

# Διαγώνισμα Άλγεβρα Β Λυκείου

## Θέμα Α

1. [Μονάδες 12] Να αποδείξετε τις εξής ταυτότητες:

(i).  $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

(ii).  $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

2. [Μονάδες 3] Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται περιοδική;

3. [Μονάδες 10] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

α) Οι αντίθετες γωνίες έχουν αντίθετο συνημίτονο

β)  $\varepsilon\varphi(2k\pi + \omega) = \varepsilon\varphi\omega, k \in \mathbb{Z}$

γ) Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι περιοδική με περίοδο  $2\pi$

δ) Η εξίσωση  $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\omega$  έχει μία λύση

ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \rho\sigma\upsilon\nu(\omega x), \rho > 0, \omega > 0$  έχει μέγιστη τιμή το  $\rho$ , ελάχιστη τιμή το  $-\rho$  και περίοδο  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

## Θέμα Β

Έστω γωνία  $\omega \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  για την οποία ισχύει η σχέση:

$$\eta\mu(\pi - \omega) + \sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - \omega) = \frac{6}{5}$$

1. [Μονάδες 7] Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$

2. [Μονάδες 6] Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$

3. [Μονάδες 6] Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\frac{15\pi}{2} + \omega$

4. [Μονάδες 6] Να αποδείξετε ότι  $\frac{3\pi}{4} < \omega < \frac{5\pi}{6}$

## Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4\sigma\upsilon\nu^2x - 4\sigma\upsilon\nu x + 2, x \in (0, 2\pi)$ .

1. [Μονάδες 8] Να λύσετε τις εξισώσεις

(i).  $f(x) = 2$

(ii).  $f(x) = 1$

2. [Μονάδες 9] Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$

i. είναι περιοδική με περίοδο  $T = 2\pi$

ii. είναι άρτια

iii. δεν είναι γνησίως μονότονη

3. [Μονάδες 8] Να αποδείξετε ότι  $f(x) \geq 1$  για κάθε  $x \in (0, 2\pi)$  και στη συνέχεια να βρείτε τα  $x$  για τα οποία η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο

## Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x) + \kappa$ , όπου  $\rho > 0$ ,  $\omega > 0$  και  $\kappa \in \mathbb{R}$ , τέτοια ώστε:

- έχει περίοδο  $T = \pi$
- έχει ελάχιστη τιμή το 1
- και η  $C_f$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη 2

1. **[Μονάδες 6]** να υπολογίσετε τα  $\rho$ ,  $\omega$  και  $\kappa$

Αν  $\rho = 1$ ,  $\omega = \kappa = 2$ , τότε

2. **[Μονάδες 4]** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, \pi]$

3. **[Μονάδες 8]** Αν η ευθεία  $y = \frac{5}{2}$  τέμνει τη γραφική παράσταση της  $f$  στο διάστημα  $[0, \pi]$  στα σημεία  $K$  και  $\Lambda$ , τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου  $OK\Lambda$ , όπου  $O$  η αρχή των αξόνων

4. **[Μονάδες 7]** Να λύσετε την εξίσωση  $f(2x) = f(3x)$  στο διάστημα  $[0, \pi]$

## Καλή επιτυχία