

Συναρτήσεις

Έννοια Πραγματικής Συνάρτησης

Κωνσταντίνος Λόλας

10^ο ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

Ορισμοί

Ορισμός Συνάρτησης

Έστω A ένα υποσύνολο του \mathbb{R} . Ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A μια διαδικασία (κανόνα) f , με την οποία κάθε στοιχείο $x \in A$ αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο πραγματικό αριθμό y . Το y ονομάζεται τιμή της f στο x και συμβολίζεται με $f(x)$.

Τρόπος ορισμού

- Απλός τύπος

$$f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R} \quad g(a) = \frac{2}{\eta\mu a}, a \leq 1$$

- Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ \frac{2}{\eta\mu x}, & x > 5 \\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

- Περιγραφικά

Τρόπος ορισμού

- Απλός τύπος

$$f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R} \quad g(a) = \frac{2}{\eta\mu a}, a \leq 1$$

- Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ \frac{2}{\eta\mu x}, & x > 5 \\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

- Περιγραφικά

Τρόπος ορισμού

- Απλός τύπος

$$f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R} \quad g(a) = \frac{2}{\eta\mu a}, a \leq 1$$

- Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ \frac{2}{\eta\mu x}, & x > 5 \\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

- Περιγραφικά

Συμβολισμοί

- f, g, h
- $f : A \rightarrow \mathbb{R}$
- $x, y, t \dots$
- D_f, A_f
- $x \rightarrow f(x)$
- $f(A) = \{y | y = f(x) \text{ για κάποιο } x \in A\}$

Πεδίο Ορισμού

- Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

- Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \geq 0$$

- Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

- Κρυφά

$$e^{\varphi x}, \quad x^x \dots$$

Πεδίο Ορισμού

- Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

- Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \geq 0$$

- Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

- Κρυφά

$$e^{\varphi x}, \quad x^x \dots$$

Πεδίο Ορισμού

- Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

- Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \geq 0$$

- Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

- Κρυφά

$$e^{\varphi x}, \quad x^x \dots$$

Πεδίο Ορισμού

- Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

- Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \geq 0$$

- Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

- Κρυφά

$$\exp x, \quad x^x \dots$$

Προαπαιτούμενα

Πρέπει να γνωρίζετε πολύ καλά

- Εξισώσεις
- Ανισώσεις

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

Ασκήσεις

Εξάσκηση 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - x + a$ με $f(-1) = 1$

- 1 Να βρείτε την τιμή του a .
- 2 Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$.

Εξάσκηση 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - x + a$ με $f(-1) = 1$

- ① Να βρείτε την τιμή του a .
- ② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$.

Εξάσκηση 2

Για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \geq 3 \end{cases}$, ισχύει $f(0) + f(3) = 0$.

- 1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- 2 Να υπολογίσετε τα a και b .
- 3 Να βρείτε τις τιμές $f(\pi)$ και $f(e)$.

Εξάσκηση 2

Για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \geq 3 \end{cases}$, ισχύει $f(0) + f(3) = 0$.

- 1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- 2 Να υπολογίσετε τα a και b .
- 3 Να βρείτε τις τιμές $f(\pi)$ και $f(e)$.

Εξάσκηση 2

Για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \geq 3 \end{cases}$, ισχύει $f(0) + f(3) = 0$.

- 1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- 2 Να υπολογίσετε τα a και b .
- 3 Να βρείτε τις τιμές $f(\pi)$ και $f(e)$.

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

① $\frac{1}{x-1}$

② $\frac{2x}{x^2-3x+2}$

③ $\sqrt{x-1}$

④ $\ln(x-1)$

⑤ $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$

⑥ $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑦ $\frac{\ln x}{x-1}$

⑧ $\frac{x-1}{\ln x}$

⑨ $\sqrt{\ln x}$

⑩ $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

⑪ $\ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{4} \ln(x-1)$$

$$\textcircled{5} \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\textcircled{6} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\textcircled{7} \frac{\ln x}{x-1}$$

$$\textcircled{8} \frac{x-1}{\ln x}$$

$$\textcircled{9} \sqrt{\ln x}$$

$$\textcircled{10} \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\textcircled{11} \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{4} \ln(x-1)$$

$$\textcircled{5} \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\textcircled{6} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\textcircled{7} \frac{\ln x}{x-1}$$

$$\textcircled{8} \frac{x-1}{\ln x}$$

$$\textcircled{9} \sqrt{\ln x}$$

$$\textcircled{10} \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\textcircled{11} \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2-3x+2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{4} \quad \ln(x-1)$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{\ln x}{x-1}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{x-1}{\ln x}$$

$$\textcircled{9} \quad \sqrt{\ln x}$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\textcircled{11} \quad \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$① \frac{1}{x-1}$$

$$② \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$③ \sqrt{x-1}$$

$$④ \ln(x-1)$$

$$⑤ \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$⑥ \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$⑦ \frac{\ln x}{x-1}$$

$$⑧ \frac{x-1}{\ln x}$$

$$⑨ \sqrt{\ln x}$$

$$⑩ \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$⑪ \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{4} \quad \ln(x-1)$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{\ln x}{x-1}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{x-1}{\ln x}$$

$$\textcircled{9} \quad \sqrt{\ln x}$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\textcircled{11} \quad \ln(\sqrt{x-1} - x + 3)$$

Εξάσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 1 \\ \ln(x - 1), & x > 1 \end{cases}$.

① Να βρείτε τις τιμές

① $f(\eta\mu a), a \in \mathbb{R}$

② $f(x^2 + 1), x \neq 0$

② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

Εξάσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 1 \\ \ln(x - 1), & x > 1 \end{cases}$.

① Να βρείτε τις τιμές

① $f(\eta\mu a), a \in \mathbb{R}$

② $f(x^2 + 1), x \neq 0$

② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

Εξάσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 1 \\ \ln(x - 1), & x > 1 \end{cases}$.

① Να βρείτε τις τιμές

① $f(\eta\mu a), a \in \mathbb{R}$

② $f(x^2 + 1), x \neq 0$

② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$