Συνδυαστική

Πόσοι τρόποι υπάρχουν να...

Κωνσταντίνος Λόλας

2 Φεβρουαρίου 2026 — **Έκδοση:** 2.7

Η ζωή είναι... συνδυαστική!

- Πόσες διαφορετικές ομάδες φίλων μπορώ να καλέσω για βραδιά Monopoly;
- Πόσες τριάδες μαθητών μπορώ να διαλέξω για διαγωνισμό;
- Πόσες σαλάτες μπορώ να φτιάξω με 5 υλικά από τα 10 του ψυγείου;
- (Και όχι, δεν θα μιλήσουμε για πίτσες...)

Η ζωή είναι... συνδυαστική!

- Πόσες διαφορετικές ομάδες φίλων μπορώ να καλέσω για βραδιά Monopoly;
- Πόσες τριάδες μαθητών μπορώ να διαλέξω για διαγωνισμό;
- Πόσες σαλάτες μπορώ να φτιάξω με 5 υλικά από τα 10 του ψυγείου;
- (Και όχι, δεν θα μιλήσουμε για πίτσες...)

Η ζωή είναι... συνδυαστική!

- Πόσες διαφορετικές ομάδες φίλων μπορώ να καλέσω για βραδιά Monopoly;
- Πόσες τριάδες μαθητών μπορώ να διαλέξω για διαγωνισμό;
- Πόσες σαλάτες μπορώ να φτιάξω με 5 υλικά από τα 10 του ψυγείου;
- (Και όχι, δεν θα μιλήσουμε για πίτσες...)

Η ζωή είναι... συνδυαστική!

- Πόσες διαφορετικές ομάδες φίλων μπορώ να καλέσω για βραδιά Monopoly;
- Πόσες τριάδες μαθητών μπορώ να διαλέξω για διαγωνισμό;
- Πόσες σαλάτες μπορώ να φτιάξω με 5 υλικά από τα 10 του ψυγείου;
- (Και όχι, δεν θα μιλήσουμε για πίτσες...)

Διατάξεις: Το προηγούμενο επεισόδιο

- Θυμάσαι που μετρούσαμε τρόπους με σειρά; Αυτές ήταν οι διατάξεις!
- Εδώ όμως... η σειρά ΔΕΝ μετράει!
- Πάμε να δούμε πώς μετράμε ομάδες, όχι σειρές!

Διατάξεις: Το προηγούμενο επεισόδιο

- Θυμάσαι που μετρούσαμε τρόπους με σειρά; Αυτές ήταν οι διατάξεις!
- Εδώ όμως... η σειρά ΔΕΝ μετράει!
- Πάμε να δούμε πώς μετράμε ομάδες, όχι σειρές!

Διατάξεις: Το προηγούμενο επεισόδιο

- Θυμάσαι που μετρούσαμε τρόπους με σειρά; Αυτές ήταν οι διατάξεις!
- Εδώ όμως... η σειρά ΔΕΝ μετράει!
- Πάμε να δούμε πώς μετράμε ομάδες, όχι σειρές!

Ο θρυλικός τύπος των συνδυασμών

Συνδυασμοί

Ο αριθμός των τρόπων να επιλέξουμε k αντικείμενα από n χωρίς να μας νοιάζει η σειρά:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Από πού ξεφύτρωσε ο τύπος;

Απόδειξη

- Θέλουμε να διαλέξουμε k από n αντικείμενα, χωρίς σειρά.
- Αν μας ενδιέφερε η σειρά, θα είχαμε $n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ τρόπους (διατάξεις).
- Όμως κάθε ομάδα k αντικειμένων μετρήθηκε $k!$ φορές (όσες οι δυνατές σειρές τους).
- Άρα, για να βρούμε τους συνδυασμούς, διαιρούμε με $k!$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Από πού ξεφύτρωσε ο τύπος;

Απόδειξη

- Θέλουμε να διαλέξουμε k από n αντικείμενα, χωρίς σειρά.
- Αν μας ενδιέφερε η σειρά, θα είχαμε $n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ τρόπους (διατάξεις).
- Όμως κάθε ομάδα k αντικειμένων μετρήθηκε $k!$ φορές (όσες οι δυνατές σειρές τους).
- Άρα, για να βρούμε τους συνδυασμούς, διαιρούμε με $k!$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Από πού ξεφύτρωσε ο τύπος;

Απόδειξη

- Θέλουμε να διαλέξουμε k από n αντικείμενα, χωρίς σειρά.
- Αν μας ενδιέφερε η σειρά, θα είχαμε $n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ τρόπους (διατάξεις).
- Όμως κάθε ομάδα k αντικειμένων μετρήθηκε $k!$ φορές (όσες οι δυνατές σειρές τους).
- Άρα, για να βρούμε τους συνδυασμούς, διαιρούμε με $k!$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Από πού ξεφύτρωσε ο τύπος;

Απόδειξη

- Θέλουμε να διαλέξουμε k από n αντικείμενα, χωρίς σειρά.
- Αν μας ενδιέφερε η σειρά, θα είχαμε $n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ τρόπους (διατάξεις).
- Όμως κάθε ομάδα k αντικειμένων μετρήθηκε $k!$ φορές (όσες οι δυνατές σειρές τους).
- Άρα, για να βρούμε τους συνδυασμούς, διαιρούμε με $k!$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Γιατί να μην τα μετρήσω με το χέρι;

- Γιατί αν οι τρόποι είναι 1.000.000, θα χρειαστώ διακοπές πριν τελειώσω!
- Γιατί οι συνδυασμοί είναι το "fast forward" της μέτρησης.
- Γιατί το να μετράς με το χέρι είναι βαρετό (και επικίνδυνο για τα νεύρα σου).

Γιατί να μην τα μετρήσω με το χέρι;

- Γιατί αν οι τρόποι είναι 1.000.000, θα χρειαστώ διακοπές πριν τελειώσω!
- Γιατί οι συνδυασμοί είναι το ”fast forward” της μέτρησης.
- Γιατί το να μετράς με το χέρι είναι βαρετό (και επικίνδυνο για τα νεύρα σου).

Γιατί να μην τα μετρήσω με το χέρι;

- Γιατί αν οι τρόποι είναι 1.000.000, θα χρειαστώ διακοπές πριν τελειώσω!
- Γιατί οι συνδυασμοί είναι το ”fast forward” της μέτρησης.
- Γιατί το να μετράς με το χέρι είναι βαρετό (και επικίνδυνο για τα νεύρα σου).

Συνδυασμοί: Η τέχνη του να διαλέγεις χωρίς να τσακώνεσαι

- Διαλέγουμε 3 από 5 μπάλες:
- Πόσοι τρόποι; $\binom{5}{3} = 10$
- Αν άλλαζε η σειρά, θα μιλούσαμε για διατάξεις (αλλά σήμερα όχι!)

Συνδυασμοί: Η τέχνη του να διαλέγεις χωρίς να τσακώνεσαι

- Διαλέγουμε 3 από 5 μπάλες:
- Πόσοι τρόποι; $\binom{5}{3} = 10$
- Αν άλλαζε η σειρά, θα μιλούσαμε για διατάξεις (αλλά σήμερα όχι!)

Συνδυασμοί: Η τέχνη του να διαλέγεις χωρίς να τσακώνεσαι

- Διαλέγουμε 3 από 5 μπάλες:
- Πόσοι τρόποι; $\binom{5}{3} = 10$
- Αν άλλαζε η σειρά, θα μιλούσαμε για διατάξεις (αλλά σήμερα όχι!)

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

Ασκήσεις

Από μια παρέα 12 φίλων, πόσες διαφορετικές 5μελείς ομάδες μπορούν να φτιαχτούν για να παίξουν escape room;

Μια πίτσα έχει 8 διαφορετικά υλικά. Πόσες διαφορετικές πίτσες μπορείς να φτιάξεις αν κάθε πίτσα έχει ακριβώς 3 υλικά;

Στο σχολείο γίνεται κλήρωση για 4 θέσεις σε ταξίδι στη NASA ανάμεσα σε 30 μαθητές. Πόσοι διαφορετικοί συνδυασμοί μαθητών μπορούν να ταξιδέψουν;

Από τράπουλα 52 φύλλων, πόσες διαφορετικές πεντάδες (χέρι πόκερ) μπορούν να μοιραστούν;