

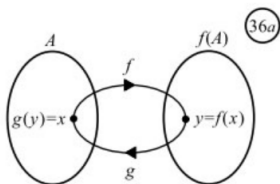
# Συναρτήσεις

## Αντίστροφη

Κωνσταντίνος. Λόλας

$$\begin{array}{cccc} \blacksquare & A_1 & \gamma & A_2 & \delta & A_3 & \gamma & A_4 & \beta \\ \blacksquare & \Lambda & \Sigma & \Lambda & \Sigma & \Sigma & & & \end{array}$$

## B1 - (i)



## B1 - (i)

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} = \vec{0} &\implies \vec{W} = -\vec{F}_{\varepsilon\lambda} \\ W = F_{\varepsilon\lambda} &\implies mg = k \cdot \Delta l_0 \\ \Delta l_0 &= \frac{mg}{k} = A_1 \quad (1)\end{aligned}$$

Ασκώντας τη δύναμη  $\vec{F}$ , η Θ.Ι. της ΑΑΤ συμπίπτει με τη θέση φυσικού μεγέθους του ελατηρίου. Εφόσον ξεκινά από την ηρεμία, η θέση έναρξης αυτής, είναι ακραία.  
Άρα

$$\begin{aligned}A_2 = \Delta l_0 &= \frac{mg}{k} \quad (2) \\ (1), (2) &\implies A_1 = A_2\end{aligned}$$

## B2 - (ii)

Η παροχή από κάθε οπή είναι σταθερή:

$$\Pi = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow V = \Pi \cdot \Delta t$$

Όταν είναι ανοιχτή μόνο η οπή (1):

$$V = \Pi_1 \cdot \Delta t = A v_1 \cdot \Delta t_1 \quad (1)$$

Ταχύτητα εκροής:

$$v_1 = \sqrt{2g \left( H - \frac{5H}{6} \right)} = \sqrt{2g \frac{H}{6}} = \sqrt{g \frac{H}{3}}$$

Όταν είναι ανοιχτές και οι δύο οπές (1), (2):

$$V = V_1 + V_2 = \Pi_1 \cdot \Delta t_2 + \Pi_2 \cdot \Delta t_2 = A \cdot v_1 \cdot \Delta t_2 + A \cdot v_2 \cdot \Delta t_2 \quad (2)$$

$$v_1 = \sqrt{g \frac{H}{3}} \quad v_2 = \sqrt{2g \left( H - \frac{H}{3} \right)} = \sqrt{2g \frac{2H}{3}} = 2\sqrt{g \frac{H}{3}} \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

$$A v_1 \cdot \Delta t_1 = A \cdot v_1 \cdot \Delta t_2 + A \cdot v_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2 + 2\Delta t_2 = 3\Delta t_2 \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}$$

## B3 - (iii)

$$K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1}$$

$$K'_1 = \frac{\left(\frac{P_1}{5}\right)^2}{2m_1} \frac{1}{25} \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{1}{25} K_1$$

$$K_{ολ(πρην)} = K_{ολ(μστ)} \Rightarrow K_1 = K'_1 + K'_2 \Rightarrow K'_2 = \frac{24}{25} K_1 \Rightarrow \frac{K'_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{24}{25} K_1}{K_1} \cdot 100\% = 96\%$$

## Γ1

$$I = \frac{E}{R_{\text{KL}} + r} \Rightarrow I = 3A$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_L = -\vec{W} \Rightarrow F_L = W \Rightarrow$$
$$B \cdot I \cdot l = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{I \cdot l} \Rightarrow B = 1T$$

## Γ2

Αντίσταση θερμικής συσκευής

$$P_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{\Sigma} = 6\Omega$$

Στιγμιαίες τιμές

$$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot v \cdot l \quad I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B \cdot v \cdot l}{R_{\text{ΚΛ}} + R_{1,\Sigma}} \quad R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_{\Sigma}}{R_1 + R_{\Sigma}} = 2\Omega$$

$$F_L = B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot l = \frac{B^2 v l^2}{R_{\text{ΚΛ}} + R_{1,\Sigma}}$$

Αρχικά  $W > F_L$ , οπότε:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{W} + \vec{F}_L \uparrow \vec{W} \text{ δηλαδή } \Sigma \vec{F} \uparrow \vec{v}$$

Άρα επιταχυνόμενη κίνηση με στιγμιαία επιτάχυνση μέτρου:

$$\Sigma F = mg - F_L = ma \Rightarrow a = g - \frac{mg - F_L}{m} = g - \frac{B^2 v l^2}{m(R_{\text{ΚΛ}} + R_{1,\Sigma})}$$

Καθώς αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας  $v$ , μειώνεται το μέτρο της επιτάχυνσης. Ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα όταν

$$a = 0 \Rightarrow g = \frac{B^2 v_{o\rho} l^2}{m(R_{\text{ΚΛ}} + R_{1,\Sigma})} \Rightarrow v_{o\rho} = \frac{mg(R_{\text{ΚΛ}} + R_{1,\Sigma})}{B^2 l^2} \Rightarrow v_{o\rho} = 12 \text{ m/s}$$



## Γ3

Τη στιγμή όπου  $v = \frac{v_{op}}{2} = 6\text{ m/s}$

$$I' = \frac{Bvl}{R_{o\lambda}} = \frac{Bvl}{R_{\text{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}} = \frac{6}{4} = 1,5\text{ A}$$

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = mg - F_L = mg - BIl = 3 - 1,5 = 1,5\text{ kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

## Γ4

$$\text{Όταν } v_{o\rho} = 12\text{m/s} \Rightarrow I_{o\rho} = \frac{Bv_{o\rho}l}{R_{\text{K}\Lambda} + R_{1,\Sigma}} = 3\text{A}$$

$$V_{\text{K}\Lambda} = V_{\pi o\lambda} = I_{o\rho}R_{1,\Sigma} = 3 \cdot 2 = 6\text{V}$$

$$\text{Άρα } V_{\text{M}\text{N}} = V_{\text{K}\Lambda} = 6\text{V} = V_{\Sigma} \Rightarrow \text{κανονική λειτουργία}$$

## Δ1

$$\Sigma_{\tau(\Gamma)} = 0 \Rightarrow W \frac{l}{2} \sigma \nu \nu \varphi + N_B \frac{l}{2} \sigma \nu \nu \varphi = T_1 \frac{l}{2} \eta \mu \varphi \Rightarrow$$

$$N_B \sigma \nu \nu \varphi = T_1 \eta \mu \varphi - W \sigma \nu \nu \varphi \Rightarrow$$

$$0,6 N_B = 10,5 \cdot 0,8 - 10 \cdot 0,6 \Rightarrow 0,6 N_B = 8,4 - 6 \Rightarrow N_B = 4N$$

## Δ2

$$I_{o\lambda} = I_{\rho} + I_{\sigma\varphi} = \frac{1}{12}M_{\rho}l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 2kg \cdot m^2$$

$$\Sigma_{\tau(\Gamma)} = I_{o\lambda}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow mg\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$10 \cdot 0,6 = 2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3rad/s^2$$

$$\frac{dL_{\rho}}{dt} = I_{\rho} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3kg \cdot m^2/s^2$$

## Δ3

Γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  ωριακά πριν φτάσει στο οριζόντιο δάπεδο

$$E_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = E_{o\lambda(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow$$

$$mgl\eta\mu\varphi + M_{\rho}g\frac{l}{2}\eta\mu\varphi = 0 + M_{\rho}g\frac{l}{2}\eta\mu\varphi + \frac{1}{2}I_{o\lambda}\omega^2 \Rightarrow$$

$$10 \cdot 2 \cdot 0,8 = \frac{1}{2}2\omega^2 \Rightarrow \omega = 4\text{rad/s}$$

$$|\vec{L}_{\pi\rho\iota\nu}| = I_{o\lambda}|\vec{\omega}| = 2 \cdot 4 = 8\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$|\vec{L}_{\mu\epsilon\tau}| = I_{o\lambda}|\vec{\omega}'| = 2 \cdot 2 = 4\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$\Delta\vec{L} = \vec{L}_{\mu\epsilon\tau} - \vec{L}_{\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta L = 4 - (-8) = 12\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

## Δ4

Κύλιση χωρίς ολίσθηση

$$v_E = 0 \Rightarrow v_{cm} = \omega R \Rightarrow a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu}$$

Μεταφορική

$$\Sigma F = F + T_{\sigma\tau} = M_T \cdot a_{cm}$$

Περιστροφική

$$\Sigma_{\tau(O)} = I_{\tau\rho} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot r - T_{\sigma\tau} R = \frac{1}{2} M_T R^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$F \frac{r}{R} - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} M_T \cdot a_{cm}$$

$$F \left( 1 + \frac{V}{R} \right) = \frac{3}{2} M_T \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$F \left( 1 + \frac{3}{4} \right) = \frac{3}{2} M_T \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{7F}{8M_T} = 2m/s^2$$

## Δ5

$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4m$  Μετατόπιση άκρου νήματος:

$$\Delta x_z = \Delta x_{cm} + r \cdot \Delta \varphi = \Delta x_{cm} + r \frac{\Delta x_{cm}}{R} = \Delta x_{cm} \left( 1 + \frac{r}{R} \right) = \frac{7}{4} \Delta x_{cm}$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_z \cdot \sin 0^\circ = 12 \cdot 7 = 84J$$