



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΝ. ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ  
10ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ

Σχολικό Έτος: 2022 - 2023  
Εξ. Περίοδος: Μαΐου - Ιουνίου  
Μάθημα: Μαθηματικά Β Κατεύθυνση  
Εισηγητές: Κράντας, Λόλας  
Θεσσαλονίκη, 13 / 06 / 2023

## Θέματα

### Θέμα 1

- α) Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  είναι δύο σημεία του επιπέδου, να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  του τμήματος  $AB$  δίνονται από τους τύπους

$$x_\mu = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y_\mu = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

**Μονάδες 15**

- β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

- Αν τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι παράλληλα τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ .
- Κάθε εξίσωση της μορφής  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  παριστάνει ευθεία
- Το διάνυσμα  $(B, A)$  είναι κάθετο στην ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$
- Αν  $\lambda \in \mathbb{R}$  και  $\mu \in \mathbb{R}$  με  $\lambda\vec{\alpha} = \mu\vec{\alpha}$  τότε  $\lambda = \mu$
- Το κέντρο  $K$  του κύκλου  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  είναι το  $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$

**Μονάδες 10**

### Θέμα 2 (15044)

Δίνονται τα σημεία  $A(0, 5)$  και  $B(6, -1)$

- α)
  - Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$  **Μονάδες 5**
  - Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , είναι το σημείο  $M(3, 2)$  **Μονάδες 5**
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας ( $\varepsilon$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  **Μονάδες 15**

### Θέμα 3

Έστω  $|\vec{\alpha}| = 1$ ,  $|\vec{\beta}| = 2$ ,  $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$  και τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$

- α) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$  **Μονάδες 6**  
Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$  να υπολογίσετε
- β) Το μέτρο του διανύσματος  $\vec{u}$  **Μονάδες 6**
- γ) Το μέτρο του διανύσματος  $\vec{v}$  **Μονάδες 6**
- δ) Τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  **Μονάδες 7**

## Θέμα 4 (20700)

Δίνεται το τετράγωνο  $MM_1OM_2$  με  $M(4, 4)$ ,  $M_1(4, 0)$ ,  $M_2(0, 4)$ . Αν  $O$  η αρχή των αξόνων του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων, τότε:

- α) Να δείξετε ότι ο κύκλος που διέρχεται από τις κορυφές του τετραγώνου  $MM_1OM_2$  έχει εξίσωση

$$C : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$$

**Μονάδες 8**

- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $\varepsilon : x + y = 8$  είναι εφαπτομένη του παραπάνω κύκλου  $C$

**Μονάδες 8**

- γ) Να βρείτε το σημείο επαφής της ευθείας  $\varepsilon$  με τον κύκλο  $C$

**Μονάδες 9**

Ο Δ/ντης

Ο εισηγητής

Παπαδημητρίου Χρήστος

Κράντας Στυλιανός

Λόλας Κωνσταντίνος