

Διαγώνισμα Κατεύθυνση Γ Λυκείου

Θέμα Α

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$. Να βρείτε τα όρια:

1. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)+x-3}{x^3+8}$.
2. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3-2x^2+x}$.
3. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(\sqrt{f(x)} - x)$.
4. [Μονάδες 7] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{-\frac{1}{f(x)}} + \eta\mu \frac{1}{f(x)} \right)$.

Θέμα Β

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = x\eta\mu \frac{1}{x}$. Να βρείτε τα όρια:

1. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)(\sigma\upsilon\nu x - 1)}{x}$.
2. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x}$.
3. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \right)$.
4. [Μονάδες 7] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 f(x)}{\sqrt{x^2+1}-1}$.

Θέμα Γ

Έστω $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$\sqrt{4x^2+1} - x \leq f(x) + x \leq \sqrt{x^2+1}, \text{ για κάθε } x > 0$$

1. [Μονάδες 6] Να δείξετε ότι $f(x) > 0$, για κάθε $x > 0$.

Να υπολογιστούν τα όρια

2. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. [Μονάδες 6] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{f(x)}$.
4. [Μονάδες 7] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)+1}-1}{f(x)}$.

Καλή επιτυχία