left(-\frac{3}{10}, 0, \frac{1}{10}\right)$.

Portanto, o sistema possui infinitas soluções e é **consistente**.

■

(b)
$$\begin{aligned} 3z + x &= -4\\ y + 5z &= 1\\ 6x + 2z &= 3\\ -x - y - z &= 4 \end{aligned}$$

Solução

No que segue, consideremos a seguinte notação:

- L_1: Representa a linha 1;
- L_2: Representa a linha 2;
- $L_1 \leftrightarrow L_2$: As linhas 1 e 2 trocam de lugar;
- $L_m \to aL_m + bL_n$: A linha m é substituída por a vezes a linha m somado a b vezes a linha n, em que a e b são constantes e $m, n \in \{1, 2\}$.

2. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

2.1. Seção de segundo nível

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

2.1.1. Seção de terceiro nível

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

3. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

4. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

5. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

REFERÊNCIAS

ANTON, C., H.; Rorres. **Álgebra Linear com Aplicações**. São Paulo: Bookman, 2010.