

# Συστήματα

## Γραμμικά

Κωνσταντίνος Λόλας

# Σύστημα?

Πρώτα εξίσωση, μετά σύστημα

- **Εξίσωση** είναι μια ισότητα αλγεβρικών παραστάσεων.
- **Λύση** μιας εξίσωσης είναι η τιμή της μεταβλητής που την καθιστά αληθή.
- **Σύστημα** είναι δύο ή περισσότερες εξισώσεις με σκοπό να λυθούν ταυτόχρονα.
- **Λύση** ενός συστήματος είναι ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών που ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

# Σύστημα?

Πρώτα εξίσωση, μετά σύστημα

- **Εξίσωση** είναι μια ισότητα αλγεβρικών παραστάσεων.
- **Λύση** μιας εξίσωσης είναι η τιμή της μεταβλητής που την καθιστά αληθή.
- **Σύστημα** είναι δύο ή περισσότερες εξισώσεις με σκοπό να λυθούν ταυτόχρονα.
- **Λύση** ενός συστήματος είναι ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών που ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

# Σύστημα?

Πρώτα εξίσωση, μετά σύστημα

- **Εξίσωση** είναι μια ισότητα αλγεβρικών παραστάσεων.
- **Λύση** μιας εξίσωσης είναι η τιμή της μεταβλητής που την καθιστά αληθή.
- **Σύστημα** είναι δύο ή περισσότερες εξισώσεις με σκοπό να λυθούν ταυτόχρονα.
- **Λύση** ενός συστήματος είναι ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών που ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

# Σύστημα?

Πρώτα εξίσωση, μετά σύστημα

- **Εξίσωση** είναι μια ισότητα αλγεβρικών παραστάσεων.
- **Λύση** μιας εξίσωσης είναι η τιμή της μεταβλητής που την καθιστά αληθή.
- **Σύστημα** είναι δύο ή περισσότερες εξισώσεις με σκοπό να λυθούν ταυτόχρονα.
- **Λύση** ενός συστήματος είναι ένα σύνολο τιμών των μεταβλητών που ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

# Τύποι συστημάτων

- **Γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα στο οποίο όλες οι εξισώσεις είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές τους.
- Μη γραμμικό σύστημα είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση δεν είναι γραμμική.
- Ομογενές σύστημα είναι το σύστημα όπου όλες οι εξισώσεις του έχουν μηδενικό όρο.
- Μη ομογενές σύστημα είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση έχει μη μηδενικό όρο.

# Τύποι συστημάτων

- **Γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα στο οποίο όλες οι εξισώσεις είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές τους.
- **Μη γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση δεν είναι γραμμική.
- **Ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου όλες οι εξισώσεις του έχουν μηδενικό όρο.
- **Μη ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση έχει μη μηδενικό όρο.

# Τύποι συστημάτων

- **Γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα στο οποίο όλες οι εξισώσεις είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές τους.
- **Μη γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση δεν είναι γραμμική.
- **Ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου όλες οι εξισώσεις του έχουν μηδενικό όρο.
- **Μη ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση έχει μη μηδενικό όρο.



# Τύποι συστημάτων

- **Γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα στο οποίο όλες οι εξισώσεις είναι γραμμικές ως προς τις μεταβλητές τους.
- **Μη γραμμικό σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση δεν είναι γραμμική.
- **Ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου όλες οι εξισώσεις του έχουν μηδενικό όρο.
- **Μη ομογενές σύστημα** είναι το σύστημα όπου τουλάχιστον μία εξίσωση έχει μη μηδενικό όρο.

# Τύποι εξισώσεων

- **πολυωνύμων**
- εκθετικών
- λογαριθμικών
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

# Τύποι εξισώσεων

- **πολυωνύμων**
- **εκθετικών**
- λογαριθμικών
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

# Τύποι εξισώσεων

- **πολυωνύμων**
- **εκθετικών**
- **λογαριθμικών**
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

# Τύποι εξισώσεων

- πολωνύμων
- εκθετικών
- λογαριθμικών
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

# Τύποι εξισώσεων

- πολωνύμων
- εκθετικών
- λογαριθμικών
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

# Τύποι εξισώσεων

- πολωνύμων
- εκθετικών
- λογαριθμικών
- τριγωνομετρικών
- διαφορικών
- διαφορών

## Γραμμικό σύστημα

Ένα σύστημα του οποίου οι εξισώσεις έχουν αγνώστους το πολύ στον πρώτο βαθμό.

## Κανονική μορφή γραμμικού συστήματος

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$



# Επίλυση

- **Αντικατάσταση**
- Αντίθετων συντελεστών

# Επίλυση

- Αντικατάσταση
- **Αντίθετων συντελεστών**

## Ασκήσεις

Δίνεται η εξίσωση  $x + 4y = 1$ .

- ① Να εξετάσετε αν τα ζεύγη  $(-2, 1)$ ,  $(1, -2)$  είναι λύσεις της εξίσωσης.
- ② Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , για την οποία το ζεύγος  $(\alpha, \alpha - 1)$  είναι λύση της εξίσωσης.
- ③ Να λύσετε την εξίσωση.

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$$

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} 3x - 5y = 8 \\ 4x + 7y = -3 \end{cases}$$

Να λύσετε τα συστήματα

$$① \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} x(y + 1) - y(x - 3) = 6 \\ \frac{x}{3} + y = 2 \end{cases}$$

Να λύσετε τα συστήματα

$$① \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} x(y + 1) - y(x - 3) = 6 \\ \frac{x}{3} + y = 2 \end{cases}$$



Να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων των συστημάτων

$$① \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 6x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$③ \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

Να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων των συστημάτων

$$① \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 6x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$③ \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

Να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων των συστημάτων

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 6x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

Εκατόν τριάντα έξι τουρίστες μεταφέρθηκαν με 10 λεωφορεία των 12 θέσεων και 16 θέσεων. Πόσα ήταν τα λεωφορεία κάθε τύπου?

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση