Cálculo Essencial

Professor: Adail Cavalheiro

Aluno: Igo da Costa Andrade

MÓDULO 1
Superando Limites

Lista de Exercícios - Aula 12

1. Enuncie, mais rigorosamente, as três condições que devem ser satisfeitas para que uma função $f(x)$ seja contínua em um ponto $x = a$.

Solução:

Uma função f é **contínua** no ponto $x = a$ se e somente se as seguintes condições forem satisfeitas:

i. $f(a)$ existe;
ii. $\lim_{x \to a} f(x)$ existe;
iii. $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Se pelo menos uma dessas condições não forem verificadas em $x = a$, a função f é dita **descontínua** em a.

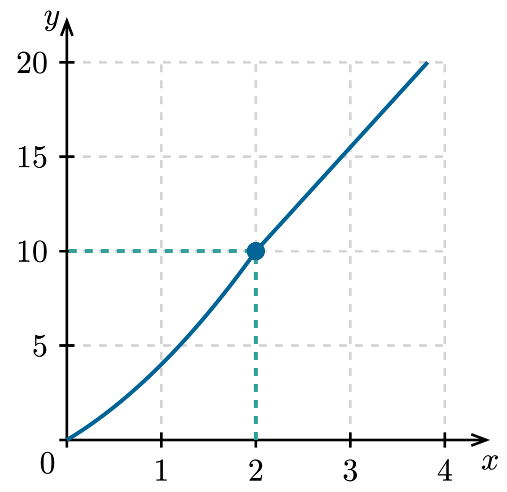
■

2. Determine o valor da constante k para que as funções abaixo sejam contínuas no ponto indicado:

(a) $$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & \text{se } x < 2 \\ kx - 1, & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{em} \quad x = 2$$

Solução:

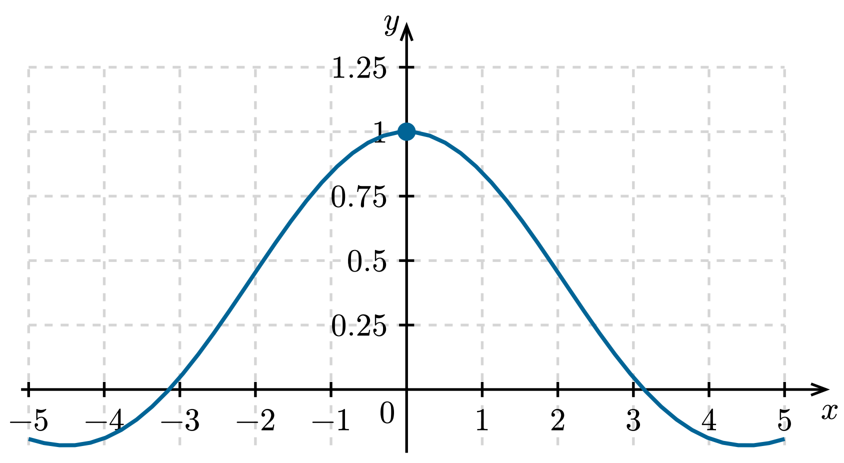
$$\begin{aligned} \lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) &\Rightarrow \lim_{x \to 2^-} (x^2 + 3x) = \lim_{x \to 2^+} (kx - 1) \\ &\Rightarrow 2^2 + 3 \cdot 2 = k \cdot 2 - 1 \\ &\Rightarrow 10 = 2k - 1 \\ &\Rightarrow k = \frac{11}{2} \end{aligned}$$



(b) $$g(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ k, & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{em} \quad x = 0$$

Solução:

$$\lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0^+} g(x) \Rightarrow \lim_{x \to 0^-} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0^+} k$$
$$\Rightarrow 1 = k$$
$$\Rightarrow k = 1$$



(c) $$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ k, & \text{se } x = 2 \end{cases} \quad \text{em} \quad x = 2$$

Solução:

$$
\begin{aligned}
\lim_{x\to 2^-} h(x) = \lim_{x\to 2^+} h(x) &\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} k \\
&\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} = \lim_{x\to 2^+} k \\
&\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} x+2 = k \\
&\Rightarrow k = 4
\end{aligned}
$$