

---

## Διαγωνισματακι 15/10/25

---

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $2x^5 - 3x^3 + 4x + 7 = 0$  έχει ακριβώς μία πραγματική ρίζα (λύση) στο  $\mathbb{R}$ .

---

**2.** Έστω ότι η συνάρτηση  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ , παραγωγίσιμη στο  $(\alpha, \beta)$  και ισχύει ότι  $f'(x) = 0$ , για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ . Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι σταθερή στο  $[\alpha, \beta]$ .

---

**3.** Να δείξετε ότι η εξίσωση  $\ln x = \frac{1}{x}$  έχει μία ακριβώς ρίζα στο διάστημα  $(1, 2)$ .

---

4. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{x}.$$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων, τα διαστήματα μονοτονίας της, τα τοπικά της ακρότατα, τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της και να την παραστήσετε γραφικά.

---

.

---

.

---

5. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1}.$$

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες.
- ii. Να μελετήσετε τη  $f$  ως προς μονοτονία και τοπικά ακρότατα και να βρείτε τις ασύμπτωτες.
- iii. Να παραστήσετε γραφικά τη  $f$ .

---

.



---

.