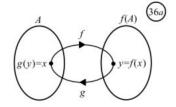
# **Συναρτήσεις** Αντίστροφη

Κωνσταντίνος. Λόλας



# B1 - (i)





# B1 - (i)

$$\begin{split} \Sigma \overrightarrow{F} &= \overrightarrow{0} \implies \overrightarrow{W} = -\overrightarrow{F}_{\varepsilon\lambda} \\ W &= F_{\varepsilon\lambda} \implies mg = k \cdot \Delta l_0 \\ \Delta l_0 &= \frac{mg}{k} = \mathbf{A}_1 \quad (1) \end{split}$$

Ασκώντας τη δύναμη  $\vec{F}$ , η Θ.Ι. της ΑΑΤ συμπίπτει με τη θέση φυσικού μεγέθους του ελατηρίου. Εφόσον ξεκινά από την ηρεμία, η θέση έναρξης αυτής, είναι ακραία. Άρα

$$\mathbf{A}_2 = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} \quad (2)$$

$$(1),(2) \implies A_1 = A_2$$



# B2 - (ii)

Η παροχή από κάθε οπή είναι σταθερή:

$$\Pi = \frac{V}{\Delta t} \implies V = \Pi \cdot \Delta t$$

Όταν είναι ανοιχτή μόνο η οπή (1):

$$V = \Pi_1 \cdot \Delta t = \mathbf{A} \, v_1 \cdot \Delta \, t_1 \quad (1)$$

Ταχύτητα εκροής:

$$v_1 = \sqrt{2g\left(H - \frac{5H}{6}\right)} = \sqrt{2g\frac{H}{6}} = \sqrt{g\frac{H}{3}}$$

Όταν είναι ανοιχτές και οι δύο οπές (1), (2):

$$\begin{split} V &= V_1 + V_2 = \Pi_1 \cdot \Delta t_2 + \Pi_2 \cdot \Delta t_2 = \mathbf{A} \cdot v_1 \cdot \Delta t_2 + \mathbf{A} \cdot v_2 \cdot \Delta t_2 \quad (2) \\ v_1 &= \sqrt{g \frac{H}{3}} \qquad v_2 = \sqrt{2g \left(H - \frac{H}{3}\right)} = \sqrt{2g \frac{2H}{3}} = 2\sqrt{g \frac{H}{3}} \Rightarrow v_2 = 2v_1 \\ \mathbf{A} v_1 \cdot \Delta t_1 &= \mathbf{A} \cdot v_1 \cdot \Delta t_2 + \mathbf{A} \cdot v_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2 + 2\Delta t_2 = 3\Delta t_2 \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3} \end{split}$$

# B3 - (iii)

$$K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1}$$
 
$$K_1' = \frac{\left(\frac{P_1}{5}\right)^2}{2m_1} \frac{1}{25} \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{1}{25} K_1$$

$$K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = K_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau)} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow K_2' = \frac{24}{25}K_1 \Rightarrow \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{24}{25}K_1}{K_1} \cdot 100\% = 96\%$$

# Γ1

$$I = \frac{E}{R_{\text{KA}} + r} \Rightarrow I = 3A$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_L = -\vec{W} \Rightarrow F_L = W \Rightarrow$$

$$B \cdot I \cdot l = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{I \cdot l} \Rightarrow B = 1T$$

# Γ2

Αντίσταση θερμικής συσκευής

$$P_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{\Sigma} = 6\Omega$$

Στιγμιαίες τιμές

$$\begin{split} \mathbf{E}_{\varepsilon\pi} &= B \cdot v \cdot l \quad I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathbf{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B \cdot v \cdot l}{R_{\mathrm{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}} \quad R_{1,\Sigma} = \frac{R_{1} \cdot R_{\Sigma}}{R_{1} + R_{\Sigma}} = 2\Omega \\ F_{L} &= B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot l = \frac{B^{2} v l^{2}}{R_{\mathrm{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}} \end{split}$$

Αρχικά  $W>F_L$  , οπότε:

$$\Sigma \overrightarrow{F} = \overrightarrow{W} + \overrightarrow{F}_L \uparrow \uparrow \overrightarrow{W}$$
 δηλαδή  $\Sigma \overrightarrow{F} \uparrow \uparrow \overrightarrow{v}$ 

Άρα επιταχυνόμενη κίνηση με στιγμιαία επιτάχυνση μέτρου:

$$\Sigma F = mg - F_L = ma \Rightarrow a = g - \frac{mg - F_L}{m} = g - \frac{B^2 v l^2}{m \left(R_{\text{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}\right)}$$

Καθώς αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας v, μειώνεται το μέτρο της επιτάχυνσης. Ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα όταν

$$a=0 \Rightarrow g=\frac{B^2 v_{o\rho} l^2}{m\left(R_{\mathrm{K}\Lambda}+R_{1,\Sigma}\right)} \Rightarrow v_{o\rho}=\frac{mg\left(R_{\mathrm{K}\Lambda}+R_{1,\Sigma}\right)}{B^2 l^2} \Rightarrow v_{o\rho}=12m/s$$

#### Г3

Τη στιγμή όπου 
$$v = \frac{v_{o\rho}}{2} = 6m/s$$

$$\begin{split} I' = \frac{Bvl}{R_{o\lambda}} = \frac{Bvl}{R_{\text{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}} = \frac{6}{4} = 1,5A \\ \frac{dP}{dt} = \Sigma F = mg - F_L = mg - BIl = 3 - 1,5 = 1,5kg\frac{m}{s^2} \end{split}$$



#### Γ4

Όταν 
$$v_{o\rho}=12m/s\Rightarrow I_{o\rho}=\frac{Bv_{o\rho}l}{R_{\rm KA}+R_{1,\Sigma}}=3A$$
 
$$V_{\rm KA}=V_{\pi o\lambda}=I_{o\rho}R_{1,\Sigma}=3\cdot 2=6V$$

Άρα 
$$V_{\mathrm{MN}} = V_{\mathrm{K}\Lambda} = 6V = V_{\Sigma} \Rightarrow$$
 κανονική λειτουργία



$$\begin{split} \Sigma_{\tau(\Gamma)} = 0 \Rightarrow W \frac{l}{2} \sigma \upsilon \nu \varphi + N_B \frac{l}{2} \sigma \upsilon \nu \varphi &= T_1 \frac{l}{2} \eta \mu \varphi \Rightarrow \\ N_B \sigma \upsilon \nu \varphi &= T_1 \eta \mu \varphi - W \sigma \upsilon \nu \varphi \Rightarrow \\ 0, 6N_B = 10, 5 \cdot 0, 8 - 10 \cdot 0, 6 \Rightarrow 0, 6N_B = 8, 4 - 6 \Rightarrow N_B = 4N \end{split}$$

$$\begin{split} I_{o\lambda} &= I_{\rho} + I_{\sigma\varphi} = \frac{1}{12} M_{\rho} l^2 + m \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 2kg \cdot m^2 \\ & \Sigma_{\tau(\Gamma)} = I_{o\lambda} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow mg \frac{l}{2} \sigma \upsilon \nu \varphi = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\ & 10 \cdot 0, 6 = 2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3rad/s^2 \\ & \frac{dL_{\rho}}{dt} = I_{\rho} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3kg \cdot m^2/s^2 \end{split}$$

#### Γωνιακή ταχύτητα $\omega$ ωριακά πριν φτάσει στο οριζόντιο δάπεδο

$$\begin{split} E_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} &= E_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow \\ mgl\eta\mu\varphi + M_{\rho}g\frac{l}{2}\eta\mu\varphi &= 0 + M_{\rho}g\frac{l}{2}\eta\mu\varphi + \frac{1}{2}I_{o\lambda}\omega^2 \Rightarrow \\ 10 \cdot 2 \cdot 0, 8 &= \frac{1}{2}2\omega^2 \Rightarrow \omega = 4rad/s \\ |\overrightarrow{L}_{\pi\rho\iota\nu}| &= I_{o\lambda}|\overrightarrow{\omega}| = 2 \cdot 4 = 8kg \cdot m^2/s \\ |\overrightarrow{L}_{\mu\varepsilon\tau}| &= I_{o\lambda}|\overrightarrow{\omega}'| = 2 \cdot 2 = 4kg \cdot m^2/s \\ \Delta \overrightarrow{L} &= \overrightarrow{L}_{\mu\varepsilon\tau} - \overrightarrow{L}_{\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta L = 4 - (-8) = 12kg \cdot m^2/s \end{split}$$

#### Δ4

#### Κύλιση χωρίς ολίσθηση

$$v_E=0 \Rightarrow v_{cm}=\omega R \Rightarrow a_{cm}=a_{\gamma\omega\nu}$$

Μεταφορική

$$\Sigma F = F + T_{\sigma\tau} = M_T \cdot a_{cm}$$

Περιστροφική

$$\begin{split} \Sigma_{\tau(\mathcal{O})} &= I_{\tau\rho} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot r - T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}M_TR^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\ &F \frac{r}{R} - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}M_T \cdot a_{cm} \end{split}$$

$$\begin{split} F\left(1+\frac{V}{R}\right) &= \frac{3}{2}M_T \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\ F\left(1+\frac{3}{4}\right) &= \frac{3}{2}M_T \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{7F}{6M_T} = 2m/s^2 \end{split}$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4m$$
 Μετατόπιση άκρου νήματος:

$$\Delta x_z = \Delta x_{cm} + r \cdot \Delta \varphi = \Delta x_{cm} + r \frac{\Delta x_{cm}}{R} = \Delta x_{cm} \left( 1 + \frac{r}{R} \right) = \frac{7}{4} \Delta x_{cm} = 7$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_z \cdot \sigma \upsilon \nu 0^\circ = 12 \cdot 7 = 84J$$



Λόλας