

Igo da Costa Andrade

RESOLUÇÃO COMENTADA DOS EXERCÍCIOS DE
CÁLCULO DE ÁLGEBRA LINEAR VOLUME 1
DE
WILFRED KAPLAN & DONALD J. LEWIS

$$\iiint_V x^2 dx dy dz =$$

V: $z = 10(x+3y)$, $x+y=1$
 $x=0, y=0, z=0$
 $= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{10(x+3y)} x^2 dz =$
 $= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} x^2 z dy =$

$\int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx =$

$= \int_0^{\pi/4} dx \int_{\sin x}^{\cos x} f dy$

$y = \arctan x$

$y = \text{arcosec } x$

$y = f(x)$

$f(-a)$

$f(a)$

$x = 2y^2 + 3, x = 5$
 $z = 1 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}$
 $z = 4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}$

$V = \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 dx \int_{1+\sqrt{9x^2+4y^2}}^{4+\sqrt{9x^2+4y^2}} dz =$
 $= \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 (4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2} - 1 - \sqrt{9x^2 + 4y^2}) dx =$
 $= 3 \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 (5 - 2y^2 - 3) dx = 3 \int_{-1}^1 (5 - 2y^2 - 3) dy = 6 \int_{-1}^1 (1 - y^2) dy =$
 $= 6 \left(y - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_{-1}^1 = 6 \left(1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right) = 8.$

$y^2 - 8y + x^2 = 0$
 $y^2 - 10y + x^2 = 0$
 $y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$

$\int r dr =$

$\int x = r \cos \varphi$
 $y = r \sin \varphi$

$S = \int_{\pi/6}^{\pi/3} d\varphi \int_{8\sin \varphi}^{10 \sin \varphi} r dr =$
 $= \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/3} r^2 \Big|_{8\sin \varphi}^{10 \sin \varphi} d\varphi = 18 \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin^2 \varphi d\varphi = 9 \int_{\pi/6}^{\pi/3} (2 - \cos 2\varphi) d\varphi =$
 $= 9 \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = 9 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \left(\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right) \right) = \frac{3\pi}{2}.$

$T = 3,141592$

$5 = 2\pi R$

$y = \cos 2x$

$y = \cos x$

$y = 2 \cos(2x - \pi/3) + 1$



Igo da Costa Andrade

Resolução Comentada de Exercícios

KAPLAN, D. J., W.; Lewis. **Cálculo e Álgebra Linear**. Rio de Janeiro:
LTC, 1972. v. 1



SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	4
1.1. Problemas da página 6	4
1.2. Problemas da página 9	10
REFERÊNCIAS	22

1. INTRODUÇÃO

1.1. Problemas da página 6

1. (a) Encontre um inteiro x tal que $10\sqrt{2} < x < 10\sqrt{3}$.

Solução

$$\begin{aligned} 10\sqrt{2} < x < 10\sqrt{3} &\Rightarrow (10\sqrt{2})^2 < x^2 < (10\sqrt{3})^2 \Rightarrow 200 < x^2 < 300 \\ &\Rightarrow x^2 = \begin{cases} 225 \\ 256 \\ 289 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 15 \\ 16 \\ 17 \end{cases} \end{aligned}$$

(b) Encontre um número inteiro x tal que $-5\sqrt{2} < x < -3\sqrt{3}$.

Solução

$$\begin{aligned} -5\sqrt{2} < x < -3\sqrt{3} \cdot (-1) &\Rightarrow 5\sqrt{2} > -x > 3\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} < -x < 5\sqrt{2} \\ &\Rightarrow (3\sqrt{3})^2 < (-x)^2 < (5\sqrt{2})^2 \\ &\Rightarrow 27 < (-x)^2 < 50 \\ &\Rightarrow (-x)^2 = \begin{cases} 36 \\ 49 \end{cases} \Rightarrow -x = \begin{cases} 6 \\ 7 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} -6 \\ -7 \end{cases} \end{aligned}$$

(c) Encontre um número racional x tal que $\sqrt{2} < x < \sqrt{3}$.

Solução

$$\sqrt{2} < x < \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{2})^2 < x^2 < (\sqrt{3})^2 \Rightarrow 2 < x^2 < 3$$

Podemos escolher arbitrariamente o número $x^2 = 2,25$, tal que:

$$x^2 = 2,25 = \frac{225}{100} = \left(\frac{15}{10}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{15}{10} = 1,50$$



- (d) Encontre um número racional x tal que $\pi < x < \pi + 0,01$.

Solução

Com cinco casas decimais após a vírgula, temos $\pi \approx 3,14159$, donde $\pi + 0,01 \approx 3,15159$. Dado que nosso objetivo é encontrar um número racional que esteja entre esses dois valores, podemos escolher arbitrariamente o número

$$x = 3,142$$



2. Determine se $x < y$, $x = y$ ou $x > y$ para cada um dos seguintes casos:

- (a) $x = -3, y = 2$

Solução

$$x - y = -3 - 2 = -5 < 0 \Rightarrow x < y$$



- (b) $x = 1, y = -2$

Solução

$$x - y = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 > 0 \Rightarrow x > y$$



- (c) $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}, y = \sqrt{7} - \sqrt{2}$

Solução

$$y - x = \sqrt{7} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = \sqrt{7} - \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{3} = (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Note que $\sqrt{7} - \sqrt{5} > 0$ e $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$, então

$$y - x = (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) > 0 \Rightarrow y > x \Rightarrow x < y$$



$$(d) \quad x = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{11}}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{13}}$$

Solução

Sejam $u = \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{11}$ e $v = \frac{1}{y} = \sqrt{3} - \sqrt{13}$. Façamos:

$$u - v = \sqrt{3} - \sqrt{11} - (\sqrt{3} - \sqrt{13}) = \sqrt{3} - \sqrt{11} - \sqrt{3} + \sqrt{13} = \sqrt{13} - \sqrt{11}$$

Note que

$$\sqrt{13} > \sqrt{11} \Rightarrow \sqrt{13} - \sqrt{11} > 0 \Rightarrow u - v > 0 \Rightarrow u > v \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \Rightarrow x < y$$



3. Calcule:

$$(a) \quad | -3, 5 |$$

Solução

$$| -3, 5 | = -(-3, 5) = 3, 5, \text{ pois } -3, 5 < 0.$$



$$(b) \quad | 0, 2 |$$

Solução

$$| 0, 2 | = 0, 2, \text{ pois } 0, 2 > 0.$$



$$(c) \quad | |x| |$$

Solução

Dado que $|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, então

$$| |x| | = |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



(d) $|-|x||$ **Solução**Dado que $|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, então

$$-|x| \leq 0 \Rightarrow |-|x|| = -(-|x|) = |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

(e) $|x-y| - |y-x|$ **Solução**

$$|x-y| - |y-x| = |x-y| - |-(x-y)| = |x-y| - |-1| \cdot |x-y|, = |x-y| - 1 \cdot |x-y| = |x-y| - |x-y| = 0$$

4. Mostre que $|a-b|$ pode ser interpretado como a distância entre a e b sobre o eixo dos números.**Solução**

$$|a-b| = \begin{cases} a-b, & \text{se } a-b \geq 0 \\ -(a-b), & \text{se } a-b < 0 \end{cases} = \begin{cases} a-b, & \text{se } a \geq b \\ b-a, & \text{se } a < b \end{cases}$$

A definição geométrica da distância entre dois pontos na reta real é dada pela diferença entre o maior e o menor, ou seja:

$$d(a, b) = \max(a, b) - \min(a, b).$$

Então, para cada caso:

- Se $a \geq b$, $d(a, b) = \max(a, b) - \min(a, b) = a - b = |a - b|$;
- Se $a < b$, $d(a, b) = \max(a, b) - \min(a, b) = b - a = |a - b|$.

Em ambos os casos, $d(a, b) = |a - b|$.5. Achar x em cada um dos casos:(a) $|x| = 0$ **Solução**

$$|x| = 0 \Rightarrow x = 0$$



(b) $|x| = 2$

Solução

$$|x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2$$



(c) $|x - 1| = 2$

Solução

$$|x - 1| = 2 \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \\ x - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$



(d) $|x + 1| = 1$

Solução

$$|x + 1| = 1 \Rightarrow x + 1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 1 \\ x + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$



6. O símbolo \sqrt{x} indica 0 se $x = 0$ e a raiz quadrada positiva de x , se $x > 0$. Justifique as seguintes regras para todos reais x e y .

(a) $\sqrt{x^2} = |x|$

Solução

Para $x = 0$, a identidade é imediata. Se $x > 0$ $\sqrt{x^2} = x = |x|$ e se $x < 0$, $\sqrt{x^2} = -x = |x|$. Em todo caso,

$$\sqrt{x^2} = |x|$$



(b) $\sqrt{x^4} = x^2$

Solução

$$\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$$

(c) $(x|x|)^2 = x^4$

Solução

$$(x|x|)^2 = x^2 \cdot (|x|)^2 = x^2 \cdot x^2 = x^4$$

(d) $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} = |x - y|$

Solução

$$\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} = \sqrt{(x - y)^2} = |x - y|$$

7. Mostre que as regras 20 e 21 são válidas para todos os números reais a e b .

Solução

- Regra 20: $|a| = |-a|$
 - Para $a = 0$, a identidade é imediatamente válida;
 - Para $a > 0$, temos: $|a| = a$ e $|-a| = -(-a) = a = |a|$;
 - Para $a < 0 \Rightarrow -a > 0$, temos: $|a| = -a$ e $|-a| = -a = |a|$.

Portanto, a regra 20 é verdadeira para todo número real.

- Regra 21: $|ab| = |a| |b|$
 - Para $a = b = 0$, a identidade é imediatamente válida;
 - Caso 1: a e b têm mesmo sinal.

Quando ambos os números são positivos, ou seja, $a > 0$ e $b > 0$, temos:

$$ab > 0 \Rightarrow |ab| = ab = |a| |b|$$



Quando ambos os números são negativos, ou seja, $a < 0$ e $b < 0$, temos:

$$ab > 0 \Rightarrow |ab| = ab = (-a)(-b) = |a||b|$$

- Caso 2: a e b têm sinais distintos. Sem perda de generalidade, consideremos: $a > 0$ e $b < 0$. O produto entre os números é negativo. Então,

$$ab < 0 \Rightarrow |ab| = -(ab) = a(-b) = |a||b|.$$



8. (a) $a < b$ implica $a^2 < b^2$?

Solução



Não, basta considerar o contra-exemplo $a = -2$ e $b = -1$, tal que $a < b$, mas $a^2 > b^2$.



- (b) $a < b$ implica $a^3 < b^3$?

Solução



1.2. Problemas da página 9

1. Seja \mathbb{N} o conjunto de todos os inteiros positivos. Mostre que cada um dos seguintes conjuntos é finito e exiba seus elementos.

- (a) $\{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } x < 5\}$

Solução



$$\{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

- (b) $\{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } 11 < x^3 < 134\}$

Solução

$$11 < x^3 < 134 \Rightarrow 3^3 \leq x^3 \leq 5^3$$

$$\Rightarrow \{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } 11 < x^3 < 134\} = \{3, 4, 5\}$$



(c) $\{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } x^2 + x - 1 < 50\}$

Solução

$$\{x \mid x \text{ está em } \mathbb{N} \text{ e } x^2 + x - 1 < 50\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

(d) $\{x \mid |x| < \sqrt{2} \text{ e } x \text{ ou } -x \text{ está em } \mathbb{N}\}.$

Solução

$$\{x \mid |x| < \sqrt{2} \text{ e } x \text{ ou } -x \text{ está em } \mathbb{N}\} = \{-1, 0, 1\}$$

2. Determine se 3 pertence aos seguintes conjuntos:

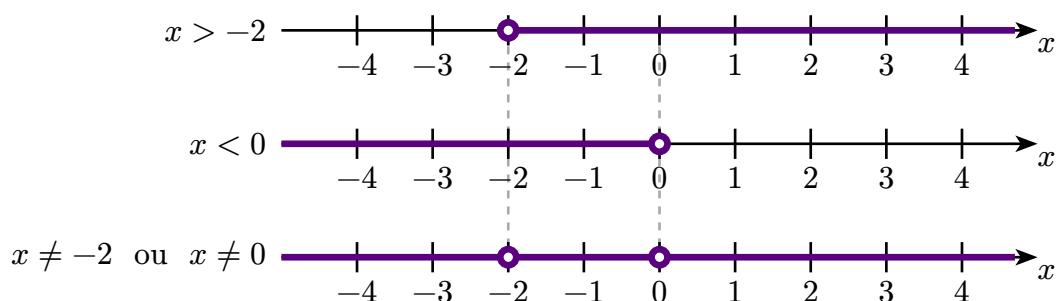
(a) $\{x \mid x > -2\} \cup \{x \mid x < 0\}$

Solução

Note que:

$$\{x \mid x > -2\} \cup \{x \mid x < 0\} = \{x \mid x \neq -2 \text{ ou } x \neq 0\}.$$

Portanto, $3 \in \{x \mid x \neq -2 \text{ ou } x \neq 0\}$, como ilustra o diagrama abaixo:



(b) $\{x \mid x^2 < 5\} \cap \{x^2 - 1 \text{ é um número par}\}$

Solução



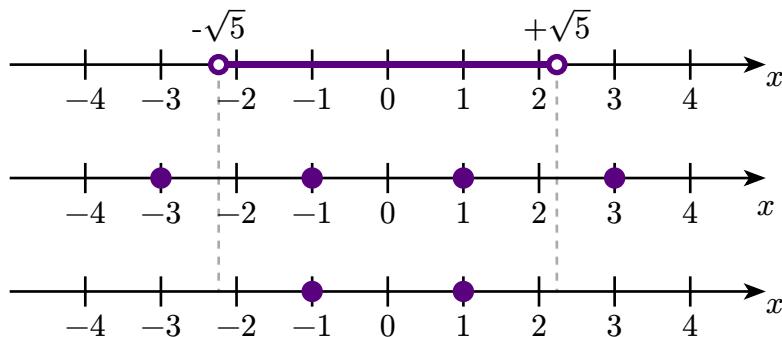
O primeiro conjunto é facilmente identificável: $x^2 < 5 \Rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$. Quanto ao segundo conjunto, observemos que

$$\begin{aligned}x^2 - 1 \text{ é um número par} &\Rightarrow x^2 - 1 = 2k \text{ para } k \in \mathbb{Z} \\&\Rightarrow x^2 = 2k + 1 \text{ para } k \in \mathbb{Z} \\&\Rightarrow x^2 \text{ é um número ímpar} \\&\Rightarrow x \text{ é um número ímpar}\end{aligned}$$

Então,

$$\{x \mid x^2 < 5\} \cap \{x^2 - 1 \text{ é um número par}\} = \{-1, 1\},$$

Portanto, $3 \notin \{-1, 1\}$, como ilustra o diagrama seguinte:



(c) O conjunto vazio.

Solução

$$3 \notin \emptyset$$

3. Descreva todos os subconjuntos de cada um dos conjuntos:

(a) O conjunto consistindo de 0 e 1.

Solução



Seja $A = \{0, 1\}$. Sabendo que A possui $n = 2$ elementos, devemos ter $2^n = 2^2 = 4$ subconjuntos, quais sejam:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}.$$



(b) O conjunto consistindo de uma caneta, um lápis e uma borracha.

Solução

Seja $B = \{\text{caneta, lápis, borracha}\}$ um conjunto de $n = 3$ elementos. Temos $2^n = 2^3 = 8$ subconjuntos, como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} & \emptyset, \\ & \{\text{caneta}\}, \{\text{lápis}\}, \{\text{borracha}\}, \\ & \{\text{caneta, lápis}\}, \{\text{caneta, borracha}\}, \{\text{lápis, borracha}\}, \\ & \{\text{caneta, lápis, borracha}\} \end{aligned}$$



(c) O conjunto consistindo de todos os pares (x, y) , onde $x = 0$ ou 1 e $y = 0$ ou 1 .

Solução

Seja o conjunto

$$C = \{(x, y) \mid x \in \{0, 1\} \text{ e } y \in \{0, 1\}\} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}.$$

Como o conjunto C possui $n = 4$ elementos, terá $2^n = 2^4 = 16$ subconjuntos, quais sejam:

$$\begin{aligned} & \emptyset, \\ & \{(0, 0)\}, \{(0, 1)\}, \{(1, 0)\}, \{(1, 1)\}, \\ & \{(0, 0), (0, 1)\}, \{(0, 0), (1, 0)\}, \{(0, 0), (1, 1)\}, \{(0, 1), (1, 0)\}, \{(0, 1), (1, 1)\}, \{(1, 0), (1, 1)\}, \\ & \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}, \{(0, 0), (0, 1), (1, 1)\}, \{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}, \{(0, 1), (1, 0), (1, 1)\}, \\ & \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}. \end{aligned}$$



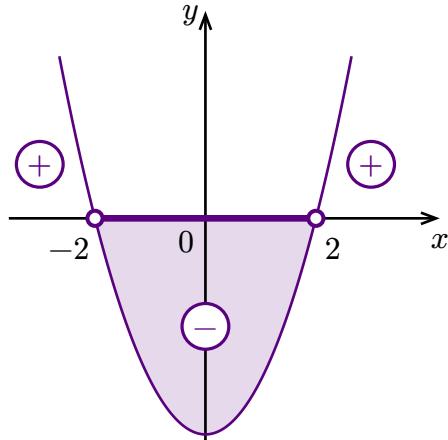
4. Para cada uma das seguintes desigualdades descreva o conjunto de números reais x para os quais a desigualdade é válida:

(a) $x^2 < 4$



Solução

$$x^2 < 4 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$$



■

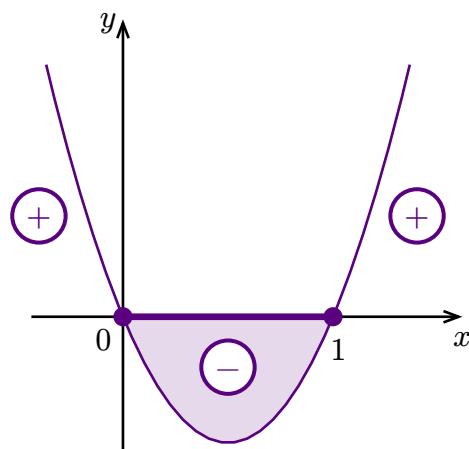
(b) $x(x - 1) \leq 0$

Solução

Inicialmente, determinemos os zeros de $f(x) = x(x - 1)$:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ou} \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ou} \\ x = 1 \end{cases}$$

Note que a função $f(x) = x(x - 1)$ é uma parábola cujo coeficiente do termo x^2 é $a = 1 < 0$. Ou seja, uma parábola cujo vértice é um ponto de mínimo, como ilustra o esboço abaixo:



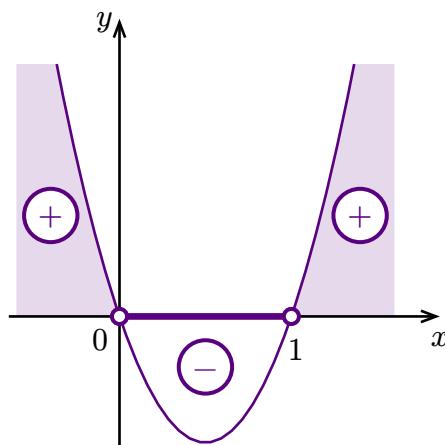
Portanto,

$$x(x - 1) \leq 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}.$$

(c) $x(x - 1) > 0$

Solução

Note que o lado esquerdo da desigualdade acima é idêntico ao da expressão do item (b). Conforme análise gráfica do sinal da função $f(x) = x(x - 1)$,



Portanto,

$$x(x - 1) > 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > 1\}$$

(d) $(x - 1)(x - 2) < 0$

Solução

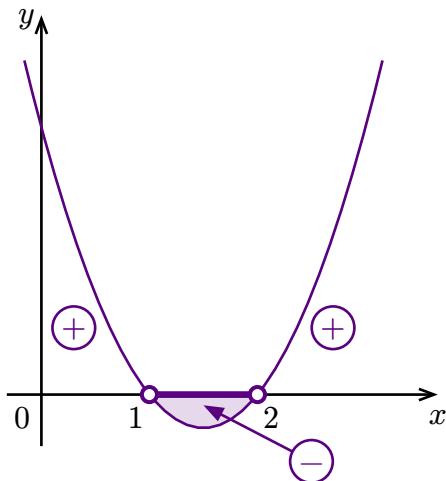
Consideremos a função $f(x) = (x - 1)(x - 2)$. Iniciamos determinando os zeros de $f(x)$:

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \text{ ou} \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ou} \\ x = 2 \end{cases}$$

Reescrevendo $f(x)$ como $f(x) = x^2 - 3x + 2$, temos que o coeficiente do termo x^2 é igual a $1 < 0$, ou seja, o gráfico da função é uma parábola com concavidade voltada para cima.

O seguinte esboço do gráfico de $f(x)$ mostra o estudo do sinal da função:





Portanto,

$$(x - 1)(x - 2) < 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}.$$

■

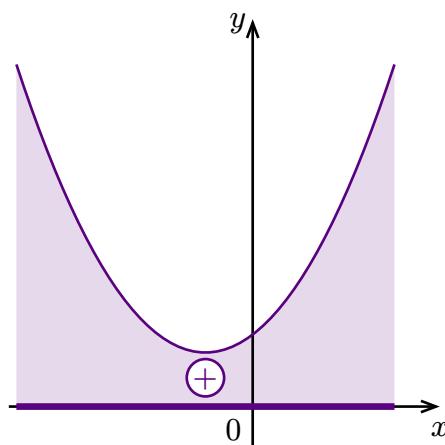
(e) $x^2 + x + 1 > 0$

Solução

Façamos o estudo do sinal da função $f(x) = x^2 + x + 1$. Inicialmente, determinemos as raízes ou zeros de $f(x)$. Sejam $a = 1$, $b = 1$ e $c = 1$ respectivamente os coeficientes dos termos x^2 , x e termo independente do polinômio de segundo grau. Então, as raízes de $f(x)$ são

$$\begin{aligned} f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} \\ &\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \end{aligned}$$

Note que não existem raízes reais. Logo, a parábola não toca o eixo horizontal (eixo x) em nenhum ponto. Para completar a análise, observemos que o coeficiente $a = 1$ é negativo. Isso significa que a parábola possui ponto de mínimo e concavidade voltada para cima. O esboço seguinte ilustra o estudo do sinal de $f(x)$:



Portanto, $x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$.

■

$$(f) \frac{x}{x-1} \geq 0$$

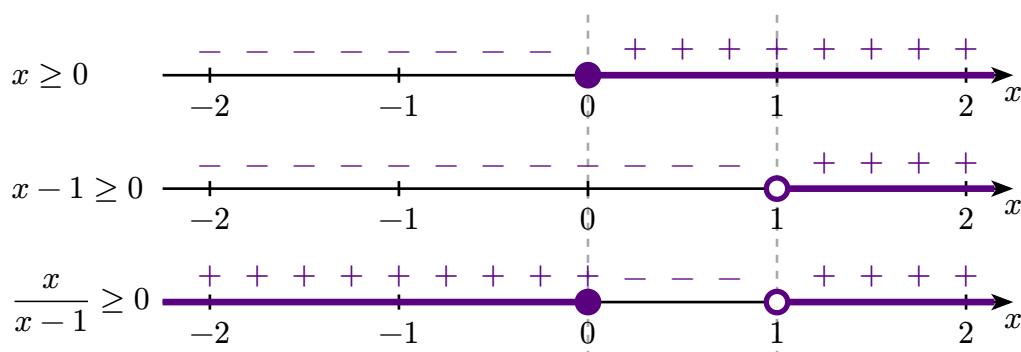
Solução

Trata-se de uma inequação racional da forma $p(x)/q(x)$ em que $p(x)$ e $q(x)$ são polinômios e $q(x) \neq 0$. Para resolvê-la, seguimos o procedimento:

- Determinação dos pontos críticos de $p(x)$ e $q(x)$:

$$\begin{cases} p(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \\ q(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

- Análise de sinais:



Portanto,

$$\frac{x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ou } x > 1\}$$

■



$$(g) \frac{x}{x+1} - \frac{2}{x+1} \geq 0$$

Solução

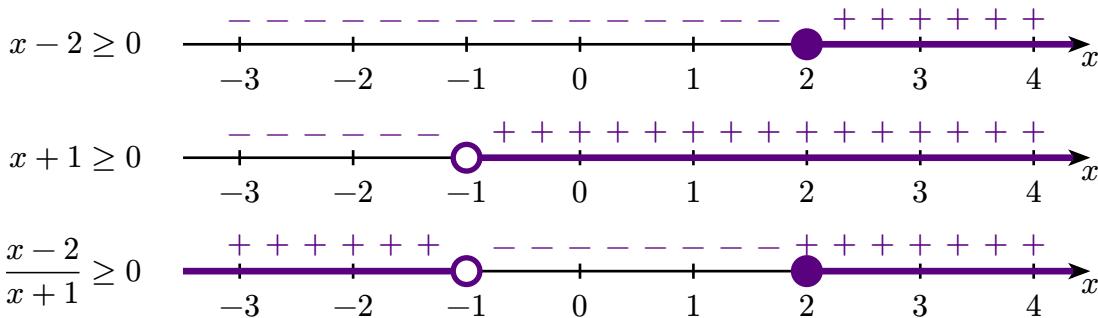
Organizando a inequação acima, temos:

$$\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} \geq 0$$

- Determinnemos os pontos críticos de $p(x) = x - 2$ e $q(x) = x + 1$:

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

- Análise de sinais:



Portanto,

$$\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x \geq 2\}$$



$$(h) \frac{1}{x} < -1$$

Solução

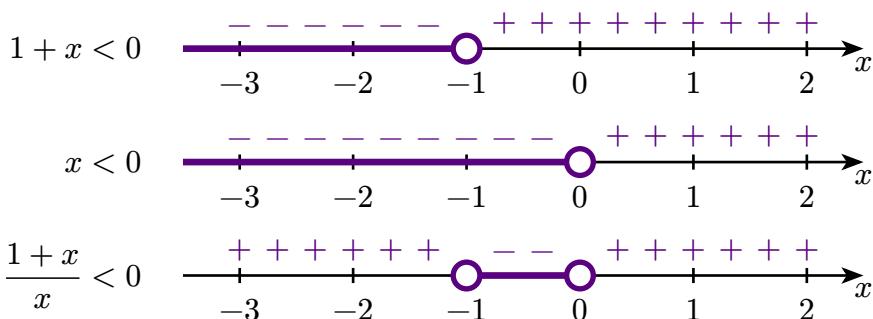
$$\frac{1}{x} < -1 \Rightarrow \frac{1}{x} + 1 < 0 \Rightarrow \frac{1+x}{x} < 0$$

- Pontos críticos:

$$\begin{cases} 1+x = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

- Análise de sinais





Portanto,

$$\frac{1}{x} < -1 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$$



5. Classifique cada um dos seguintes intervalos em função dos tipos mostrados na Fig. 0-5.

- (a) $-1 \leq x \leq 1$
- (b) $-2 < x$
- (c) $3 < x < 100$
- (d) $x \geq 0$
- (e) $x < 0$

Solução

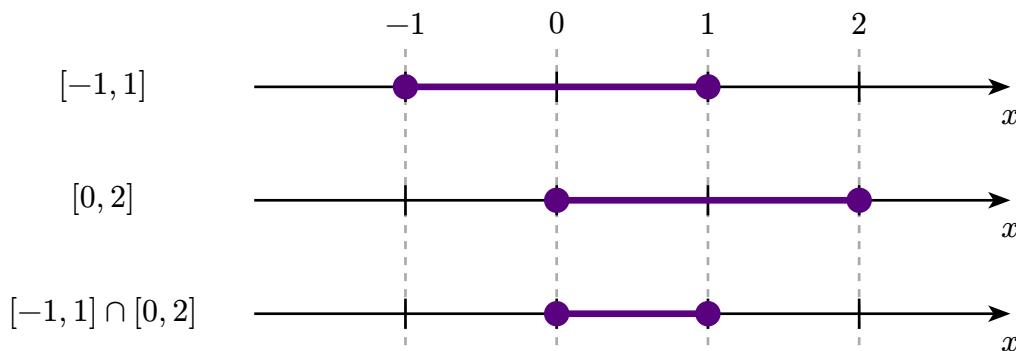
Intervalo	Clasificação
$-1 \leq x \leq 1$	intervalo fechado
$-2 < x$	intervalo infinito
$3 < x < 100$	intervalo aberto
$x \geq 0$	intervalo infinito
$x < 0$	intervalo infinito



6. Encontre a intersecção de cada uma das seguintes pares de intervalos e classifique:

- (a) $[-1, 1]$ e $[0, 2]$

Solução

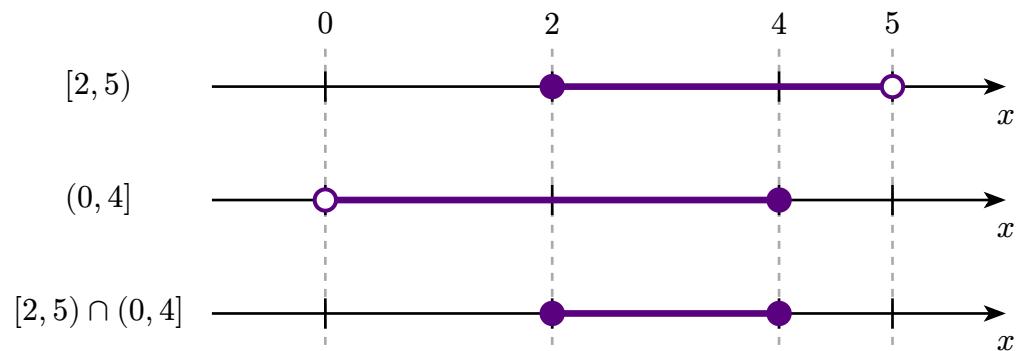


Como mostra a figura acima, trata-se do **intervalo fechado**: $[0, 1]$.



- (b) $[2, 5)$ e $(0, 4]$

Solução

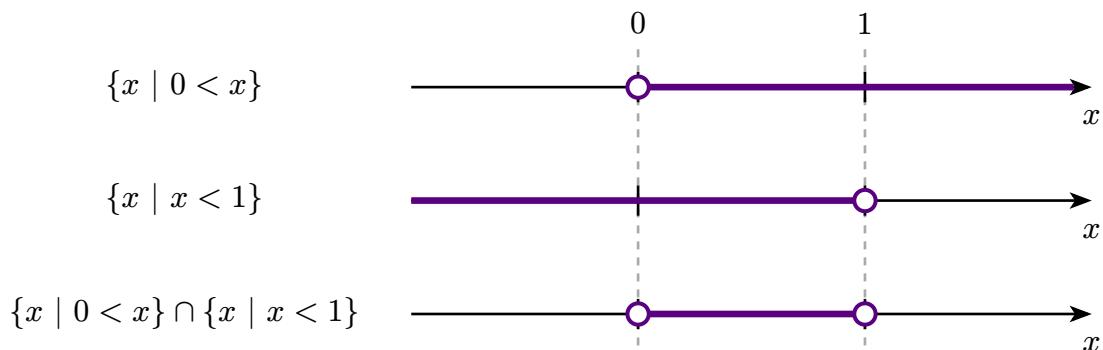


Como mostra a figura acima, trata-se do **intervalo fechado**: $[2, 4]$.



(c) $0 < x$ e $x < 1$

Solução

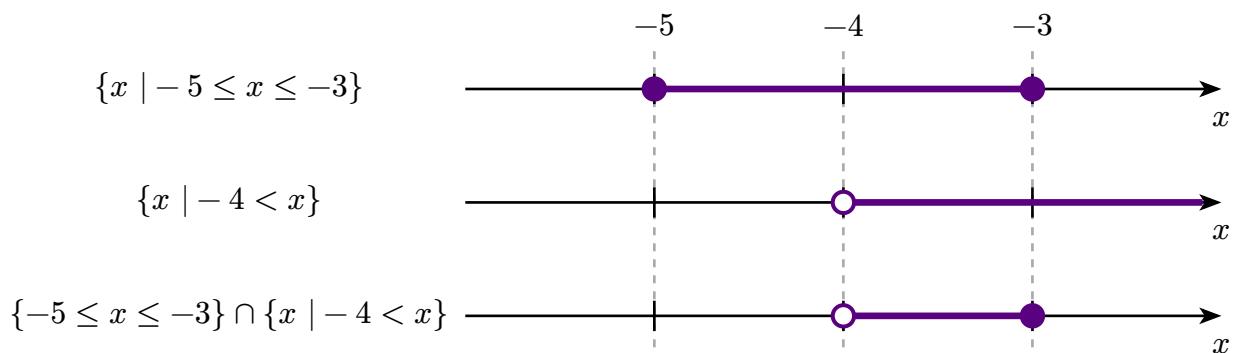


Como mostra a figura acima, trata-se do **intervalo aberto**: $(0, 1)$ ou ainda $\{x \mid 0 < x < 1\}$.

■

(d) $-5 \leq x \leq -3$ e $-4 < x$

Solução



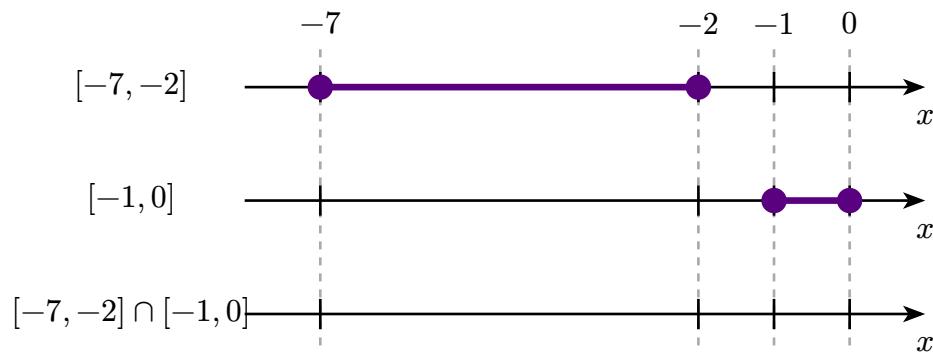
Como mostra a figura acima, trata-se do **intervalo semi-aberto**: $(-4, -3]$ ou ainda $\{x \mid -4 < x \leq -3\}$.

■



(e) $[-7, -2]$ e $[-1, 0]$

Solução



Como mostra a figura acima, trata-se do **intervalo vazio**: \emptyset .

■

REFERÊNCIAS

KAPLAN, D. J., W.; Lewis. **Cálculo e Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: LTC, 1972. v. 1