Συναρτήσεις
Μονοτονία

Κωνσταντίνος Λόλας

Κάτι που αφήσαμε πιο πριν...

Δεν μπορούσαμε να υπολογίσουμε όλων των συναρτήσεων την μονοτονία π.χ.

1. $e^x - x$
2. $x^3 - 2x + 1$
3. $\ln x - x^2$

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Spoiler

Σε τι βοηθάει η κλίση και ασχολούμαστε? (δικό σας!)

- Προσέγγιση συνάρτησης
  - Για υπολογισμούς κοντά στο x_0, π.χ. $\sqrt{4,05}$
  - Για να ξέρουμε αν θα μειώσει ή θα αυξηθεί κοντά στο x_0
  - Για υπολογισμό εμβαδού κάτω από την γραφική
- Εύρεση ριζών
- Φυσική (ρυθμός μεταβολής)

Μονοτονία

Μονοτονία

Έστω μία συνάρτηση f συνεχής στο Δ. Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

Όμοια για $f'(x) < 0$

Απόδειξη

Μονοτονία

Μονοτονία

Έστω μία συνάρτηση f συνεχής στο Δ. Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

Όμοια για $f'(x) < 0$

Απόδειξη

Από εδώ και εμπρός...

1. Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
2. Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
3. Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
4. Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

1. Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
2. Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
3. Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
4. Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

1. Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
2. Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
3. Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
4. Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Από εδώ και εμπρός...

1. Ξαναλύνουμε όλες τις ασκήσεις με μονοτονία, τώρα όμως ΟΛΕΣ
2. Όσοι δεν τα μάθανε καλά, είναι ευκαιρία τώρα να επιστρέψουν
3. Όσοι τα είχατε καταλάβει ευκαιρία για επανάληψη
4. Θα ασχολούμαστε με πρόσημα!!!!

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$ ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$ ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$ <u>ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!</u>
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη

Και λίγο κατανόηση δεν βλάπτει

1. Αν $f' > 0$ τότε $f \uparrow$
2. Αν $f \uparrow$ τότε $f' > 0$
3. Αν $f \uparrow$ τότε $f' \geq 0$
4. Αν $f' \neq 0$ τότε f γνησίως μονότονη ΛΑΘΟΣ!!!!!!!!!!

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x + x - 1$
2. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
3. $f(x) = \eta\mu x - 2x$
4. $f(x) = (x-1)^3 - 2$
5. $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x + x - 1$
2. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
3. $f(x) = \eta\mu x - 2x$
4. $f(x) = (x-1)^3 - 2$
5. $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x + x - 1$
2. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
3. $f(x) = \eta\mu x - 2x$
4. $f(x) = (x-1)^3 - 2$
5. $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x + x - 1$
2. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
3. $f(x) = \eta\mu x - 2x$
4. $f(x) = (x-1)^3 - 2$
5. $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 1

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x + x - 1$
2. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
3. $f(x) = \eta\mu x - 2x$
4. $f(x) = (x-1)^3 - 2$
5. $f(x) = x - \eta\mu x - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
2. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$
3. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$
4. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$
5. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
2. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} - 2x - 1$
3. $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - x - 1$
4. $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{7}{2}x^2 + 6x - 1$
5. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
2. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} - 2x - 1$
3. $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - x - 1$
4. $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{7}{2}x^2 + 6x - 1$
5. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
2. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$
3. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x - 1$
4. $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 1$
5. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
2. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} - 2x - 1$
3. $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - x - 1$
4. $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{7}{2}x^2 + 6x - 1$
5. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$
2. $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
3. $f(x) = \ln|x| + \dfrac{1}{2x^2}$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$
2. $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
3. $f(x) = \ln|x| + \dfrac{1}{2x^2}$

Εξάσκηση 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$
2. $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
3. $f(x) = \ln|x| + \dfrac{1}{2x^2}$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
2. $f(x) = x - 2\sqrt{x}$
3. $f(x) = x\sqrt{x + 1}$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
2. $f(x) = x - 2\sqrt{x}$
3. $f(x) = x\sqrt{x + 1}$

Εξάσκηση 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
2. $f(x) = x - 2\sqrt{x}$
3. $f(x) = x\sqrt{x + 1}$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = 2e^x - x + 1$
2. $f(x) = x^x,\ x > 0$
3. $f(x) = (x-2)e^x - \frac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = 2e^x - x + 1$
2. $f(x) = x^x,\ x > 0$
3. $f(x) = (x-2)e^x - \frac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = 2e^x - x + 1$
2. $f(x) = x^x$, $x > 0$
3. $f(x) = (x-2)e^x - \dfrac{x^2}{2} + x + 1$

Εξάσκηση 6

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x^2 - x\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$
2. $f(x) = \dfrac{1}{1+\eta\mu x}, x \in [0, \pi]$
3. $f(x) = \varepsilon\varphi x - x, x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

Εξάσκηση 6

Εξάσκηση 8

Έστω $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ μία συνάρτηση η οποία είναι συνεχής και η γραφική παράσταση της f' φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f.

Εξάσκηση 9

Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο της συνάρτησης
$f(x) = e^x + 2x - 1$

Εξάσκηση 10

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης
$f(x) = e^x - e \ln x$

Εξάσκηση 11

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = \ln x - \dfrac{\ln x}{x}$
2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\eta\mu x}{x} & , x \in (0, \pi) \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Εξάσκηση 11

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = \ln x - \dfrac{\ln x}{x}$
2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\eta\mu x}{x} & , x \in (0, \pi) \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x - \dfrac{x^2}{2} - x - 1$
2. $f(x) = 2x \ln x - x^2$
3. $f(x) = e^{-x} + \ln x$
4. $f(x) = -\sigma\varphi x + \dfrac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
2. $f(x) = 2x \ln x - x^2$
3. $f(x) = e^{-x} + \ln x$
4. $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
2. $f(x) = 2x \ln x - x^2$
3. $f(x) = e^{-x} + \ln x$
4. $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία

1. $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$
2. $f(x) = 2x \ln x - x^2$
3. $f(x) = e^{-x} + \ln x$
4. $f(x) = -\sigma\varphi x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 13

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x - x$, $x \in [0, \pi]$
2. $f(x) = e^x \sigma\upsilon\nu x$, $x \in [0, \pi)$

Εξάσκηση 13

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x - x$, $x \in [0, \pi]$
2. $f(x) = e^x \sigma\upsilon\nu x$, $x \in [0, \pi)$

Εξάσκηση 14

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = 2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - 3x,\ x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$
2. $f(x) = \frac{\sigma\varphi x}{x},\ x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 14

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = 2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - 3x,\ x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$
2. $f(x) = \frac{\sigma\varphi x}{x},\ x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
2. $f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$
2. $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 15

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων

1. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
2. $f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + 2x$

Εξάσκηση 16

Έστω $f : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ μία συνάρτηση η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με $f(1) = f'(1) = 0$ και ισχύει $f''(x) > 0$ για κάθε $x > 1$. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{x-1} & , x > 1 \\ 0 & , x = 1 \end{cases}$,

είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 17

Έστω $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(0) = 0$ η οποία είναι παραγωγίσιμη με $f'(0) = 0$ και η f' είναι γνησίως αύξουσα. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{x} & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$, είναι γνησίως φθίνουσα

Εξάσκηση 18

Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}^*$, για τις οποίες η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{ax^3}{3} + x^2 + x - 1$$

είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 19

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως αύξουσα

Εξάσκηση 20

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις

1. $f(x) = e^x - x + \ln(1 + x^2)$
2. $f(x) = \ln x + x + e^{-x}$

Εξάσκηση 20

Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις

1. $f(x) = e^x - x + \ln(1 + x^2)$
2. $f(x) = \ln x + x + e^{-x}$

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.
Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.
Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.
Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ
Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.
Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$
Άρα $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$
$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.
Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία

Απόδειξη μονοτονίας συνάρτησης

Θα δείξουμε ότι για κάθε $x_1 < x_2 \in \Delta \implies f(x_1) < f(x_2)$.
Στο $[x_1, x_2]$ είναι παραγωγίσιμη, άρα θα ισχύει το ΘΜΤ

Υπάρχει $\xi \in \Delta$ ώστε $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Αλλά $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$

Άρα $f'(\xi) = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

$f(x_2) > f(x_1)$

Πίσω στη θεωρία