

Διαγώνισμα Κατεύθυνση Β Λυκείου

Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$, $B(-1, 2)$ και η ευθεία $\varepsilon : y = -x + 3$. Να βρείτε:

1. τη παράλληλη της ε που περνάει από το A
2. τη μεσοκάθετο του τμήματος AB
3. το σημείο Γ της ευθείας ε που ισαπέχει από τα A και B
4. το σημείο Δ της ευθείας ε , ώστε το τρίγωνο $A\Delta B$ να είναι ορθογώνιο στο Δ
5. πού κινείται το σημείο N , όταν το σημείο P κινείται στην ευθεία ε και ισχύει $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{BP}$
6. το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από την ε και τους άξονες

1. $\lambda = -1$ άρα η ευθεία είναι η $y + 2 = -(x - 1)$
2. $\lambda_{AB} = \frac{4}{-2} = -2$ άρα η ζητούμενη έχει $\lambda = \frac{1}{2}$. Το μέσο του AB είναι το $(0, 0)$ έτσι η ζητούμενη ευθεία είναι η $y = \frac{1}{2}x$
3. Το σημείο βρίσκεται στη τομή των δύο ευθειών (της μεσοκαθέτου και της ε), έτσι $-2x + 6 = x \Rightarrow x = 2$, και $y = 1$
4. Αν $\Delta = (x, y)$ Θα πρέπει $A\Delta^2 + B\Delta^2 = AB^2$ και $y = -x + 3$, έτσι

$$(x - 1)^2 + (-x + 3 + 2)^2 + (x + 1)^2 + (-x + 3 - 2)^2 = 2^2 + 4^2$$

με λύσεις $x = 1$ και $x = 2$, με αντίστοιχα $y = 2$ και $y = 1$

5. $\overrightarrow{AN} = (a - 1, b + 2)$ και $2\overrightarrow{BP} = 2(x + 1, -x + 3 - 2)$. Έτσι αν λυθεί το σύστημα βρίσκετε $a - 1 = 2x + 2$ και $a + 2 = -2x + 2$ Έτσι $a + b + 1 = 4$
6. Για $x = 0 \Rightarrow y = 3$ και για $y = 0 \Rightarrow x = 3$. Το εμβαδό είναι λοιπόν $E = \frac{9}{2}$