

Διαγώνισμα Άλγεβρα Α Λυκείου

Θέμα Α

1. **[Μονάδες 10]** Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$, ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.
2. **[Μονάδες 3/5]** Να δώσετε την γεωμετρική ερμηνεία της ανίσωσης $|\alpha - \beta| < \gamma$ με $\gamma > 0$ και να βρείτε πού βρίσκεται το α ως συνάρτηση των β και γ .
3. **[Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
 - α) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.
 - β) $\alpha^2 + \beta^2 \leq 0 \Rightarrow \alpha = \beta = 0$.
 - γ) $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha^2 < \beta^2$.
 - δ) $|- \alpha| = |\alpha| = |-|\alpha||$.
 - ε) $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$.

Θέμα Β

Έστω $A = \sqrt{2} \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ και $B = \frac{1}{5-2A} + \frac{1}{5+2A}$.

1. **[Μονάδες 8]** Να δείξετε ότι $A = \sqrt{6}$.
2. **[Μονάδες 9]** Να δείξετε ότι $B = 10$.
3. **[Μονάδες 7]** Αν $|x - A| < B$ να βρεθεί το διάστημα στο οποίο ανήκει ο αριθμός x .

Θέμα Γ

Έστω ότι $-1 \leq \alpha < 3, -2 < \beta \leq 2$ και $\gamma \in \mathbb{R}$

1. **[Μονάδες 6]** Να δείξετε ότι $\alpha\beta - 2 \leq 2\alpha - \beta$.
2. **[Μονάδες 6]** Να δείξετε ότι $\gamma^2 - 6\gamma \geq -9$.
3. **[Μονάδες 6]** Να δείξετε ότι $-8 \leq 2\alpha - 3\beta \leq 12$.
4. **[Μονάδες 7]** Αν επιπλέον ισχύει $2\alpha - \alpha\beta - \beta + \gamma^2 - 6\gamma + 11 = 0$ να βρείτε τα α, β και γ .

Θέμα Δ

Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x = \lambda^2 - 2\lambda$:

1. **[Μονάδες 7]** Να είναι αδύνατη.
2. **[Μονάδες 7]** Να είναι ταυτότητα.
3. **[Μονάδες 7]** Να έχει μοναδική λύση.
4. **[Μονάδες 4]** Να έχει λύση μόνο το $x = \lambda$.

Καλή επιτυχία