

# Διαγώνισμα Άλγεβρα Α Λυκείου

## Θέμα Α

- [Μονάδες 15]** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ , ισχύει  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ .
- [Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
  - $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$  για κάθε  $x$  και  $y \in \mathbb{R}$ .
  - Αν  $\alpha^2 + \beta^2 \leq 0 \Rightarrow \alpha = \beta = 0$ .
  - Αν  $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha^2 < \beta^2$  για κάθε  $\alpha$  και  $\beta \in \mathbb{R}$ .
  - $|- \alpha| = |\alpha|$  για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
  - $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$  για κάθε  $\alpha$  και  $\beta \in \mathbb{R}$ .

## Θέμα Β

Έστω  $A = \sqrt{3} - 1$

- [Μονάδες 7]** Να υπολογίσετε την παράσταση  $\frac{1}{A} + \frac{1}{A+2}$
- [Μονάδες 6]** Να δείξετε ότι  $A^3 = 6\sqrt{3} - 10$
- [Μονάδες 5]** Να υπολογίσετε την  $\sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10}$
- [Μονάδες 7]** Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $\sqrt{109}$  και  $6\sqrt{3}$

## Θέμα Γ

Έστω  $|2x + 5| < 3$ .

- [Μονάδες 6]** Να δείξετε ότι  $-4 < x < -1$
- [Μονάδες 6]** Να δώσετε γεωμετρική ερμηνεία της παράστασης  $A = |x + 4| + |x + 1|$
- [Μονάδες 6]** Να αποδείξετε ότι  $A = 3$

## Θέμα Δ

Έστω ότι  $-1 \leq \alpha < 3, -2 < \beta \leq 2$  και  $\gamma \in \mathbb{R}$

- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι  $(\alpha + 1)(\beta - 2) = \alpha\beta - 2 - 2\alpha + \beta$ .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι  $\alpha\beta - 2 \leq 2\alpha - \beta$ .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι  $-8 \leq 2\alpha - 3\beta \leq 12$ .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι  $\gamma^2 - 6\gamma \geq -9$ .
- [Μονάδες 5]** Αν επιπλέον ισχύει  $2\alpha - \alpha\beta - \beta + \gamma^2 - 6\gamma + 11 = 0$  να βρείτε τα  $\alpha, \beta$  και  $\gamma$ .

**Καλή επιτυχία**