
Διαγνωστικό Δοκίμιο - Κύκλος Α' Μέρος

Όνομα: _____ Βαθμός: _____

- Εξίσωση κύκλου
 - Θέση ευθείας και κύκλου
 - Εξίσωση εφαπτομένης σε σημείο του κύκλου
 - Εφαπτομένες κύκλου από σημείο εκτός αυτού
 - Θέση δύο κύκλων
 - ~~Μήκος Εφαπτόμενου Τμήματος, Θέση και Δύναμη σημείου ως προς κύκλο~~
 - ~~Παραμετρικές Εξισώσεις Κύκλου~~
-

1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και [2μ]
α) διέρχεται από το σημείο $A(2\sqrt{2}, 1)$.
β) εφάπτεται στην ευθεία $\varepsilon : x - 2y + 5 = 0$.

2. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στις παρακάτω περιπτώσεις: [2μ]

α) Ο κύκλος έχει διάμετρο το τμήμα με άκρα τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(-3, 5)$.

β) Ο κύκλος διέρχεται από τα σημεία $E(3, 1)$, $Z(-1, 3)$ και έχει το κέντρο του στην ευθεία $\varepsilon : y = 3x - 2$.

3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C : x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$ που είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon : 4x - 3y + 12 = 0$. [2μ]

4. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου

[2μ]

$$(C) : x^2 + y^2 = 10$$

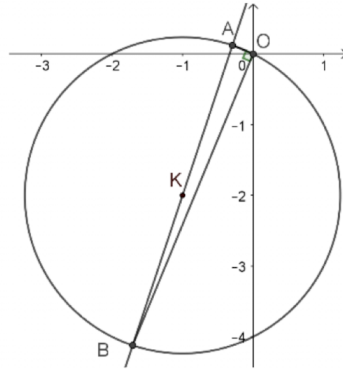
που άγονται προς αυτόν από το σημείο $A(-4, -2)$.

5. Θεωρούμε τον κύκλο

[2μ]

$$x^2 + y^2 - \lambda x - 2\lambda y + \kappa - 1 = 0.$$

Να βρεθούν $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, για τα οποία ο κύκλος διέρχεται από την αρχή των αξόνων και η ευθεία $y = 3x + 1$ τέμνει τον κύκλο σε σημεία A και B έτσι ώστε η γωνία AOB να είναι ορθή, όπου O η αρχή των αξόνων.



Τυπολόγιο Αναλυτικής Γεωμετρίας

1. Κύκλος

1. Εξίσωση κύκλου με κέντρο $K(0,0)$ και ακτίνα ρ :

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

2. Εξίσωση κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

3. Γενική μορφή κύκλου - 1:

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$K(-g, -f), \quad R = \sqrt{g^2 + f^2 - c}, \quad \mu\epsilon \quad g^2 + f^2 - c > 0$$

4. Γενική εξίσωση κύκλου - 2:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$$

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right), \quad \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2}$$

Ελέγχος κύκλου:

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0 \Rightarrow \text{κύκλος}$$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma = 0 \Rightarrow \text{σημείο}$$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma < 0 \Rightarrow \text{αδύνατη}$$

2. Αναλυτική Γεωμετρία

1. Εξίσωση ευθείας:

$$y = \lambda x + \beta$$

$$y - y_1 = \lambda(x - x_1)$$

$$Ax + By + \Gamma = 0 \implies \lambda = -\frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$

2. Παράλληλες ευθείες:

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

3. Κάθετες ευθείες:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

4. Απόσταση σημείου $A(x_1, y_1)$ από σημείο $B(x_2, y_2)$:

$$MN = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

5. Μέσο ευθυγράμμου τμήματος AB :

$$M \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

6. Απόσταση σημείου $P(x_0, y_0)$ από ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$