

# Άλγεβρα - Ανισώσεις

## A Βαθμού, Απόλυτα

Κωνσταντίνος Λόλας

8 Φεβρουαρίου 2026 — Έκδοση: 2.7

# Γιατί ανισώσεις; Γιατί όχι μόνο εξισώσεις;

- Οι εξισώσεις θέλουν "μία ή μερικές" λύσεις – αυστηρές!
- Οι ανισώσεις είναι πιο ανοιχτόμυαλες: πολλές λύσεις, περισσότερη ελευθερία!
- Χρήσιμες όταν η ζωή δεν είναι... ίση (και συνήθως δεν είναι!)

# Γιατί ανισώσεις; Γιατί όχι μόνο εξισώσεις;

- Οι εξισώσεις θέλουν "μία ή μερικές" λύσεις – αυστηρές!
- Οι ανισώσεις είναι πιο ανοιχτόμυαλες: πολλές λύσεις, περισσότερη ελευθερία!
- Χρήσιμες όταν η ζωή δεν είναι... ίση (και συνήθως δεν είναι!)

# Γιατί ανισώσεις; Γιατί όχι μόνο εξισώσεις;

- Οι εξισώσεις θέλουν "μία ή μερικές" λύσεις – αυστηρές!
- Οι ανισώσεις είναι πιο ανοιχτόμυαλες: πολλές λύσεις, περισσότερη ελευθερία!
- Χρήσιμες όταν η ζωή δεν είναι... ίση (και συνήθως δεν είναι!)

## Αν αλλάξω μεριά... θα αλλάξω και ζωή;

- Στις εξισώσεις: αλλάζεις μέλη, όλα καλά!
- Στις ανισώσεις: αλλάζεις μέλη, αλλάζει και η φορά – προσοχή, μην μπερδευτείς!
- Πολλαπλασιάζεις με αρνητικό; Η ανίσωση κάνει τούμπα!

## Αν αλλάξω μεριά... θα αλλάξω και ζωή;

- Στις εξισώσεις: αλλάζεις μέλη, όλα καλά!
- Στις ανισώσεις: αλλάζεις μέλη, αλλάζει και η φορά – προσοχή, μην μπερδευτείς!
- Πολλαπλασιάζεις με αρνητικό; Η ανίσωση κάνει τούμπα!

## Αν αλλάξω μεριά... θα αλλάξω και ζωή;

- Στις εξισώσεις: αλλάζεις μέλη, όλα καλά!
- Στις ανισώσεις: αλλάζεις μέλη, αλλάζει και η φορά – προσοχή, μην μπερδευτείς!
- Πολλαπλασιάζεις με αρνητικό; Η ανίσωση κάνει τούμπα!

# Διάταξη: Ο ξάδερφος που αποδεικνύει, όχι που λύνει

- Ίδια σύμβολα ( $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), άλλη φάση
- Στις διατάξεις: "Αποδεικνύω!" – Στις ανισώσεις: "Λύνω!"
- Εδώ ψάχνουμε όλα τα  $x$  που κάνουν την ανίσωση χαρούμενη



# Διάταξη: Ο ξάδερφος που αποδεικνύει, όχι που λύνει

- Ίδια σύμβολα ( $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), άλλη φάση
- Στις διατάξεις: "Αποδεικνύω!" – Στις ανισώσεις: "Λύνω!"
- Εδώ ψάχνουμε όλα τα  $x$  που κάνουν την ανίσωση χαρούμενη

## Διάταξη: Ο ξάδερφος που αποδεικνύει, όχι που λύνει

- Ίδια σύμβολα ( $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), άλλη φάση
- Στις διατάξεις: "Αποδεικνύω!" – Στις ανισώσεις: "Λύνω!"
- Εδώ ψάχνουμε όλα τα  $x$  που κάνουν την ανίσωση χαρούμενη

# Απόλυτα: Η παγίδα του "ό,τι και να γίνει"

- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$  (σαν αγκαλιά)
- $|x| > a \Rightarrow x < -a$  ή  $x > a$  (τρέχει μακριά!)
- Πάντα δύο περιπτώσεις – διπλή διασκέδαση

# Απόλυτα: Η παγίδα του "ό,τι και να γίνει"

- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$  (σαν αγκαλιά)
- $|x| > a \Rightarrow x < -a$  ή  $x > a$  (τρέχει μακριά!)
- Πάντα δύο περιπτώσεις – διπλή διασκέδαση

## Απόλυτα: Η παγίδα του "ό,τι και να γίνει"

- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$  (σαν αγκαλιά)
- $|x| > a \Rightarrow x < -a$  ή  $x > a$  (τρέχει μακριά!)
- Πάντα δύο περιπτώσεις – διπλή διασκέδαση

## Γινόμενα: Ο πίνακας προσήμων σώζει ζωές

- Βρίσκω ρίζες, φτιάχνω πινακάκι (σαν sudoku για μαθηματικούς)
- Κοιτάω πού το γινόμενο είναι  $+$  ή  $-$  και διαλέγω στρατόπεδο

# Γινόμενα: Ο πίνακας προσήμων σώζει ζωές

- Βρίσκω ρίζες, φτιάχνω πινακάκι (σαν sudoku για μαθηματικούς)
- Κοιτάω πού το γινόμενο είναι  $+$  ή  $-$  και διαλέγω στρατόπεδο

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση



## Ασκήσεις

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $x - 2(x - 1) > 3x + 5$

②  $3x < 3(x + 2)$

③  $4 - 2(x - 1) < 5 - 2x$

④  $3 - (2x + 1) \leq 2(1 - x)$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $x - 2(x - 1) > 3x + 5$

②  $3x < 3(x + 2)$

③  $4 - 2(x - 1) < 5 - 2x$

④  $3 - (2x + 1) \leq 2(1 - x)$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $x - 2(x - 1) > 3x + 5$

②  $3x < 3(x + 2)$

③  $4 - 2(x - 1) < 5 - 2x$

④  $3 - (2x + 1) \leq 2(1 - x)$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $x - 2(x - 1) > 3x + 5$

②  $3x < 3(x + 2)$

③  $4 - 2(x - 1) < 5 - 2x$

④  $3 - (2x + 1) \leq 2(1 - x)$

Να βρείτε το μεγαλύτερο ακέραιο, για τον οποίο αληθεύει η ανίσωση

$$1 - \frac{2x - 1}{10} \geq x - \frac{2 - 3x}{5}$$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

①  $3 - 2(x + 1) \geq 5$  και  $3x - 1 > 2(x - 5)$

②  $2x + 3 > 3$  και  $1 - 3x < 0$

③  $2x \leq 2x + 1 \leq 11$

④  $3x + 1 > x - (x - 1)$  και  $x - 2 < 1 - (5 - x)$

⑤  $-1 \leq \frac{3x}{2} - 1 < 2$ , όταν  $x \in \mathbb{Z}$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

①  $3 - 2(x + 1) \geq 5$  και  $3x - 1 > 2(x - 5)$

②  $2x + 3 > 3$  και  $1 - 3x < 0$

③  $2x \leq 2x + 1 \leq 11$

④  $3x + 1 > x - (x - 1)$  και  $x - 2 < 1 - (5 - x)$

⑤  $-1 \leq \frac{3x}{2} - 1 < 2$ , όταν  $x \in \mathbb{Z}$



Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

①  $3 - 2(x + 1) \geq 5$  και  $3x - 1 > 2(x - 5)$

②  $2x + 3 > 3$  και  $1 - 3x < 0$

③  $2x \leq 2x + 1 \leq 11$

④  $3x + 1 > x - (x - 1)$  και  $x - 2 < 1 - (5 - x)$

⑤  $-1 \leq \frac{3x}{2} - 1 < 2$ , όταν  $x \in \mathbb{Z}$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

①  $3 - 2(x + 1) \geq 5$  και  $3x - 1 > 2(x - 5)$

②  $2x + 3 > 3$  και  $1 - 3x < 0$

③  $2x \leq 2x + 1 \leq 11$

④  $3x + 1 > x - (x - 1)$  και  $x - 2 < 1 - (5 - x)$

⑤  $-1 \leq \frac{3x}{2} - 1 < 2$ , όταν  $x \in \mathbb{Z}$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

①  $3 - 2(x + 1) \geq 5$  και  $3x - 1 > 2(x - 5)$

②  $2x + 3 > 3$  και  $1 - 3x < 0$

③  $2x \leq 2x + 1 \leq 11$

④  $3x + 1 > x - (x - 1)$  και  $x - 2 < 1 - (5 - x)$

⑤  $-1 \leq \frac{3x}{2} - 1 < 2$ , όταν  $x \in \mathbb{Z}$

Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των τιμών των παραστάσεων:

①  $P(x) = (x - 1)(x - 2)$

②  $A = 1 - \frac{1}{x}$

Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των τιμών των παραστάσεων:

①  $P(x) = (x - 1)(x - 2)$

②  $A = 1 - \frac{1}{x}$

Να λύσετε την ανίσωση  $\lambda(x - \lambda) < 2x - 4$ , για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| < 2$

②  $3|x| - 1 \leq 0$

③  $|x| > 5$

④  $1 - 2d(x, 0) \leq 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| < 2$

②  $3|x| - 1 \leq 0$

③  $|x| > 5$

④  $1 - 2d(x, 0) \leq 0$



Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| < 2$

②  $3|x| - 1 \leq 0$

③  $|x| > 5$

④  $1 - 2d(x, 0) \leq 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| < 2$

②  $3|x| - 1 \leq 0$

③  $|x| > 5$

④  $1 - 2d(x, 0) \leq 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| + 1 < 0$

②  $|x| + 2 > 0$

③  $|x| \leq 0$

④  $|x| > 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| + 1 < 0$

②  $|x| + 2 > 0$

③  $|x| \leq 0$

④  $|x| > 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| + 1 < 0$

②  $|x| + 2 > 0$

③  $|x| \leq 0$

④  $|x| > 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|x| + 1 < 0$

②  $|x| + 2 > 0$

③  $|x| \leq 0$

④  $|x| > 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|2x - 3| < 6$

②  $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} \geq 2$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $|2x - 3| < 6$

②  $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} \geq 2$



Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $1 < |x| \leq 3$

②  $2 \leq |3x - 1| < 5$

Να λύσετε τις ανισώσεις:

①  $1 < |x| \leq 3$

②  $2 \leq |3x - 1| < 5$

Να λύσετε τις ανισώσεις

①  $2(|x| - 1) - (|-x| - 2) < |3x|$

②  $|2x - 1| - \left| \frac{1}{2} - x \right| > 1$

Να λύσετε τις ανισώσεις

$$\textcircled{1} \quad 2(|x| - 1) - (|-x| - 2) < |3x|$$

$$\textcircled{2} \quad |2x - 1| - \left| \frac{1}{2} - x \right| > 1$$

Να λύσετε τις ανισώσεις

①  $x^2 < 1$

②  $x^4 - 81 > 0$

③  $(x - 1)^2 - 2 < 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις

①  $x^2 < 1$

②  $x^4 - 81 > 0$

③  $(x - 1)^2 - 2 < 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις

①  $x^2 < 1$

②  $x^4 - 81 > 0$

③  $(x - 1)^2 - 2 < 0$

Να λύσετε την ανίσωση  $|2x - 3| < |2x + 1|$



Να λύσετε την ανίσωση  $|x + 2| - |x - 1| < x + 2$

Να λύσετε:

① την ανίσωση  $||x - 1| - 2| < 2$

② την ανίσωση  $||2x - 1| - 3| + |2x - 1| = 3$

Να λύσετε:

① την ανίσωση  $||x - 1| - 2| < 2$

② την ανίσωση  $||2x - 1| - 3| + |2x - 1| = 3$

Να λύσετε ανισώσεις:

$$\textcircled{1} \frac{|x| + 2}{|x| + 1} < 2$$

$$\textcircled{2} \left| \frac{1}{|x| + 2} \right| < \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{2}{|x - 1|} > 1$$

Να λύσετε ανισώσεις:

$$\textcircled{1} \frac{|x| + 2}{|x| + 1} < 2$$

$$\textcircled{2} \left| \frac{1}{|x| + 2} \right| < \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{2}{|x - 1|} > 1$$

Να λύσετε ανισώσεις:

$$\textcircled{1} \frac{|x| + 2}{|x| + 1} < 2$$

$$\textcircled{2} \left| \frac{1}{|x| + 2} \right| < \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{2}{|x - 1|} > 1$$

Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , για τις οποίες η εξίσωση  $x^2 - (\lambda - 1)x + 3 = 0$  έχει πραγματικές ρίζες

Δίνεται η συνάρτηση  $y = \frac{\sqrt{2 - |x|}}{x}$

- ① Να βρείτε τις τιμές του  $x$ , για τις οποίες ορίζεται η συνάρτηση
- ② Να λύσετε την εξίσωση  $y = 1$



Δίνεται η συνάρτηση  $y = \frac{\sqrt{2 - |x|}}{x}$

- ① Να βρείτε τις τιμές του  $x$ , για τις οποίες ορίζεται η συνάρτηση
- ② Να λύσετε την εξίσωση  $y = 1$