

Λύσεις

Θέμα Α

1. Απόδειξη από σχολικό βιβλίο.
2. Η απόσταση του α από το β είναι μικρότερη του γ . Τότε θα ισχύει και $\beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma$
3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
 - α) Λάθος
 - β) Σωστό
 - γ) Λάθος
 - δ) Σωστό
 - ε) Λάθος

Θέμα Β

1. $A = \sqrt{2} \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt{2} \sqrt[3]{\sqrt{3^3}} = \sqrt{2} \sqrt[6]{\sqrt{3^3}} = \sqrt{2} \sqrt{3} = \sqrt{6}.$

2. Με συζυγή...

$$B = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{25 - 24} + \frac{5 - 2\sqrt{6}}{25 - 24} = 10$$

3. $\sqrt{6} - 10 < x < \sqrt{6} + 10$

Θέμα Γ

1. $\alpha\beta - 2 \leq 2\alpha - \beta \Leftrightarrow \alpha\beta + \beta - 2\alpha - 2 \leq 0 \Leftrightarrow (\alpha + 1)\beta - 2(\alpha + 1) \leq 0 \Leftrightarrow (\alpha + 1)(\beta - 2) \leq 0.$
2. $\gamma^2 - 6\gamma \geq -9 \Leftrightarrow \gamma^2 - 6\gamma + 9 \geq 0 \Leftrightarrow (\gamma - 3)^2 \geq 0$
3. $-2 \leq 2\alpha < 6$ και $-6 < -3\beta \leq 6$, άρα...
4. Από το πρώτο και από το 2ο ερώτημα $2\alpha - \alpha\beta - \beta + 2 \geq 0$ και $\gamma^2 - 6\gamma + 9 \geq 0$ άρα ή $\alpha = -1, \beta \in \mathbb{R}$ και $\gamma = 3$ ή $\alpha \in \mathbb{R}, \beta = 2$ και $\gamma = 3$

Θέμα Δ

$$\lambda^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \pm 2$$

1. $\lambda = -2$
2. $\lambda = 2$
3. $\lambda \neq \pm 2$
4. $\lambda \neq 2$ και $(\lambda - 2)(\lambda + 2)\lambda = \lambda(\lambda - 2) \Leftrightarrow \lambda(\lambda - 2)(\lambda + 2 - 1) = 0$ άρα $\lambda = 0$ ή $\lambda = -1$