Πολυώνυμα

Διαίρεση

Κωνσταντίνος Λόλας

Ποια πράξη σιχαίνεστε περισσότερο

Εννοείται τη διαίρεση!

Ποια πράξη σιχαίνεστε περισσότερο

Εννοείται τη διαίρεση! και ειδικά την κάθετη!

Ποια πράξη σιχαίνεστε περισσότερο

Εννοείται τη διαίρεση!
Να σας δω: Να γίνει η διαίρεση

$$51.32 : 2.7$$

Ποια πράξη σιχαίνεστε περισσότερο

Εννοείται τη διαίρεση!
Το τέλειο φέτος είναι ότι θα ασχολούμαστε MONO με ακέραιους συντελεστές

Δημοτικό ολέ!

Ευκελείδεια Διαίρεση

Για κάθε ζευγάρι φυσικών Δ και $\delta > 0$, υπάρχουν μοναδικοί $\pi \in \mathbb{N}$ και $\upsilon \in \mathbb{N}$ ώστε

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon, \text{ με } 0 \leq \upsilon < \delta$$

Με ονομασίες: Δ διαιρετέος, δ διαιρέτης, π πηλίκο και υ υπόλοιπο

Αλλη μορφή της διαίρεσης

Αν $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ τότε

$$\frac{\Delta}{\delta} = \pi + \frac{\upsilon}{\delta}$$

Δημοτικό ολέ!

Ευκελείδεια Διαίρεση

Για κάθε ζευγάρι φυσικών Δ και $\delta > 0$, υπάρχουν μοναδικοί $\pi \in \mathbb{N}$ και $\upsilon \in \mathbb{N}$ ώστε

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon, \text{ με } 0 \leq \upsilon < \delta$$

Με ονομασίες: Δ διαιρετέος, δ διαιρέτης, π πηλίκο και υ υπόλοιπο

Αλλη μορφή της διαίρεσης

Αν $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ τότε

$$\frac{\Delta}{\delta} = \pi + \frac{\upsilon}{\delta}$$

Περνάμε στα καινούρια

Διαίρεση Πολυωνύμων

Για κάθε ζευγάρι πολυωνύμων $\Delta(x)$ και $\delta(x) \neq 0$, υπάρχουν μοναδικά πολυώνυμα $\pi(x)$ και $\upsilon(x)$ ώστε

$$\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$$

Με $\upsilon(x)$ να είναι μηδενικό πολυώνυμο ή βαθμού μικρότερου ή ίσου του $\delta(x)$

Αλλη μορφή της διαίρεσης

Αν $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$ τότε

$$\frac{\Delta(x)}{\delta(x)} = \pi(x) + \frac{\upsilon(x)}{\delta(x)}$$

Περνάμε στα καινούρια

Διαίρεση Πολυωνύμων

Για κάθε ζευγάρι πολυωνύμων $\Delta(x)$ και $\delta(x) \neq 0$, υπάρχουν μοναδικά πολυώνυμα $\pi(x)$ και $\upsilon(x)$ ώστε

$$\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$$

Με $\upsilon(x)$ να είναι μηδενικό πολυώνυμο ή βαθμού μικρότερου ή ίσου του $\delta(x)$

Αλλη μορφή της διαίρεσης

Αν $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$ τότε

$$\frac{\Delta(x)}{\delta(x)} = \pi(x) + \frac{\upsilon(x)}{\delta(x)}$$

Πάμε για γνωστά!

1. $(x^2 - 1) : (x - 1)$
2. $(x^2 - 1) : (x)$
3. $(x^2 + 2x + 3) : (x + 1)$

Πάμε για γνωστά!

1. $(x^2 - 1) : (x - 1)$
2. $(x^2 - 1) : (x)$
3. $(x^2 + 2x + 3) : (x + 1)$

Πάμε για γνωστά!

1. $(x^2 - 1) : (x - 1)$
2. $(x^2 - 1) : (x)$
3. $(x^2 + 2x + 3) : (x + 1)$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 2x \quad - 1 & x - 3 \\ \hline & \end{array}$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 2x \quad - 1 & x - 3 \\ \cline{2-2} & x^2 \end{array}$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\
\cline{5-5}
\underline{-x^3} & \underline{+3x^2} & & & x^2
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\
\cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2 \\
\cline{1-2}
 & -2x^2 & +2x & &
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\ \cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2-2x \\ \cline{1-2}
& -2x^2 & +2x & &
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\
\cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2-2x \\
\cline{1-2}
 & -2x^2 & +2x & & \\
 & 2x^2 & -6x & & \\
\cline{2-3}
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\
\cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2-2x \\
\cline{1-2}
 & -2x^2 & +2x & & \\
 & 2x^2 & -6x & & \\
\cline{2-3}
 & & -4x & -1 &
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 - 5x^2 & + 2x & & -1 & x-3 \\ \cline{5-5}
-x^3 + 3x^2 & & & & x^2 - 2x - 4 \\ \cline{1-1}
-2x^2 & + 2x & & & \\
2x^2 & - 6x & & & \\ \cline{1-2}
& -4x & & -1 &
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\ \cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2-2x-4 \\ \cline{1-2}
 & -2x^2 & +2x & & \\
 & 2x^2 & -6x & & \\ \cline{2-3}
 & & -4x & -1 & \\
 & & 4x & -12 & \\ \cline{3-4}
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -5x^2 & +2x & -1 & x-3 \\
\cline{5-5}
-x^3 & +3x^2 & & & x^2-2x-4 \\
\cline{1-2}
 & -2x^2 & +2x & & \\
 & 2x^2 & -6x & & \\
\cline{2-3}
 & & -4x & -1 & \\
 & & 4x & -12 & \\
\cline{3-4}
 & & & -13 &
\end{array}
$$

Πάμε για άγνωστα!

Από γνωστά

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 - 5x^2 & + 2x & - 1 & & x - 3 \\ \cline{5-5}
-x^3 + 3x^2 & & & & x^2 - 2x - 4 \\ \cline{1-1}
-2x^2 & + 2x & & & \\
2x^2 & - 6x & & & \\ \cline{1-2}
& -4x & - 1 & & \\
& 4x & - 12 & & \\ \cline{2-3}
& & - 13 & &
\end{array}
$$

Αρα

$$\frac{x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{x - 3} = x^2 - 2x - 4 + \frac{-13}{x - 3}$$

Ουφ! Επιτέλους, στα 17 μου κατάλαβα διαίρεση

Διαίρεση με

- $x - 5$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- $x^2 + 2x - 1$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- $x^5 + 3x + 2$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...

Αρα $P(x) = (x - \rho)\pi(x) + \upsilon$

Ουφ! Επιτέλους, στα 17 μου κατάλαβα διαίρεση

Διαίρεση με

- $x-5$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^2+2x-1 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^5+3x+2 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...

Αρα $P(x)=(x-\rho)\pi(x)+\upsilon$

Ουφ! Επιτέλους, στα 17 μου κατάλαβα διαίρεση

Διαίρεση με

- $x-5$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^2+2x-1 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^5+3x+2 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...

Αρα $P(x)=(x-\rho)\pi(x)+\upsilon$

Ουφ! Επιτέλους, στα 17 μου κατάλαβα διαίρεση

Διαίρεση με

- $x-5$ θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^2+2x-1 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...
- x^5+3x+2 θα δώσει υπόλοιπο πολυώνυμο μορφής...

Αρα $P(x)=(x-\rho)\pi(x)+\upsilon$

1 Θεωρηματάκι

$$P(x) = (x-\rho)\pi(x) + \upsilon$$

Βρείτε τρόπο να υπολογίσετε το υ

Θεώρημα Υπολοίπου

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-\rho$ δίνει υπόλοιπο $P(\rho)$

1 Θεωρηματάκι

$$P(x) = (x - \rho)\pi(x) + \upsilon$$

Βρείτε τρόπο να υπολογίσετε το υ

Θεώρημα Υπολοίπου

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - \rho$ δίνει υπόλοιπο $P(\rho)$

Και το πόρισμά του!

$$P(x) = (x - \rho)\pi(x) + P(\rho)$$

Τι γίνεται αν $P(\rho) = 0$?

Πόρισμα Υπολοίπου

Αν $P(\rho) = 0$ τότε $P(x) = (x - \rho)\pi(x)$ δηλαδή το $x - \rho$ είναι παράγοντας

Γενικά

Ενα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του

Και το πόρισμά του!

$$P(x) = (x - \rho)\pi(x) + P(\rho)$$

Τι γίνεται αν $P(\rho) = 0$?

Πόρισμα Υπολοίπου

Αν $P(\rho) = 0$ τότε $P(x) = (x - \rho)\pi(x)$ δηλαδή το $x - \rho$ είναι παράγοντας

Γενικά

Ενα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του

Και το πόρισμά του!

$$P(x) = (x - \rho)\pi(x) + P(\rho)$$

Τι γίνεται αν $P(\rho) = 0$?

Πόρισμα Υπολοίπου

Αν $P(\rho) = 0$ τότε $P(x) = (x - \rho)\pi(x)$ δηλαδή το $x - \rho$ είναι παράγοντας

Γενικά

Ενα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x-\alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & & & \\
\hline
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & & & \\
\hline
 & 1 & & &
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε <u>ίσως</u> είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε <u>όλους</u> τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & 1 & & \\
\hline
 & 1 & & &
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & 1^{+} & & \\
\hline
 & 1 & -4 & &
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε <u>ίσως</u> είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε <u>όλους</u> τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -5 & 2 & -1 \\ 1 & & 1 & -4 & \\ \hline & 1 & -4 & & \end{array}$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & 1 & -4 & \\
\hline
 & 1 & -4 & -2 &
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -5 & 2 & -1 \\
1 & & 1 & -4 & -2 \\
\hline
 & 1 & -4 & -2 &
\end{array}
$$

Σχήμα Horner

Αν έχουμε να διαιρέσουμε ένα πολυώνυμο με $x - \alpha$ τότε ίσως είναι καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε Horner

1. γράφουμε όλους τους συντελεστές του διαιρεταίου
2. γράφουμε το α δεξιά
3. ράβουμε!!!!!

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -5 & 2 & -1 \\ 1 & & 1 & -4 & -2 \\ \hline & 1 & -4 & -2 & -3 \end{array}$$

Εξάσκηση 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x + 1$

1. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x^2 - 1$
2. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της παραπάνω διαίρεσης
3. Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης
4. Να εξετάσετε αν η παραπάνω διαίρεση είναι τέλεια
5. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (4x + 1)$ διαιρείται από το $x^2 - 1$

Εξάσκηση 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x + 1$

1. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x^2 - 1$
2. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της παραπάνω διαίρεσης
3. Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης
4. Να εξετάσετε αν η παραπάνω διαίρεση είναι τέλεια
5. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (4x + 1)$ διαιρείται από το $x^2 - 1$

Εξάσκηση 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x + 1$

1. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x^2 - 1$
2. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της παραπάνω διαίρεσης
3. Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης
4. Να εξετάσετε αν η παραπάνω διαίρεση είναι τέλεια
5. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (4x + 1)$ διαιρείται από το $x^2 - 1$

Εξάσκηση 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x + 1$

1. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x^2 - 1$
2. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της παραπάνω διαίρεσης
3. Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης
4. Να εξετάσετε αν η παραπάνω διαίρεση είναι τέλεια
5. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (4x + 1)$ διαιρείται από το $x^2 - 1$

Εξάσκηση 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3x + 1$

1. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x^2 - 1$
2. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της παραπάνω διαίρεσης
3. Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης
4. Να εξετάσετε αν η παραπάνω διαίρεση είναι τέλεια
5. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (4x + 1)$ διαιρείται από το $x^2 - 1$

Εξάσκηση 2

Εστω το πολυώνυμο $P(x) = (x^2 - 1)(3x - 2) + 5x - 1$

1. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 1)$
2. Η παραπάνω ισότητα είναι η ταυτότητα διαίρεσης του $P(x)$ με το $3x - 2$;

Εξάσκηση 2

Εστω το πολυώνυμο $P(x) = (x^2 - 1)(3x - 2) + 5x - 1$

1. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x^2 - 1)$
2. Η παραπάνω ισότητα είναι η ταυτότητα διαίρεσης του $P(x)$ με το $3x - 2$;

Εξάσκηση 3

1. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x) = x^3 - 5x + 1$ με το $x + 1$
2. Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) = 2x^2 - \alpha x + \alpha$ με το $x + 2\alpha$ είναι 11

Εξάσκηση 3

1. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x) = x^3 - 5x + 1$ με το $x + 1$
2. Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) = 2x^2 - \alpha x + \alpha$ με το $x + 2\alpha$ είναι 11

Εξάσκηση 4

Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-1$ είναι 2, να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(3x+7) - x^2 + 2$ έχει ρίζα το -2

Εξάσκηση 5

Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $3x^2 - x - 4$ είναι $2x + 5$, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$

Εξάσκηση 6

1. Να εξετάσετε, αν τα πολυώνυμα $x+1$ και $x-1$ είναι παράγοντες του πολυωνύμου $P(x) = x^3 - x^2 + 2$
2. Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = \alpha^3 x^3 - 5x + 2$ έχει παράγοντα το $x - 2$

Εξάσκηση 6

1. Να εξετάσετε, αν τα πολυώνυμα $x+1$ και $x-1$ είναι παράγοντες του πολυωνύμου $P(x) = x^3 - x^2 + 2$
2. Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = \alpha^3 x^3 - 5x + 2$ έχει παράγοντα το $x - 2$

Εξάσκηση 7

Να δείξετε ότι τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντα της μορφής $x - \rho$

1. $P(x) = 3x^6 + 5x^2 + 3$
2. $Q(x) = -3x^4 - 5x^2 - 3$

Εξάσκηση 7

Να δείξετε ότι τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντα της μορφής $x - \rho$

1. $P(x) = 3x^6 + 5x^2 + 3$
2. $Q(x) = -3x^4 - 5x^2 - 3$

Εξάσκηση 8

Να βρείτε τις τιμές των α και β για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 + 2\alpha x - \beta + \alpha$, έχει παράγοντα το $x + 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$ είναι 3.

Εξάσκηση 9

Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x - \alpha + \beta$ έχει παράγοντες όλους τους παράγοντες του πολυωνύμου $x^2 - 2x$, να βρείτε τις τιμές των α και β

Εξάσκηση 10

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner, να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο των παρακάτω διαιραίσεων και να γράψετε τις ταυτότητες των διαιρέσεων

1. $(2x^3 - 3x^2 + 5) : (x - 1)$
2. $-2x^3 : (x + 1)$

Εξάσκηση 10

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner, να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο των παρακάτω διαιραίσεων και να γράψετε τις ταυτότητες των διαιρέσεων

1. $(2x^3 - 3x^2 + 5) : (x - 1)$
2. $-2x^3 : (x + 1)$

Εξάσκηση 11

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner μόνο, να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 7x + 6$ διαιρείται με το πολυώνυμο $Q(x) = (x-1)(x+3)$ και στη συνέχεια, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : Q(x)$

Εξάσκηση 12

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^5$, όπου ν θετικός αριθμός. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

Εξάσκηση 13

Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 + x$, όταν ισχύουν $P(0) = 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής του $P(x)$ με το $x + 1$ είναι 3

Εξάσκηση 14

Να γράψετε τις παρακάτω συναρτήσεις στη μορφή $f(x) = \alpha x + \beta + \dfrac{\gamma}{x-1}$

1. $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-1}$
2. $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

Εξάσκηση 14

Να γράψετε τις παρακάτω συναρτήσεις στη μορφή $f(x) = \alpha x + \beta + \dfrac{\gamma}{x-1}$

1. $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-1}$
2. $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

Εξάσκηση 15

Εστω $P(x)$ πολυώνυμο 3ου βαθμού, το οποίο διαιρείται με το $x^2 + 3$

1. Να βρείτε τη μορφή του πηλίκου $\pi(x)$
2. Αν επιπλέον έχει ρίζα το -1 και ισχύει $P(-2) = 14$, να βρείτε το $P(x)$

Εξάσκηση 15

Εστω $P(x)$ πολυώνυμο 3ου βαθμού, το οποίο διαιρείται με το x^2+3

1. Να βρείτε τη μορφή του πηλίκου $\pi(x)$
2. Αν επιπλέον έχει ρίζα το -1 και ισχύει $P(-2)=14$, να βρείτε το $P(x)$