

Taxartwseis

Iuxxiointia f: Aριθμός των επαναλήψεων στην ποντία του χρόνου.

Περίοδος T: Αριθμός του χρειάζεται για να επαναληφθεί η ίδια κίνηση.

Kύρια Ιuxxiointia w: Αριθμός επαναλήψεων σε χρόνο 2π .

$$w = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \quad [\text{rad/s}] \quad \longrightarrow \quad f = \frac{1}{T} \quad [\text{Hz}]$$

Taxartwseis

Eisn → Εκείνερη Taxartwseis

Afkeiwn Taxartwseis

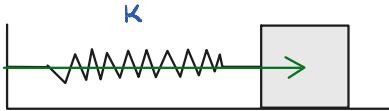
Εσαυχωσθειν Taxartwseis

Απλών Αρμονικών Taxartwseis

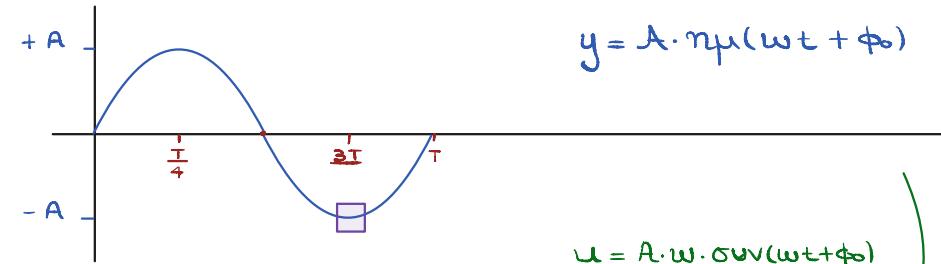
Πλανητρούμενη περιοδική κίνηση $\vec{\Sigma}F = -D \cdot \vec{x}$

D: Σταθερά Taxartwseis

$$D = m \cdot w^2 = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} \quad \longrightarrow \quad \text{Σταθερά}$$

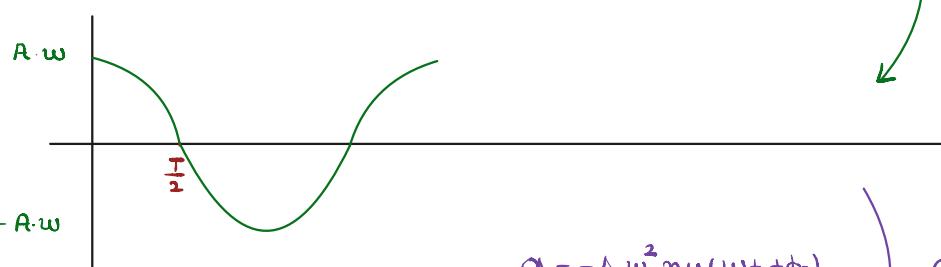


ΘΙ: Φυσικό Μήνυμα



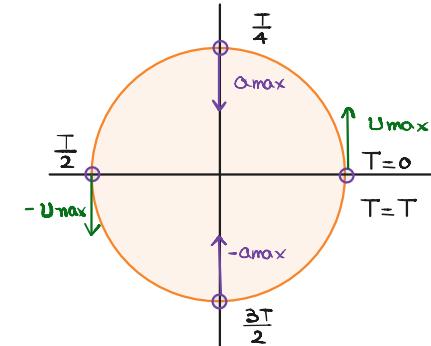
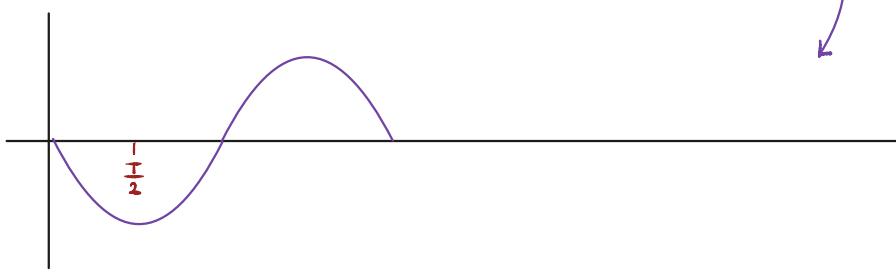
$$u = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$u = \frac{dy}{dt}$$



$$\alpha = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\alpha = \frac{du}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$



Μεταξύ Γραμμικής Ταχύτητος

$$D = m \cdot w^2 \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$v_{max} = A \cdot w = y_0 \cdot w$$

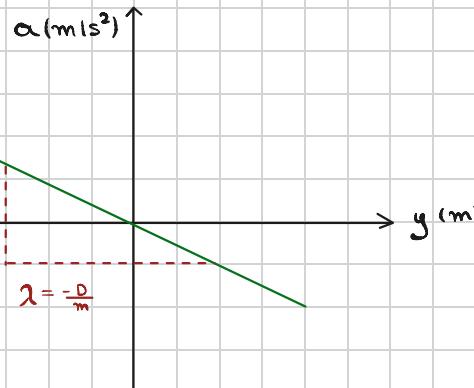
$$a_{max} = -A \cdot w^2 = -y_0 \cdot w^2$$

Ιχείον Επιτάχυνσης - Θέσης

$$\vec{\Sigma F} = -D \cdot \vec{x}$$

$$m \vec{a} = -D \cdot \vec{x}$$

$$\vec{a} = -\frac{D}{m} \cdot \vec{x} \rightarrow y = \lambda \cdot x \quad \text{όπου } \lambda = -\frac{D}{m}$$



$$\vec{a} = -\frac{D}{m} = -A \cdot w^2$$

Επιτάχυνση

Ixion Taxititas Becons

$$\psi = \psi_0 \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\cos(\omega t + \phi_0) = \frac{\psi}{\psi_0}$$

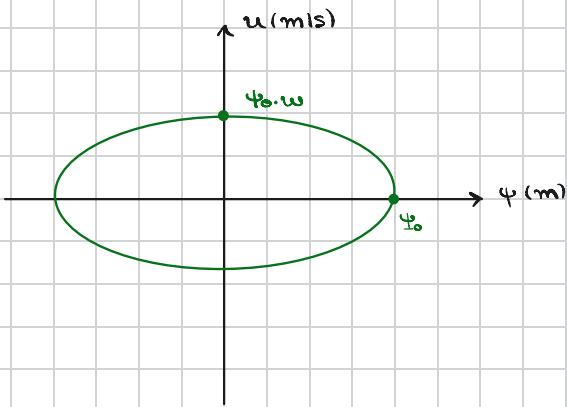
$$u = \psi_0 \cdot w \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\sin(\omega t + \phi_0) = \frac{u}{\psi_0 \cdot w}$$

$$\cos^2(\omega t + \phi_0) + \sin^2(\omega t + \phi_0) = 1$$

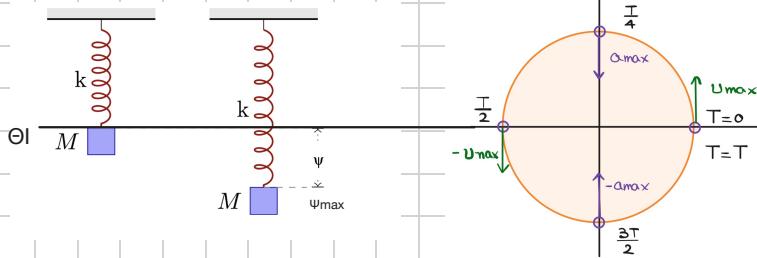
$$\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{\psi_0 \cdot w}\right)^2 = 1$$

Exercism



$$u = \pm w \sqrt{\psi_0^2 - \psi^2}$$

Δυναμική Κίνησης Ενέργεια

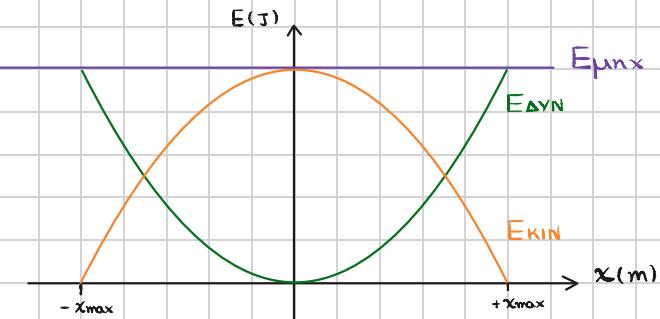


$\Theta I \rightarrow \max E_{KIN} \propto u_{max}$
 Ηπειρωτική $E_{DYN} \propto y=0$

$y_{max} \rightarrow \max E_{KIN} \propto u=0$
 Ηπειρωτική $E_{DYN} \propto y_{max}$

Κίνησης Ενέργεια: $E_{KIN} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
 $= \frac{1}{2} m w^2 (x_0 - x)^2$

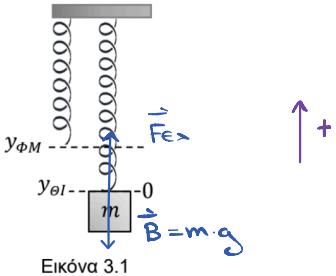
Δυναμική Ενέργεια: $E_{DYN} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$



$$E_{Pmx} = E_{KIN} + E_{DYN}$$

$$= \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

Σύμα μάζας m είναι συνδεδεμένο με αβαρές κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k . Στην Εικόνα 3.1 παρουσιάζονται η θέση φυσικού μήκους $y_{\phi M}$ του ελατηρίου και η θέση ισορροπίας $y_{\theta I}$ του συστήματος μάζας – ελατηρίου. Να θεωρήσετε τη θέση ισορροπίας ως το σημείο αναφοράς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



(α) Να ορίσετε την Απλή Αρμονική Ταλάντωση (ΑΑΤ).

(1 μονάδα)

(β) Οι απαντήσεις σας στα πιο κάτω ερωτήματα (i) και (ii) να συμπεριλαμβάνουν κατάλληλο σχήμα με δυνάμεις.

- (i) Να εξαγάγετε (ως συνάρτηση των m , g και k) τη σχέση της θέσης φυσικού μήκους $y_{\phi M}$ του ελατηρίου.

(2 μονάδες)

- (ii) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση, όταν το σώμα εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του.

(2 μονάδες)

a. Πλαισιοφυν Περιοδική Κίνηση που επιτελεί είναι σώμα, σταυ η Ιωνισταρευν Σιναριν ειναι $\vec{F} = -D \cdot \vec{x}$ όπου D , σταθερά Ταχύτων.

$$B. \quad \vec{F} = 0 \quad (\Theta I)$$

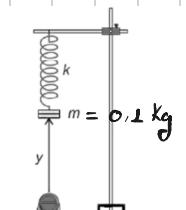
$$\vec{F} = \vec{B} + \vec{F}_{ex} = -mg - k(y - y_{\phi M})$$

$$i. \quad -mg - k(0 - y_{\phi M}) = 0$$

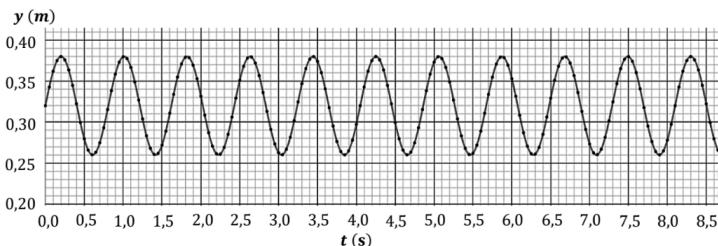
$$-mg + Ky_{\phi M} = 0 \rightarrow y_{\phi M} = \frac{mg}{k}$$

$$ii. \quad \text{Κριτήριο ΑΑΤ: } \vec{F} = -D \cdot \vec{x}$$

$$\vec{F} = -mg - k(y - y_{\phi M})$$



Εικόνα 5.1



Γραφική Παράσταση 5.1

(α) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος. Να δώσετε την απάντησή σας με δύο σημαντικά ψηφία.

(2 μονάδες)

(β) Να υπολογίσετε την σταθερά k του ελατηρίου. Να δώσετε την απάντησή σας με δύο σημαντικά ψηφία.

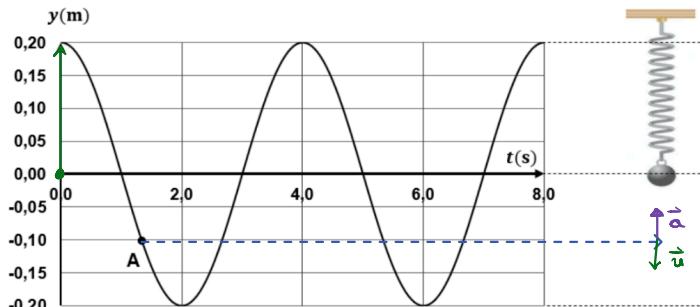
(3 μονάδες)

$$\left. \begin{array}{l} y_{\max} = 0,38 \\ y_{\min} = 0,26 \end{array} \right\} \quad y_0 = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{0,38 - 0,26}{2} = 0,06 \text{ m.}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot m}{k} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} = 6 \text{ N/m}$$

$$T = 0,81 \text{ sec} \rightarrow \frac{\Delta t}{\# \text{ Taxaur.}}$$

Στη Γραφική Παράσταση 6.1 απεικονίζεται η μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας σαν συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σώμα το οποίο εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση αναρτημένο από αβαρές κατακόρυφο ελατήριο (Εικόνα 6.1).



Γραφική Παράσταση 6.1

Εικόνα 6.1

- (α) Να αναφέρετε κατά πόσο η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος είναι ομόρροπες ή αντίρροπες στο σημείο Α της Γραφικής Παράστασης 6.1.

(1 μονάδα)

- (β) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή στην οποία το σώμα διέρχεται από το σημείο Α.

(3 μονάδες)

a. \vec{u} και \vec{a} αντίρροπες

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$y(t) = 0.20 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$y(t) = 0.2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Χρωικήν

Στιγμή Σημείο Α $\rightarrow -0.10 = 0.2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

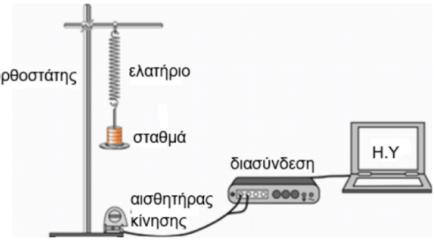
$$\frac{-0.10}{0.120} = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

shift +
 $\cos\left(\frac{0.10}{0.120}\right)$

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2}t \rightarrow t = \frac{4}{3} = 1.3 \text{ sec}$$

(1 μονάδα)

- B)** Σε ένα πείραμα μελέτης των παραγόντων εξάρτησης της περιόδου της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης σώματος μάζας m , αναρτημένου από κατακόρυφο αβαρές ελαστήριο σταθεράς k , χρησιμοποιήθηκε η πιο κάτω διάταξη (Εικόνα 7.1).



Εικόνα 7.1

- (α) Να αναφέρετε δύο πλεονεκτήματα που έχει η χρήση του αισθητήρα κίνησης, σε σχέση με το χρονόμετρο χειρός, στη μέτρηση της περιόδου της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης.

(2 μονάδες)

- (β) Η ομάδα μαθητών διερεύνησε πειραματικά τη σχέση ανάμεσα στην περίοδο της ταλάντωσης T και τη μάζα m του ταλαντωτή. Οι μετρήσεις που κατέγραψαν δίνονται στον Πίνακα 7.1.

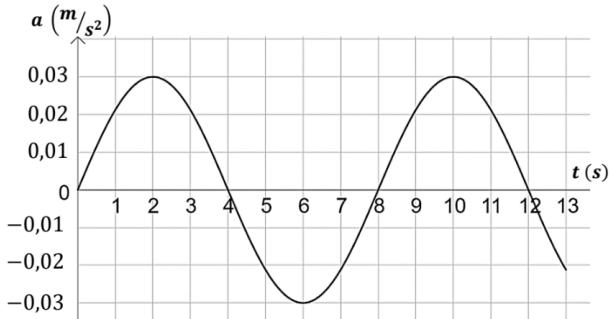
Πίνακας 7.1	A/A	1	2	3	4	5
	Μάζα (m) Ταλαντωτή (kg)	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500
Περίοδος (T) Ταλαντωτή (s)	0,634	0,891	1,075	1,236	1,377	
Τετραγωνική ρίζα Μάζας (\sqrt{m}) ταλαντωτή ($\sqrt{\text{kg}}$)						

- (i) Να μεταφέρετε συμπληρωμένη την επιπλέον γραμμή του Πίνακα 7.1 στο τετράδιο απαντήσεων.

(1 μονάδα)

- (ii) Να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί τη γραφική παράσταση της περιόδου ταλάντωσης σαν συνάρτηση της τετραγωνικής ρίζας της μάζας του ταλαντωτή $T = f(\sqrt{m})$.

Το Γράφημα 2.1 παρουσιάζει την επιπλέοντη σταθερή ενός Απλού Αρμονικού Ταλαντωτή (ΑΑΤ) σε σχέση με τον χρόνο.



Γράφημα 2.1

- (α) Να υπολογίσετε το πλάτος της ΑΑΤ του σώματος.

(3 μονάδες)

- (β) Να προσδιορίσετε την αρχική φάση της θέσης της ΑΑΤ του σώματος.

(1 μονάδα)

- (γ) Να αναφέρετε, για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 13$ s, μια χρονική στιγμή στην οποία η ταχύτητα του σώματος έχει μέγιστη αλγεβρική τιμή.

(1 μονάδα)

a.

$$y = y_0 \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$u = y_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$a = -y_0 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$a_{\max} = -y_0 \cdot \omega^2 = -y_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$0,03 = -y_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{8}\right)^2$$

$$0,03 = -y_0 \cdot 0,61$$

$$y_0 = \frac{-0,03}{0,61} = -0,05$$

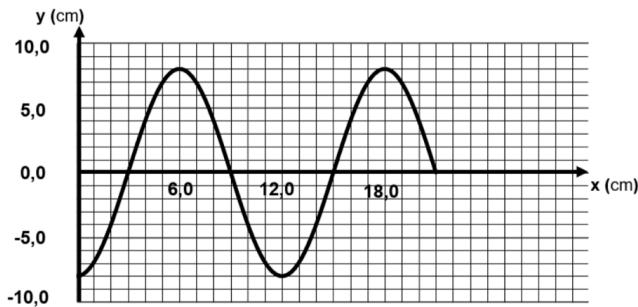
b. $y = -0,05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \phi_0\right)$

$$t=0 \rightarrow y=0 \rightarrow 0 = -0,05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 0 + \phi_0\right)$$

$$0 = \cos(\phi_0)$$

$$\phi_0 = 0$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το ελεύθερο άκρο μιας τεντωμένης χορδής αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση από τη θέση ισορροπίας με θετική ωκύτητα. Η διεύθυνση διάδοσης του τρέχοντος εγκάρπου κύματος που δημιουργείται ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα O_x. Στο πιο κάτω Γράφημα 4.1 απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,40$ s. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x = 0$.



Γράφημα 4.1

(α) Να χρησιμοποιήσετε το διάγραμμα για να προσδιορίσετε:

(i) Το μήκος κύματος λ .

(1 μονάδα)

(ii) Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος v .

(1 μονάδα)

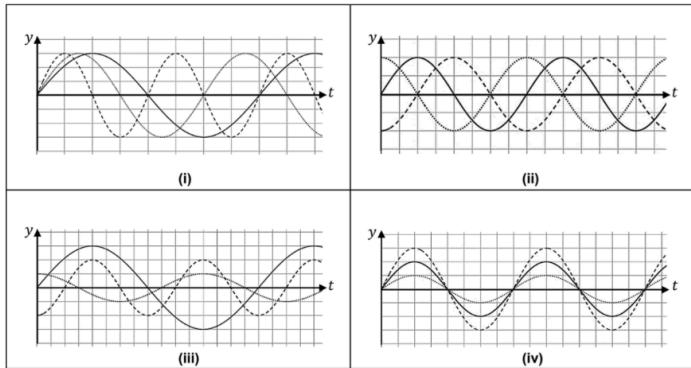
(iii) Τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής του κύματος f .

(1 μονάδα)

(β) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

(2 μονάδες)

Μια ομάδα μαθητών Γ' Λυκείου διερεύνησε τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η περίοδος της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης (AAT) σταθμών μάζας m , αναρτημένων από κατακόρυφο ίδιανο ελατήριο σταθεράς k . Για τη διερεύνηση του κάθε παράγοντα, οι μαθητές χρησιμοποίησαν αισθητήρα κίνησης και έλαβαν τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις. (I) έως (IV), της κατακόρυφης μεταπόπισης συναρτήσει του χρόνου, $y = f(t)$.



- (α) Να αναφέρετε ποια γραφική παράσταση έλαβαν οι μαθητές κατά τη διερεύνηση της εξάρτησης της περιόδου της AAT από το πλάτος της ταλάντωσης.

(1 μονάδα)

- (β) Να αναφέρετε σε ποια από τις γραφικές παραστάσεις βασίστηκαν οι μαθητές έτσι ώστε να μπορέσουν να επιβεβαιώσουν την υπόθεση ότι η περίοδος εξαρτάται από την σταθερά k του ελατηρίου.

(1 μονάδα)

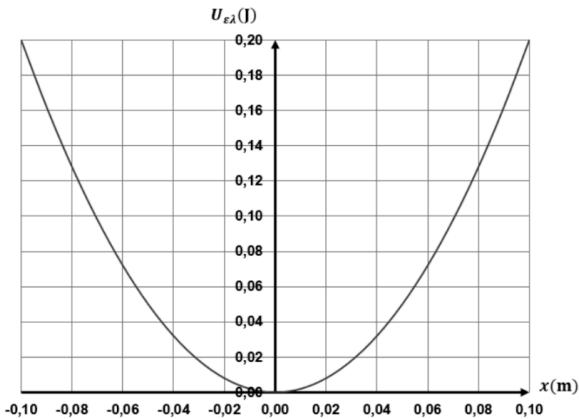
- (γ) Να αναφέρετε ποιον παράγοντα είναι δυνατόν να διερευνούσαν οι μαθητές, όταν έλαβαν τη γραφική παράσταση (ii).

(1 μονάδα)

- (δ) Να εξηγήσετε ποια γραφική παράσταση είναι ακατάλληλη για την εξαγωγή συμπερασμάτων όσον αφορά την εξάρτηση της περιόδου της AAT από κάποιον παράγοντα.

(2 μονάδες)

Ένα σώμα μάζας $m = 0,50 \text{ kg}$ εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση με πλάτος ταλάντωσης $x_0 = 0,10 \text{ m}$, συνδεδέμενό με οριζόντιο αφαρές ελατήριο σε λείο οριζόντιο έδαφος. Στη Γραφική Παράσταση 4.1 απεικονίζεται η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - ελατήριο σαν συνάρτηση της μετατόπισής του από τη θέση ισορροπίας.



Γραφική Παράσταση 4.1

(α) Χρησιμοποιώντας τη Γραφική Παράσταση 4.1, να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου.

(2 μονάδες)

(β) Να υπολογίσετε σε ποιες θέσεις η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - ελατήριο.