

Física: um curso universitário. Vol. I - Mecânica
(Alonso, M.; Finn, E. J.)

por
Igo da Costa Andrade

Referência

ALONSO, M.; FINN, E. J.. **Física: um curso universitário. Vol. I - Mecânica.** Rio de Janeiro, Editora Blucher, 2011.



Capítulo 2: Medidas e Unidades

- 2.1.** As massas atômicas, representadas na Tab. A.1, são expressas em *unidades de massa atômica*, abreviadas por u. 1 u é igual a $1,6604 \times 10^{-27}$ kg. Calcule, em quilogramas e em gramas, as massas de (a) um átomo de hidrogênio e (b) um átomo de oxigênio.

Solução:

(a) Hidrogênio

$$m_{kg} = \frac{1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times m_u \Rightarrow m_{kg} = \frac{1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times 1,00797 \text{ u} \\ \Rightarrow m_{kg} = 1,674 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(b) Oxigênio

$$m_{kg} = \frac{1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times m_u \Rightarrow m_{kg} = \frac{1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times 15,9994 \text{ u} \\ \Rightarrow m_{kg} = 2,657 \times 10^{-26} \text{ kg}$$



- 2.2.** Quantas moléculas, cada uma composta por um átomo de oxigênio e dois de hidrogênio, existem num grama de água? Quantas existem em 18 gramas? Quantas em um centímetro cúbico?

Solução:

Conforme problema 2.1, sejam $m_H = 1,674 \times 10^{-27}$ kg e $m_O = 2,657 \times 10^{-26}$ kg, as massas de um átomo de Hidrogênio (H) e um átomo de Oxigênio (O), respectivamente. Assim, a massa de uma molécula de água, composta por 2 átomos H e um átomo O é:

$$m_{H_2O} = 2 \cdot 1,674 \times 10^{-27} + 2,657 \times 10^{-26} = 2,991 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

Portanto, em 1 grama (10^{-3} kg) de água, temos:

$$N_{1g} = \frac{10^{-3}}{m_{H_2O}} = \frac{10^{-3}}{2,991 \times 10^{-26}} = 3,34 \times 10^{22} \text{ moléculas}$$

Em 18 gramas de água, teremos:

$$N_{18g} = 18 \text{ g} \cdot \frac{N_{1g} \text{ moléculas}}{1 \text{ grama}} = 18 \cdot 3,343 \times 10^{22} = 6,02 \times 10^{23} \text{ moléculas}$$

Finalmente, sabendo que a densidade da água é 1 g/cm^3 , em 1 cm^3 haverá $3,34 \times 10^{22}$ moléculas de água. ■

- 2.3.** Na Seq. 2.3 foi mencionado que quilograma poderia ser definido como sendo igual à massa de $5,0188 \times 10^{25}$ átomos do isótopo ^{12}C , cuja massa é definida como sendo exatamente 12,0000 u. Verifique se essa definição é compatível com o valor de u dado no Prob. 2.1.

Solução:

$$\frac{m_{kg}}{m_u} = \frac{1 \text{ kg}}{5,0188 \times 10^{25} \text{ átomos} \times 12,0000 \text{ u} / \text{átomo}} = 1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg/u}$$

■

- 2.4.** Considere as moléculas de hidrogênio, de oxigênio e de nitrogênio, cada uma delas composta por dois átomos idênticos. Calcule o número de moléculas de cada um desses gases, nas condições normais de pressão e temperatura (TPN) existentes em 1 m^3 . Use os valores das densidades relativas dadas na Tab. 2.2. Faça uma extensão do seu cálculo que seja válida para outros gases. Qual é a conclusão que você pode tirar dos seus resultados?

Solução:

Sejam ρ , a densidade do gás em kg/m^3 , m , a massa de cada molécula, em kg. Então, a quantidade N de moléculas por unidade de volume é tal que:

$$\rho = \frac{N \times m}{1} \Rightarrow N = \frac{\rho}{m}$$

Para cada um dos gases listados, temos:

- (i) Hidrogênio (H_2) Cada molécula de gás tem massa de cada molécula:

$$\begin{aligned} m_{\text{H}_2(\text{kg})} &= 2 \times m_{\text{H}_2(\text{u})} \times u = 2 \times 1,00797 \text{ kg/u} \times 1,6604 \times 10^{-27} \text{ u} \\ &= 3,3473 \times 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

e densidade igual a $\rho_{\text{H}_2} = 8,988 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$. Portanto, a quantidade de moléculas em 1 metro cúbico é igual a:

$$N_{\text{H}_2} = \frac{\rho_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2}} = \frac{8,988 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3}{3,347 \times 10^{-27} \text{ kg/molécula}} = 2,685 \times 10^{22} \text{ moléculas/m}^3$$

- (ii) Oxigênio (O_2) Cada molécula de gás tem massa de cada molécula:

$$\begin{aligned} m_{\text{O}_2(\text{kg})} &= 2 \times m_{\text{O}_2(\text{u})} \times u = 2 \times 15,9994 \text{ kg/u} \times 1,6604 \times 10^{-27} \text{ u} \\ &= 5,3131 \times 10^{-26} \text{ kg} \end{aligned}$$

e densidade igual a $\rho_{\text{O}_2} = 1,429 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$. Portanto, a quantidade de moléculas em 1 metro cúbico é igual a:

$$N_{\text{O}_2} = \frac{\rho_{\text{O}_2}}{m_{\text{O}_2}} = \frac{1,429 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3}{5,313 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}} = 5,378 \times 10^{18} \text{ moléculas/m}^3$$

(iii) Nitrogênio (N_2) Cada molécula de gás tem massa de cada molécula:

$$m_{N_2(kg)} = 2 \times m_{N_2(u)} \times u = 2 \times 14,0067 \text{ kg/u} \times 1,6604 \times 10^{-27} \text{ u} \\ = 4,6513 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

e densidade igual a $\rho_{N_2} = 1,2506 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$. Portanto, a quantidade de moléculas em 1 metro cúbico é igual a:

$$N_{N_2} = \frac{\rho_{N_2}}{m_{N_2}} = \frac{1,2506 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3}{4,651 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}} = 2,151 \times 10^{19} \text{ moléculas/m}^3$$

Os resultados acima parecem indicar que, nas condições normais de pressão e temperatura (TPN), a quantidade de moléculas de gás por unidade de volume é uma constante, nesse caso, aproximadamente igual a $2,69 \times 10^{22}$ moléculas por metro cúbico. ■

2.5. Admitindo-se que o ar é composto por 20% de oxigênio e 80% de nitrogênio, e que esses gases formam moléculas diatômicas, calcule a massa molecular “efetiva” do ar. Avalie o número de moléculas em 1 cm^3 de ar nas condições TPN. Quantas moléculas são de oxigênio e quantas são de nitrogênio?

Solução:

Primeira Parte: Seja N_{Ar} a quantidade de moléculas de ar presentes em um dado volume V . Supondo que o ar é composto por 20% de oxigênio e 80% de nitrogênio, temos:

$$N_{Ar} = N_{O_2} + N_{N_2},$$

em que $N_{O_2} = 0,2N_{Ar}$ é a quantidade de moléculas (diatômicas) de Oxigênio e $N_{N_2} = 0,8N_{Ar}$ é a quantidade de moléculas (diatômicas) de Nitrogênio. Por outro lado, a massa total de ar é

$$M_{Ar} = N_{O_2} \cdot m_{O_2} + N_{N_2} \cdot m_{N_2},$$

onde m_{O_2} e m_{N_2} são respectivamente as massas moleculares do Oxigênio e do Nitrogênio. Portanto, a massa molecular do ar será:

$$m_{Ar} = \frac{M_{Ar}}{N_{Ar}} = \frac{N_{O_2} \cdot m_{O_2} + N_{N_2} \cdot m_{N_2}}{N_{Ar}} = \frac{N_{O_2}}{N_{Ar}} m_{O_2} + \frac{N_{N_2}}{N_{Ar}} m_{N_2} \\ m_{Ar} = 0,2m_{O_2} + 0,8m_{N_2}$$

Em unidades de massa atômica (u) e em quilogramas (kg), temos:

$$m_{Ar} = 0,2 \cdot (2 \cdot 15,9994) + 0,8 \cdot (2 \cdot 14,0067) = 28,81 \text{ u/molécula} \\ = (28,81 \text{ u/molécula}) \cdot (1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) = 4,784 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}$$

Segunda Parte: Seja $M_{Ar} = M_{O_2} + M_{N_2}$ massa total de ar em um volume V em função das massas de oxigênio (M_{O_2}) e nitrogênio (M_{N_2}). Dividindo-se por V , e considerando que 20% do ar é composto de oxigênio e 80%, de nitrogênio, temos:

$$\frac{M_{Ar}}{V} = \frac{M_{O_2} + M_{N_2}}{V} \Rightarrow \frac{M_{Ar}}{V} = \frac{M_{O_2}}{V} + \frac{M_{N_2}}{V} \\ \Rightarrow \frac{M_{Ar}}{V} = 0,2 \frac{M_{O_2}}{0,2V} + 0,8 \frac{M_{N_2}}{0,8V} \\ \Rightarrow \frac{M_{Ar}}{V} = 0,2\rho_{O_2} + 0,8\rho_{N_2}$$

Na última passagem, observamos o fato de que $\frac{M_{O_2}}{0,2V}$ é a massa específica do oxigênio ρ_{O_2} e $\frac{M_{N_2}}{0,8V}$ é a massa específica do nitrogênio ρ_{N_2} .

Lembrando que na primeira parte deste problema determinamos a massa molecular do ar como $m_{Ar} = \frac{M_{Ar}}{N_{Ar}} \Rightarrow M_{Ar} = m_{Ar}N_{Ar}$, podemos determinar a quantidade de moléculas de ar por unidade de volume da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{M_{Ar}}{V} &= 0,2\rho_{O_2} + 0,8\rho_{N_2} \Rightarrow \frac{m_{Ar}N_{Ar}}{V} = 0,2\rho_{O_2} + 0,8\rho_{N_2} \\ &\Rightarrow \frac{N_{Ar}}{V} = \frac{0,2\rho_{O_2} + 0,8\rho_{N_2}}{m_{ar}} \\ &\Rightarrow \frac{N_{Ar}}{V} = \frac{0,2 \cdot (1,429 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3) + 0,8 \cdot (1,251 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3)}{(4,784 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}) \cdot (1000 \text{ g/kg})} \\ &\Rightarrow \frac{N_{Ar}}{V} = \frac{(2,858 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3) + (1 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3)}{4,784 \times 10^{-23} \text{ g/molécula}} \\ &\Rightarrow \frac{N_{Ar}}{V} = \frac{1,286 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3}{4,784 \times 10^{-23} \text{ kg/molécula}} \\ &\Rightarrow \frac{N_{Ar}}{V} = 2,689 \times 10^{19} \text{ moléculas/cm}^3\end{aligned}$$

Do total teremos

$$N_{O_2} = 0,2 \cdot N_{Ar} = 0,2 \cdot 2,689 \times 10^{19} = 5,378 \times 10^{18} \text{ moléculas de oxigênio; e}$$

$$N_{N_2} = 0,8 \cdot N_{Ar} = 0,8 \cdot 2,689 \times 10^{19} = 2,151 \times 10^{19} \text{ moléculas de nitrogênio}$$

■

- 2.6.** A densidade do gás interestelar na nossa galáxia é avaliada em cerca de $10^{-21} \text{ kg/m}^{-3}$. Admitindo-se que esse gás é constituído principalmente de hidrogênio, avalie o número de átomos de hidrogênio por cm^3 . Compare esse resultado com o correspondente obtido para o ar nas condições TPN (Prob. 2.5).

Solução:

Em um volume V , teremos a massa $M = \rho \cdot V = m_H \cdot N$, em que $\rho = 10^{-21} \text{ kg/m}^3$ é a densidade do gás interestelar, $m_H = 1,674 \times 10^{-27} \text{ kg/molécula}$ é a massa molecular do átomo de hidrogênio e N é a quantidade de moléculas presentes no volume V . Assim,

$$\begin{aligned}M = \rho \cdot V = m_H \cdot N &\Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{\rho}{m_H} = \frac{1 \times 10^{-21} \text{ kg/m}^3}{1,674 \times 10^{-27} \text{ kg/molécula}} \\ &\Rightarrow \frac{N}{V} = 5,975 \times 10^5 \text{ moléculas/m}^3 \approx 0,6 \text{ moléculas/cm}^3\end{aligned}$$

■

- 2.7.** Um como de 2 cm de raio contém água. Em duas horas, o nível da água baixa 1mm. Avalie, em gramas por hora, a velocidade de evaporação da água. Quantas moléculas de água estão se evaporando por segundo em cada centímetro quadrado da superfície da água? (Sugerimos que o estudante realize esta experiência e obtenha seus próprios dados. Por que você obtém resultados diferentes cada dia?).

Solução:

Consideremos que em um intervalo de tempo Δt , a quantidade de massa de água evaporada seja $\Delta m = \rho_{H_2O} \Delta V$, em que $\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$ é a densidade da água e ΔV é o volume de água evaporado. Para

um copo cilíndrico de raio $r = 2$ cm, se a altura do copo baixa $\Delta h = 1$ mm = 0,1 cm em $\Delta t = 2$ horas, a velocidade v de evaporação será:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho_{H_2O} \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho_{H_2O} (\pi r^2 \Delta h)}{\Delta t} \\ v &= \pi r^2 \rho_{H_2O} \frac{\Delta h}{\Delta t} \\ v &= \pi \cdot (2 \text{ cm})^2 \cdot (1 \text{ g/cm}^3) \cdot \frac{0,1 \text{ cm}}{2 \text{ h}} \\ v &= 0,628 \text{ g/h} \end{aligned}$$

Sabendo que a massa molecular da água é

$$\begin{aligned} m_{H_2O} &= 2 \cdot m_H + m_O = 2 \cdot (1,674 \times 10^{-27} \text{ kg/molécula}) + (2,657 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}) \\ &= 2,991 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula} \\ &= 2,991 \times 10^{-23} \text{ g/molécula} \end{aligned}$$

Retornemos à equação básica para a taxa de evaporação $v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$. Seja $\Delta m = m_{H_2O} \cdot \Delta N$, em que $m_{H_2O} = 2,991 \times 10^{-26}$ kg/molécula (Ver Probl. 2.2) e ΔN é a quantidade de moléculas que se evaporaram no intervalo de tempo Δt . Assim,

$$v = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{m_{H_2O} \Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{v}{m_{H_2O}}$$

Finalmente, a quantidade de moléculas se evaporando por segundo em cada centímetro quadrado da superfície da água é ($S = \pi r^2$)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{S \Delta t} &= \frac{v}{\pi r^2 \cdot m_{H_2O}} = \frac{(0,6283 \frac{\text{g}}{\text{h}}) \cdot (\frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}}) \cdot (\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}})}{\pi (2 \text{ cm})^2 \cdot (2,991 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula})} \\ &= 4,643 \times 10^{17} \text{ moléculas} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

