Einführung in die Statistik

Herbstsemester 2016
Prof. Dr. H. Harbrecht

Universität Basel

Übungsblatt 4.

zu bearbeiten bis **Freitag, 21. Oktober 2016, 12 Uhr**.

Aufgabe 1 (Kombinatorik, Multiplikationsregel & Bayes | 6 Punkte)**.**

Bei einer mündlichen Prüfung zieht ein Student aus den 8 Kapiteln der Vorlesung 3 zufällige Kapitel, über deren Inhalt sie dann geprüft wird. Die *Note 'sehr gut'* erhält die Person genau dann, wenn sie sämtliche Fragen zu diesen 3 Kapiteln beantworten kann. Ein *sehr gutes Wissen* über die Vorlesung hat eine Person genau dann, wenn sie sämtliche Fragen zu mindestens 7 Kapiteln beantworten kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Student zu genau j Kapiteln sämtliche Fragen richtig beantworten kann, sei $\frac{j}{36}$.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Student, der zu genau j Kapiteln sämtliche Fragen richtig beantworten kann, die *Note 'sehr gut'*?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Student, der ein *sehr gutes Wissen* über die Vorlesung hat, die *Note 'sehr gut'*?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Student, der kein *sehr gutes Wissen* über die Vorlesung hat, die *Note 'sehr gut'*?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Student, der die *Note 'sehr gut'* erhält, ein *sehr gutes Wissen* über die Vorlesung?

Aufgabe 2 (Unabhängigkeit I | 4 Punkte)**.**

Bei einem kontinuierlichen Fertigungsprozess treten nacheinander die Arbeitsgänge Drehen, Fräsen und Schleifen auf. Der Arbeitsgang Drehen benötigt dreimal so viel Zeit wie der Arbeitsgang Schleifen, der Arbeitsgang Fräsen zweimal so viel Zeit wie der Arbeitsgang Schleifen. Um eine gleichmässigen Erzeugnisdurchlauf zu erhalten, werden deshalb eine Schleifmaschine, S, 3 Drehmaschinen, D_1, D_2 und D_3, und 2 Fräsmaschinen, F_1 und F_2, eingesetzt.
Die benutzten Maschinen seien voll ausgelastet und fallen innerhalb einer Schicht unabhängig voneinander mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten aus:

Maschine	Ausfallwahrscheinlichkeit
D_1	0.2
D_2	0.3
D_3	0.3
F_1	0.15
F_2	0.2
S	0.1

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass innerhalb einer Schicht der Erzeugnisdurchlauf wegen Maschinenausfällen vollständig gestoppt wird.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass innerhalb einer Schicht der Erzeugnisdurchlauf wegen Maschinenausfällen verlangsamt aber nicht vollständig gestoppt wird.

Aufgabe 3 (Unabhängigkeit II | 6 Punkte)**.**

a) Seien die Ereignisse $A, B \in \mathcal{A}$ stochastisch unabhängig (gemäss Definition 2.9). Zeigen Sie, dass dann $\emptyset, A, B, \Omega$ auch vollständig stochastisch unabhängig sind (gemäss Definition 2.12).

b) Seien die Ereignisse $A_1, \ldots A_n \in \mathcal{A}$ vollständig stochastisch unabhängig. Seien weiter $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ mit $i \neq j$ so, dass $A_i = A_j$ ist. Zeigen Sie, dass dann $P(A_i) \in \{0, 1\}$ gilt.

c) Seien die Ereignisse $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{A}$ vollständig stochastisch unabhängig. Seien weiter $B_i \in \{A_i, \overline{A_i}\}$ für alle $i \in \{1, \ldots, n\}$. Zeigen Sie, dass dann die Ereignisse $B_1, \ldots, B_n$ auch vollständig stochastisch unabhängig sind.

d) Seien die Ereignisse $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{A}$ vollständig stochastisch unabhängig mit $n > 2$. Zeigen Sie, dass die Ereignisse $A_1 \cap A_2, A_3 \ldots, A_n$ ebenfalls vollständig stochastisch unabhängig sind. Schliessen Sie weiter mit c), dass auch die Ereignisse $A_1 \cup A_2, A_3 \ldots, A_n$ vollständig stochastisch unabhängig sind.