

Συνδυαστική – Μεταθέσεις και Αναγραμματισμοί

2. Να υπολογίσετε τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων

$$A = 7! - 2 \cdot 5!, \quad B = \frac{10!}{4! \cdot 6!}, \quad \Gamma = \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} - \frac{1}{6!}.$$

Λύση:

$$A = 5040 - 2 \cdot 120 = 5040 - 240 = 4800$$

$$B = \binom{10}{4} = 210$$

$$\Gamma = \frac{1}{24} - \frac{1}{120} - \frac{1}{720} = \frac{30 - 6 - 1}{720} = \frac{23}{720}$$

3. Με πόσους τρόπους μπορούν να σταθούν 5 παιδιά σε ευθεία γραμμή·

(α) χωρίς περιορισμό (β) αν το πιο ψηλό παιδί είναι στο μέσο

Λύση:

(α) $5! = 120$

(β) Δεσμεύουμε το κεντρικό. Μένουν 4 παιδιά:

$$4! = 24$$

4. Με πόσους τρόπους μπορούν 7 διαφορετικά μαθήματα να τοποθετηθούν σε 7 περιόδους·

Λύση:

$$7! = 5040$$

5. Πέντε κορίτσια και τρία αγόρια κάθονται σε 8 θέσεις.

(α) χωρίς περιορισμό (β) τα κορίτσια συνεχόμενα

Λύση:

(α) $8! = 40320$

(β) Ομάδα 5 κοριτσιών:

Θεωρούμε την ομάδα + 3 αγόρια \rightarrow 4 αντικείμενα:

$$4! = 24$$

Εσωτερικά κορίτσια:

$$5! = 120$$

$$24 \cdot 120 = 2880$$

6. Αναγραμματισμοί της λέξης ΛΥΚΕΙΟ.

Σύνολο: 6 διαφορετικά γράμματα.

(α) Συνολικά (β) Αρχίζουν από Λ (γ) Αρχίζουν από Λ και τελειώνουν σε Ο (δ) Τα φωνήεντα συνεχόμενα

Λύση:

(α) $6! = 720$

(β) $5! = 120$

(γ) $4! = 24$

(δ) Φωνήεντα: Υ, Ε, Ι, Ο (4)

Ομάδα + 2 σύμφωνα:

$$3! \cdot 4! = 6 \cdot 24 = 144$$

7. Με πόσους τρόπους μπορούν να σταθούν 9 παιδιά·

(α) χωρίς περιορισμό (β) συγκεκριμένο παιδί αριστερά (γ) δύο συγκεκριμένα στα άκρα

Λύση:

(α) $9! = 362880$

(β) $8! = 40320$

(γ) 2 τρόποι για άκρα:

$$2 \cdot 7! = 10080$$

8. Έξι παιδιά σε κυκλικό τραπέζι.

Συνολικά:

$$(6 - 1)! = 120$$

Δύο συγκεκριμένα δίπλα:

Θεωρούμε ζευγάρι:

$$(5 - 1)! \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$$

9. Λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ.

Λύση:

10 γράμματα, Μ : 2, Α : 3

$$\frac{10!}{2! \cdot 3!} = 302400$$

Αρχίζουν από Μ:

$$\frac{9!}{3!} = 60480$$

Αρχίζουν Μ και τελειώνουν Α:

$$\frac{8!}{2!} = 20160$$

Αρχίζουν από σύμφωνο:

$$151200$$

10. Λέξη ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ.

Λύση:

8 γράμματα, $A : 2, \Gamma : 2$

$$\frac{8!}{2! \cdot 2!} = 10080$$

Τελευταίο Σ:

$$\frac{7!}{2! \cdot 2!} = 1260$$

Δεν περιέχουν ΑΓΩΓΟΣ:

$$10080 - 12 = 10068$$

Σύμφωνα συνεχόμενα:

$$12 \cdot 60 = 720$$