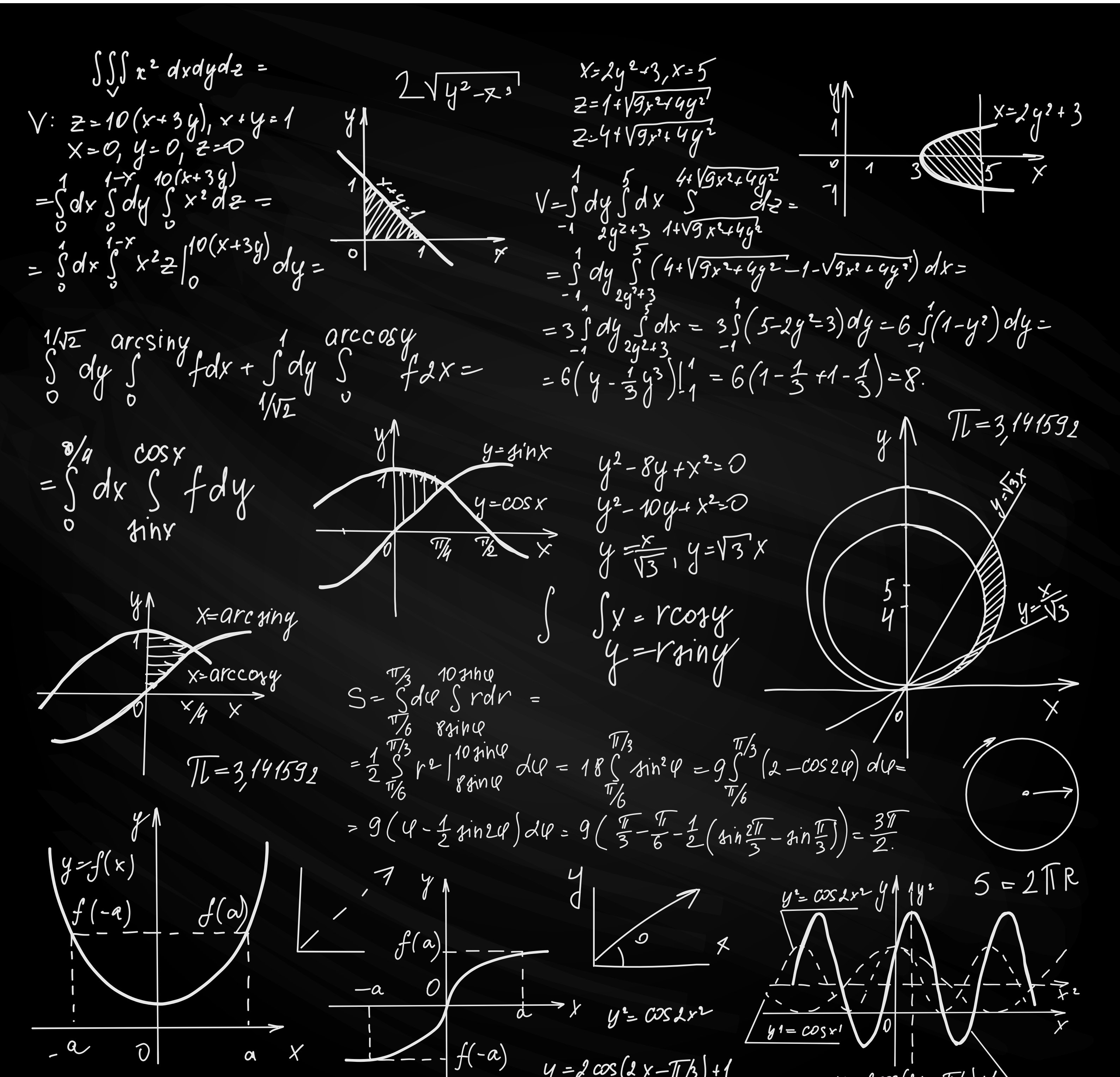
Igo da Costa Andrade

RESOLUÇÃO COMENTADA DOS EXERCÍCIOS DE

MECÂNICA CLÁSSICA: VOLUME I

DE

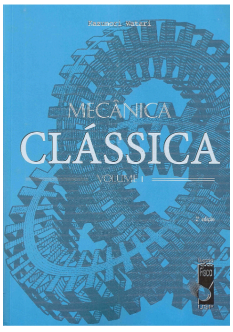
KAZUNORI WATARI



Igo da Costa Andrade

Resolução Comentada de Exercícios

WATARI, K. **Mecânica Clássica: Volume I**. São Paulo: Livraria da Física, 2000.



SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Exercícios (Página 15)

1.15. Quanto um automóvel, movendo-se com uma velocidade constante v_0, aproxima-se de um cruzamento, o semaforo torna-se amarelo. O motorista pode paras o automóvel sem avançar pelo cruzamento, ou também pode tentar atravessá-lo antes que o semáforo mude para vermelho.

a) Se Δt é o intervalo de tempo que o semáforo permanece amarelo antes de mudar para vermelho, qual é a máxima distância do cruzamento ao automóvel, de maneira que o motorista consiga atravessar o cruzamento antre do semáforo tornar-se vermelho, mantendo a velocidade do automóvel em v_0?

Solução

$$D_{max} = v_0 \Delta t \tag{1}$$

■

b) O tempo de reação do motorista para tomar a decisão e pisar no freio é τ e a máxima desaceleração do automóvel devida à frenagem é a. No momento que o semáforo tornou-se amarelo, qual é a menor distância do cruzamento ao automóvel de maneira que o motorista consiga parar sem avançar pelo cruzamento?

Solução

Nesse caso, o motorista iniciamente percorrerá uma distância com velocidade constante v_0 pelo tempo de reação τ igual a $d_1 = v_0\tau$. Depois disso, percorrerá uma distância d_2 dutante a frenagem desde a velocidade inicial v_0 até a velocidade final $v = 0$, imediatamente antes do cruzamento. Aplicando a equação de Torricelli, temos:

$$\begin{aligned} v^2 = v_0^2 - 2a\Delta s \Rightarrow 0^2 = v_0^2 - 2ad_2 \\ \Rightarrow d_2 = \frac{v_0^2}{2a} \end{aligned} \tag{2}$$

Portanto, a mínima distância até o cruzamento será:

$$d = d_1 + d_2 = v_0\tau + \frac{v_0^2}{2a} \tag{3}$$

■

c) Determina a velocidade crítica v_c, em termos de a, Δt e τ, de maneira que as duas distâncias obtidas nos itens a) e b) acima coincidam. Este é o limite onte o motorista consegue tanto parar o automóvel sem avançar pelo cruzamento, quanto atravessá-lo antes do semáforo mudar para vermelho.

Solução

$$
\begin{aligned}
D = d \Rightarrow v_0 \Delta t = v_0 \tau + \frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow \Delta t = \tau + \frac{v_0}{2a} \\
\Rightarrow \frac{v_0}{2a} = \Delta t - \tau \\
\Rightarrow v_0 = 2a(\Delta t - \tau)
\end{aligned} \tag{4}
$$

■

d) Mostre que, se v_0 for maior que a velocidade crítica determiada no item anterior, existe uma faixa de distância do cruzamento ao automóvel no qual o motorista não conseguirá parar o automóvel sem avançar pelo cruzamento, nem atravessá--lo antes do semáforo tornar-se vermelho.

Solução

■

1.16. Uma barra de comprimento l tem a extremidade A apoiada numa parede vertical e a outra extremidade, B, apoiada no piso horizontal. Num dad instante, a extremidade B é puxada na direção horizontal com uma velocidade constante v_0, no sentido de afastar-se da parede.

a) Mostre que o ponto médio da barra descreve um arco de circunferência de raio $\frac{l}{2}$ e centro O, sendo O o ponto de cruzamento da parede vertical com o piso horizontal.

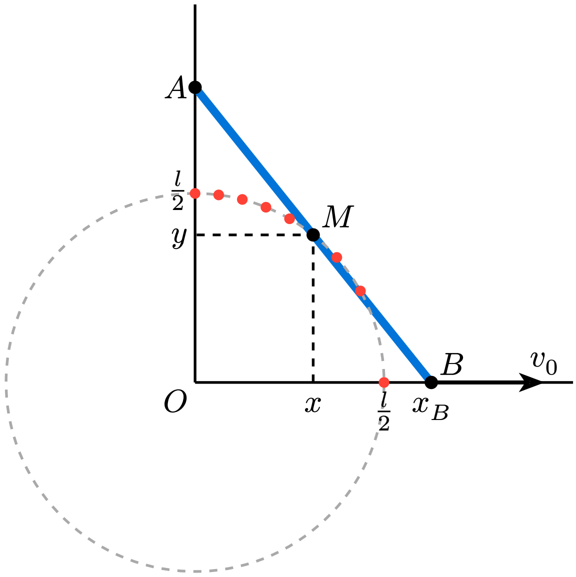
Solução

Conforme mostrado na Figura 1, sejam x e y as coordenadas do ponto médio M. Aplicando o teorema de Pitágoas, temos:

$$
x^2 + y^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 \tag{5}
$$

Portanto, as coordenadas do ponto médio M descrevem uma circunferência de raio $\frac{l}{2}$ e centro na origem $O = (0, 0)$.

Figura 1: Diagrama do problema 1.16



Na Figura 1, destacamos em vermelho algumas das posições do ponto M durante o movimento da barra, desde a posição inicial na vertical até a posilção final na horizontal.

■

b) Determine a velocidade do ponto médio da barra no instante em que o extremo B está a uma distância $b < l$ da parede.

Solução

Incialmente observemos que a componente x do ponto M está relacionada com a coordenada x_B no ponto B (que se move com velocidade v_0) pela seguinte relação: $x = \frac{x_B}{2}$. Assim,

$$\begin{aligned} x = \frac{x_B}{2} &\Rightarrow \dot{x} = \frac{\dot{x_B}}{2} \\ &\Rightarrow \dot{x} = \frac{v_0}{2} \end{aligned} \tag{6}$$

Dado que o ponto M descreve uma trajetória no plano xy, cujas coordenadas x e y estão relacionadas pela Equação 5. Derivando essa equação com relação ao tempo, temos:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 &\Rightarrow 2x\dot{x} + 2y\dot{y} = 0 \\ &\Rightarrow \dot{y} = -\frac{x}{y}\dot{x} \end{aligned} \tag{7}$$

Isolando y de Equação 5 e substituindo em Equação 7, temos:

$$\dot{y} = -\frac{x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2}}\dot{x} \tag{8}$$

Substituindo $\dot{x}$ de Equação 6 em Equação 8, obtemos:

$$\dot{y} = -\frac{x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2}}\frac{v_0}{2} \tag{9}$$

■

Mostre que $\mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau}$ e $\mathbf{a} = a_t\boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n}$, onde $v = \frac{ds}{dt}$ é a velocidade escalar; $a_t = \frac{d^2s}{dt^2}$, a aceleração tangencial; $\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$, o vetor unitário tangente à trajetória; e, finalmente, $\mathbf{n} = \rho\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2}$, o vetor unitário normal à trajetória. Aqui, s é o comprimento da trajetória, medido a partir da posição inicial e ρ é o raio da curvatura da trajetória no ponto em questão. Qual o siginificado do termo $\frac{v^2}{\rho}$?

1.17. Solução

■

2. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

2.1. Seção de segundo nível

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

2.1.1. Seção de terceiro nível

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

3. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

4. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

5. TÍTULO DO CAPÍTULO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aeque doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat.

REFERÊNCIAS

WATARI, K. **Mecânica Clássica: Volume I**. São Paulo: Livraria da Física, 2000.