

Συναρτήσεις

Μονοτονία

Κωνσταντίνος Λόλας

Κάτι που αφήσαμε πιο πριν...

Δεν μπορούσαμε να υπολογίσουμε όλων των συναρτήσεων την μονοτονία π.χ.

① $e^x - x$

② $x^3 - 2x + 1$

③ $\ln x - x^2$

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
 - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0 , π.χ. $\sqrt{4,05}$
 - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
 - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Μονοτονία

Μονοτονία

Έστω μία συνάρτηση f συνεχής στο Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

Όμοια για $f'(x) < 0$

Απόδειξη

Μονοτονία

Μονοτονία

Έστω μία συνάρτηση f συνεχής στο Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

Όμοια για $f'(x) < 0$

Απόδειξη

Από εδώ και εμπρός...

- 1 Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
- 2 Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
- 3 Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
- 4 Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

- 1 Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
- 2 Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
- 3 Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
- 4 Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

- 1 Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
- 2 Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
- 3 Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
- 4 Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

- 1 Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
- 2 Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
- 3 Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
- 4 Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ❶ Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- ❷ Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- ❸ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- ❹ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ❶ Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$ ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!
- ❷ Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- ❸ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- ❹ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- 1 Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- 2 Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- 3 Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- 4 Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ① Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- ② Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$ ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!
- ③ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- ④ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- 1 Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- 2 Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- 3 Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- 4 Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ① Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- ② Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- ③ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$ ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!
- ④ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ① Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- ② Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- ③ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- ④ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

- ① Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
- ② Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
- ③ Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
- ④ Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!!!

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x + x - 1$

② $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

③ $f(x) = \eta\mu x - 2x$

④ $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

⑤ $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x + x - 1$

② $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

③ $f(x) = \eta\mu x - 2x$

④ $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

⑤ $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x + x - 1$

② $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

③ $f(x) = \eta\mu x - 2x$

④ $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

⑤ $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x + x - 1$

② $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

③ $f(x) = \eta\mu x - 2x$

④ $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

⑤ $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x + x - 1$

② $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

③ $f(x) = \eta\mu x - 2x$

④ $f(x) = (x - 1)^3 - 2$

⑤ $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

② $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$

③ $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$

④ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$

⑤ $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

② $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$

③ $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$

④ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$

⑤ $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

② $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$

③ $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$

④ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$

⑤ $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

② $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$

③ $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$

④ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$

⑤ $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

② $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$

③ $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$

④ $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$

⑤ $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$

② $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

③ $f(x) = \ln|x| + \frac{1}{2x^2}$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$

② $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

③ $f(x) = \ln|x| + \frac{1}{2x^2}$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

$$\textcircled{1} \quad f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \ln |x| + \frac{1}{2x^2}$$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

② $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

③ $f(x) = x\sqrt{x+1}$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

② $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

③ $f(x) = x\sqrt{x+1}$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

② $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

③ $f(x) = x\sqrt{x + 1}$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = 2e^x - x + 1$

② $f(x) = x^x, x > 0$

③ $f(x) = (x - 2)e^x - \frac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = 2e^x - x + 1$

② $f(x) = x^x, x > 0$

③ $f(x) = (x - 2)e^x - \frac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = 2e^x - x + 1$

② $f(x) = x^x, x > 0$

③ $f(x) = (x - 2)e^x - \frac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1 $f(x) = x^2 - x\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$

2 $f(x) = \frac{1}{1 + \eta\mu x}, x \in [0, \pi]$

3 $f(x) = \varepsilon\varphi x - x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1 $f(x) = x^2 - x \eta \mu x - \sigma \upsilon \nu x$

2 $f(x) = \frac{1}{1 + \eta \mu x}, x \in [0, \pi]$

3 $f(x) = \varepsilon \varphi x - x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x^2 - x\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$

② $f(x) = \frac{1}{1 + \eta\mu x}, x \in [0, \pi]$

③ $f(x) = \varepsilon\varphi x - x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Εξάσκηση 7

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \begin{cases} 1 - \ln(x^2 + 1) & , x < 0 \\ e^x - x & , x \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x < 0 \\ 32x^3 - 3x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$$

Εξάσκηση 7

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \begin{cases} 1 - \ln(x^2 + 1) & , x < 0 \\ e^x - x & , x \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x < 0 \\ 32x^3 - 3x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$$

Εξάσκηση 8

Έστω $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση η οποία είναι συνεχής και η γραφική παράσταση της f' φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .



Εξάσκηση 9

Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο της συνάρτησης

$$f(x) = e^x + 2x - 1$$

Εξάσκηση 10

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης

$$f(x) = e^x - e \ln x$$

Εξάσκηση 11

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$

② $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x} & , x \in (0, \pi) \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Εξάσκηση 11

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x} & , x \in (0, \pi) \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

- ① $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
- ② $f(x) = 2x \ln x - x^2$
- ③ $f(x) = e^{-x} + \ln x$
- ④ $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

- ① $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
- ② $f(x) = 2x \ln x - x^2$
- ③ $f(x) = e^{-x} + \ln x$
- ④ $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

① $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$

② $f(x) = 2x \ln x - x^2$

③ $f(x) = e^{-x} + \ln x$

④ $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

- ① $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
- ② $f(x) = 2x \ln x - x^2$
- ③ $f(x) = e^{-x} + \ln x$
- ④ $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 13

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1 $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x - x, x \in [0, \pi]$

2 $f(x) = e^x \sigma\upsilon\nu x, x \in [0, \pi)$

Εξάσκηση 13

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x - x, x \in [0, \pi]$

② $f(x) = e^x \sigma\upsilon\nu x, x \in [0, \pi)$

Εξάσκηση 14

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = 2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - 3x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$

② $f(x) = \frac{\sigma\varphi x}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 14

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = 2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - 3x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$

② $f(x) = \frac{\sigma\varphi x}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$

③ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$

③ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

① $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$

③ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 16

Έστω $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με $f(1) = f'(1) = 0$ και ισχύει $f''(x) > 0$ για κάθε

$x > 1$. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-1} & , x > 1 \\ 0 & , x = 1 \end{cases}$,

είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 17

Έστω $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(0) = 0$ η οποία είναι παραγωγίσιμη με $f'(0) = 0$ και η f' είναι γνησίως αύξουσα. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$, είναι γνησίως φθίνουσα

Εξάσκηση 18

Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}^*$, για τις οποίες η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{ax^3}{3} + x^2 + x - 1$$

είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 19

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 20

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις

1 $f(x) = e^x - x + \ln(1 + x^2)$

2 $f(x) = \ln x + x + e^{-x}$

Εξάσκηση 20

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις

① $f(x) = e^x - x + \ln(1 + x^2)$

② $f(x) = \ln x + x + e^{-x}$

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

[Πίσω στη θεωρία](#)

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

[Πίσω στη θεωρία](#)

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

[Πίσω στη θεωρία](#)

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

[Πίσω στη θεωρία](#)

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία