Θέμα 1

α΄) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν Ε ενός τριγώνου είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος. **Μονάδες 15**

Απόδειξη από βιβλίο

β΄) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

i. Λ Το τετράγωνο της κάθετης πλευράς ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το γινόμενο της κάθετης πλευράς με την υποτείνουσα.

ii. Σ Το μήκος ενός τόξου α ακτινίων σε κύκλο ακτίνας R είναι $l = \alpha R$.

iii. Λ Ο λόγος ομοιότητας των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων ισούται με τον λόγο ομοιότητας των πλευρών του.

iv. Λ Κανονικό πολύγωνο είναι το σχήμα που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

v. Σ Σε τρίγωνο με πλευρές α, β, γ, αν ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ τότε $\hat{\mathrm{B}} < 90^\circ$. **Μονάδες 10**

Θέμα 2 (21350)

Στο σχήμα δίνονται ότι $\hat{\mathrm{B}} = \hat{\mathrm{E}} = 90^\circ$, $\mathrm{AE} = 8$, $\mathrm{EB} = 4$ και $\Delta\mathrm{E} = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΒΓ είναι όμοια **Μονάδες 10**

Αρκεί να δείξουμε ότι έχουν 2 ίσες γωνίες. Είναι ορθογώνια τρίγωνα και έχουν μία οξεία γωνία ίση.

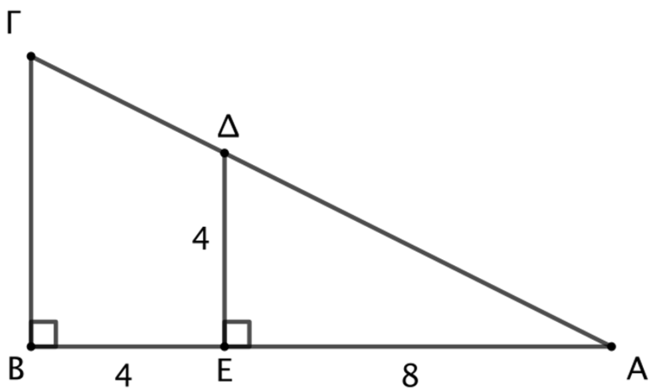
β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΕΔ και ΑΒΓ

Μονάδες 10

$$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{A}\Delta}{\mathrm{A}\Gamma} = \frac{\Delta\mathrm{E}}{\mathrm{B}\Gamma}$$

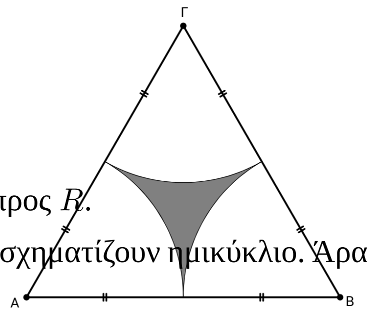
γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ **Μονάδες 5**

Από πριν $\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\Delta\mathrm{E}}{\mathrm{B}\Gamma} \implies \mathrm{B}\Gamma = 6$



Θέμα 3

Έστω ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς $2R$. Με κέντρο κάθε κορυφή εγγράφουμε στο τρίγωνο κυκλικούς τομείς ακτίνας R όπως το διπλανό σχήμα.



α) Να βρείτε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος ως προς R. **Μονάδες 9**

Οι γωνίες του τριγώνου είναι όλες 60^o, άρα οι 3 κυκλικοί τομείς σχηματίζουν ημικύκλιο. Άρα η περίμετρος είναι $\dfrac{2\pi R}{2} = \pi R$

β) Να δείξετε ότι το ύψος του τριγώνου είναι $R\sqrt{3}$. **Μονάδες 4**

Με Π.Θ. έχουμε $(2R)^2 = R^2 + \upsilon^2 \implies \ldots$

γ) Να δείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου είναι $R^2\sqrt{3}$. **Μονάδες 3**

Το εμβαδό του τριγώνου είναι $\dfrac{2}{2}2R \cdot \upsilon = \ldots$

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τμήματος ως προς R. **Μονάδες 9**

Από το εμβαδό του τριγώνου αφαιρούμε το ημικύκλιο που αναφερόμαστε στο α). Άρα $R^2\sqrt{3} - \dfrac{\pi R^2}{2}$

Θέμα 4 (16135)

Δίνεται το τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ με υποτείνουσα $\mathrm{B\Gamma} = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής A στην $\mathrm{B\Gamma}$.

α) Αν $\Delta\mathrm{B} = 2$ να υπολογίσετε

i. το ύψος $\mathrm{A}\Delta$ του τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$ **Μονάδες 7**

Ισχύει $\mathrm{A}\Delta^2 = \mathrm{B}\Delta \cdot \Delta\Gamma \implies \mathrm{A}\Delta = 4$

ii. το εμβαδόν του τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$ **Μονάδες 5**

$\mathrm{E} = \dfrac{1}{2}\mathrm{B\Gamma} \cdot \mathrm{A}\Delta = 5\mathrm{A}\Delta = 20$

β) Υποθέστε ότι το σημείο A κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $\mathrm{B\Gamma}$

i. Να ποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$ είναι $(\mathrm{AB\Gamma}) = 5\mathrm{A}\Delta$ **Μονάδες 7**

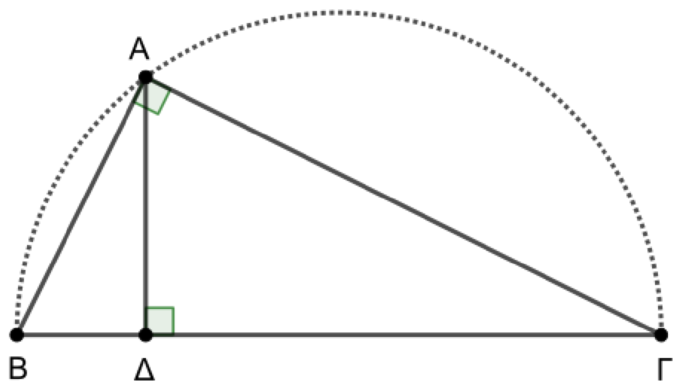
Αποδείχθηκε πιο πάνω

ii. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

"Για όλες τις θέσεις του A πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $\mathrm{B\Gamma}$, το εμβαδόν του τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$ δεν υπερβαίνει το 25"

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Αληθής. Με σταθερή βάση, το τρίγωνο έχει μέγιστο εμβαδό, στο μέγιστο ύψος. Το ύψος δεν μπορεί να ξεπερνάει την ακτίνα του κύκλου, δηλαδή $\upsilon = \mathrm{A}\Delta \leq 5$. Έτσι $\mathrm{E} \leq 25$


Α
Β
Δ
Γ