o ‘ ‰ } • • z • • … Ž

g ‘ • • ˜ • ƒ } o ƒ ˆ • { } g } ˆ Œ z Ž

g • ‰ • • } ‰ • { ‰ ‹ Ž h ˜ ‡ } Ž

Απόδειξη Fermat

Έστω ότι η f έχει τοπικό μέγιστο στο x_0.
Άρα $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x γύρω από το x_0.
Αφού f παραγωγίσιμη, θα υπάρχει το όριο

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = k \in \mathbb{R}$$

Για $x < x_0 \implies \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} > 0$ άρα

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \geq 0$$

Για $x > x_0 \implies \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} < 0$ άρα

$$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \leq 0$$

Άρα $0 \leq k \leq 0$, δηλαδή $f'(x_0) = 0$ Πίσω στη θεωρία

Απόδειξη Fermat

Έστω ότι η f έχει τοπικό μέγιστο στο x_0.
Άρα $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x γύρω από το x_0.
Αφού f παραγωγίσιμη, θα υπάρχει το όριο

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = k \in \mathbb{R}$$

Για $x < x_0 \implies \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} > 0$ άρα

$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \geq 0$$

Για $x > x_0 \implies \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} < 0$ άρα

$$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \leq 0$$

Άρα $0 \leq k \leq 0$, δηλαδή $f'(x_0) = 0$ Πίσω στη θεωρία