

Συναρτήσεις

Ορισμένο Ολοκλήρωμα

Κωνσταντίνος Λόλας

10^ο ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

Κάτι πολύ θεωρητικό

Αλλά πρώτα ας παίξουμε με Geogebra

Σε ακόμα πιο θεωρητικό

Συμβολίζουμε με

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sum_{i=0}^n f(\xi_i) \Delta x_i \right) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

$$\textcircled{1} \int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$$

$$\textcircled{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$$

$$\textcircled{3} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

$$\textcircled{4} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$$

$$\textcircled{5} \int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

$$\textcircled{6} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$$

$$\textcircled{7} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ και υπάρχει } \xi \text{ με } f(\xi) \neq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

$$\textcircled{1} \int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$$

$$\textcircled{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$$

$$\textcircled{3} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

$$\textcircled{4} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$$

$$\textcircled{5} \int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

$$\textcircled{6} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$$

$$\textcircled{7} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ και υπάρχει } \xi \text{ με } f(\xi) \neq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

$$\textcircled{1} \int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$$

$$\textcircled{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$$

$$\textcircled{3} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

$$\textcircled{4} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$$

$$\textcircled{5} \int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

$$\textcircled{6} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$$

$$\textcircled{7} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ και υπάρχει } \xi \text{ με } f(\xi) \neq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

$$\textcircled{1} \int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$$

$$\textcircled{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$$

$$\textcircled{3} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

$$\textcircled{4} \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$$

$$\textcircled{5} \int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

$$\textcircled{6} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$$

$$\textcircled{7} \text{ Αν } f(x) \geq 0 \text{ και υπάρχει } \xi \text{ με } f(\xi) \neq 0 \text{ τότε } \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

- ① $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$
- ② $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$
- ③ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$
- ④ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$
- ⑤ $\int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$
- ⑥ Αν $f(x) \geq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$
- ⑦ Αν $f(x) \geq 0$ και υπάρχει ξ με $f(\xi) \neq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Αμεσες συνέπειες του ορισμού:

- ① $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$
- ② $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$
- ③ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$
- ④ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$
- ⑤ $\int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$
- ⑥ Αν $f(x) \geq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$
- ⑦ Αν $f(x) \geq 0$ και υπάρχει ξ με $f(\xi) \neq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$

Που οδηγεί σε ιδιότητες

Άμεσες συνέπειες του ορισμού:

- ① $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$
- ② $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx$
- ③ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$
- ④ $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) + g(x) dx$
- ⑤ $\int_{\alpha}^{\beta} \lambda f(x) dx = \lambda \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$
- ⑥ Αν $f(x) \geq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$
- ⑦ Αν $f(x) \geq 0$ και υπάρχει ξ με $f(\xi) \neq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx > 0$