Cálculo Essencial

Professor: Adail Cavalheiro

Aluno: Igo da Costa Andrade

MÓDULO 1
Superando Limites

Lista de Exercícios - Aula 04

1. **Divisão de Polinômios.** Use divisão de polinômios para calcular os limites abaixo.

   (a) $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 8x - 6}{x - 3}$

   Solução:

   Substituindo o valor $x = 3$ no numerador e no denominador da fração dada, obtemos a indeterminação $0/0$. Logo, tanto o polinômio no numerador quanto o polinômio no denominador são divisíveis por $x - 3$.

   Utilizemos o algorítmo de Briot-Ruffini para dividir o polinômio $x^3 - 5x^2 + 8x - 6$ por $x - 3$:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 3 & 1 & -5 & 8 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

   Observamos que o polinômio $x^3 - 5x^2 + 8x - 6$, quando dividido por $x - 3$, apresenta quociente $x^2 - 2x + 2$, com resto zero. Portanto, podemos fatorar a a expressão dada da sequinte forma:

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 6}{x - 3} &= \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x - 3)}(x^2 - 2x + 2)}{\cancel{x - 3}} \\ &= \lim_{x \to 3} (x^2 - 2x + 2) \\ &= 3^2 - 2 \cdot 3 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

■

(b) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

Solução:

Substituindo o valor $x = -1$ no numerador e no denominador da fração dada, obtemos a indeterminação $0/0$. Logo, tanto o polinômio no numerador quanto o polinômio no denominador são divisíveis por $x - (-1) = x + 1$.

Utilizemos o algorítmo de Briot-Ruffini para dividir o polinômio $x^3 + 2x^2 - x - 2$ por $x - (-1)$:

$$
\begin{array}{r|rrr|r}
-1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\
\hline
 & 1 & 1 & -2 & 0
\end{array}
$$

Para o denominador, o algoritmo de Briot-Ruffini resulta em:

$$
\begin{array}{r|rr|r}
-1 & 1 & 3 & 2 \\
\hline
 & 1 & 2 & 0
\end{array}
$$

Portanto, podemos fatorar a a expressão dada da sequinte forma:

$$
\begin{aligned}
\lim_{x \to -1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2} &= \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x^2 + x - 2)}{\cancel{(x+1)}(x + 2)} \\
&= \lim_{x \to -1} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \\
&= \frac{(-1)^2 + (-1) - 2}{-1 + 2} \\
&= -2
\end{aligned}
$$

■

(c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4x - 4}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$

Solução:

Substituindo o valor $x = 2$ no numerador e no denominador da fração dada, obtemos a indeterminação $0/0$. Logo, tanto o polinômio no numerador quanto o polinômio no denominador são divisíveis por $x - 2$.

Utilizemos o algorítmo de Briot-Ruffini para dividir o polinômio $x^4 - 3x^3 + x^2 + 4x - 4$ por $x - 2$:

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 1 & -3 & 1 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{array}$$

Para o denominador, o algoritmo de Briot-Ruffini resulta em:

$$\begin{array}{r|rrr|r} 2 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}$$

Portanto, podemos fatorar a a expressão dada da sequinte forma:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+x^2+4x-4}{x^3-4x^2+5x-2} &= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^3-x^2-x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2-2x+1)} \\ &= \lim_{x\to 2} \frac{x^3-x^2-x+2}{x^2-2x+1} \\ &= \frac{2^3-2^2-2+2}{2^2-2\cdot 2+1} \\ &= 4 \end{aligned}$$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{x^5+2x^4+4x^3+8x^2+16x+32}{x^4+4x^3+6x^2+4x}$

Solução:

Substituindo o valor $x=-2$ no numerador e no denominador da fração dada, obtemos a indeterminação $0/0$. Logo, tanto o polinômio no numerador quanto o polinômio no denominador são divisíveis por $x-(-2)=x+2$.

Utilizemos o algorítmo de Briot-Ruffini para dividir o polinômio $x^5+2x^4+4x^3+8x^2+16x+32$ por $x-(-2)$:

$$\begin{array}{r|rrrrr|r} -2 & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 0 & 16 & 0 \end{array}$$

Para o denominador, o algoritmo de Briot-Ruffini resulta em:

$$\begin{array}{r|rrrr|r} -2 & 1 & 4 & 6 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{array}$$

Portanto, podemos fatorar a a expressão dada da sequinte forma:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to -2} \frac{x^5+2x^4+4x^3+8x^2+16x+32}{x^4+4x^3+6x^2+4x} &= \lim_{x\to -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x^4+4x^2+16)}{\cancel{(x+2)}(x^3+2x^2+2x)} \\
&= \lim_{x\to -2} \frac{x^4+4x^2+16}{x^3+2x^2+2x} \\
&= \frac{(-2)^4+4\cdot(-2)^2+16}{(-2)^3+2\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)} \\
&= -12
\end{aligned}$$