

Αλγεβρα Α Λυκείου

Εισαγωγή στις Συναρτήσεις

Κωνσταντίνος Λόλας

Συναρτήσεις Λοιπόν

Ορισμός Συνάρτησης

Ορισμός

Συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B λέγεται μια διαδικασία (κανόνας) με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου A αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου B .

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
 - Τιμή της Συνάρτησης
 - Ανεξάρτητη μεταβλητή
 - Εξαρτημένη μεταβλητή
 - Σύνολο τιμών
 - Συμβολισμοί
-
- Τύπος (ορισμός)
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
 - Τιμή της Συνάρτησης
 - Ανεξάρτητη μεταβλητή
 - Εξαρτημένη μεταβλητή
 - Σύνολο τιμών
 - Συμβολισμοί
-
- Τύπος (ορισμός)
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί

● Τύπος (ορισμός)

● Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
- Τύπος (ορισμός)
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με \mathbb{R}
- Τύπος (ορισμός)
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
- Τύπος
- Τύπος
- Τύπος
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητό
 - Αποκλειστικό
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση
 - Γραφική παράσταση
 - Πίνακες τιμών

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση
 - Γραφική παράσταση
 - Πίνακες τιμών

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση
 - Γραφική παράσταση
 - Πίνακες τιμών

Λέξεις κλειδιά

- Πεδίο Ορισμού (σύνολο ορισμού)
- Τιμή της Συνάρτησης
- Ανεξάρτητη μεταβλητή
- Εξαρτημένη μεταβλητή
- Σύνολο τιμών
- Συμβολισμοί
 - Με f
 - Με βέλος
 - Με τελεία!
- Τύπος (ορισμός)
 - Πράξεις
 - Νοητά
 - Αναδρομικά
- Αναπαράσταση
 - Γραφική παράσταση
 - Πίνακες τιμών

Εξάσκηση 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

① Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f .

② Να υπολογίσετε τις τιμές:

$$f(0), f(-1), f(2\alpha), f(x+1), f(f(0))$$

Εξάσκηση 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

- ① Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f .
- ② Να υπολογίσετε τις τιμές:

$$f(0), f(-1), f(2\alpha), f(x+1), f(f(0))$$

Εξάσκηση 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^2 + \beta x - 1$. Να βρείτε τις τιμές των α και β , για τις οποίες ισχύει $f(1) = 0$ και $f(2) = 3$.

Εξάσκηση 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-\infty, 1] \\ x^2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.

- 1 Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f
- 2 Να βρείτε τις τιμές $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Εξάσκηση 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-\infty, 1] \\ x^2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$.

- ① Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f
- ② Να βρείτε τις τιμές $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Εξάσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1, & -2 < x < 0 \\ \alpha x^3 + \beta, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$.

- 1 Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f
- 2 Να βρείτε τις τιμές των α και β για τις οποίες ισχύουν $f(-1) = 2$ και $f(1) = 3$

Εξάσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1, & -2 < x < 0 \\ \alpha x^3 + \beta, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$.

- ① Να γράψετε το πεδίο ορισμού της f
- ② Να βρείτε τις τιμές των α και β για τις οποίες ισχύουν $f(-1) = 2$ και $f(1) = 3$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 + x - 1$

② $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

③ $f(x) = \frac{2}{5x^2 - x - 4}$

④ $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x + 1}$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 + x - 1$

② $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

③ $f(x) = \frac{2}{5x^2 - x - 4}$

④ $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x + 1}$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad f(x) = x^2 + x - 1$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{2}{5x^2 - x - 4}$$

$$\textcircled{4} \quad f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x + 1}$$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad f(x) = x^2 + x - 1$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{2}{5x^2 - x - 4}$$

$$\textcircled{4} \quad f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - x + 1}$$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x-1}$

② $f(x) = (x-1)^{2/3}$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$

④ $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑤ $f(x) = \sqrt{2-|x|} + \sqrt{x-1}$

⑥ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x-1}$

② $f(x) = (x-1)^{2/3}$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$

④ $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑤ $f(x) = \frac{\sqrt{2-|x|}}{x} + \sqrt{x-1}$

⑥ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x-1}$

② $f(x) = (x-1)^{2/3}$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$

④ $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑤ $f(x) = \sqrt{2-|x|} + \sqrt{x-1}$

⑥ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x-1}$

② $f(x) = (x-1)^{2/3}$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$

④ $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑤ $f(x) = \sqrt{2-|x|} + \sqrt{x-1}$

⑥ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x-1}$

② $f(x) = (x-1)^{2/3}$

③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$

④ $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

⑤ $f(x) = \sqrt{2-|x|} + \sqrt{x-1}$

⑥ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = (x-1)^{2/3}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x}}$$

$$\textcircled{4} \quad f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\textcircled{5} \quad f(x) = \sqrt{2-|x|} + \sqrt{x-1}$$

$$\textcircled{6} \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

Εξάσκηση 7

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x - 2$.

- ① Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$
- ② Να λύσετε την ανίσωση $f(x+1) - f(2x) > x^2 - x$

Εξάσκηση 7

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x - 2$.

- ① Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$
- ② Να λύσετε την ανίσωση $f(x + 1) - f(2x) > x^2 - x$

Εξάσκηση 8

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x - 2}{x^3 - x}$.

- ① Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- ② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$

Εξάσκηση 8

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x - 2}{x^3 - x}$.

- ① Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- ② Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$

Εξάσκηση 9

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases}$. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 4$

Εξάσκηση 10

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x$. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 2 και -1 ανήκουν στο σύνολο τιμών της f .

Εξάσκηση 11

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < 0 \\ 3x, & x \geq 0 \end{cases}$. Να βρείτε τις τιμές:

- ① $f(x^2)$
- ② $f(-x)$, αν $x > 0$
- ③ $f\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, αν $x \geq 1$

Εξάσκηση 11

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < 0 \\ 3x, & x \geq 0 \end{cases}$. Να βρείτε τις τιμές:

- ① $f(x^2)$
- ② $f(-x)$, αν $x > 0$
- ③ $f\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, αν $x \geq 1$

Εξάσκηση 11

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < 0 \\ 3x, & x \geq 0 \end{cases}$. Να βρείτε τις τιμές:

- ① $f(x^2)$
- ② $f(-x)$, αν $x > 0$
- ③ $f\left(1 - \frac{1}{x}\right)$, αν $x \geq 1$

Εξάσκηση 12

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} -3x, & x \leq 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$. Να λύσετε την εξίσωση $f(-x) = f(x^2 + 1)$

Εξάσκηση 13

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - 1, & 0 < x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$. Να λύσετε

- ① την εξίσωση $f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$ στο διάστημα $[1, +\infty)$
- ② την ανίσωση $f(2 - x) > 3$ στο διάστημα $(0, 1)$

Εξάσκηση 13

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - 1, & 0 < x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$. Να λύσετε

- ① την εξίσωση $f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$ στο διάστημα $[1, +\infty)$
- ② την ανίσωση $f(2 - x) > 3$ στο διάστημα $(0, 1)$