

# Συναρτήσεις

Μελέτη και χάραξη γραφικής παράστασης συνάρτησης

Κωνσταντίνος Λόλας

10<sup>ο</sup> ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

5 Ιουλίου 2025 — Έκδοση: 2.6

# Τέλος Διαφορικού Λογισμού ΟΛΕΕΕΕΕΕΕΕ

Κλείνουμε το μαγαζί! Σκουπίζουμε και πάμε για άλλα!

# Όλα μαζί!

- Πεδίο ορισμού
- Αρτία - Περιττή
- Σημεία τομής με άξονες
- Συνέχεια
- Παραγωγισιμότητα
- Μονοτονία - Ακρότατα
- Κυρτότητα - Σημεία καμπής
- Ασύμπτωτες

Και τα βάζουμε όλα μαζί σε άξονες!

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2e^{x-1} - x^2$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2e^{x-1} - x^2$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2e^{x-1} - x^2$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

2. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x - x$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής

Να βρείτε τις ασύμπτωτές της  $C_f$

Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$



3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

4. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^x, x > 0$ .

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

5. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

5. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

5. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$



6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 e^{1-x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$
- ④ Με τη βοήθεια της  $C_f$ , να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης  $f(x) = a, a \in \mathbb{R}$

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 e^{1-x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$
- ④ Με τη βοήθεια της  $C_f$ , να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης  $f(x) = a, a \in \mathbb{R}$

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 e^{1-x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$
- ④ Με τη βοήθεια της  $C_f$ , να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης  $f(x) = a, a \in \mathbb{R}$

7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 e^{1-x}$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, τη κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- ② Να βρείτε τις οριακές τιμές της  $f$  στα άκρα του διαστήματος του πεδίου ορισμού της και τις ασύμπτωτές της  $C_f$
- ③ Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$  και να σχεδιάσετε τη  $C_f$
- ④ Με τη βοήθεια της  $C_f$ , να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης  $f(x) = a, a \in \mathbb{R}$

8. Εστω  $f : [1, 7] \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύουν:

- $f(6) = 2f(4) = -4f(1) = 4, f(2) = 0$
- Η  $f$  είναι ικανοποιεί τις υποθέσεις του Θ. Rolle στο  $[1, 7]$ .

Η γραφική παράσταση της  $f'$ , φαίνεται στο σχήμα.

- 1 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα
- 2 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμψής
- 3 Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να σχεδιάσετε τη  $C_f$

8. Εστω  $f : [1, 7] \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύουν:

- $f(6) = 2f(4) = -4f(1) = 4, f(2) = 0$
- Η  $f$  είναι ικανοποιεί τις υποθέσεις του Θ. Rolle στο  $[1, 7]$ .

Η γραφική παράσταση της  $f'$ , φαίνεται στο σχήμα.

- 1 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα
- 2 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- 3 Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να σχεδιάσετε τη  $C_f$

8. Εστω  $f : [1, 7] \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύουν:

- $f(6) = 2f(4) = -4f(1) = 4, f(2) = 0$
- Η  $f$  είναι ικανοποιεί τις υποθέσεις του Θ. Rolle στο  $[1, 7]$ .

Η γραφική παράσταση της  $f'$ , φαίνεται στο σχήμα.

- 1 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα
- 2 Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής
- 3 Με βάση τις απαντήσεις σας στα προηγούμενα ερωτήματα, να σχεδιάσετε τη  $C_f$