# **Συναρτήσεις** Εννοια Πραγματικής Συνάρτησης

Κωνσταντίνος Λόλας

 $10^o$  ΓΕΛ Θεσσαλονίκης

5 Ιουλίου 2025 — Έκδοση: 2.6

### Ορισμοί

#### Ορισμός Συνάρτησης

Εστω A ένα υποσύνολο του  $\mathbb{R}$ . Ονομάζουμε <u>πραγματική συνάρτηση</u> με πεδίο ορισμού το A μια διαδικασία (κανόνα) f, με την οποία κάθε στοιχείο  $x \in A$  αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο πραγματικό αριθμό y. Το y ονομάζεται τιμή της f στο x και συμβολίζεται με f(x).

# Τρόπος ορισμού

Απλός τύπος

$$f(x)=x^2+2, x\in\mathbb{R}\quad g(a)=\frac{2}{\eta\mu a}, a\leq 1$$

Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2\\ \frac{2}{\eta \mu x}, & x > 5\\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

Περιγραφικά

# Τρόπος ορισμού

Απλός τύπος

$$f(x)=x^2+2, x\in\mathbb{R}\quad g(a)=\frac{2}{\eta\mu a}, a\leq 1$$

Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2\\ \frac{2}{\eta \mu x}, & x > 5\\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

• Περιγραφικά

Λόλας  $(10^o$  ΓΕΛ) Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 3/11

# Τρόπος ορισμού

Απλός τύπος

$$f(x)=x^2+2, x\in\mathbb{R}\quad g(a)=\frac{2}{\eta\mu a}, a\leq 1$$

• Ορισμένη κατά "κλάδους"

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2\\ \frac{2}{\eta \mu x}, & x > 5\\ -\sqrt{2}, & x = 3 \end{cases}$$

Περιγραφικά

Λόλας  $(10^o$  ΓΕΛ) Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 3/11

# Συμβολισμοί

- f, g, h
- $\bullet$   $f:A\to\mathbb{R}$
- x, y, t ...
- $\bullet$   $D_f$ ,  $A_f$
- $\bullet$   $x \to f(x)$
- $f(A) = \{y|y = f(x)$  για κάποιο  $x \in A\}$

Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

• Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \ge 0$$

• Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

• Κρυφό

$$\varepsilon \varphi x, \quad x^x \dots$$

Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \ge 0$$

• Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

• Κρυφό

$$\varepsilon \varphi x, \quad x^x \dots$$

Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \ge 0$$

• Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

• Κρυφό

$$\varepsilon \varphi x, \quad x^x \dots$$

Διαίρεση

$$\frac{a}{b}, b \neq 0$$

Ρίζες

$$\sqrt[n]{a}, a \ge 0$$

• Λογάριθμοι

$$\ln a, a > 0$$

• Κρυφά

$$\varepsilon\varphi x,\quad x^x\dots$$

### Προαπαιτούμενα

Πρέπει να γνωρίζετε πολύ καλά

- Εξισώσεις
- Ανισώσεις

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

# Ασκήσεις

- **1.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 x + a$  με f(-1) = 1
  - Nα βρείτε την τιμή του a.

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 7/11

- **1.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 x + a$  με f(-1) = 1
  - Nα βρείτε την τιμή του a.
  - Nα λύσετε την εξίσωση f(x) = 1.

Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 7/11

**2.** Για τη συνάρτηση 
$$f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \ge 3 \end{cases}$$
, ισχύει  $f(0) + f(3) = 0$ .

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- ② Να υπολογίσετε τα a και b.
- $\$  Να βρείτε τις τιμές  $f(\pi)$  και f(e).

Λόλας ( $10^{o}$  ΓΕΛ) Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 8/11

**2.** Για τη συνάρτηση 
$$f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \ge 3 \end{cases}$$
, ισχύει  $f(0) + f(3) = 0$ .

- 1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- ② Να υπολογίσετε τα a και b.
- 3 Να βρείτε τις τιμές  $f(\pi)$  και f(e).

Λόλας ( $10^{o}$  ΓΕΛ) Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 8/11

**2.** Για τη συνάρτηση 
$$f(x) = \begin{cases} 2x + a^2, & x < 3 \\ x - 3 + b^2, & x \ge 3 \end{cases}$$
, ισχύει  $f(0) + f(3) = 0$ .

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- ② Να υπολογίσετε τα a και b.
- f 3 Να βρείτε τις τιμές  $f(\pi)$  και f(e).

Λόλας  $(10^{o}$  ΓΕΛ) Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 8/11

$$\frac{1}{x-1}$$

- $\frac{1}{x^2 3x + 2}$







$$\frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\sqrt[3]{x-1}$$

$$\sqrt[5]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\ln x}{x-1} \\
 & \frac{x-1}{x-1}
\end{array}$$







9/11

$$\frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\sqrt[3]{x-1}$$

$$\sqrt[5]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$









9/11

$$2x \frac{2x}{x^2-3x+2}$$

$$\sqrt{x-1}$$

$$\sqrt[5]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

① 
$$\ln(\sqrt{x-1}-x+3)$$

$$\frac{2x}{x^2-3x+2}$$

$$\sqrt[3]{x-1}$$

$$\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

$$\frac{\ln x}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$



$$\begin{array}{c}
1 \\
\overline{x-1}
\end{array}$$

$$2x \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\sqrt[3]{x-1}$$

6 
$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\frac{\ln x}{x-1}$$

① 
$$\ln(\sqrt{x-1}-x+3)$$

$$\begin{array}{c}
1 \\
\overline{x-1}
\end{array}$$

$$2x \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\sqrt[3]{x-1}$$

$$\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

6 
$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\frac{\ln x}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\ln \ln (\sqrt{x-1} - x + 3)$$

$$2x$$
  $\frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$ 

$$\sqrt{x-1}$$

$$\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

6 
$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\frac{\ln x}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\begin{array}{c}
1 \\
\overline{x-1}
\end{array}$$

$$2x$$
  $\frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$ 

$$\sqrt[3]{x-1}$$

$$\sqrt[5]{x-1} - \sqrt[3]{2-x}$$

6 
$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\frac{\ln x}{x-1}$$

- **4.** Δίνεται η στνάρτηση  $f(x) = \alpha + \ln \frac{2x}{x+1}$ , για την οποία ισχύει f(1) = 0.
  - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και την τιμή του  $\alpha$ .

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 10/11

- **4.** Δίνεται η στνάρτηση  $f(x) = \alpha + \ln \frac{2x}{x+1}$ , για την οποία ισχύει f(1) = 0.
  - Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και την τιμή του  $\alpha$ .
  - Nα βρείτε τις ρίζες της f.

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 10/11

- 5. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ \ln(x-1), & x > 1 \end{cases}$ 
  - Να βρείτε τις τιμές
    - $f(\eta \mu a), a \in \mathbb{R}$

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 11/11

5. Δίνεται η συνάρτηση 
$$f(x)= \begin{cases} 1-x^2, & x\leq 1 \\ \ln(x-1), & x>1 \end{cases}$$

- Να βρείτε τις τιμές
  - $f(\eta \mu a), a \in \mathbb{R}$
  - 2  $f(x^2+1), x \neq 0$

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 11/11

5. Δίνεται η συνάρτηση 
$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ \ln(x-1), & x > 1 \end{cases}$$

- Να βρείτε τις τιμές
  - $f(\eta \mu a), a \in \mathbb{R}$
  - 2  $f(x^2+1), x \neq 0$
- Nα λύσετε την εξίσωση f(x) = 0

Λόλας  $(10^o \text{ ΓΕΛ})$ Συναρτήσεις 5 Ιουλίου 2025 11/11