



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ ΠΡΩΤ. & ΔΕΥΤ/ΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
Δ/ΝΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΝ. ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ
10ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ

Σχολικό Έτος: 2021 - 2022
Εξ. Περίοδος: Μαΐου - Ιουνίου
Μάθημα: Μαθηματικά Κατ. Γ Λυκείου
Εισηγητής: Λόλας

Θεσσαλονίκη, 24 / 05 / 2022

Θέματα

Θέμα Α

- [Μονάδες 15]** Να αποδείξετε ότι αν μία συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε σημείο x_0 τότε είναι και συνεχής στο x_0
- [Μονάδες 10]** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος
 - Αν $f(x) \geq f(2)$ για κάθε $x \in D_f$ τότε στο $x = 2$ έχω ολικό μέγιστο.
 - Ισχύει $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.
 - Αν $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in D_f$ τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα.
 - Αν $f'(3) = 0$ τότε στο $x = 3$ έχω ακρότατο.
 - Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ είναι συνεχής για $x > 0$.

Θέμα Β

Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια: **[Μονάδες 5, 5, 5, 5, 5]**

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} x + 1 \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x - 1} \quad 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x} \quad 5. \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$$

Θέμα Γ

Έστω συνάρτηση η

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$$

- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} .
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η εφαπτόμενη της C_f στο $x = \ln 2$ είναι η $y = x + 2 - 2 \ln 2$.
- [Μονάδες 5]** Να δείξετε ότι η f είναι γν. φθίνουσα στο $(-\infty, 0)$ και γν. αύξουσα στο $(0, +\infty)$
- [Μονάδες 5]** Να βρείτε τα ακρότατα της f
- [Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι $e^\pi - e^e > \pi - e$

Θέμα Δ

Έστω $P(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$.

1. **[Μονάδες 5]** Να βρείτε το σύνολο τιμών του $P(x)$.
2. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει πραγματική ρίζα στο $(-1, 0)$.
3. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει μοναδική πραγματική ρίζα στο \mathbb{R} .
4. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $3x^4 - 4x^3 + 12x^2 + 12x - 1 = 0$ έχει το πολύ δύο πραγματικές ρίζες άνισες.
5. **[Μονάδες 5]** Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha > 1$ υπάρχει $\xi \in (1, \alpha)$ ώστε $3\xi^2 - 2\xi + 2 = \frac{\alpha^3 - \alpha^2 + 2\alpha - 2}{\alpha - 1}$.

Καλή επιτυχία

Ο Δ/ντης

Ο εισηγητής

Παπαδημητρίου Χρήστος

Λόλας Κωνσταντίνος

Οδηγίες

1. Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας σε κάθε φύλλο απαντήσεων που σας δώσουν.
2. Όλες οι απαντήσεις να δωθούν στο φύλλο απαντήσεων. Οτιδήποτε γραφτεί στη σελίδα με τα θέματα δεν θα ληφθεί υπόψιν.
3. Τα Σωστό - Λάθος δεν χρειάζονται αιτιολόγηση.