

# Διαγώνισμα Κατεύθυνση Γ Λυκείου

## Θέμα Α

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = x^2 + 1$ . Να βρείτε τα όρια:

1. [Μονάδες 6]  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)+x-3}{x^3+8}$ .
2. [Μονάδες 6]  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3-2x^2+x}$ .
3. [Μονάδες 6]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(\sqrt{f(x)} - x)$ .
4. [Μονάδες 7]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( e^{-\frac{1}{f(x)}} + \eta\mu\frac{1}{f(x)} \right)$ .

## Θέμα Β

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = x\eta\mu\frac{1}{x}$ . Να βρείτε τα όρια:

1. [Μονάδες 5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)(\sigma\upsilon\nu x - 1)}{x}$ .
2. [Μονάδες 7]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x}$ .
3. [Μονάδες 5]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \right)$ .
4. [Μονάδες 8]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 f(x)}{\sqrt{x^2+1}-1}$ .

## Θέμα Γ

Έστω  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  μία συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$\sqrt{4x^2+1} - x \leq f(x) + x \leq \sqrt{x^2+1}, \text{ για κάθε } x > 0$$

1. [Μονάδες 5] Να δείξετε ότι  $f(x) > 0$ , για κάθε  $x > 0$ .

Να υπολογιστούν τα όρια

2. [Μονάδες 5]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
3. [Μονάδες 7]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{f(x)}$ .
4. [Μονάδες 7]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)+1}-1}{f(x)}$ .

**Καλή επιτυχία**