

---

## Διαγνωστικό Δοκίμιο - Κύκλος Α' Μέρος

Όνομα: \_\_\_\_\_ Βαθμός: \_\_\_\_\_

- Εξίσωση κύκλου
  - Θέση ευθείας και κύκλου
  - Εξίσωση εφαπτομένης σε σημείο του κύκλου
  - Εφαπτομένες κύκλου από σημείο εκτός αυτού
  - Θέση δύο κύκλων
  - Μήκος Εφαπτόμενου Τυμπανού, Θέση και Δύναμη σημείου ως προς κύκλο
  - Ηφαμετρικές Εξισώσεις Κύκλου
- 

1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και [2μ]  
α) διέρχεται από το σημείο  $A(2\sqrt{2}, 1)$ .  
β) εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon$ :  $x - 2y + 5 = 0$ .

---

**2.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στις παρακάτω περιπτώσεις: [2μ]

- α) Ο κύκλος έχει διάμετρο το τμήμα με άκρα τα σημεία  $A(1, 3)$  και  $B(-3, 5)$ .
- β) Ο κύκλος διέρχεται από τα σημεία  $E(3, 1)$ ,  $Z(-1, 3)$  και έχει το κέντρο του στην ευθεία  $\varepsilon : y = 3x - 2$ .

- 
- 3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $C : x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$  που  
είναι κάθετη στην ευθεία  $\varepsilon : 4x - 3y + 12 = 0$ . [2μ]

---

4. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου [2μ]

$$(C) : x^2 + y^2 = 10$$

που άγονται προς αυτόν από το σημείο  $A(-4, -2)$ .

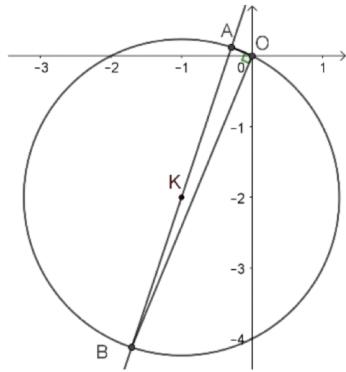
---

5. Θεωρούμε τον κύκλο

[2μ]

$$x^2 + y^2 - \lambda x - 2\lambda y + \kappa - 1 = 0.$$

Να βρεθούν  $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ , για τα οποία ο κύκλος διέρχεται από την αρχή των αξόνων και η ευθεία  $y = 3x + 1$  τέμνει τον κύκλο σε σημεία  $A$  και  $B$  έτσι ώστε η γωνία  $AOB$  να είναι ορθή, όπου  $O$  η αρχή των αξόνων.







# Τυπολόγιο Αναλυτικής Γεωμετρίας

## 1. Κύκλος

1. Εξίσωση κύκλου με κέντρο  $K(0, 0)$  και ακτίνα  $\rho$ :

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

2. Εξίσωση κύκλου με κέντρο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$ :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

3. Γενική μορφή κύκλου - 1:

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$K(-g, -f), \quad R = \sqrt{g^2 + f^2 - c}, \quad \text{με } g^2 + f^2 - c > 0$$

4. Γενική εξίσωση κύκλου - 2:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$$

$$K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right), \quad \rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2}$$

Ελέγχος κύκλου:

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0 \Rightarrow \text{κύκλος}$$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma = 0 \Rightarrow \text{σημείο}$$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma < 0 \Rightarrow \text{αδύνατη}$$

## 2. Αναλυτική Γεωμετρία

1. Εξίσωση ευθείας:

$$y = \lambda x + \beta$$

$$y - y_1 = \lambda(x - x_1)$$

$$Ax + By + \Gamma = 0 \implies \lambda = -\frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$

2. Παράλληλες ευθείες:

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

3. Κάθετες ευθείες:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

4. Απόσταση σημείου  $A(x_1, y_1)$  από σημείο  $B(x_2, y_2)$ :

$$MN = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

5. Μέσο ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

6. Απόσταση σημείου  $P(x_0, y_0)$  από ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$ :

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$