



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ ΠΡΩΤ. & ΔΕΥΤ/ΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
Δ/ΝΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΝ. ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ  
27ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ

Σχολικό Έτος: 2016 - 2017  
Εξ. Περίοδος: Μαΐου - Ιουνίου  
Μάθημα: Μαθηματικά Κατ. Γ Λυκείου  
Εισηγητές: Λόλας, Φρύδας, Χ'Σάββας

Θεσσαλονίκη, 19 / 05 / 2017

## Θέματα

### Θέμα Α

- [Μονάδες 15]** Να αποδείξετε ότι αν μία συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε σημείο  $x_0$  τότε είναι και συνεχής στο  $x_0$
- [Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
  - Αν  $f(x) \geq f(2)$  για κάθε  $x \in D_f$  τότε στο  $x = 2$  έχω ολικό μέγιστο.
  - Ισχύει  $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$ .
  - Αν  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in D_f$  τότε η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.
  - Αν  $f'(3) = 0$  τότε στο  $x = 3$  έχω ακρότατο.
  - Η συνάρτηση  $f(x) = \ln x$  είναι συνεχής για  $x > 0$ .

### Θέμα Β

Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια: **[Μονάδες 5, 5, 5, 5, 5]**

$$\begin{array}{lllll} 1. \lim_{x \rightarrow 0} x + 1 & 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & 3. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - 1} & 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x} & 5. \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} \end{array}$$

### Θέμα Γ

Έστω συνάρτηση η

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$$

- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι συνεχής στο  $\mathbb{R}$ .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η εφαπτόμενη της  $C_f$  στο  $x = \ln 2$  είναι η  $y = x + 2 - 2 \ln 2$ .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γν. φθίνουσα στο  $(-\infty, 0)$  και γν. αύξουσα στο  $(0, +\infty)$
- [Μονάδες 5]** Να βρείτε τα ακρότατα της  $f$
- [Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι  $e^\pi - e^e > \pi - e$

## Θέμα Δ

Έστω  $P(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$ .

1. **[Μονάδες 5]** Να βρείτε το σύνολο τιμών του  $P(X)$ .
2. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι το  $P(x)$  έχει πραγματική ρίζα στο  $(-1, 0)$ .
3. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι το  $P(x)$  έχει μοναδική πραγματική ρίζα στο  $\mathbb{R}$ .
4. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $3x^4 - 4x^3 + 12x^2 + 12x - 1 = 0$  έχει το πολύ δύο πραγματικές ρίζες.
5. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\alpha > 1$  υπάρχει  $\xi \in (1, \alpha)$  ώστε  $3\xi^2 - 2\xi + 2 = \frac{\alpha^3 - \alpha^2 + 2\alpha - 2}{\alpha - 1}$ .

## Καλή επιτυχία

Ο Δ/ντης

Δρ. Ιωαννίδης Νικόλαος

Οι εισηγητές

1. Λόλας Κωνσταντίνος
2. Φρύδας Βασίλειος
3. Χ΄Σάββας Δημήτριος

### Οδηγίες

1. Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας σε κάθε φύλλο απαντήσεων που σας δώσουν.
2. Όλες οι απαντήσεις να δωθούν στο φύλλο απαντήσεων. Οτιδήποτε γραφτεί στη σελίδα με τα θέματα δεν θα ληφθεί υπόψιν.
3. Τα Σωστό - Λάθος δεν χρειάζονται αιτιολόγηση.