# Συναρτήσεις

## Μη πεπερασμένο όριο στο $x_0$


Κωνσταντίνος Λόλας

$10^o$ ΓΕΛ Θεσσαλονίκης


4 Νοεμβρίου 2025 — **Έκδοση:** 2.7

# Στο άπειρο λοιπόν...

# Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

**Ορισμός απείρου**

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το $\mathrm{A}$ έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

**Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου**

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε $x$ σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το $x_0$ να ισχύει $f(x) > k$

# Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

**Ορισμός απείρου**

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το $\mathrm{A}$ έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

**Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου**

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε $x$ σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το $x_0$ να ισχύει $f(x) > k$

# Λάθος συλλογισμός

Το άπειρο ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ!

**Ορισμός απείρου**

Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ μπορώ να βρω $m \in \mathrm{A}$ ώστε $m > k$, τότε λέμε ότι το $\mathrm{A}$ έχει οσοδήποτε μεγάλους αριθμούς.

άρα

**Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου**

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Αν για κάθε $k \in \mathbb{R}$ υπάρχει $x_0 \in \mathrm{A}$ ώστε για κάθε $x$ σε κατάλληλη περιοχή γύρω από το $x_0$ να ισχύει $f(x) > k$

# Ελληνικά!

## Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο άπειρο αν μεγαλώνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο $x_0$. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

ΜΟΝΟ ΕΓΩ θα επιτρέπεται να γράφω σκέτο $\infty$ και θα εννοώ $+\infty$ και εννοείται επειδή ξεχνάω!

# Ελληνικά!

### Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο άπειρο αν μεγαλώνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο $x_0$. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

ΜΟΝΟ ΕΓΩ θα επιτρέπεται να γράφω σκέτο $\infty$ και θα εννοώ $+\infty$ και εννοείται επειδή ξεχνάω!

# Το άλλο άπειρο?

**Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου**

Έστω συνάρτηση $f : \mathrm{A} \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο μείον άπειρο αν μικραίνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο $x_0$. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Αυτό δεν μπορώ να το παραβλέψω και αναγκαστικά το γράφω και εγώ!

# Το άλλο άπειρο?

## Ορισμός μη πεπερασμένου ορίου

Έστω συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$. Θα λέμε ότι τείνει στο μείον άπειρο αν μικραίνει συνεχώς όταν πλησιάζουμε στο $x_0$. Τότε θα γράφουμε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Αυτό δεν μπορώ να το παραβλέψω και αναγκαστικά το γράφω και εγώ!

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{1}{x^2}$
- $\dfrac{1}{x^{2k}}$
- $\dfrac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

# Πάμε στα γνωστά

Συναρτήσεις που πηγαίνουν στο $+\infty$. Πάμε...

- $\frac{1}{x}$
- $\frac{1}{x^2}$
- $\frac{1}{x^{2k}}$
- $\frac{1}{x^{2k+1}}$
- $\ln x$
- $\varepsilon\varphi(x)$

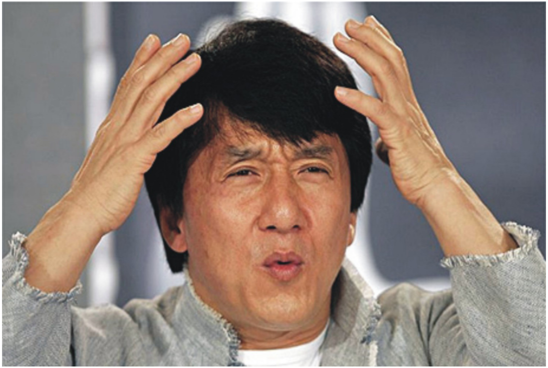
# Το άπειρο δεν είναι παιχνίδι (part 1)

Γρίφος time!

- Υπάρχει ένα ξενοδοχείο με άπειρα δωμάτια.
- Έρχεται ένας ταλαιπωρημένος οδηπόρος και ζητάει δωμάτιο!!!!!
- Ο ξενοδόχος του λέει ότι όλα τα δωμάτια είναι κατειλημμένα και δεν έχει ελεύθερο.
- Επειδή ο οδηπόρος είστε εσείς και κάνετε μαθηματικά με τον Λόλα, του δίνετε τη λύση και τελικά παίρνετε το δωμάτιο 4.
- Προτείνετε μία λύση

# Το άπειρο δεν είναι παιχνίδι (part 2)

Μπορώ πολύ εύκολα να αποδείξω ότι $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots = -\frac{1}{12}$



## Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Τι θα ήταν τα μαθηματικά χωρίς πράξεις

Μα, μα, μα... Είπαμε δεν είναι αριθμός!, αλλά, αν μπορώ να μεγαλώνω συνέχεια και...

- προσθέσω έναν αριθμό?
- αφαιρέσω έναν αριθμό?
- πολλαπλασιάσω με αριθμό πάνω από 1?
- διαιρέσω με αριθμό?
- υψώσω σε δύναμη?
- πολλαπλασιάσω με άλλο τόσο?
- αφαιρέσω άλλο τόσο?
- πολλαπλασιάσω με 0?
- διαιρέσω με άλλο τόσο?

Άρα προσοχή σε όσα δεν ορίζονται!

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \le a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$

- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$

- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Ας τα δούμε ΟΛΑ

όπου $a \in \mathbb{R}$ και δεν προκύπτει από όριο, δηλαδή είναι αριθμός

- $\pm\infty + a = \pm\infty$
- $\pm\infty - a = \pm\infty$
- $\pm\infty \cdot a = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $\dfrac{\pm\infty}{a} = \begin{cases} \pm\infty, & a > 0 \\ \mp\infty, & a < 0 \end{cases}$
- $\dfrac{a}{\pm\infty} = 0$
- $(+\infty)^a = \begin{cases} +\infty, & a > 0 \\ 0, & a < 0 \\ ?, & a \to 0 \end{cases}$
- $a^{+\infty} = \begin{cases} 0, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ +\infty, & a > 1 \end{cases}$
- $a^{-\infty} = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq a < 1 \\ ?, & a \to 1 \\ 0, & a > 1 \end{cases}$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$

- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = \,?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = \,?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

## Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

## Και παιχνίδι με τα $\pm\infty$

- $+\infty + (+\infty) = +\infty$
- $-\infty + (-\infty) = -\infty$
- $+\infty + (-\infty) = ?$
- $\pm\infty \cdot \pm\infty = \pm\infty$
- $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty} = ?$
- $(+\infty)^{+\infty} = +\infty$
- $(+\infty)^{-\infty} = 0$

Κρατάμε τα $\infty \cdot 0$, $\infty^0$, $1^{\pm\infty}$, $+\infty + (-\infty)$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\dfrac{0}{0}$

# Ασκήσεις

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \frac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \frac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \frac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{1}{f(x)}$

Στο σχήμα Geogebra φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (εφόσον υπάρχουν):

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)|$, $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{f(x)}$ και $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} |f(x)|$ και $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{f(x)}$
- $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{1}{f(x)}$, $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{1}{f(x)-3}$ και $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{1}{f(x)}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{|x-3|}$
2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε τα όρια (αν υπάρχουν)

1. $\lim_{x\to 3} \frac{1}{|x-3|}$
2. $\lim_{x\to 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$
3. $\lim_{x\to 2} \frac{2x+1}{x-2}$
4. $\lim_{x\to 0} \frac{1+\sqrt{x}}{x}$

Να βρείτε, (αν υπάρχει) το $\lim_{x \to 1} \dfrac{3x+2}{x^2-1}$

Για τις διάφορες τιμές του $\lambda$ να βρείτε το $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-\lambda x+\lambda}{(x-2)^2}$

Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ για την οποία το $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\alpha x^2 + x - 2}{x^2 - x}$ είναι πραγματικός αριθμός

Έστω μια συνάρτηση $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f(x) \leq x - \frac{1}{x} \text{ για κάθε } x > 0$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|f(x) - 3|}{f^2(x) - 3f(x)}$

Έστω μια συνάρτηση $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f(x) \leq x - \frac{1}{x} \text{ για κάθε } x > 0$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{|f(x) - 3|}{f^2(x) - 3f(x)}$

Αν για μια συνάρτηση ισχύει:

$$|x-2|f(x) \geq x-1 \text{ για κάθε } x \neq 2$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim_{x \to 2} f(x)$
2. $\lim_{x \to 2} f(x) \eta\mu \frac{1}{f(x)}$

Αν για μια συνάρτηση ισχύει:

$$|x-2|f(x) \geq x-1 \text{ για κάθε } x \neq 2$$

Να βρείτε τα όρια:

1. $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$
2. $\lim\limits_{x \to 2} f(x) \eta\mu \dfrac{1}{f(x)}$

Έστω $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μια συνάρτηση, για την οποία ισχύει $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2 f(x)\right) = 1$. Να βρείτε τα όρια

1. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-1}{f(x)}$

Έστω $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μια συνάρτηση, για την οποία ισχύει $\lim\limits_{x \to 0} \left(x^2 f(x)\right) = 1$. Να βρείτε τα όρια

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$
2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x-1}{f(x)}$

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x+2}{|\eta\mu x|-|x|}$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{|x|}-\dfrac{1}{x}\right)$

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια.

1. $\lim_{x \to 0} \dfrac{3x+2}{|\eta\mu x| - |x|}$
2. $\lim_{x \to 0} \left( \dfrac{1}{|x|} - \dfrac{1}{x} \right)$