



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΝ. ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ
10ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ

Σχολικό Έτος: 2022 - 2023
Εξ. Περίοδος: Μαΐου - Ιουνίου
Μάθημα: Μαθηματικά Γ Λυκείου
Προσανατολισμού
Εισηγητές: Λόλας, Κράντας
Θεσσαλονίκη, 25 / 05 / 2023

Θέματα

Θέμα 1

α) Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f **Μονάδες 10**

β) Να δώσετε την γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού. **Μονάδες 5**

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

α) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

β) Ισχύει $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.

γ) Αν $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in D_f$ τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα.

δ) Έστω f μία συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν G είναι μία παράγουσα της f στο $[\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = G(\beta) - G(\alpha)$

ε) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$

Μονάδες 10

Θέμα 2

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $x \neq 1$ και $g(x) = \frac{1}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$

α) i. Να ορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $h(x) = (f \circ g)(x)$ **Μονάδες 6**

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $h(x) = (f \circ g)(x)$ **Μονάδες 6**

Αν $h(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$, $x \in \mathbb{R}^*$ τότε:

β) να αποδείξετε ότι η συνάρτηση h είναι '1-1' **Μονάδες 7**

γ) να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ **Μονάδες 6**

Θέμα 3

Έστω συνάρτηση η

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$$

- α) Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} . **Μονάδες 5**
- β) Να δείξετε ότι η εφαπτόμενη της C_f στο $x = \ln 2$ είναι η $y = x + 2 - 2 \ln 2$. **Μονάδες 5**
- γ) Να δείξετε ότι η f είναι γν. φθίνουσα στο $(-\infty, 0)$ και γν. αύξουσα στο $(0, +\infty)$ **Μονάδες 5**
- δ) Να βρείτε τα ακρότατα της f **Μονάδες 5**
- ε) Να αποδείξετε ότι $e^\pi - e^e > \pi - e$ **Μονάδες 5**

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{2x} + x^3 + 2x$

- α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα. **Μονάδες 8**
- β) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση f αντιστρέφεται και να αποδείξετε ότι έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} **Μονάδες 7**
- γ) Να αποδείξετε ότι η αντίστροφη συνάρτηση της f είναι επίσης γνησίως αύξουσα **Μονάδες 5**
- δ) Να λυθεί η εξίσωση $f^{-1}(x) = 0$ **Μονάδες 5**

Καλή επιτυχία

Ο Δ/ντης

Οι εισηγητές

Παπαδημητρίου Χρήστος

Κράντας Στυλιανός

Λόλας Κωνσταντίνος

Οδηγίες

- Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας σε κάθε φύλλο απαντήσεων που σας δώσουν.
- Όλες οι απαντήσεις να δωθούν στο φύλλο απαντήσεων. Οτιδήποτε γραφτεί στη σελίδα με τα θέματα δεν θα ληφθεί υπόψη.