Συναρτήσεις

Μη πεπερασμένο όριο στο x_0

Κωνσταντίνος Λόλας

10^o ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

10 Ιουλίου 2025 — **Έκδοση:** 2.7

Στο άπειρο λοιπόν...

Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

Ορισμός απείρου

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το A έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε x σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το x_0 να ισχύει $f(x) > k$

Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

Ορισμός απείρου

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το A έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε x σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το x_0 να ισχύει $f(x) > k$

Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

Ορισμός απείρου

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το A έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε x σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το x_0 να ισχύει $f(x) > k$

Ελληνικά!

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο άπειρο αν μεγαλώνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο x_0. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

ΜΟΝΟ ΕΓΩ θα επιτρέπεται να γράφω σκέτο ∞ και θα εννοώ $+\infty$ και εννοείται επειδή ξεχνάω!

Ελληνικά!

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο άπειρο αν μεγαλώνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο x_0. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

ΜΟΝΟ ΕΓΩ θα επιτρέπεται να γράφω σκέτο ∞ και θα εννοώ $+\infty$ και εννοείται επειδή ξεχνάω!

Το άλλο άπειρο?

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο μείον άπειρο αν μικραίνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο x_0. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Αυτό δεν μπορώ να το παραβλέψω και αναγκαστικά το γράφω και εγώ!

Το άλλο άπειρο?

Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Εστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο μείον άπειρο αν μικραίνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο x_0. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Αυτό δεν μπορώ να το παραβλέψω και αναγκαστικά το γράφω και εγώ!

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\frac{1}{x}$
- $\frac{1}{x^2}$
- $\frac{1}{x^{2k}}$
- $\frac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\frac{1}{x}$
- $\frac{1}{x^2}$
- $\frac{1}{x^{2k}}$
- $\frac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

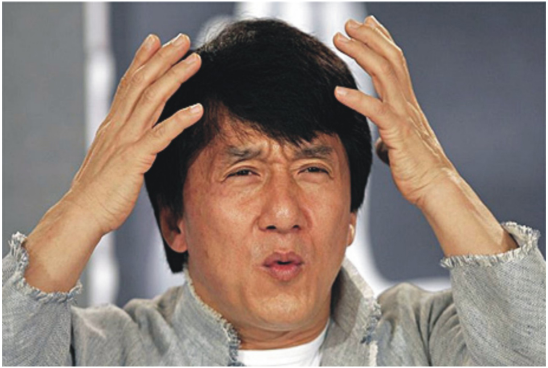
Το άπειρο δεν είναι παιχνίδι (part 1)

Γρίφος time!

- Υπάρχει ένα ξενοδοχείο με άπειρα δωμάτια.
- Ερχεται ένας ταλαιπωρημένος οδηπόρος και ζητάει δωμάτιο!!!!!
- Ο ξενοδόχος του λέει ότι όλα τα δωμάτια είναι κατειλημμένα και δεν έχει ελεύθερο.
- Επειδή ο οδηπόρος είστε εσείς και κάνετε μαθηματικά με τον Λόλα, του δίνετε τη λύση και τελικά παίρνετε το δωμάτιο 4.
- Προτείνετε μία λύση

Το άπειρο δεν είναι παιχνίδι (part 2)

Μπορώ πολύ εύκολα να αποδείξω ότι $1+2+3+4+\cdots=-\dfrac{1}{12}$



Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Αρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$

- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$

- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, ∞^0, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

Ασκήσεις

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim_{x\to 1} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 3} f(x)$, $\lim_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 4} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x\to 6} \frac{1}{f(x)-3}$ και $\lim_{x\to 7} \frac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα ▸ Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim_{x\to 1} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 3} f(x)$, $\lim_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim_{x\to 4} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x\to 6} \frac{1}{f(x)-3}$ και $\lim_{x\to 7} \frac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα ▸ Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{1}{f(x)}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim_{x\to 3} \frac{1}{|x-3|}$
2. $\lim_{x\to 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim_{x\to 2} \frac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim_{x\to 0} \frac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε, (αν υπάρχει) το $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x+2}{x^2-1}$

Για τις διάφορες τιμές του λ να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-\lambda x+\lambda}{(x-2)^2}$

Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ για την οποία το $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\alpha x^2 + x - 2}{x^2 - x}$ είναι πραγματικός αριθμός

Εστω μια συνάρτηση $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f(x) \leq x - \frac{1}{x} \text{ για κάθε } x > 0$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|f(x) - 3|}{f^2(x) - 3f(x)}$

Εστω μια συνάρτηση $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f(x)\leq x-\frac{1}{x} \text{ για κάθε } x>0$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|f(x)-3|}{f^2(x)-3f(x)}$

Αν για μια συνάρτηση ισχύει:

$$|x-2|f(x) \geq x-1 \text{ για κάθε } x \neq 2$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim_{x\to 2} f(x)$
2. $\lim_{x\to 2} f(x)\eta\mu\frac{1}{f(x)}$

Αν για μια συνάρτηση ισχύει:

$$|x-2|f(x) \geq x-1 \text{ για κάθε } x \neq 2$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim_{x\to 2} f(x)$
2. $\lim_{x\to 2} f(x)\eta\mu\frac{1}{f(x)}$

Εστω $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μια συνάρτηση, για την οποία ισχύει $\lim_{x\to 0} \left(x^2 f(x)\right) = 1$. Να βρείτε τα όρια

1. $\lim_{x\to 0} f(x)$
2. $\lim_{x\to 0} \frac{x-1}{f(x)}$

Εστω $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ μια συνάρτηση, για την οποία ισχύει $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2 f(x)\right)=1$. Να βρείτε τα όρια

1. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-1}{f(x)}$

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x+2}{|\eta\mu x| - |x|}$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{|x|} - \dfrac{1}{x}\right)$

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x+2}{|\eta\mu x| - |x|}$
2. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{|x|} - \dfrac{1}{x} \right)$