

# Άλγεβρα - Εξισώσεις

## Εξισώσεις της μορφής $x^\nu = \alpha$

Κωνσταντίνος Λόλας

6 Δεκεμβρίου 2025 — Έκδοση: 2.7

# Όταν το $x$ κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το  $x$  ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$  (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$  (έφηβος)
- $x^2 = 9$  (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$  (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$  (Hulk model)

# Όταν το $x$ κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το  $x$  ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$  (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$  (έφηβος)
- $x^2 = 9$  (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$  (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$  (Hulk mode!)

# Όταν το $x$ κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το  $x$  ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$  (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$  (έφηβος)
- $x^2 = 9$  (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$  (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$  (Hulk mode!)

# Όταν το $x$ κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το  $x$  ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$  (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$  (έφηβος)
- $x^2 = 9$  (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$  (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$  (Hulk mode!)

# Όταν το $x$ κάνει γυμναστική!

Μέχρι τώρα είχαμε απλές εξισώσεις... τώρα το  $x$  ανέβηκε σε άλλο level!

- $x = 5$  (παιδάκι)
- $2x + 3 = 7$  (έφηβος)
- $x^2 = 9$  (ενήλικας με δύναμη!)
- $x^3 = 8$  (bodybuilder!)
- $x^\nu = \alpha$  (Hulk mode!)

# Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$ ;

• Εξαρτάται από το  $\nu$  {τον εκθέτη}

• Εξαρτάται από το  $\alpha$  (τον αριθμό)

Το συγκεκριμένο πρόβλημα θεωρείται διαφορετικό

αν  $\nu > 0$  ή  $\nu < 0$  ή  $\nu = 0$

# Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$ ;

- Εξαρτάται από το  $\nu$  (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το  $\alpha$  (τον αριθμό)
- Το  $\nu$  καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το  $\alpha$  καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

# Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$ ;

- Εξαρτάται από το  $\nu$  (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το  $\alpha$  (τον αριθμό)
- Το  $\nu$  καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το  $\alpha$  καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

# Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$ ;

- Εξαρτάται από το  $\nu$  (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το  $\alpha$  (τον αριθμό)
- Το  $\nu$  καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το  $\alpha$  καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

# Η βασική ιδέα

Το πρόβλημα

Πώς λύνουμε την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$ ;

- Εξαρτάται από το  $\nu$  (τον εκθέτη)
- Εξαρτάται από το  $\alpha$  (τον αριθμό)
- Το  $\nu$  καθορίζει πόσες λύσεις θα έχουμε
- Το  $\alpha$  καθορίζει αν έχουμε λύσεις!

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Av  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Av  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Av  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

$$\sqrt[3]{x} = 2 \Rightarrow x = 2^3 = 8$$

$$\sqrt[5]{x} = 0 \Rightarrow x = 0^5 = 0$$

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

$$\bullet x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\bullet x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$$

$$\bullet x^3 = 27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\bullet x^3 = -27 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{27} = -3$$

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

# Όταν ο εκθέτης είναι περιττός

Περιττός εκθέτης:  $\nu = 2\kappa + 1$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με ν περιττό:

- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$  (μία θετική λύση)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha < 0$ :  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$  (μία αρνητική λύση)

Παραδείγματα

- $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$
- $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{8} = -2$
- $x^5 = 32 \Rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$
- $x^5 = -32 \Rightarrow x = -\sqrt[5]{32} = -2$

# Γιατί οι περιπτώσεις δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (OK!)
- Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !  
Λύση: Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

Παρατήστε την εξίσωση  $x^3 = -8$  στη μορφή  $x^3 = a \cdot b$ , όπου  $a < 0$  και  $b > 0$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

Επειδή η ρίζα ορίζεται μόνο για θετικούς αριθμούς, δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ .

**Γιατί οι περιπτώσεις χρειάζονται δύο περιπτώσεις;**

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
  - Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (ΟΚ!)
  - Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !  
**Λύση:** Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

# Γιατί οι περιπτώσεις δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (OK!)
- Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !

**Λύση:** Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

- Άντε  $x^3 = -8$ , τότε  $(-x)^3 = 8$  (αλλαγή προσήμου!)
- Άρα  $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
- Γενικά:  $x^\nu = \alpha$  με  $\alpha < 0$  γίνεται  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

# Γιατί οι περιπτώσεις δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (OK!)
- Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !

**Λύση:** Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

- Άν  $x^3 = -8$ , τότε  $(-x)^3 = 8$  (αλλαγή προσήμου!)
  - Άρα  $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
  - Γενικά:  $x^\nu = \alpha$  με  $\alpha < 0$  γίνεται  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

# Γιατί οι περιπτώσεις δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (OK!)
- Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !

**Λύση:** Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

- Άν  $x^3 = -8$ , τότε  $(-x)^3 = 8$  (αλλαγή προσήμου!)
- Άρα  $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
- Γενικά:  $x^\nu = \alpha$  με  $\alpha < 0$  γίνεται  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

# Γιατί οι περιπτώσεις δύο περιπτώσεις;

- Η ρίζα ορίζεται **μόνο** για θετικούς αριθμούς!
- Για  $x^3 = 8$ : Απλά  $x = \sqrt[3]{8} = 2$  (OK!)
- Για  $x^3 = -8$ : Δεν μπορούμε να γράψουμε  $\sqrt[3]{-8}$ !

**Λύση:** Γράφουμε  $x^3 = -8$  ως  $x^3 = -1 \cdot 8$

- Άν  $x^3 = -8$ , τότε  $(-x)^3 = 8$  (αλλαγή προσήμου!)
- Άρα  $-x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = -2$
- Γενικά:  $x^\nu = \alpha$  με  $\alpha < 0$  γίνεται  $x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$

# Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης:  $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  άρτιο:

- Αν  $\alpha < 0$ : **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \pm \sqrt[\nu]{\alpha}$  (δύο λύσεις!)

# Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης:  $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  άρτιο:

- Αν  $\alpha < 0$ : **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση!)
- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \pm \sqrt[\nu]{\alpha}$  (δύο λύσεις!)

# Όταν ο εκθέτης είναι άρτιος

Άρτιος εκθέτης:  $\nu = 2\kappa$

Για την εξίσωση  $x^\nu = \alpha$  με  $\nu$  άρτιο:

- Αν  $\alpha < 0$ : **Καμία λύση** (αδύνατη!)
- Αν  $\alpha = 0$ :  $x = 0$  (μία λύση)
- Αν  $\alpha > 0$ :  $x = \pm \sqrt[\nu]{\alpha}$  (δύο λύσεις!)

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2κ} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Άλλα από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2κ} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Άλλα από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2κ} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Άλλα από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2κ} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2\kappa} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Γιατί οι άρτιοι είναι τόσο καβγαδιάρηδες;

- Οι άρτιες δυνάμεις **χάνουν** το πρόσημο!
- $(-2)^2 = 4$  (έγινε θετικό!)
- $(2)^2 = 4$  (ήταν θετικό!)
- Άρα  $x^{2\kappa} \geq 0$  πάντα!
- Δεν μπορούμε να φτάσουμε σε αρνητικό αριθμό
- Αλλά από δύο δρόμους φτάνουμε στον ίδιο θετικό:  $x$  και  $-x$

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

$x^2 = -4$  (δύο λύσεις)

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$  (αδύνατη)
- $x^4 = -16$  (αδύνατη)
- $x^6 = -64$  (αδύνατη)

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$  (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$  (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$  (αδύνατη!)

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$  (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$  (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$  (αδύνατη!)

# Παραδείγματα με άρτιο εκθέτη

## Με λύσεις

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (δύο λύσεις)
- $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)
- $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$  (δύο λύσεις)

## Χωρίς λύσεις

- $x^2 = -4$  (αδύνατη!)
- $x^4 = -16$  (αδύνατη!)
- $x^{100} = -1$  (αδύνατη!)

# Σύνοψη - Ο χάρτης επιβίωσης

Εκθέτης	Αριθμός	Λύση	Πλήθος
Περιπτώσ $\nu = 2\kappa + 1$	$\alpha > 0$	$x = \sqrt[\nu]{\alpha}$	1
	$\alpha = 0$	$x = 0$	1
	$\alpha < 0$	$x = -\sqrt[\nu]{-\alpha}$	1
'Άρτιος $\nu = 2\kappa$	$\alpha > 0$	$x = \pm \sqrt[\nu]{\alpha}$	2
	$\alpha = 0$	$x = 0$	1
	$\alpha < 0$	Αδύνατη	0

# Προσοχή στις παγίδες!

## Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (Λάθος! Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (Λάθος! Το  $\sqrt[3]{-8}$  είναι  $-2$ )
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$
- $\sqrt{x^2} = x$

# Προσοχή στις παγίδες!

## Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν σημειώνεις)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Δεν σημειώνεις)
- $\sqrt{x^2} = x$

# Προσοχή στις παγίδες!

**Σωστό ή Λάθος;**

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατο!)
- $\sqrt{x^2} = x$

# Προσοχή στις παγίδες!

## Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$     (**Λάθος!** Δεν είναι αδύνατη!)

# Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$

# Προσοχή στις παγίδες!

## Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$     (**Λάθος!** Είναι  $\sqrt{x^2} = |x|$ )

# Προσοχή στις παγίδες!

## Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$     (**Λάθος!** Είναι  $\sqrt{x^2} = |x|$ )

# Προσοχή στις παγίδες!

Σωστό ή Λάθος;

- $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$     (**Λάθος!** Ξέχασες το  $-3$ )
- $x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8}$     (**Λάθος!** Δεν ορίζεται!)
- $x^4 = -1 \Rightarrow x = \pm 1$     (**Λάθος!** Είναι αδύνατη!)
- $\sqrt{x^2} = x$     (**Λάθος!** Είναι  $\sqrt{x^2} = |x|$ )

# Ειδική περίπτωση: $x^2 = \alpha^2$

Προσοχή!

Αν έχουμε  $x^2 = \alpha^2$ , τότε:

$$x^2 - \alpha^2 = 0 \Rightarrow (x - \alpha)(x + \alpha) = 0$$

$$x = \alpha \text{ ή } x = -\alpha$$

Δηλαδή:  $x = \pm\alpha$

Παράδειγμα

$$x^2 = (2x - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(2x - 1)$$

- $x = 2x - 1 \Rightarrow x = 1$
- $x = -(2x - 1) \Rightarrow x = -2x + 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

# Ειδική περίπτωση: $x^2 = \alpha^2$

Προσοχή!

Αν έχουμε  $x^2 = \alpha^2$ , τότε:

$$x^2 - \alpha^2 = 0 \Rightarrow (x - \alpha)(x + \alpha) = 0$$

$$x = \alpha \text{ ή } x = -\alpha$$

Δηλαδή:  $x = \pm\alpha$

Παράδειγμα

$$x^2 = (2x - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(2x - 1)$$

- $x = 2x - 1 \Rightarrow x = 1$
- $x = -(2x - 1) \Rightarrow x = -2x + 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Στο moodle θα βρείτε τις ασκήσεις που πρέπει να κάνετε, όπως και αυτή τη παρουσίαση

# Ασκήσεις

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 - 8 = 0$

②  $x^3 + 1 = 0$

③  $x^3 + 5 = 0$

④  $x^2 - 4 = 0$

⑤  $x^4 - 2 = 0$

⑥  $x^4 + 1 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 = 5x$

②  $x^5 - 32x^2 = 0$

Λύστε τις εξισώσεις:

①  $x^3 = 5x$

②  $x^5 - 32x^2 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

①  $(x - 1)^4 - 81 = 0$

②  $(3x - 1)^5 + 32 = 0$

③  $8x^3 - (x - 1)^3 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

①  $(x - 1)^4 - 81 = 0$

②  $(3x - 1)^5 + 32 = 0$

③  $8x^3 - (x - 1)^3 = 0$

Να λύσετε τις εξισώσεις:

- ①  $(x - 1)^4 - 81 = 0$
- ②  $(3x - 1)^5 + 32 = 0$
- ③  $8x^3 - (x - 1)^3 = 0$

Να λύσετε την εξίσωση  $(x - 2)^4 - |x - 2| = 0$ .

Να λύσετε την εξίσωση  $26x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$ .