

# Διαγώνισμα Κατεύθυνση Β Λυκείου

## Θέμα Α

- [Μονάδες 10]** Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός μέσος  $\overline{OM}$  ενός ευθύγραμμου τμήματος με άκρα  $A = (x_1, y_1)$  και  $B = (x_2, y_2)$  είναι  $\overline{OM} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ .
- [Μονάδες 5]** Πώς ορίζεται το  $\sin \theta$  της γωνίας  $\theta$  δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .
- [Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
  - $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$  για κάθε  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .
  - $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$  για κάθε  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .
  - Η κλίση ενός διανύσματος  $(x, y)$  είναι  $\lambda = \frac{y}{x}$  για κάθε  $(x, y)$ .
  - Το διάνυσμα με άκρα τα  $A = (x_1, y_1)$  και  $B = (x_2, y_2)$  είναι το  $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ .
  - $|\vec{\alpha}|^2 = \vec{\alpha}^2$  για κάθε  $\vec{\alpha}$ .

## Θέμα Β

Αν  $\vec{\alpha} = (1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (-2, 1)$ .

- [Μονάδες 5]** Να βρεθεί το διάνυσμα  $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ .
- [Μονάδες 5]** Να βρεθεί το αντίθετο διάνυσμα του  $\vec{\alpha}$ .
- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί ο διανυσματικός μέσος  $\vec{\mu}$  των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .
- [Μονάδες 8]** Να γραφτεί το διάνυσμα  $(0, 5)$  ως γραμμικός συνδυασμός των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

## Θέμα Γ

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\kappa - 2, -2\kappa)$  και  $\vec{\beta} = (-\kappa - 3, \kappa - 2)$ ,  $\kappa > 0$

- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί το  $\kappa$  ώστε τα διανύσματα να είναι κάθετα.
- [Μονάδες 7]** Να βρεθεί το  $\kappa$  ώστε  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{3}$ .

Αν  $\vec{\gamma} = \vec{\beta} + (6, 2)$ ,

- [Μονάδες 11]** Να βρεθεί το  $\kappa$  ώστε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\gamma}$  να είναι παράλληλα.

## Θέμα Δ

- Από τα κάθετα βγάζουμε ότι  $\vec{\alpha}^2 - \vec{\beta}^2 = 0$  και από το μέτρο  $\vec{\alpha}^2 - 10\vec{\alpha}\vec{\beta} + 25\vec{\beta}^2 = 400$  και άρα  $|\vec{\alpha}| = 3|\vec{\beta}|$  και  $|\vec{\alpha}|^2 - 450 + 25|\vec{\beta}|^2 = 400$ . Δηλαδή  $|\vec{\alpha}| = 15$  και  $|\vec{\beta}| = 5$ .

2.

$$|\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}|^2 = \vec{\alpha}^2 + 6\vec{\alpha}\vec{\beta} + 9\vec{\beta}^2 = 225 + 6 \cdot 45 + 9 \cdot 45 = 720 = 36 \cdot 20$$

Δηλαδή  $|\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}| = 6\sqrt{20}$ .

3.

$$\sigma_{\nu\theta} = \frac{\vec{\alpha}(\vec{\alpha} + 3\vec{\beta})}{|\vec{\alpha}||\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}|} = \frac{\vec{\alpha}^2 + 3\vec{\alpha}\vec{\beta}}{15 \cdot 6\sqrt{20}} = \frac{360}{90\sqrt{20}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**Καλή επιτυχία**