Πολυώνυμα

Βασικά

Κωνσταντίνος Λόλας

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

1. Ορισμοί
2. Μορφές
3. Πράξεις
4. Ρίζες
5. Παραγοντοποίηση
6. Πρόσημο

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

1. Ορισμοί
2. Μορφές
3. Πράξεις
4. Ρίζες
5. Παραγοντοποίηση
6. Πρόσημο

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

1. Ορισμοί
2. Μορφές
3. Πράξεις
4. Ρίζες
5. Παραγοντοποίηση
6. Πρόσημο

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

1. Ορισμοί
2. Μορφές
3. Πράξεις
4. Ρίζες
5. Παραγοντοποίηση
6. Πρόσημο

Πού βρισκόμαστε?

Πιάνουμε πολυώνυμα

1. Ορισμοί
2. Μορφές
3. Πράξεις
4. Ρίζες
5. Παραγοντοποίηση
6. Πρόσημο

Παλιά, Ξινά σταφύλλια

Μονώνυμο του x

Καλούμε μονώνυμο κάθε παράσταση της μορφής $\alpha \cdot x^{\nu}$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\nu \in \mathbb{N}$

Πολυώνυμο του x

Καλούμε πολυώνυμο κάθε παράσταση της μορφής

$$\alpha_{\nu}x^{\nu} + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

με $\nu \in \mathbb{N}$ και $\alpha_i \in \mathbb{R}$, $0 \leq i \leq \nu$

Παλιά, Ξινά σταφύλλια

Μονώνυμο του x

Καλούμε μονώνυμο κάθε παράσταση της μορφής $\alpha \cdot x^{\nu}$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$ και $\nu \in \mathbb{N}$

Πολυώνυμο του x

Καλούμε πολυώνυμο κάθε παράσταση της μορφής

$$\alpha_{\nu} x^{\nu} + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

με $\nu \in \mathbb{N}$ και $\alpha_i \in \mathbb{R}$, $0 \leq i \leq \nu$

Παλιά, Ξινά σταφύλλια

Ορισμοί στα πολυώνυμα

- Όροι: Τα μονώνυμα $\alpha_i x^i$, $0 \leq i \leq \nu$
- Συντελεστές: Οι πραγματικοί α_i, $0 \leq i \leq \nu$
- Σταθερός όρος: Το α_0
- Σταθερό πολυώνυμο: το πολυώνυμο α_0
- Μηδενικό πολυώνυμο: το πολυώνυμο με όλα τα $\alpha_i = 0, 0 \leq i \leq \nu$
- Βαθμός πολυωνύμου: ο μεγαλύτερος εκθέτης από τους μη μηδενικούς όρους

Ισότητα

Ισότητα Πολυωνύμων

Δύο πολυώνυμα

$\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και $\beta_\kappa x^\kappa + \beta_{\kappa-1}x^{\kappa-1} + \cdots + \beta_1 x + \beta_0$

με $\nu \geq \kappa$

είναι <u>ίσα</u> όταν

$\alpha_0 = \beta_0$, $\alpha_0 = \beta_0$, ..., $\alpha_\kappa = \beta_\kappa$ και $\beta_{\kappa+1} = \beta_{\kappa+2} = \cdots = \beta_\nu = 0$

Πολυώνυμο = Συνάρτηση, άρα...

Αριθμητική Τιμή

Έστω ένα πολυώνυμο $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$
Αριθμητική τιμή ή απλά τιμή του είναι κάθε αριθμός $P(\rho)$ με $\rho \in \mathbb{R}$

$$P(\rho) = \alpha_\nu \rho^\nu + \alpha_{\nu-1}\rho^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 \rho + \alpha_0$$

Ρίζα

Έστω ένα πολυώνυμο $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$
Ρίζα του είναι κάθε $\rho \in \mathbb{R}$ με $P(\rho) = 0$

Πράξεις

- Πρόσθεση
- Αφαίρεση
- Πολλαπλασιασμός
- Διαίρεση!!!!!

Τι γίνεται με τους βαθμούς?

Πράξεις

- Πρόσθεση
- Αφαίρεση
- Πολλαπλασιασμός
- Διαίρεση!!!!!

Τι γίνεται με τους βαθμούς?

Πράξεις

- Πρόσθεση
- Αφαίρεση
- Πολλαπλασιασμός
- Διαίρεση!!!!!

Τι γίνεται με τους βαθμούς?

Πράξεις

- Πρόσθεση
- Αφαίρεση
- Πολλαπλασιασμός
- Διαίρεση!!!!!

Τι γίνεται με τους βαθμούς?

Πράξεις

- Πρόσθεση
- Αφαίρεση
- Πολλαπλασιασμός
- Διαίρεση!!!!!

Τι γίνεται με τους βαθμούς?

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

Ασκήσεις

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x + 2$

1. Να βρείτε την τιμή του πολυωνύμου για $x = 2$
2. Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 1 και -1 είναι ρίζες του

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x + 2$

1. Να βρείτε την τιμή του πολυωνύμου για $x = 2$
2. Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 1 και -1 είναι ρίζες του

Να βρείτε τις τιμές των α και β για τις οποίες η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου

$$P(x) = \alpha x^3 + \beta x + 1$$

για $x = 2$ είναι 5 και ο αριθμός 1 είναι ρίζα του

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - x$ και $Q(x) = 2x - 1$. Να βρείτε τα παρακάτω πολυώνυμα και τον βαθμό τους:

1. $R(x) = 2P(x) - 3Q(x)$
2. $H(x) = P(x) \cdot Q(x)$
3. $\Phi(x) = (Q(x))^2$

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - x$ και $Q(x) = 2x - 1$. Να βρείτε τα παρακάτω πολυώνυμα και τον βαθμό τους:

1. $R(x) = 2P(x) - 3Q(x)$
2. $H(x) = P(x) \cdot Q(x)$
3. $\Phi(x) = (Q(x))^2$

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - x$ και $Q(x) = 2x - 1$. Να βρείτε τα παρακάτω πολυώνυμα και τον βαθμό τους:

1. $R(x) = 2P(x) - 3Q(x)$
2. $H(x) = P(x) \cdot Q(x)$
3. $\Phi(x) = (Q(x))^2$

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x+1)\lambda^2 + (x^2-1)\lambda - x^2 - x + 2$.

1. Να βρείτε τους συντελεστές του πολυωνύμου $P(x)$ και το σταθερό όρο του
2. Να δείξετε ότι ο σταθερός όρος του είναι μη μηδενικός για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
3. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)$ είναι σταθερό πολυώνυμο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x+1)\lambda^2 + (x^2-1)\lambda - x^2 - x + 2$.

1. Να βρείτε τους συντελεστές του πολυωνύμου $P(x)$ και το σταθερό όρο του
2. Να δείξετε ότι ο σταθερός όρος του είναι μη μηδενικός για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
3. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)$ είναι σταθερό πολυώνυμο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x+1)\lambda^2 + (x^2-1)\lambda - x^2 - x + 2$.

1. Να βρείτε τους συντελεστές του πολυωνύμου $P(x)$ και το σταθερό όρο του
2. Να δείξετε ότι ο σταθερός όρος του είναι μη μηδενικός για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
3. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)$ είναι σταθερό πολυώνυμο

Να βρείτε τιμές του μ, για τις οποίες το πολυώνυμο

$$P(x) = (\mu^3 - 1)x^3 + (\mu^2 - \mu)x + |\mu| - 1$$

είναι το μηδενικό πολυώνυμο

Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α, β και γ για τις οποίες τα πολυώνυμα

$$P(x) = (\alpha - 2)x^2 - 3x \text{ και } Q(x) = (\beta - 1)x + \gamma - \alpha$$

είναι ίσα

Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ και δ για τους οποίους το πολυώνυμο $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ παίρνει τη μορφή:

$$f(x) = \alpha x(x^2 - 1) + \beta x^2 + \gamma x + \delta$$

Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2$. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες:

1. Το $P(x)$ είναι 1ου βαθμού
2. Το $P(x)$ είναι μηδενικού βαθμού
3. Δεν ορίζεται βαθμός του $P(x)$

Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2$. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες:

1. Το $P(x)$ είναι 1ου βαθμού
2. Το $P(x)$ είναι μηδενικού βαθμού
3. Δεν ορίζεται βαθμός του $P(x)$

Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x - \lambda + 2$. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες:

1. Το $P(x)$ είναι 1ου βαθμού
2. Το $P(x)$ είναι μηδενικού βαθμού
3. Δεν ορίζεται βαθμός του $P(x)$

Να βρείτε πολυώνυμο 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -1, 0 και να ισχύει $P(1) = 4$

Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου

$$P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^3 + (\lambda^2 - 2\lambda)x - \lambda + 2$$

για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$

Να βρείτε πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$(x^2 + 1)P(x) = 2x^3 - x(x - 2) - 1$$

Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το 1, να δείξετε ότι το πολυώνυμο

$$Q(x) = P(x^2 - 3) + (x - 2)P(3x)$$

έχει ρίζα το 2

Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει

$$P(x+1) = x^3 - 3x + 1$$

Να βρείτε πολυώνυμο $P(x)$, για το οποίο ισχύει

$$[P(x)]^2 - P(x) = x^2 + x$$