Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση

Εκθετική Συνάρτηση

Κωνσταντίνος Λόλας

Ώρα ιστορίας

Ξέρουμε όλοι τι σημαίνει

- αριθμός υψωμένος σε φυσικό αριθμό
- αριθμός υψωμένος σε ακέραιο αριθμό
- μάθαμε στην Α Λυκείου, αριθμό υψωμένο σε ρητό
- πάμε για αριθμό υψωμένο σε πραγματικό!

και επειδή σίγουρα δεν θυμάστε...

Ώρα ιστορίας

Ξέρουμε όλοι τι σημαίνει

- αριθμός υψωμένος σε φυσικό αριθμό
- αριθμός υψωμένος σε ακέραιο αριθμό
- μάθαμε στην Α Λυκείου, αριθμό υψωμένο σε ρητό
- πάμε για αριθμό υψωμένο σε πραγματικό!

και επειδή σίγουρα δεν θυμάστε...

Ώρα ιστορίας

Ξέρουμε όλοι τι σημαίνει

- αριθμός υψωμένος σε φυσικό αριθμό
- αριθμός υψωμένος σε ακέραιο αριθμό
- μάθαμε στην Α Λυκείου, αριθμό υψωμένο σε ρητό
- πάμε για αριθμό υψωμένο σε πραγματικό!

και επειδή σίγουρα δεν θυμάστε...

Ώρα ιστορίας

Ξέρουμε όλοι τι σημαίνει

- αριθμός υψωμένος σε φυσικό αριθμό
- αριθμός υψωμένος σε ακέραιο αριθμό
- μάθαμε στην Α Λυκείου, αριθμό υψωμένο σε ρητό
- πάμε για αριθμό υψωμένο σε πραγματικό!

και επειδή σίγουρα δεν θυμάστε...

Ώρα ιστορίας

Ξέρουμε όλοι τι σημαίνει

- αριθμός υψωμένος σε φυσικό αριθμό
- αριθμός υψωμένος σε ακέραιο αριθμό
- μάθαμε στην Α Λυκείου, αριθμό υψωμένο σε ρητό
- πάμε για αριθμό υψωμένο σε πραγματικό!

και επειδή σίγουρα δεν θυμάστε...

Βασική επανάληψη

Ιδιότητες δυνάμεων με $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$
- $\alpha^{\kappa-\lambda} = \dfrac{\alpha^{\kappa}}{\alpha^{\lambda}}$
- $(\alpha^{\kappa})^{\lambda} = \alpha^{\kappa \cdot \lambda}$
- $\alpha^{\kappa} \cdot \beta^{\kappa} = (\alpha \cdot \beta)^{\kappa}$
- $\dfrac{\alpha^{\kappa}}{\beta^{\kappa}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\kappa}$

Ορισμός

Για κάθε $\alpha \geq 0$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

$$\alpha^{\frac{\kappa}{\lambda}} = \sqrt[\lambda]{\alpha^{\kappa}}$$

Βασική επανάληψη

Ιδιότητες δυνάμεων με $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$
- $\alpha^{\kappa-\lambda} = \dfrac{\alpha^{\kappa}}{\alpha^{\lambda}}$
- $(\alpha^{\kappa})^{\lambda} = \alpha^{\kappa\cdot\lambda}$
- $\alpha^{\kappa} \cdot \beta^{\kappa} = (\alpha \cdot \beta)^{\kappa}$
- $\dfrac{\alpha^{\kappa}}{\beta^{\kappa}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\kappa}$

Ορισμός

Για κάθε $\alpha \geq 0$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

$$\alpha^{\frac{\kappa}{\lambda}} = \sqrt[\lambda]{\alpha^{\kappa}}$$

Βασική επανάληψη

Ιδιότητες δυνάμεων με $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$
- $\alpha^{\kappa-\lambda} = \dfrac{\alpha^{\kappa}}{\alpha^{\lambda}}$
- $(\alpha^{\kappa})^{\lambda} = \alpha^{\kappa \cdot \lambda}$
- $\alpha^{\kappa} \cdot \beta^{\kappa} = (\alpha \cdot \beta)^{\kappa}$
- $\dfrac{\alpha^{\kappa}}{\beta^{\kappa}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\kappa}$

Ορισμός

Για κάθε $\alpha \geq 0$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

$$\alpha^{\frac{\kappa}{\lambda}} = \sqrt[\lambda]{\alpha^{\kappa}}$$

Βασική επανάληψη

Ιδιότητες δυνάμεων με $\alpha \in \mathbb{R}$ και κ, $\lambda \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$
- $\alpha^{\kappa-\lambda} = \dfrac{\alpha^{\kappa}}{\alpha^{\lambda}}$
- $(\alpha^{\kappa})^{\lambda} = \alpha^{\kappa \cdot \lambda}$
- $\alpha^{\kappa} \cdot \beta^{\kappa} = (\alpha \cdot \beta)^{\kappa}$
- $\dfrac{\alpha^{\kappa}}{\beta^{\kappa}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\kappa}$

Ορισμός

Για κάθε $\alpha \geq 0$ και κ, $\lambda \in \mathbb{N}$

$$\alpha^{\frac{\kappa}{\lambda}} = \sqrt[\lambda]{\alpha^{\kappa}}$$

Βασική επανάληψη

Ιδιότητες δυνάμεων με $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$
- $\alpha^{\kappa-\lambda} = \dfrac{\alpha^{\kappa}}{\alpha^{\lambda}}$
- $\left(\alpha^{\kappa}\right)^{\lambda} = \alpha^{\kappa\cdot\lambda}$
- $\alpha^{\kappa} \cdot \beta^{\kappa} = (\alpha \cdot \beta)^{\kappa}$
- $\dfrac{\alpha^{\kappa}}{\beta^{\kappa}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\kappa}$

Ορισμός

Για κάθε $\alpha \geq 0$ και $\kappa, \lambda \in \mathbb{N}$

$$\alpha^{\frac{\kappa}{\lambda}} = \sqrt[\lambda]{\alpha^{\kappa}}$$

Πώς υπολογίζουμε λοιπόν

- Φυσικός: $\alpha^x = \overbrace{\alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}^{\text{x φορές}}$
- Ακέραιος: $\alpha^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- Ρητός: $\alpha^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{\alpha^x}$, μόνο για $\alpha \geq 0$
- Άρρητος: ΤΣΟΥΚ! Μόνο με υπολογιστή, προσεγγιστικά!

Πώς υπολογίζουμε λοιπόν

- Φυσικός: $\alpha^x = \overbrace{\alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}^{\text{x φορές}}$
- Ακέραιος: $\alpha^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- Ρητός: $\alpha^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{\alpha^x}$, μόνο για $\alpha \geq 0$
- Άρρητος: ΤΣΟΥΚ! Μόνο με υπολογιστή, προσεγγιστικά!

Πώς υπολογίζουμε λοιπόν

- Φυσικός: $\alpha^x = \overbrace{\alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}^{\text{x φορές}}$
- Ακέραιος: $\alpha^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- Ρητός: $\alpha^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{\alpha^x}$, μόνο για $\alpha \geq 0$
- Άρρητος: ΤΣΟΥΚ! Μόνο με υπολογιστή, προσεγγιστικά!

Πώς υπολογίζουμε λοιπόν

- Φυσικός: $\alpha^x = \overbrace{\alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}^{\text{x φορές}}$
- Ακέραιος: $\alpha^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- Ρητός: $\alpha^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{\alpha^x}$, μόνο για $\alpha \geq 0$
- Άρρητος: ΤΣΟΥΚ! Μόνο με υπολογιστή, προσεγγιστικά!

Επιστροφή στο σήμερα

Ιδιότητες δυνάμεων με α, β θετικοί πραγματικοί και x, x_1, $x_2 \in \mathbb{N}$

- $\alpha^{x_1+x_2} = \alpha^{x_1} \cdot \alpha^{x_2}$
- $\alpha^{x_1-x_2} = \dfrac{\alpha^{x_1}}{\alpha^{x_2}}$
- $\left(\alpha^{x_1}\right)^{x_2} = \alpha^{x_1 \cdot x_2}$
- $\alpha^{x} \cdot \beta^{x} = (\alpha \cdot \beta)^{x}$
- $\dfrac{\alpha^{x}}{\beta^{x}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{x}$

Με τι θα ασχοληθούμε

Συνάρτησεις $f(x) = a^x$ και εξισώσεις με άγνωστους εκθέτες!!!!

Πάμε!

Ορισμός

Εκθετική συνάρτηση ονομάζεται κάθε $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με $f(x) = a^x$, $\alpha > 0$, $a \neq 1$

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a ▸ Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a ▸ Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Παιχνίδι Geogebra

Ας μελετήσουμε την εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$ για κάθε a Geogebra

- Για ποιά a ορίζεται ως εκθετική?
- Τι γίνεται με την μονοτονία
- Τι γίνεται με τα ακρότατα
- Τι γίνεται με τα $-\infty$ και $+\infty$
- Υπάρχει ένα σταθερό σημείο για όλες?
- Σύνολο τιμών?

Ταξίδι στο μέλλον

1. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση πιάνει οποιαδήποτε πραγματική τιμή, το πολύ μία φορά!
2. Αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$
3. Αν $f(x_1) = f(x_2)$ τότε $x_1 = x_2$

Μια τέτοια συνάρτηση θα ονομάζεται ένα προς ένα.

Ταξίδι στο μέλλον

1. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση πιάνει οποιαδήποτε πραγματική τιμή, το πολύ μία φορά!
2. Αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$
3. Αν $f(x_1) = f(x_2)$ τότε $x_1 = x_2$

Μια τέτοια συνάρτηση θα ονομάζεται ένα προς ένα.

Ταξίδι στο μέλλον

1. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση πιάνει οποιαδήποτε πραγματική τιμή, το πολύ μία φορά!
2. Αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$
3. Αν $f(x_1) = f(x_2)$ τότε $x_1 = x_2$

Μια τέτοια συνάρτηση θα ονομάζεται <u>ένα προς ένα</u>.

Ταξίδι στο μέλλον

1. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση πιάνει οποιαδήποτε πραγματική τιμή, το πολύ μία φορά!
2. Αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$
3. Αν $f(x_1) = f(x_2)$ τότε $x_1 = x_2$

Μια τέτοια συνάρτηση θα ονομάζεται <u>ένα προς ένα</u>.

Άρα για εξισώσεις!

- Αν μπορούμε να έχουμε $a^x = a^y$ τότε $x = y$
- Αν δεν μπορούμε, ίσως δεν μπορούμε να λύσουμε άμεσα ως προς x. Ίσως
  - Θέτουμε
  - Μετασχηματίζουμε
  - ...

Άρα για εξισώσεις!

- Αν μπορούμε να έχουμε $a^x = a^y$ τότε $x = y$
- Αν δεν μπορούμε, ίσως δεν μπορούμε να λύσουμε άμεσα ως προς x. Ίσως
  - Θέτουμε
  - Μετασχηματίζουμε
  - ...

Άρα για εξισώσεις!

- Αν μπορούμε να έχουμε $a^x = a^y$ τότε $x = y$
- Αν δεν μπορούμε, ίσως δεν μπορούμε να λύσουμε άμεσα ως προς x. Ίσως
    - Θέτουμε
    - Μετασχηματίζουμε
    - ...

Άρα για εξισώσεις!

- Αν μπορούμε να έχουμε $a^x = a^y$ τότε $x = y$
- Αν δεν μπορούμε, ίσως δεν μπορούμε να λύσουμε άμεσα ως προς x. Ίσως
  - Θέτουμε
  - Μετασχηματίζουμε
  - ...

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

1. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{4}}$
2. $\dfrac{x}{\sqrt[4]{x^3}}, x > 0$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

1. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{4}}$
2. $\dfrac{x}{\sqrt[4]{x^3}}, x > 0$

Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

1. $f(x) = e^x + 1$
2. $f(x) = e^{x-1}$
3. $f(x) = e^{|x|}$

Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

1. $f(x) = e^x + 1$
2. $f(x) = e^{x-1}$
3. $f(x) = e^{|x|}$

Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

1. $f(x) = e^x + 1$
2. $f(x) = e^{x-1}$
3. $f(x) = e^{|x|}$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (a-1)^x$. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση f:

1. ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$
2. είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
3. είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (a-1)^x$. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση f:

1. ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$
2. είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
3. είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (a-1)^x$. Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση f:

1. ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$
2. είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
3. είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x + x - 1$.

1. Να εξετάσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
2. Να βρείτε τη τιμή $f(0)$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$
3. Να λύσετε την ανίσωση $e^x + x < 1$
4. Αν $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $e^\alpha - e^\beta < \beta - \alpha$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x + x - 1$.

1. Να εξετάσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
2. Να βρείτε τη τιμή $f(0)$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$
3. Να λύσετε την ανίσωση $e^x + x < 1$
4. Αν $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $e^\alpha - e^\beta < \beta - \alpha$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x + x - 1$.

1. Να εξετάσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
2. Να βρείτε τη τιμή $f(0)$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$
3. Να λύσετε την ανίσωση $e^x + x < 1$
4. Αν $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $e^\alpha - e^\beta < \beta - \alpha$

Έστω η συνάρτηση $f(x) = e^x + x - 1$.

1. Να εξετάσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
2. Να βρείτε τη τιμή $f(0)$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$
3. Να λύσετε την ανίσωση $e^x + x < 1$
4. Αν $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $e^\alpha - e^\beta < \beta - \alpha$

Να κάνετε το πίνακα προσήμων της συνάρτησης $f(x) = e^x - 1 + \dfrac{x}{x^2+1}$

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ και $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων
2. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$
3. Να γράψετε τη συνάρτηση g σε μορφή δύναμης
4. Έστω η συνάρτηση $h(x) = \dfrac{g(x)}{x}, x \neq 0$. Να δείξετε ότι:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{\sqrt[3]{-x}}, & x < 0 \end{cases}$$

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ και $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων
2. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$
3. Να γράψετε τη συνάρτηση g σε μορφή δύναμης
4. Έστω η συνάρτηση $h(x) = \dfrac{g(x)}{x}$, $x \neq 0$. Να δείξετε ότι:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{\sqrt[3]{-x}}, & x < 0 \end{cases}$$

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ και $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων
2. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$
3. Να γράψετε τη συνάρτηση g σε μορφή δύναμης
4. Έστω η συνάρτηση $h(x) = \dfrac{g(x)}{x}$, $x \neq 0$. Να δείξετε ότι:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{\sqrt[3]{-x}}, & x < 0 \end{cases}$$

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ και $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων
2. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$
3. Να γράψετε τη συνάρτηση g σε μορφή δύναμης
4. Έστω η συνάρτηση $h(x) = \dfrac{g(x)}{x}$, $x \neq 0$. Να δείξετε ότι:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{\sqrt[3]{-x}}, & x < 0 \end{cases}$$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $3^x = 9$
2. $2^{x-1} = \frac{1}{8}$
3. $3^x = \sqrt{3}$
4. $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-1} = \frac{8}{27}$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $3^x = 9$
2. $2^{x-1} = \dfrac{1}{8}$
3. $3^x = \sqrt{3}$
4. $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x-1} = \dfrac{8}{27}$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $3^x = 9$
2. $2^{x-1} = \dfrac{1}{8}$
3. $3^x = \sqrt{3}$
4. $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x-1} = \dfrac{8}{27}$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $3^x = 9$
2. $2^{x-1} = \dfrac{1}{8}$
3. $3^x = \sqrt{3}$
4. $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x-1} = \dfrac{8}{27}$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - e = 0$
2. $e^{3x-2} = 1$
3. $e^{-x} - \sqrt{e} = 0$
4. $e^x - e^{-x} = 0$
5. $e^x + 1 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - e = 0$
2. $e^{3x-2} = 1$
3. $e^{-x} - \sqrt{e} = 0$
4. $e^x - e^{-x} = 0$
5. $e^x + 1 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - e = 0$
2. $e^{3x-2} = 1$
3. $e^{-x} - \sqrt{e} = 0$
4. $e^x - e^{-x} = 0$
5. $e^x + 1 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - e = 0$
2. $e^{3x-2} = 1$
3. $e^{-x} - \sqrt{e} = 0$
4. $e^x - e^{-x} = 0$
5. $e^x + 1 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - e = 0$
2. $e^{3x-2} = 1$
3. $e^{-x} - \sqrt{e} = 0$
4. $e^x - e^{-x} = 0$
5. $e^x + 1 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $2^{x+1} + 4 \cdot 2^{x-1} = 4$
2. $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $2^{x+1} + 4 \cdot 2^{x-1} = 4$
2. $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - 2 \cdot e^{-x} + 1 = 0$
2. $3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $e^x - 2 \cdot e^{-x} + 1 = 0$
2. $3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x = 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις

1. $3^x < 9$
2. $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{8}{27}$
3. $e^x - 1 < 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις

1. $3^x < 9$
2. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x > \dfrac{8}{27}$
3. $e^x - 1 < 0$

Να λύσετε τις ανισώσεις

1. $3^x < 9$
2. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x > \dfrac{8}{27}$
3. $e^x - 1 < 0$

Να λύσετε την ανίσωση $5^x + 5^{1-x} < 6$

Να αποδείξετε ότι:

1. $e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
2. $e^{x^2} - 1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
3. $e^x - 1 > 0$ για κάθε $x > 0$
4. $e^{-x} - 1 < 0$ για κάθε $x > 0$

Να αποδείξετε ότι:

1. $e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
2. $e^{x^2} - 1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
3. $e^x - 1 > 0$ για κάθε $x > 0$
4. $e^{-x} - 1 < 0$ για κάθε $x > 0$

Να αποδείξετε ότι:

1. $e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
2. $e^{x^2} - 1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
3. $e^x - 1 > 0$ για κάθε $x > 0$
4. $e^{-x} - 1 < 0$ για κάθε $x > 0$

Να αποδείξετε ότι:

1. $e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
2. $e^{x^2} - 1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
3. $e^x - 1 > 0$ για κάθε $x > 0$
4. $e^{-x} - 1 < 0$ για κάθε $x > 0$

Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των συναρτήσεων

1. $f(x) = e - e^x$
2. $f(x) = \dfrac{e^x - e^2}{x - 1}$

Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των συναρτήσεων

1. $f(x) = e - e^x$
2. $f(x) = \dfrac{e^x - e^2}{x - 1}$

Να λύσετε τα συστήματα

1. $\begin{cases} 4^{x-1} \cdot 2^{y-2} = 8 \\ 3^{x-1} \cdot 3^{y-3} = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3^{x} - 5^{y} = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^{y} = 6 \end{cases}$

Να λύσετε τα συστήματα

1. $$\begin{cases} 4^{x-1} \cdot 2^{y-2} = 8 \\ 3^{x-1} \cdot 3^{y-3} = 1 \end{cases}$$
2. $$\begin{cases} 3^{x} - 5^{y} = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^{y} = 6 \end{cases}$$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $2^x + \sqrt{2^{x+4}} - 5 = 0$
2. $2 \cdot 5^{x-2} + 2^x - 12 \cdot 5^{x-3} - 3 \cdot 2^{x-3} = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $2^x + \sqrt{2^{x+4}} - 5 = 0$
2. $2 \cdot 5^{x-2} + 2^x - 12 \cdot 5^{x-3} - 3 \cdot 2^{x-3} = 0$

Να λύσετε την ανίσωση $8^x + 4^x - 2 < 0$

1. Να αποδείξετε ότι $e^x > \eta\mu x$ για κάθε $x > 0$
2. Να λύσετε την εξίσωση $e^x = \sigma\upsilon\nu x$ στο διάστημα $[0, +\infty)$

1. Να αποδείξετε ότι $e^x > \eta\mu x$ για κάθε $x > 0$
2. Να λύσετε την εξίσωση $e^x = \sigma\upsilon\nu x$ στο διάστημα $[0, +\infty)$

Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού είναι t_0 χρόνια, να δείξετε ότι η συνάρτηση που εκφράζει την εκθετική απόσβεση αυτού είναι $Q(t) = Q_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_0}}$

Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού είναι 10 χρόνια και η αρχική ποσότητα είναι 20 γραμμάρια, τότε:

1. Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει την εκθετική απόσβεση αυτού
2. Να υπολογίσετε την ποσότητ που θα έχει απομείνει μετά από 20 χρόνια
3. Να βρείτε μετά από πόσα χρόνια θα έχουν απομείνει $\frac{5}{256}$ γραμμάρια του ραδιενεργού υλικού

Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού είναι 10 χρόνια και η αρχική ποσότητα είναι 20 γραμμάρια, τότε:

1. Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει την εκθετική απόσβεση αυτού
2. Να υπολογίσετε την ποσότητ που θα έχει απομείνει μετά από 20 χρόνια
3. Να βρείτε μετά από πόσα χρόνια θα έχουν απομείνει $\frac{5}{256}$ γραμμάρια του ραδιενεργού υλικού

Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού είναι 10 χρόνια και η αρχική ποσότητα είναι 20 γραμμάρια, τότε:

1. Να βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει την εκθετική απόσβεση αυτού
2. Να υπολογίσετε την ποσότητ που θα έχει απομείνει μετά από 20 χρόνια
3. Να βρείτε μετά από πόσα χρόνια θα έχουν απομείνει $\dfrac{5}{256}$ γραμμάρια του ραδιενεργού υλικού