

Διαγώνισμα Κατεύθυνση Β Λυκείου

Θέμα Α

- [Μονάδες 10]** Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός μέσος \overline{OM} ενός ευθύγραμμου τμήματος με άκρα $A = (x_1, y_1)$ και $B = (x_2, y_2)$ είναι $\overline{OM} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$.
- [Μονάδες 5]** Πώς ορίζεται το $\sin\theta$ της γωνίας θ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
- [Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
 - $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ για κάθε $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
 - $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ για κάθε $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
 - Η κλίση ενός διανύσματος (x, y) είναι $\lambda = \frac{y}{x}$ για κάθε (x, y) .
 - Το διάνυσμα με άκρα τα $A = (x_1, y_1)$ και $B = (x_2, y_2)$ είναι το $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.
 - $|\vec{\alpha}|^2 = \vec{\alpha}^2$ για κάθε $\vec{\alpha}$.

Θέμα Β

Αν $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (-2, 1)$.

- [Μονάδες 5]** Να βρεθεί το διάνυσμα $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.
- [Μονάδες 5]** Να βρεθεί το αντίθετο διάνυσμα του $\vec{\alpha}$.
- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί ο διανυσματικός μέσος $\vec{\mu}$ των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
- [Μονάδες 8]** Να γραφτεί το διάνυσμα $(0, 5)$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Θέμα Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa - 2, -2\kappa)$ και $\vec{\beta} = (-\kappa - 3, \kappa - 2)$, $\kappa > 0$

- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί το κ ώστε τα διανύσματα να είναι κάθετα.
- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί το κ ώστε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{5}$.

Αν $\vec{\gamma} = \vec{\beta} + (6, 2)$,

- [Μονάδες 11]** Να βρεθεί το κ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$ να είναι παράλληλα.

Θέμα Δ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 45$, $(\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}) \perp (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta})$ και $|\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}| = 20$.

- [Μονάδες 10]** Να δείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = 15$ και $|\vec{\beta}| = 5$.
- [Μονάδες 10]** Να δείξετε ότι $|\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}| = 6\sqrt{20}$.
- [Μονάδες 5]** Αν θ η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, να δείξετε ότι $\sin\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Καλή επιτυχία