

Διαγώνισμα Άλγεβρα Β Λυκείου

Θέμα Α

1. [Μονάδες 12] Να αποδείξετε τις εξής ταυτότητες:

(i). $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

(ii). $\eta\mu^2\omega = \frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega}$

2. [Μονάδες 3] Πότε μια συνάρτηση f λέγεται περιοδική;

3. [Μονάδες 10] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

α) Οι αντίθετες γωνίες έχουν αντίθετο συνημίτονο

β) $\varepsilon\varphi(2k\pi + \omega) = \varepsilon\varphi\omega, k \in \mathbb{Z}$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι περιοδική με περίοδο 2π

δ) Η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\omega$ έχει μία λύση

ε) Η συνάρτηση $f(x) = \rho\sigma\upsilon\nu(\omega x), \rho > 0, \omega > 0$ έχει μέγιστη τιμή το ρ , ελάχιστη τιμή το $-\rho$ και περίοδο $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Θέμα Β

Έστω γωνία $\omega \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ για την οποία ισχύει η σχέση:

$$\eta\mu(\pi - \omega) + \sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} - \omega) = \frac{6}{5}$$

1. [Μονάδες 7] Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$

2. [Μονάδες 6] Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω

3. [Μονάδες 6] Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\frac{15\pi}{2} + \omega$

4. [Μονάδες 6] Να αποδείξετε ότι $\frac{3\pi}{4} < \omega < \frac{5\pi}{6}$

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4\sigma\upsilon\nu^2x - 4\sigma\upsilon\nu x + 2, x \in (0, 2\pi)$.

1. [Μονάδες 8] Να λύσετε τις εξισώσεις

(i). $f(x) = 2$

(ii). $f(x) = 1$

2. [Μονάδες 9] Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f

i. είναι περιοδική με περίοδο $T = 2\pi$

ii. είναι άρτια

iii. δεν είναι γνησίως μονότονη

3. [Μονάδες 8] Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 1$ για κάθε $x \in (0, 2\pi)$ και στη συνέχεια να βρείτε τα x για τα οποία η f παρουσιάζει ελάχιστο

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x) + \kappa$, όπου $\rho > 0$, $\omega > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$, τέτοια ώστε:

- έχει περίοδο $T = \pi$
- έχει ελάχιστη τιμή το 1
- και η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 2

1. **[Μονάδες 6]** να υπολογίσετε τα ρ , ω και κ

Αν $\rho = 1$, $\omega = \kappa = 2$, τότε

2. **[Μονάδες 4]** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, \pi]$

3. **[Μονάδες 8]** Αν η ευθεία $y = \frac{5}{2}$ τέμνει τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, \pi]$ στα σημεία K και Λ , τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου $OK\Lambda$, όπου O η αρχή των αξόνων

4. **[Μονάδες 7]** Να λύσετε την εξίσωση $f(2x) = f(3x)$ στο διάστημα $[0, \pi]$

Καλή επιτυχία