

Τριγωνομετρία

Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις

Κωνσταντίνος Λόλας

Γεύση από το μέλλον (part 2)

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

- ① νέα ιδιότητα συναρτήσεων (περίοδος)
- ② γραφική παράσταση ηx , σx , εx και σx
- ③ γραφική παράσταση σύνθετων τριγωνομετρικών συναρτήσεων

Γεύση από το μέλλον (part 2)

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

- ① νέα ιδιότητα συναρτήσεων (περίοδος)
- ② γραφική παράσταση ηmx , σnx , $\varepsilon \varphi x$ και $\sigma \varphi x$
- ③ γραφική παράσταση σύνθετων τριγωνομετρικών συναρτήσεων

Γεύση από το μέλλον (part 2)

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

- ① νέα ιδιότητα συναρτήσεων (περίοδος)
- ② γραφική παράσταση ηmx , σnx , $\varepsilon \varphi x$ και $\sigma \varphi x$
- ③ γραφική παράσταση σύνθετων τριγωνομετρικών συναρτήσεων

Καταιγίδα πριν την λιακάδα

Γνωστή έννοια με άγνωστα μαθηματικά... Περίοδος

- ① περιστροφής γης γύρω από τον εαυτό της $T \approx 24$ ώρες
- ② λεπτοδείκτη 60 λεπτά
- ③ σελήνης γύρω από τη γη ≈ 27 ημέρες...

Καταιγίδα πριν την λιακάδα

Γνωστή έννοια με άγνωστα μαθηματικά... Περίοδος

- ① περιστροφής γης γύρω από τον εαυτό της $T \approx 24$ ώρες
- ② λεπτοδείκτη 60 λεπτά
- ③ σελήνης γύρω από τη γη ≈ 27 ημέρες...

Καταιγίδα πριν την λιακάδα

Γνωστή έννοια με άγνωστα μαθηματικά... Περίοδος

- ① περιστροφής γης γύρω από τον εαυτό της $T \approx 24$ ώρες
- ② λεπτοδείκτη 60 λεπτά
- ③ σελήνης γύρω από τη γη ≈ 27 ημέρες...

Λίπιιγο μαθηματικά

Ορισμός

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιοδική, όταν υπάρχει αριθμός T τέτοιος ώστε για κάθε $x \in A$ να ισχύει:

- $x + T \in A, x - T \in A$
και
- $f(x + T) = f(x - T) = f(x)$

Ο πραγματικός αριθμός T λέγεται περίοδος της συνάρτησης f

Ορισμός (εξτρά)

Θεμελιώδης περίοδος είναι το μικρότερο θετικό T

Λίπιιγο μαθηματικά

Ορισμός

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιοδική, όταν υπάρχει αριθμός T τέτοιος ώστε για κάθε $x \in A$ να ισχύει:

- $x + T \in A, x - T \in A$
και
- $f(x + T) = f(x - T) = f(x)$

Ο πραγματικός αριθμός T λέγεται περίοδος της συνάρτησης f

Ορισμός (εξτρά)

Θεμελιώδης περίοδος είναι το μικρότερο θετικό T

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$

πολύ μεταρρύθμιση στην περίοδο

πολύ μεταρρύθμιση στην περίοδο

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$
- $\sigma v n x$ με περίοδο τα ίδια με πρώτη

εφαρμογές

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$
- $\sigma v n x$ με περίοδο το ίδιο με πριν

• εφτά με περίοδο

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$
- $\sigma v n x$ με περίοδο το ίδιο με πριν
- $\varepsilon \varphi x$ με περίοδο π

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$
- $\sigma v n x$ με περίοδο το ίδιο με πριν
- $\varepsilon \varphi x$ με περίοδο π

Δεν κρατιέστε!

Γνωστές περιοδικές συναρτήσεις

- $\eta \mu x$ με περίοδο $T = 2\pi$ ή $T = 4\pi$
- $\sigma v n x$ με περίοδο το ίδιο με πριν
- $\varepsilon \varphi x$ με περίοδο π

Γραφικές yeah!

- Ας δούμε την γραφική παράσταση της ηmx στο Geogebra
- Για το σunx σιγά μην ξανακάνουμε το ίδιο
- Ας δούμε την γραφική παράσταση της $\varepsilon \varphi x$ στο Geogebra

Γραφικές yeah!

- Ας δούμε την γραφική παράσταση της $\eta\mu x$ στο Geogebra
- Για το $\sigma\nu\eta x$ σιγά μην ξανακάνουμε το ίδιο
- Ας δούμε την γραφική παράσταση της $\varepsilon\varphi x$ στο Geogebra

Γραφικές yeah!

- Ας δούμε την γραφική παράσταση της $\eta\mu x$ στο Geogebra
- Για το $\sigma\nu\eta x$ σιγά μην ξανακάνουμε το ίδιο
- Ας δούμε την γραφική παράσταση της $\varepsilon\varphi x$ στο Geogebra

Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ έχει περίοδο $T = \pi$

Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιπτές

① $f(x) = x\eta\mu \frac{1}{x} - 3\sigma\nu\nu x$

② $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x^2}$

Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιπτές

① $f(x) = x\eta\mu\frac{1}{x} - 3\sigma\nu\nu x$

② $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x^2}$

Να συγκρίνετε τους αριθμούς

- ① $\eta\mu\frac{\pi}{5}, \eta\mu\frac{\pi}{7}$
- ② $\sigma\nu\frac{\pi}{5}, \sigma\nu\frac{\pi}{7}$
- ③ $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{5}, \varepsilon\varphi\frac{\pi}{7}$
- ④ $\sigma\varphi\frac{\pi}{5}, \sigma\varphi\frac{\pi}{7}$

Να συγκρίνετε τους αριθμούς

- ① $\eta\mu\frac{\pi}{5}, \eta\mu\frac{\pi}{7}$
- ② $\sigma\nu\nu\frac{\pi}{5}, \sigma\nu\nu\frac{\pi}{7}$
- ③ $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{5}, \varepsilon\varphi\frac{\pi}{7}$
- ④ $\sigma\varphi\frac{\pi}{5}, \sigma\varphi\frac{\pi}{7}$

Να συγκρίνετε τους αριθμούς

- ① $\eta\mu\frac{\pi}{5}, \eta\mu\frac{\pi}{7}$
- ② $\sigma\nu\nu\frac{\pi}{5}, \sigma\nu\nu\frac{\pi}{7}$
- ③ $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{5}, \varepsilon\varphi\frac{\pi}{7}$
- ④ $\sigma\varphi\frac{\pi}{5}, \sigma\varphi\frac{\pi}{7}$

Να συγκρίνετε τους αριθμούς

- ① $\eta\mu\frac{\pi}{5}, \eta\mu\frac{\pi}{7}$
- ② $\sigma\nu\nu\frac{\pi}{5}, \sigma\nu\nu\frac{\pi}{7}$
- ③ $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{5}, \varepsilon\varphi\frac{\pi}{7}$
- ④ $\sigma\varphi\frac{\pi}{5}, \sigma\varphi\frac{\pi}{7}$

- ① Να δείξετε ότι αν, $0 < x < \frac{\pi}{6}$, τότε $2\eta\mu x - 1 < 0$
- ② Να δείξετε ότι αν, $x \in (\frac{3\pi}{4}, \pi)$, τότε $\varepsilon\varphi x + 1 > 0$

- ① Να δείξετε ότι αν, $0 < x < \frac{\pi}{6}$, τότε $2\eta\mu x - 1 < 0$
- ② Να δείξετε ότι αν, $x \in (\frac{3\pi}{4}, \pi)$, τότε $\varepsilon\varphi x + 1 > 0$

Σε ένα σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta mx$ και στη συνέχεια, τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 1 + \eta mx$

Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |\eta \mu x|$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$

Στις παρακάτω συναρτήσεις:

- Να εξετάσετε αν είναι περιοδικές και να βρείτε την περίοδό τους
- Να βρείτε τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή τους

① $f(x) = 3\eta\mu 2x$

② $f(x) = -2\sigma\nu\nu \frac{x}{3}$

③ $f(x) = \varepsilon\varphi \frac{\pi x}{2}$

Στις παρακάτω συναρτήσεις:

- Να εξετάσετε αν είναι περιοδικές και να βρείτε την περίοδό τους
- Να βρείτε τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή τους

① $f(x) = 3\eta\mu 2x$

② $f(x) = -2\sigma\nu\nu \frac{x}{3}$

③ $f(x) = \varepsilon\varphi \frac{\pi x}{2}$

Στις παρακάτω συναρτήσεις:

- Να εξετάσετε αν είναι περιοδικές και να βρείτε την περίοδό τους
- Να βρείτε τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή τους

① $f(x) = 3\eta\mu 2x$

② $f(x) = -2\sigma\nu\nu \frac{x}{3}$

③ $f(x) = \varepsilon\varphi \frac{\pi x}{2}$

Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu^{\frac{x}{2}}$

Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x) = 3\sigma_{vv}2x$ σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου

Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - x) + \sigma\nu\nu(\frac{\pi}{2} - x)$

Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + \sigma v\nu \frac{x}{2}$ έχει περίοδο $T = 4\pi$

Αν η συνάρτηση $f(x) = (2 - \alpha)\eta\mu\beta x$, $\alpha > 2$ και $\beta > 0$ έχει περίοδο το $\frac{\pi}{2}$ και μέγιστη τιμή το 3, να βρείτε τα α και β

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 1 - 3\mu 2x$

- ① Ποιά είναι η περίοδος της
- ② Ποιά είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης αυτής
- ③ Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 1 - 3\mu 2x$

- ① Ποιά είναι η περίοδος της
- ② Ποιά είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης αυτής
- ③ Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 1 - 3\mu 2x$

- ① Ποιά είναι η περίοδος της
- ② Ποιά είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης αυτής
- ③ Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου

Η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου μιας ημέρας σε ένα χώρο περιγράφεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση $\Theta = 10\eta\mu\frac{\pi t}{12}$, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- ① Πόση είναι η μέγιστη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου?
- ② Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 24$.
- ③ Να βρείτε γραφικά ποιες χρονικές στιγμές η θερμοκρασία ήταν:
 - α) 0°C
 - β) 10°C

Η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου μιας ημέρας σε ένα χώρο περιγράφεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση $\Theta = 10\eta\mu\frac{\pi t}{12}$, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- ① Πόση είναι η μέγιστη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου?
- ② Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 24$
- ③ Να βρείτε γραφικά ποιες χρονικές στιγμές η θερμοκρασία ήταν:
 - ⓐ 0°C
 - ⓑ κάτω από 0°C

Η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου μιας ημέρας σε ένα χώρο περιγράφεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση $\Theta = 10\eta\mu\frac{\pi t}{12}$, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- ① Πόση είναι η μέγιστη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου?
- ② Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 24$
- ③ Να βρείτε γραφικά ποιες χρονικές στιγμές η θερμοκρασία ήταν:
 - ① 0°C
 - ② κάτω από 0°C

Η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου μιας ημέρας σε ένα χώρο περιγράφεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση $\Theta = 10\eta\mu\frac{\pi t}{12}$, όπου t ο χρόνος σε ώρες.

- ① Πόση είναι η μέγιστη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου?
- ② Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 24$
- ③ Να βρείτε γραφικά ποιες χρονικές στιγμές η θερμοκρασία ήταν:
 - ① 0°C
 - ② κάτω από 0°C

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$, $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
- ② Αν $\alpha, \beta \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ και $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}$
- ③ Να βρείτε την τιμή $f(\frac{\pi}{2})$
- ④ Να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu x}{x} < \frac{\pi}{2}$ για κάθε $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$, $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
- ② Αν $\alpha, \beta \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ και $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}$
- ③ Να βρείτε την τιμή $f(\frac{\pi}{2})$
- ④ Να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu x}{x} < \frac{\pi}{2}$ για κάθε $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$, $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
- ② Αν $\alpha, \beta \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ και $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}$
- ③ Να βρείτε την τιμή $f(\frac{\pi}{2})$
- ④ Να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu x}{x} < \frac{\pi}{2}$ για κάθε $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$, $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

- ① Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
- ② Αν $\alpha, \beta \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ και $\alpha < \beta$, να δείξετε ότι $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}$
- ③ Να βρείτε την τιμή $f(\frac{\pi}{2})$
- ④ Να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu x}{x} < \frac{\pi}{2}$ για κάθε $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση