Τριγωνομετρία

Τριγωνομετρικές Εξισώσεις

Κωνσταντίνος Λόλας

Εξισώσεις! Πάλι?

Μέχρι στιγμής τι είδους εξισώσεις λύναμε?

1. πολυωνυμικές 1ου βαθμού
2. πολυωνυμικές 2ου βαθμού
3. όσες ανάγονται σε πολυωνυμικές
4. ΑΥΤΑ

Εξισώσεις! Πάλι?

Μέχρι στιγμής τι είδους εξισώσεις λύναμε?

1. πολυωνυμικές 1ου βαθμού
2. πολυωνυμικές 2ου βαθμού
3. όσες ανάγονται σε πολυωνυμικές
4. ΑΥΤΑ

Εξισώσεις! Πάλι?

Μέχρι στιγμής τι είδους εξισώσεις λύναμε?

1. πολυωνυμικές 1ου βαθμού
2. πολυωνυμικές 2ου βαθμού
3. όσες ανάγονται σε πολυωνυμικές
4. ΑΥΤΑ

Εξισώσεις! Πάλι?

Μέχρι στιγμής τι είδους εξισώσεις λύναμε?

1. πολυωνυμικές 1ου βαθμού
2. πολυωνυμικές 2ου βαθμού
3. όσες ανάγονται σε πολυωνυμικές
4. ΑΥΤΑ

Γιατί?????

Γιατί ειδικά οι τριγωνομετρικές?

1. δεν απομονώνεται το x
2. έχουν σχεδόν πάντα άπειρες??? λύσεις
3. και άλλα πολλά που δεν θυμάμαι...

Γιατί?????

Γιατί ειδικά οι τριγωνομετρικές?

1. δεν απομονώνεται το x
2. έχουν σχεδόν πάντα άπειρες??? λύσεις
3. και άλλα πολλά που δεν θυμάμαι...

Γιατί?????

Γιατί ειδικά οι τριγωνομετρικές?

1. δεν απομονώνεται το x
2. έχουν σχεδόν πάντα άπειρες??? λύσεις
3. και άλλα πολλά που δεν θυμάμαι...

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των ημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το ημίτονο

Συμπέρασμα

Εξίσωση 1

$\eta\mu x = \eta\mu\theta$

Η εξίσωση $\eta\mu x = \eta\mu\theta$ έχει λύσεις

$$x = 2\kappa\pi + \theta$$

και

$$x = 2\kappa\pi + \pi - \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των συνημιτώνων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτό το συνημίτονο

Συμπέρασμα

Εξίσωση 2

$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta$

Η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta$ έχει λύσεις

$$x = 2\kappa\pi + \theta$$

και

$$x = 2\kappa\pi - \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Λίιιιιγο ακόμα μαθηματικά υπόσχομαι!

1. Φτιάξτε άξονες
2. Διαλέξτε μία τιμή στον άξονα των εφαπτομένων
3. Βρείτε μία γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
4. Βρείτε δεύτερη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη
5. Βρείτε τρίτη γωνία που να έχει αυτή την εφαπτόμενη

Συμπέρασμα

Εξίσωση 3

$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$

Η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

και όμοια γιατί το υποσχέθηκα

$\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$

Η εξίσωση $\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

Εξίσωση 3

$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$

Η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

και όμοια γιατί το υποσχέθηκα

$\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$

Η εξίσωση $\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

Εξίσωση 3

$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$

Η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

και όμοια γιατί το υποσχέθηκα

$\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$

Η εξίσωση $\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta$ έχει λύσεις

$$x = \kappa\pi + \theta$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $ημ = ημ$ ή $συν = συν$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $ημ = ημ$ ή $συν = συν$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους "προστάτες"

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
    - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
    - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
    - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
    - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους ”προστάτες”

Άρα

1. τα φέρνουμε πάντα στην μορφή $\eta\mu = \eta\mu$ ή $\sigma\upsilon\nu = \sigma\upsilon\nu$...
2. αν δεν είναι
   - ανάγουμε στο 1ο τεταρτημόριο ή
   - χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές (και όχι μόνο) ταυτότητες ή
   - θέτουμε για να διευκολύνουμε και...
   - γενικά σκεφτόμαστε

   και πάμε ξανά στο βήμα 1
3. ΜΟΝΟ τότε διώχνουμε τους ”προστάτες”

Εξάσκηση 1

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x - \sqrt{3} = 0$
4. $\sqrt{3}\sigma\varphi x - 1 = 0$

Εξάσκηση 1

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x - \sqrt{3} = 0$
4. $\sqrt{3}\sigma\varphi x - 1 = 0$

Εξάσκηση 1

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x - \sqrt{3} = 0$
4. $\sqrt{3}\sigma\varphi x - 1 = 0$

Εξάσκηση 1

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $2\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x - \sqrt{3} = 0$
4. $\sqrt{3}\sigma\varphi x - 1 = 0$

Εξάσκηση 2

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x + 1 = 0$
4. $(\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1)(\varepsilon\varphi x + 1) = 0$

Εξάσκηση 2

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x + 1 = 0$
4. $(\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1)(\varepsilon\varphi x + 1) = 0$

Εξάσκηση 2

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x + 1 = 0$
4. $(\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1)(\varepsilon\varphi x + 1) = 0$

Εξάσκηση 2

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$
3. $\varepsilon\varphi x + 1 = 0$
4. $(\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1)(\varepsilon\varphi x + 1) = 0$

Εξάσκηση 3

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $(\eta\mu x - 1)(\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$
2. $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x$
3. $1 + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 3

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $(\eta\mu x - 1)(\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$
2. $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x$
3. $1 + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 3

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $(\eta\mu x - 1)(\sigma\upsilon\nu x + 1) = 0$
2. $\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x$
3. $1 + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 4

1. Να λύσετε την ανίσωση: $\eta\mu x < \sqrt{1}2$, στο διάστημα $\Delta = (0, \frac{\pi}{2})$
2. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων της συνάρτησης $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x - 1$, $x \in [0, \pi]$

Εξάσκηση 4

1. Να λύσετε την ανίσωση: $\eta\mu x < \sqrt{1}2$, στο διάστημα $\Delta = (0, \frac{\pi}{2})$
2. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων της συνάρτησης $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu x - 1$, $x \in [0, \pi]$

Εξάσκηση 5

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\varepsilon\varphi 2x = 1$
2. $\sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$
3. $\eta\mu 3x = \eta\mu 2x$

Εξάσκηση 5

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\varepsilon\varphi 2x = 1$
2. $\sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$
3. $\eta\mu 3x = \eta\mu 2x$

Εξάσκηση 5

Να λύσετε τις εξισώσεις

1. $\varepsilon\varphi 2x = 1$
2. $\sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$
3. $\eta\mu 3x = \eta\mu 2x$

Εξάσκηση 6

Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu^2 x - 1 = 0$

Εξάσκηση 7

Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu^2 x + 3\sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 8

Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu 2x - \sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 9

Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 0$

Εξάσκηση 10

Να λύσετε την ανίσωση $\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x > 0$ sto di;asthma $\Delta = (0, \frac{\pi}{2})$

Εξάσκηση 11

Να κάνετε τον πίνακα προσήμων της συνάρτησης
$f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$, $x \in (0, \pi)$

Εξάσκηση 12

Να λύσετε την εξίσωση $\varepsilon\varphi x - \eta\mu x = 1 - \eta\mu x \cdot \varepsilon\varphi x$

Εξάσκηση 13

Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{2}\eta\mu x + 1 = 0$ στο διάστημα $[-\pi, \pi]$

Εξάσκηση 14

Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu(\sigma\upsilon\nu(x)) = 0$

Εξάσκηση 15

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x\eta\mu x$

1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι άρτια
2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $y = x$
3. Να δείξετε ότι $-|x| \leq f(x) \leq |x|$

Εξάσκηση 15

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x\eta\mu x$

1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι άρτια
2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $y = x$
3. Να δείξετε ότι $-|x| \leq f(x) \leq |x|$

Εξάσκηση 15

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x\eta\mu x$

1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι άρτια
2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $y = x$
3. Να δείξετε ότι $-|x| \leq f(x) \leq |x|$

Εξάσκηση 16

Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x^2+1} = \sigma\upsilon\nu x$

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση