

Ευθεία

Εξίσωση Ευθείας

Κωνσταντίνος Λόλας

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Το μεγάλο ταξίδι

- Ορισμός
- Εξίσωση
- Γενική Εξίσωση, to rule them all!
- Ελάχιστος συνδυασμός με διανύσματα, shame!
- Εύρεση εξίσωσης από κάθε περίπτωση, brace yourselves!
- 2 νέοι τύποι (απόστασης και εμβαδού)

Γνωστά ή Άγνωστα νερά?

Λέξεις κλειδιά

- Κλίση
- Συντελεστής διεύθυνσης
- $\varepsilon\varphi\theta$
- α
- Σημεία
- Παραλληλία
- Καθετότητα
- Σημεία τομής...

είναι μερικά που θυμάμαι!

Γραμμές, γραμμές παντού

- Τι είναι γραμμή?
- Γραφικά ή Αλγεβρικά?

Γραμμές, γραμμές παντού

- Τι είναι γραμμή?
- Γραφικά ή Αλγεβρικά?

Γραφικά

Εύκολο!

Αλγεβρικά

Ορισμός γραμμής

Μία εξίσωση με τουλάχιστον έναν άγνωστο

Σημείο στη γραμμή

Κάθε σημείο που επαληθεύει την εξίσωση

Ας φτιάξουμε απλές γραμμές

- $y = 2$
- $x = 1$
- $x - y = 0$
- $y = 2x$

Ας φτιάξουμε απλές γραμμές

- $y = 2$
- $x = 1$
- $x - y = 0$
- $y = 2x$

Ας φτιάξουμε απλές γραμμές

- $y = 2$
- $x = 1$
- $x - y = 0$
- $y = 2x$

Ας φτιάξουμε απλές γραμμές

- $y = 2$
- $x = 1$
- $x - y = 0$
- $y = 2x$

Ορισμοί

Γωνία Ευθείας

Ονομάζουμε γωνία της ευθείας με τον άξονα $x'x$, την γωνία που σχηματίζει ο $x'x$ όταν στραφεί αντίστροφα με τους δείκτες του ρολογιού έως ότου συμπέσει με την ευθεία

Συντελεστής Διεύθυνσης Ευθείας

Ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης (ή κλίση) της ευθείας την εφαπτομένη της γωνίας της ευθείας με τον $x'x$

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Ξεπηδούν οι απορίες

- Τι τιμές παίρνει μία γωνία
- Τι τιμές παίρνει η κλίση
- Πότε είναι παράλληλες δύο ευθείες
- Πότε είναι παράλληλη μία ευθεία με ένα διάνυσμα
- Ποιά άλλα διανύσματα είναι παράλληλα με την ευθεία?
- Πότε είναι κάθετες δύο ευθείες? μην βιάζεστε!!!!

Λίγη ιστορία

Κλίση διανύσματος

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Εξισώση ευθείας 1 (από κλίση και σημείο)

Ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει συντελεστής διεύθυνσης λ και ας έχουμε γνωστό ένα σημείο (x_0, y_0) . Κάθε σημείο (x, y) που ανήκει στην ευθεία θα έχει με το γνωστό σημείο κλίση λ . Άρα

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \lambda$$

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

Εξισώση ευθείας 1 (από κλίση και σημείο)

Ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει συντελεστής διεύθυνσης λ και ας έχουμε γνωστό ένα σημείο (x_0, y_0) . Κάθε σημείο (x, y) που ανήκει στην ευθεία θα έχει με το γνωστό σημείο κλίση λ . Άρα

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \lambda$$

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

Εξίσωση ευθείας 2 (από δύο σημεία)

Ας είναι δύο σημεία (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Αν $x_1 \neq x_2$...

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \dots$$

και έχουμε κλίση και σημείο (κοίτα προηγούμενη διαφάνεια)

Εξισώση ευθείας 2 (από δύο σημεία)

Ας είναι δύο σημεία (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Αν $x_1 \neq x_2 \dots$

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \dots$$

και έχουμε κλίση και σημείο (κοίτα προηγούμενη διαφάνεια)

Εξισώση ευθείας 2 (από δύο σημεία)

Ας είναι δύο σημεία (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Αν $x_1 \neq x_2$...

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \dots$$

και έχουμε κλίση και σημείο (κοίτα προηγούμενη διαφάνεια)

Εξισώση ευθείας 3 (δεν έχει κλίση)

Εύκολο?

Εξάσκηση 1

Να βρείτε το συντελεστή διαύθυνσης λ μιας ευθείας η οποία:

- 1 σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{\pi}{3}$
- 2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$
- 3 διέρχεται από τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(3, 6)$

Εξάσκηση 1

Να βρείτε το συντελεστή διαύθυνσης λ μιας ευθείας η οποία:

- 1 σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{\pi}{3}$
- 2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$
- 3 διέρχεται από τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(3, 6)$

Εξάσκηση 1

Να βρείτε το συντελεστή διαύθυνσης λ μιας ευθείας η οποία:

- 1 σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{\pi}{3}$
- 2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$
- 3 διέρχεται από τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(3, 6)$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ οι ευθείες που διέρχονται από τα σημεία

① $A(1, 0)$ και $B(2, \sqrt{3})$

② $A(2, 3)$ και $B(1, 3)$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ οι ευθείες που διέρχονται από τα σημεία

① $A(1, 0)$ και $B(2, \sqrt{3})$

② $A(2, 3)$ και $B(1, 3)$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης λ μιας ευθείας ε , η οποία:

- ① είναι παράλληλη στην ευθεία ε_1 που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 120^\circ$
- ② είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 που διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(3, 5)$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης λ μιας ευθείας ε , η οποία:

- 1 είναι παράλληλη στην ευθεία ε_1 που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 120^\circ$
- 2 είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 που διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(3, 5)$

Εξάσκηση 4

Έστω η ευθεία ε που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και η ευθεία ζ που διέρχεται από τα σημεία $A(3, \alpha)$ και $B(5, 3\alpha - 2)$. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε:

- 1 Οι ευθείες ε και ζ να είναι παράλληλες
- 2 Οι ευθείες ε και ζ να είναι κάθετες

Εξάσκηση 4

Έστω η ευθεία ε που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και η ευθεία ζ που διέρχεται από τα σημεία $A(3, \alpha)$ και $B(5, 3\alpha - 2)$. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε:

- ① Οι ευθείες ε και ζ να είναι παράλληλες
- ② Οι ευθείες ε και ζ να είναι κάθετες

Εξάσκηση 5

Θεωρούμε την ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 3$. Να βρείτε:

- 1 Την εξίσωση της ευθείας ε
- 2 Την τιμή του λ , για την οποία το σημείο $M(\lambda - 1, 2\lambda)$ ανήκει στην ευθεία ε .

Εξάσκηση 5

Θεωρούμε την ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 3$. Να βρείτε:

- 1 Την εξίσωση της ευθείας ε
- 2 Την τιμή του λ , για την οποία το σημείο $M(\lambda - 1, 2\lambda)$ ανήκει στην ευθεία ε .

Εξάσκηση 6

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $A(3, 2)$ και:

- 1 σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$
- 2 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$
- 3 είναι κάθετη στην ευθεία ζ με συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{1}{2}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $A(3, 2)$ και:

- ① σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$
- ② είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$
- ③ είναι κάθετη στην ευθεία ζ με συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{1}{2}$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $A(3, 2)$ και:

- ① σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$
- ② είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, -4)$
- ③ είναι κάθετη στην ευθεία ζ με συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{1}{2}$