

Τριγωνομετρία

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κωνσταντίνος Λόλας

10^ο ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

10 Δεκεμβρίου 2025 — Έκδοση: 2.7

Γιατί αναγωγή;

Το πρόβλημα: Πώς υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών εκτός του Α' τεταρτημορίου;

- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ (εύκολο!)
- $\eta\mu 150^\circ = ???$ (Β' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 210^\circ = ???$ (Γ' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 330^\circ = ???$ (Δ' τεταρτημόριο)
- Θα μάθουμε να τα φέρνουμε όλα στο Α' τεταρτημόριο!

Γιατί αναγωγή;

Το πρόβλημα: Πώς υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών εκτός του Α' τεταρτημορίου;

- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ (εύκολο!)
- $\eta\mu 150^\circ = ???$ (Β' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 210^\circ = ???$ (Γ' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 330^\circ = ???$ (Δ' τεταρτημόριο)
- Θα μάθουμε να τα φέρνουμε όλα στο Α' τεταρτημόριο!

Γιατί αναγωγή;

Το πρόβλημα: Πώς υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών εκτός του Α' τεταρτημορίου;

- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ (εύκολο!)
- $\eta\mu 150^\circ = ???$ (Β' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 210^\circ = ???$ (Γ' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 330^\circ = ???$ (Δ' τεταρτημόριο)
- Θα μάθουμε να τα φέρνουμε όλα στο Α' τεταρτημόριο!

Γιατί αναγωγή;

Το πρόβλημα: Πώς υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών εκτός του Α' τεταρτημορίου;

- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ (εύκολο!)
- $\eta\mu 150^\circ = ???$ (Β' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 210^\circ = ???$ (Γ' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 330^\circ = ???$ (Δ' τεταρτημόριο)
- Θα μάθουμε να τα φέρνουμε όλα στο Α' τεταρτημόριο!

Γιατί αναγωγή;

Το πρόβλημα: Πώς υπολογίζουμε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών εκτός του Α' τεταρτημορίου;

- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ (εύκολο!)
- $\eta\mu 150^\circ = ???$ (Β' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 210^\circ = ???$ (Γ' τεταρτημόριο)
- $\eta\mu 330^\circ = ???$ (Δ' τεταρτημόριο)
- Θα μάθουμε να τα φέρνουμε όλα στο Α' τεταρτημόριο!

Η μαγική ιδέα

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κάθε γωνία μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια γωνία του Α' τεταρτημορίου!

• Β' τεταρτημόριο: $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

• Γ' τεταρτημόριο: $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ή $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

• Δ' τεταρτημόριο: $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ή $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

Όλα μπορούν να αναχθούν στο $0^\circ < \omega < 90^\circ$

Η μαγική ιδέα

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κάθε γωνία μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια γωνία του Α' τεταρτημορίου!

- Β' τεταρτημόριο: $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$
- Γ' τεταρτημόριο: $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ή $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
- Δ' τεταρτημόριο: $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ή $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$
- Όλες μπορούν να αναχθούν στο $0^\circ < \omega < 90^\circ$

Η μαγική ιδέα

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κάθε γωνία μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια γωνία του Α' τεταρτημορίου!

- Β' τεταρτημόριο: $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$
- Γ' τεταρτημόριο: $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ή $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
- Δ' τεταρτημόριο: $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ή $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$
- Όλες μπορούν να αναχθούν στο $0^\circ < \omega < 90^\circ$

Η μαγική ιδέα

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κάθε γωνία μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια γωνία του Α' τεταρτημορίου!

- Β' τεταρτημόριο: $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$
- Γ' τεταρτημόριο: $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ή $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
- Δ' τεταρτημόριο: $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ή $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$
- Όλες μπορούν να αναχθούν στο $0^\circ < \omega < 90^\circ$

Η μαγική ιδέα

Αναγωγή στο Α' Τεταρτημόριο

Κάθε γωνία μπορεί να γραφεί σε σχέση με μια γωνία του Α' τεταρτημορίου!

- Β' τεταρτημόριο: $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$
- Γ' τεταρτημόριο: $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ή $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
- Δ' τεταρτημόριο: $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ή $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$
- Όλες μπορούν να αναχθούν στο $0^\circ < \omega < 90^\circ$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Παραπληρωματική γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Β' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ - \omega$ ή $\theta = \pi - \omega$
όπου ω είναι η παραπληρωματική γωνία στο Α' τεταρτημόριο

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ - \omega) = +\eta\mu\omega$ (θετικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\eta\mu 150^\circ = \eta\mu(180^\circ - 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
 όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ' Τεταρτημόριο

Τύπος

Για γωνία θ στο Γ' τεταρτημόριο: $\theta = 180^\circ + \omega$ ή $\theta = \pi + \omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(180^\circ + \omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ (αρνητικό!)
- $\epsilon\varphi(180^\circ + \omega) = +\epsilon\varphi\omega$ (θετικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu 210^\circ = \sigma\upsilon\nu(180^\circ + 30^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
 όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

$$\circ \quad \eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega \text{ (αρνητικό!)}$$

$$\circ \quad \sigma\upsilon\nu -\omega = +\sigma\upsilon\nu\omega \text{ (θετικό!)}$$

$$\circ \quad \epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega \text{ (αρνητικό!)}$$

$$\text{Παράδειγμα: } \sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu - \omega) = +\sigma\upsilon\nu\omega$ (θετικό!)
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu - \omega) = +\sigma\upsilon\nu\omega$ (θετικό!)
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu - \omega) = +\sigma\upsilon\nu\omega$ (θετικό!)
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu - \omega) = +\sigma\upsilon\nu\omega$ (θετικό!)
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Αντίθετη γωνία

Τύπος

Για γωνία θ στο Δ' τεταρτημόριο: $\theta = -\omega$
όπου ω είναι γωνία του Α' τεταρτημορίου

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$ (αρνητικό!)
- $\sigma\upsilon\nu - \omega) = +\sigma\upsilon\nu\omega$ (θετικό!)
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$ (αρνητικό!)

Παράδειγμα: $\sigma\upsilon\nu(-30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$

- $\varepsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\varepsilon\varphi(-\omega) = -\varepsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$

- $\epsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$

- $\varepsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\varepsilon\varphi(-\omega) = -\varepsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$

- $\varepsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\varepsilon\varphi(-\omega) = -\varepsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$

- $\epsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$

- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$

- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$

- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$
- $\epsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$
- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$
- $\epsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$
- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ειδικές γωνίες - Το μυστικό όπλο!

Γωνίες που απλοποιούν τα πάντα:

- $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$
- $\epsilon\varphi(90^\circ - \omega) = \sigma\varphi\omega$
- $\eta\mu(-\omega) = -\eta\mu\omega$
- $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- $\epsilon\varphi(-\omega) = -\epsilon\varphi\omega$

Παράδειγμα: $\eta\mu 60^\circ = \eta\mu(90^\circ - 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

One rule to rule them all

- 1 Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- 2 Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- 3 Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή

- 4 Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- 5 Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή

$$\alpha = \pi \pm \omega$$

$$\alpha = \omega$$

$$\alpha = \pm \omega$$

$$\alpha = \pm \omega$$

- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

One rule to rule them all

- ① Βρες σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η γωνία
- ② Διάλεξε άξονα από τον οποίο θα ξεκινήσεις
- ③ Γράψε την γωνία στην κατάλληλη μορφή
 - $\pi \pm \omega$
 - $-\omega$
 - $\frac{\pi}{2} \pm \omega$
 - $\frac{3\pi}{2} \pm \omega$
- ④ Αν από άξονα " $x'x$ " κρατάμε το ίδιο, αλλιώς αλλάζουμε
- ⑤ Βάλε το πρόσημο

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

Ασκήσεις

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$

③ $\epsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\upsilon\nu 240^\circ$

⑥ $\epsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\nu\nu 150^\circ$

③ $\varepsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\nu\nu 240^\circ$

⑥ $\varepsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$

③ $\varepsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\upsilon\nu 240^\circ$

⑥ $\varepsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$

③ $\varepsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\upsilon\nu 240^\circ$

⑥ $\varepsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$

③ $\varepsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\upsilon\nu 240^\circ$

⑥ $\varepsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών:

① $\eta\mu 120^\circ$

② $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$

③ $\varepsilon\varphi 135^\circ$

④ $\eta\mu 210^\circ$

⑤ $\sigma\upsilon\nu 240^\circ$

⑥ $\varepsilon\varphi 300^\circ$

Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής:

① $\eta\mu\frac{2\pi}{3}$

② $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}$

③ $\epsilon\varphi\frac{5\pi}{6}$

④ $\eta\mu\frac{7\pi}{6}$

⑤ $\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{3}$

Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής:

① $\eta\mu\frac{2\pi}{3}$

② $\sigma\nu\nu\frac{3\pi}{4}$

③ $\varepsilon\varphi\frac{5\pi}{6}$

④ $\eta\mu\frac{7\pi}{6}$

⑤ $\sigma\nu\nu\frac{5\pi}{3}$

Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής:

① $\eta\mu\frac{2\pi}{3}$

② $\sigma\nu\nu\frac{3\pi}{4}$

③ $\varepsilon\varphi\frac{5\pi}{6}$

④ $\eta\mu\frac{7\pi}{6}$

⑤ $\sigma\nu\nu\frac{5\pi}{3}$

Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής:

① $\eta\mu\frac{2\pi}{3}$

② $\sigma\nu\nu\frac{3\pi}{4}$

③ $\varepsilon\varphi\frac{5\pi}{6}$

④ $\eta\mu\frac{7\pi}{6}$

⑤ $\sigma\nu\nu\frac{5\pi}{3}$

Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση αριθμομηχανής:

① $\eta\mu\frac{2\pi}{3}$

② $\sigma\nu\nu\frac{3\pi}{4}$

③ $\varepsilon\varphi\frac{5\pi}{6}$

④ $\eta\mu\frac{7\pi}{6}$

⑤ $\sigma\nu\nu\frac{5\pi}{3}$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

① $\eta\mu(180^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

② $\varepsilon\varphi(360^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - x)$

③ $\frac{\eta\mu(\pi-x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi+x)}{\varepsilon\varphi(2\pi-x)}$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

① $\eta\mu(180^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

② $\varepsilon\varphi(360^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - x)$

③ $\frac{\eta\mu(\pi-x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi+x)}{\varepsilon\varphi(2\pi-x)}$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\textcircled{1} \quad \eta\mu(180^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$$

$$\textcircled{2} \quad \varepsilon\varphi(360^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - x)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\eta\mu(\pi-x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi+x)}{\varepsilon\varphi(2\pi-x)}$$

Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τα:

① $\sigma\upsilon\nu x$

② $\epsilon\varphi x$

③ $\eta\mu(180^\circ - x)$

④ $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τα:

① $\sigma\upsilon\nu x$

② $\varepsilon\varphi x$

③ $\eta\mu(180^\circ - x)$

④ $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τα:

① $\sigma\upsilon\nu x$

② $\varepsilon\varphi x$

③ $\eta\mu(180^\circ - x)$

④ $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τα:

- ① $\sigma\upsilon\nu x$
- ② $\epsilon\varphi x$
- ③ $\eta\mu(180^\circ - x)$
- ④ $\sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)$

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \eta\mu 120^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 210^\circ + \varepsilon\varphi 135^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 300^\circ$$

Να δείξετε ότι:

$$\textcircled{1} \quad \eta\mu(180^\circ - x) + \eta\mu(180^\circ + x) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma\upsilon\nu(360^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \varepsilon\varphi(180^\circ + x) \cdot \varepsilon\varphi(360^\circ - x) = -\varepsilon\varphi^2 x$$

Να δείξετε ότι:

$$\textcircled{1} \quad \eta\mu(180^\circ - x) + \eta\mu(180^\circ + x) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma\upsilon\nu(360^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \varepsilon\varphi(180^\circ + x) \cdot \varepsilon\varphi(360^\circ - x) = -\varepsilon\varphi^2 x$$

Να δείξετε ότι:

$$\textcircled{1} \quad \eta\mu(180^\circ - x) + \eta\mu(180^\circ + x) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma\upsilon\nu(360^\circ - x) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \varepsilon\varphi(180^\circ + x) \cdot \varepsilon\varphi(360^\circ - x) = -\varepsilon\varphi^2 x$$

Να βρείτε το πρόσημο των παραστάσεων:

① $A = \eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 200^\circ$

② $B = \varepsilon\varphi 150^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 300^\circ$

③ $\Gamma = \eta\mu 250^\circ \cdot \varepsilon\varphi 320^\circ$

Να βρείτε το πρόσημο των παραστάσεων:

① $A = \eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 200^\circ$

② $B = \varepsilon\varphi 150^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 300^\circ$

③ $\Gamma = \eta\mu 250^\circ \cdot \varepsilon\varphi 320^\circ$

Να βρείτε το πρόσημο των παραστάσεων:

① $A = \eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 200^\circ$

② $B = \varepsilon\varphi 150^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 300^\circ$

③ $\Gamma = \eta\mu 250^\circ \cdot \varepsilon\varphi 320^\circ$

Να υπολογίσετε χωρίς αριθμομηχανή:

$$A = \eta\mu^2 150^\circ + \sigma\nu\nu^2 150^\circ + \varepsilon\varphi 135^\circ \cdot \sigma\varphi 135^\circ$$

Αν $\sin x = -\frac{5}{13}$ και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε:

- ① τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς του x
- ② το $\eta\mu(\pi - x)$
- ③ το $\sigma\upsilon\nu(2\pi - x)$

Αν $\sin x = -\frac{5}{13}$ και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε:

- ① τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς του x
- ② το $\eta\mu(\pi - x)$
- ③ το $\sin(2\pi - x)$

Αν $\sin x = -\frac{5}{13}$ και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε:

- ① τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς του x
- ② το $\eta\mu(\pi - x)$
- ③ το $\sin(2\pi - x)$

Να λύσετε τις εξισώσεις στο $[0, 2\pi]$:

$$\textcircled{1} \quad \eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4}$$

$$\textcircled{3} \quad \varepsilon\varphi x = \sqrt{3}$$

Να λύσετε τις εξισώσεις στο $[0, 2\pi]$:

① $\eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{6}$

② $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4}$

③ $\epsilon\varphi x = \sqrt{3}$

Να λύσετε τις εξισώσεις στο $[0, 2\pi]$:

① $\eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{6}$

② $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4}$

③ $\varepsilon\varphi x = \sqrt{3}$