Άλγεβρα - Εξισώσεις

Εξισώσεις της μορφής $x^\nu = \alpha$

Κωνσταντίνος Λόλας

6 Δεκεμβρίου 2025 — **Έκδοση:** 2.7

Όταν το x κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το x ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$ (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$ (έφηβος)
- $x^2 = 9$ (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$ (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$ (Hulk mode!)

Όταν το x κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το x ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$ (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$ (έφηβος)
- $x^2 = 9$ (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$ (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$ (Hulk mode!)

Όταν το x κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το x ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$ (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$ (έφηβος)
- $x^2 = 9$ (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$ (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$ (Hulk mode!)

Όταν το x κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το x ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$ (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$ (έφηβος)
- $x^2 = 9$ (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$ (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$ (Hulk mode!)

Όταν το x κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το x ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$ (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$ (έφηβος)
- $x^2 = 9$ (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$ (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$ (Hulk mode!)

Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση $x^\nu = \alpha$;

- Εξαρτάται από το ν (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το α (τον αριθμό)
- Το ν καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε

Το α καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση $x^\nu = \alpha$;

- Εξαρτάται από το ν (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το α (τον αριθμό)
- Το ν καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το α καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση $x^\nu = \alpha$;

- Εξαρτάται από το ν (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το α (τον αριθμό)
- Το ν καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το α καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση $x^\nu = \alpha$;

- Εξαρτάται από το ν (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το α (τον αριθμό)
- Το ν καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το α καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση $x^\nu = \alpha$;

- Εξαρτάται από το ν (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το α (τον αριθμό)
- Το ν καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το α καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης: $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν περιττό:

- Αν $\alpha > 0$: $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ (μία θετική λύση)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha < 0$: $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$ (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!
  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
    Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
    Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!

  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$

  Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt{-\alpha}$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!
  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
  - Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!
  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
  - Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!
  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
  - Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

Γιατί οι περιττοί χρειάζονται δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για $x^3 = 8$: Απλά $x = \sqrt[3]{8} = 2$ (OK!)
- Για $x^3 = -8$: Δεν μπορούμε να γράψουμε $\sqrt[3]{-8}$!
  Λύση: Γράφουμε $x^3 = -8$ ως $x^3 = -1 \cdot 8$
  - Αν $x^3 = -8$, τότε $(-x)^3 = 8$ (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
  - Γενικά: $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ γίνεται $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης: $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν άρτιο:

- Αν $\alpha < 0$: **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha > 0$: $x = \pm\sqrt[\nu]{\alpha}$ (δύο λύσεις!)

Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης: $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν άρτιο:

- Αν $\alpha < 0$: **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha > 0$: $x = \pm\sqrt[\nu]{\alpha}$ (δύο λύσεις!)

Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης: $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με ν άρτιο:

- Αν $\alpha < 0$: **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν $\alpha = 0$: $x = 0$ (μία λύση)
- Αν $\alpha > 0$: $x = \pm\sqrt[\nu]{\alpha}$ (δύο λύσεις!)

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$ (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$ (ήταν θετικό!)
- Άρα $x^{2\kappa} \geq 0$ πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό: x και $-x$

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$ (αδύνατη!)

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$ (αδύνατη!)

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$ (αδύνατη!)

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$ (αδύνατη!)

Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$ (δύο λύσεις)

Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$ (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$ (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$ (αδύνατη!)

Σύνοψη - Ο χάρτης επιβίωσης

Εκθέτης	**Αριθμός**	**Λύση**	**Πλήθος**
Περιττός	$\alpha > 0$	$x = \sqrt[\nu]{\alpha}$	1
$\nu = 2\kappa + 1$	$\alpha = 0$	$x = 0$	1
	$\alpha < 0$	$x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$	1
Άρτιος	$\alpha > 0$	$x = \pm\sqrt[\nu]{\alpha}$	2
$\nu = 2\kappa$	$\alpha = 0$	$x = 0$	1
	$\alpha < 0$	Αδύνατη	0

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$
- $\sqrt{x^2} = x$

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$ (**Λάθος!** Είναι $\sqrt{x^2} = |x|$)

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$ (**Λάθος!** Είναι $\sqrt{x^2} = |x|$)

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$ (**Λάθος!** Είναι $\sqrt{x^2} = |x|$)

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$ (**Λάθος!** Είναι $\sqrt{x^2} = |x|$)

Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ (**Λάθος!** Ξέχασες το -3)
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$ (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$ (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$ (**Λάθος!** Είναι $\sqrt{x^2} = |x|$)

Ειδική περίπτωση: $x^2 = \alpha^2$

Προσοχή!

Αν έχουμε $x^2 = \alpha^2$, τότε:

$$x^2 - \alpha^2 = 0 \Rightarrow (x - \alpha)(x + \alpha) = 0$$

$$x = \alpha \text{ ή } x = -\alpha$$

Δηλαδή: $x = \pm\alpha$

Παράδειγμα

$x^2 = (2x - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(2x - 1)$

- $x = 2x - 1 \Rightarrow x = 1$
- $x = -(2x - 1) \Rightarrow x = -2x + 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Ειδική περίπτωση: $x^2 = \alpha^2$

Προσοχή!

Αν έχουμε $x^2 = \alpha^2$, τότε:

$$x^2 - \alpha^2 = 0 \Rightarrow (x - \alpha)(x + \alpha) = 0$$

$$x = \alpha \text{ ή } x = -\alpha$$

Δηλαδή: $x = \pm\alpha$

Παράδειγμα

$x^2 = (2x - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(2x - 1)$

- $x = 2x - 1 \Rightarrow x = 1$
- $x = -(2x - 1) \Rightarrow x = -2x + 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

Ασκήσεις

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 - 8 = 0$
2. $x^3 + 1 = 0$
3. $x^3 + 5 = 0$
4. $x^2 - 4 = 0$
5. $x^4 - 2 = 0$
6. $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 = 5x$
2. $x^5 - 32x^2 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

1. $x^3 = 5x$
2. $x^5 - 32x^2 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $(x-1)^4 - 81 = 0$
2. $(3x-1)^5 + 32 = 0$
3. $8x^3 - (x-1)^3 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $(x-1)^4 - 81 = 0$
2. $(3x-1)^5 + 32 = 0$
3. $8x^3 - (x-1)^3 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

1. $(x-1)^4 - 81 = 0$
2. $(3x-1)^5 + 32 = 0$
3. $8x^3 - (x-1)^3 = 0$

Να λύσετε την εξίσωση $(x-2)^4 - |x-2| = 0$.

Να λύσετε την εξίσωση $26x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$.