

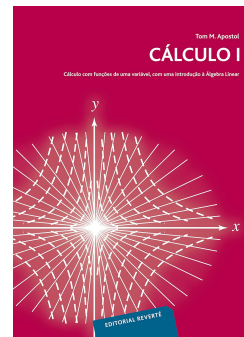
Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno (Boyce, W.; DiPrima, R. C.)

por

Igo da Costa Andrade

Referência

BOYCE, W.; DIPRIMA, R. C.. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. Rio de Janeiro, LTC, 2020.



Capítulo 1: Introdução

PROBLEMAS

Em cada um dos Problemas de 1 a 6 desenhe um campo de direções para as equações diferenciais dada. baseado no campo de direções, determine o comportamento de y quando $t \rightarrow \infty$. Se este comportamento depende o valor inicial de y e $t = 0$, descreva essa dependência.

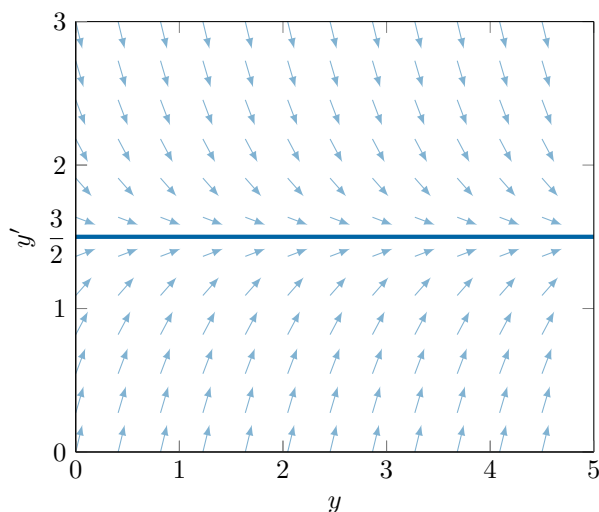
1 $y' = 3 - 2y$

Solução:

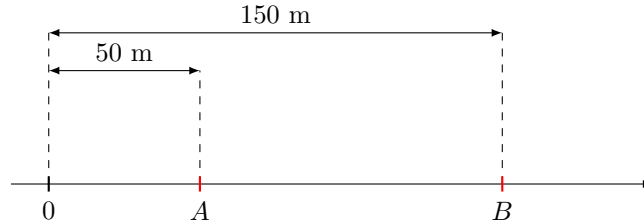
Solução de equilíbrio:

$$y'(y^*) = 0 \Rightarrow 3 - 2y^* = 0 \Rightarrow y^* = \frac{3}{2}$$

Como indica o campo de direções abaixo, $y \rightarrow y^* = \frac{3}{2}$ quando $t \rightarrow +\infty$, independente do valor inicial quando $t = 0$.



2 (FEI-SP) Dois móveis A e B , ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são $v_A = 50$ m/s e $v_B = 30$ m/s no mesmo sentido.



Em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?

- (a) 200 m
- (b) 225 m
- (c) 250 m
- (d) 300 m
- (e) 350 m

Solução:

Escrevamos as equações horárias das trajetórias dos móveis A e B , sabendo que ambos descrevem movimento uniforme:

$$\begin{cases} s_A = s_{0A} + v_A t \\ s_B = s_{0B} + v_B t \end{cases}$$

Os móveis encontram-se no instante t^* tal que $s_A = s_B = s^*$, ou seja:

$$\begin{aligned} s_A = s_B &\Rightarrow s_{0A} + v_A t^* = s_{0B} + v_B t^* \\ &\Rightarrow v_A t^* - v_B t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow (v_A - v_B) t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow t^* = \frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \end{aligned}$$

Nesse instante, a posição s^* dos móveis será:

$$s^* = s_{0A} + v_A t^* \Rightarrow s^* = s_{0A} + v_A \left(\frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \right)$$

O script Python abaixo mostra o resultado numérico correspondente ao desenvolvimento algébrico acima:

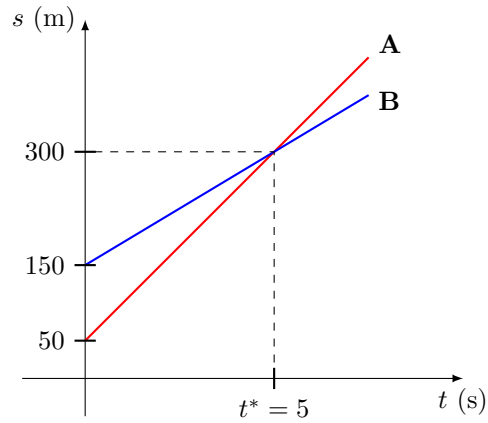
```
# Dados do problema
s_0A = 50
v_A = 50
s_0B = 150
v_B = 30
```

```
# Instante do encontro
t_star = (s_0B - s_0A) / (v_A - v_B)

# Posição do encontro
s_star = s_0A + v_A * t_star
```

Os móveis encontram-se no instante $t^* = 5$ s e na posição $s^* = 300$ m.

O gráfico abaixo mostra a posição de cada móvel em função do tempo, bem como o ponto de encontro.



Portanto, a resposta correta é letra **D**.

