

Trabajo Práctico

Analisis de Circuitos

Cotarelo Rodrigo

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires

August 17, 2020



Definir tipo de filtro

$$H(s) = \frac{6,317 \cdot 10^8 \cdot s^2}{s^4 + 3,554 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 1,895 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 2,245 \cdot 10^{13} \cdot s + 3,99 \cdot 10^{17}} \quad (1)$$

En un primer analisis podemos indentificar que se trata de un filtro pasa-banda ya que tendiendo a infinito o menos infinito podemos ver que la transferencia es cero. Ademas como tenemos un cero en cero sabemos que hay una subida de ganancia que luego tiene que ser atenuada y es por esto que lo podemos diferenciar de un pasa-bajos por ejemplo.

Esta compuesto por 4 polos los cuales son dos pares complejos conjugados:

- $-12002.32+34212.9j$
- $-12002.32-34212.9j$
- $-5767.68+16439.38j$
- $-5767.68-16439.38j$

Como los polos complejos conjugadores se consideran como un polo real doble y sabiendo como se conforma el diagrama asintotico sabemos que existen dos caidas en la transferencia (una por cada polo doble) con pendiente -40db y una subida de 40db gracias al cero doble. Esto se corresponde con el grafico de pasabanda que esperamos obtener.

La transferencia puede expresarse como la multiplicacion de dos transferencia de orden dos como se muestra a continuacion:

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{2 \cdot \alpha_1 \cdot s}{s^2 + 2 \cdot \alpha_1 \cdot s + w_1^2} \cdot \frac{2 \cdot \alpha_2 \cdot s}{s^2 + 2 \cdot \alpha_2 \cdot s + w_2^2} \quad (2)$$

- Expresion pasa-bandas 2 orden:

$$H = \frac{2 \cdot \alpha \cdot s}{s^2 + 2 \cdot \alpha \cdot s + w^2} \quad (3)$$

$$Q = \frac{w}{2 \cdot \alpha} \quad (4)$$

$$f = \frac{w}{2 \cdot \pi} \quad (5)$$

- El primer pasa-bandas de orden 2:

$$H_1 = \frac{24004.64 \cdot s}{s^2 + 24004.6 \cdot s + 1314578211.7924} \quad (6)$$

$$\alpha_1 = 12002.32$$

$$w_1 = 36257.11$$

$$f_1 = 5770.5$$

$$Q_1 = 1.51$$

- El segundo pasa-bandas de orden 2:

$$H_2 = \frac{11535.36 \cdot s}{s^2 + 11535.36 \cdot s + 303519347.3668} \quad (7)$$

$$\alpha_2 = 5767.68$$

$$w_2 = 17421.81$$

$$f_2 = 2772.77$$

$$Q_2 = 1.51$$

- Comparando las transferencias

$$6,317 \cdot 10^8 = H_0 \cdot 2\alpha_1 \cdot 2\alpha_2 \quad (8)$$

$$H_0 = 2.28 \quad (9)$$

El polo con la parte real mas chica (en este caso $\alpha_2 = 5767$) es el que estabiliza el sistema, por lo tanto $\tau = \frac{1}{\alpha_2} = 1.73 \cdot 10^{-4}$ y nuestro circuitos se estabilizaria a los 0.86ms ($5 \cdot \tau$)

Simulacion

- Diagrama de Bode de modulo y fase
Podemos confirmar lo explicado anteriormente. El gráfico muestra claramente la subida de 40 db por década que después se compensa con el primer polo doble generando una meseta y en el segundo polo doble se produce la caída de -40 db por década.

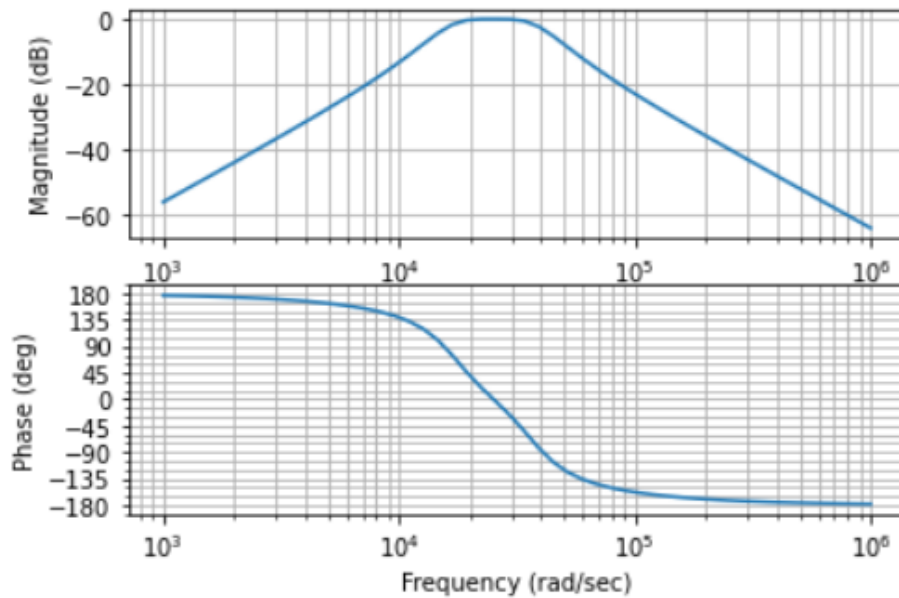


Figure 1: Diagrama de Bode de modulo y fase

- Respuesta al escalon

En la respuesta al escalon primero tenemos un flanco ascendente y despues una continua. En el flanco ascendente al tener un pasabanda que filtra las frecuencia altas esperamos que no suba de golpe y una vez que termine el transitorio tiene que tender a cero ya que al filtrar las frecuencias bajas no estamos dejando pasar la componente continua.

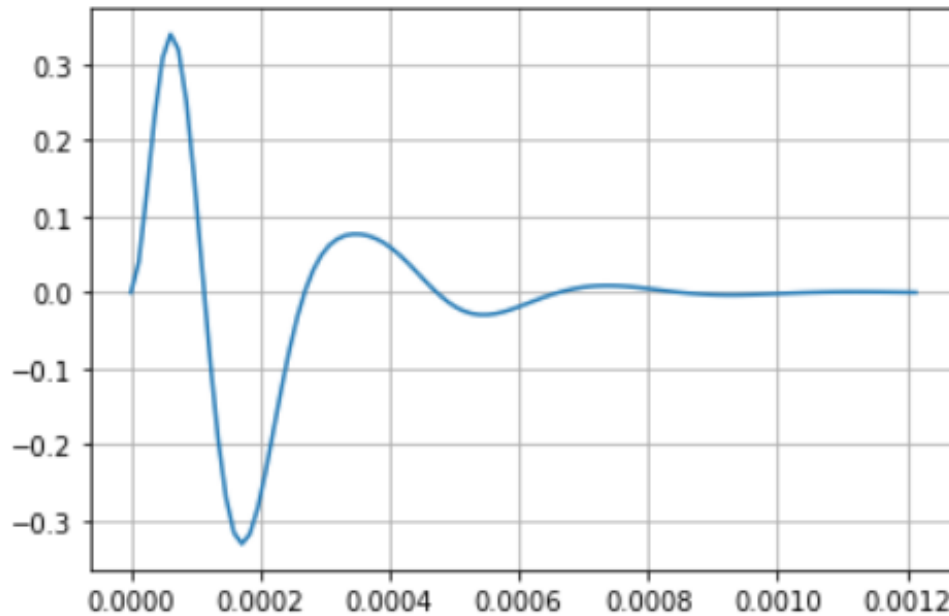


Figure 2: Respuesta al escalon.

- Respuesta al impulso

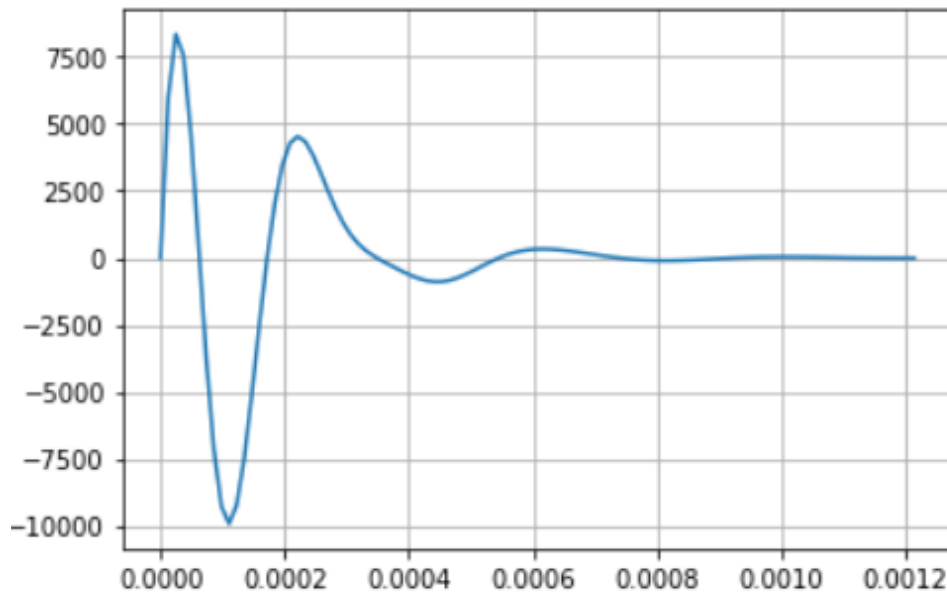


Figure 3: Respuesta al impulso.

- Respuesta a la senoidal

Al tener un filtro pasabanda vamos a utilizar una frecuencia $f_0 = 4200\text{Hz}$ que esta dentro de nuestro ancho de banda y esperamos que el filtro atenue las senionadales con frecuencia de 1 decada mayor y menor.

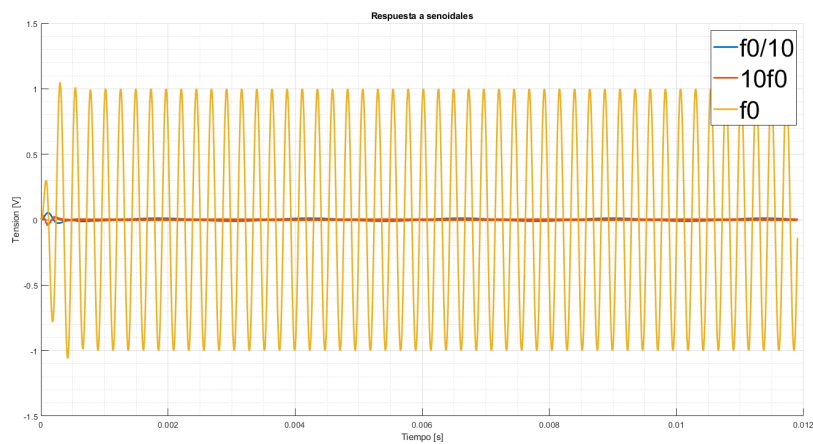


Figure 4: Respuesta a señal senoidal.

- Respuesta a la cuadrada

- $f_0 = 4200 \text{ Hz}$

Para este caso tenemos una cuadrada con periodo de $\frac{1}{f} = 2.38 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, menor a $5 \cdot \tau$, por lo que vamos a ver solo una parte del transitorio. En cada flanco ascendente el filtro va a responder subiendo suavemente ya que estamos filtrando las frecuencias altas que forman al flanco, despues viene la parte plana de la cuadrada (frecuencias bajas) que tambien es filtrada por lo que el grafico va a caer suavemente tambien. Finalmente el flanco decendente se encarga de repetir la misma parte inicial del transitorio pero invirtiendo el comportamiento. Como filtra las frecuencias bajas, se va a filtrar la componente continua de esta cuadrada que es 0.5 (valor medio) por lo que la salida deberia tener una continua cero.

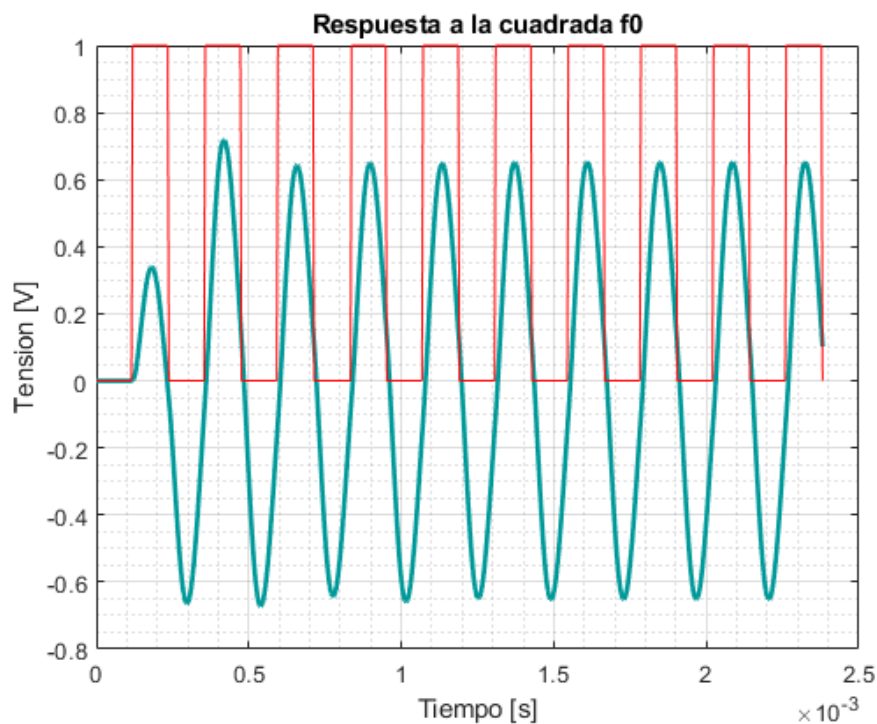


Figure 5: Respuesta cuadrada.

– $f_0/10$

Para la segunda cuadrada con periodo de $\frac{1}{420} = 2.38\text{ms}$ que es claramente mayor a los 0.86 que necesita nuestro filtro para estabilizarse. Por lo tanto como en cada periodo el circuito llega a estabilizarse, vamos a poder ver en cada flanco ascendente la forma de la respuesta al escalon completa mientras que en los flancos descendientes la misma forma invertida.

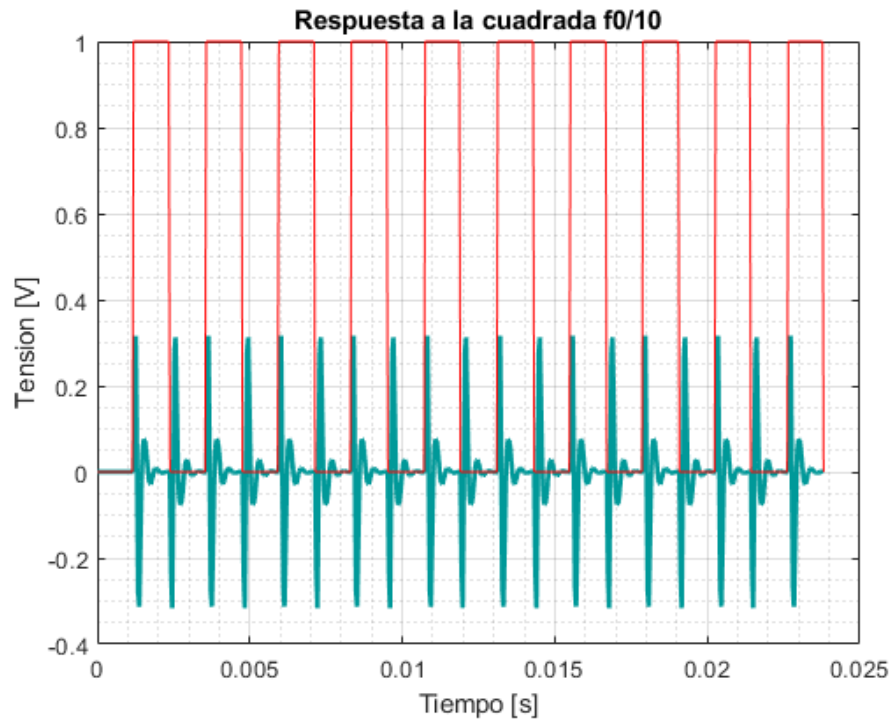


Figure 6: Respuesta cuadrada.

– $10 \cdot f_0$

Esta cuadrada es la de menor periodo ($\frac{1}{42000} = 23.8\mu s$) por lo que veremos una menor parte del transitorio todavia.

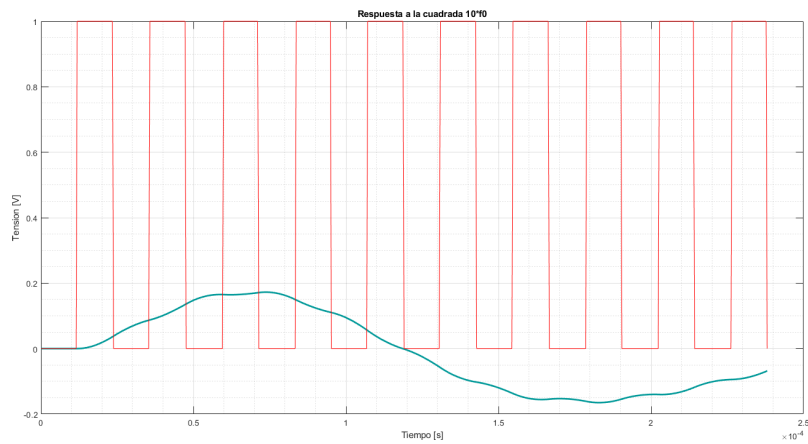


Figure 7: Respuesta cuadrada.

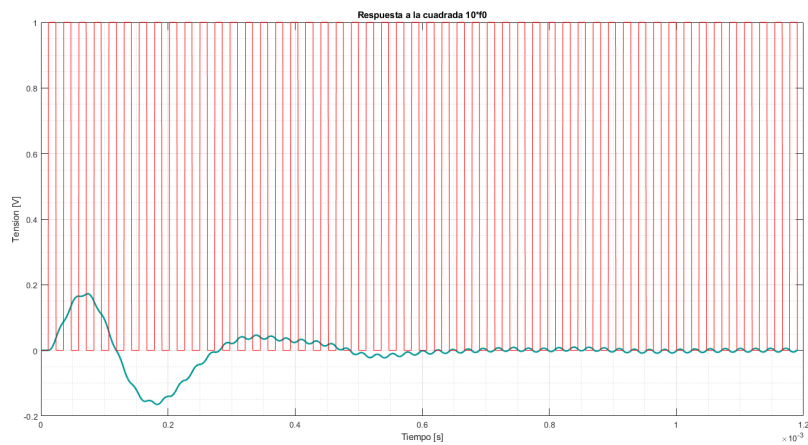


Figure 8: Respuesta cuadrada con mas periodos.

Elección de circuito

Para implementar este filtro se usaron dos pasabandas "Infinite Gain Multiple Feedback" conectados en cascada por las siguientes razones:

- Permite trabajar con cualquier factor de calidad Q .
- Al implementar dos IGMF lograba alcanzar la ganancia deseada conectando solamente dos de ellos en cascada. En caso de utilizar un pasabajos y pasaltos corría el riesgo de tener que agregar un tercer circuito en cascada (agregar mas componentes) para lograr la ganancia deseada.
- El diseño me permitía usar pocos componentes.
- Ya lo habíamos trabajado en clase.

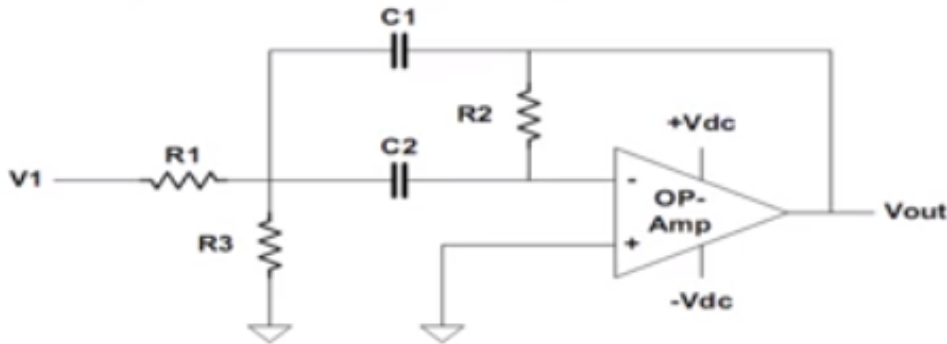


Figure 9: Infinite Gain Multiple Feedback

Las ecuaciones de este circuito son las siguientes:

$$H(s) = -H_0 \frac{\frac{w_0}{Q} \cdot s}{s^2 + \frac{w_0}{Q} \cdot s + w_0^2}$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$H_0 = \frac{R_2}{2 \cdot R_1}$$

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{2}{C \cdot R_2}$$

$$w_0^2 = \frac{1 + \frac{R_1}{R_3}}{C^2 \cdot R_1 \cdot R_2}$$

$$R_2 = \frac{2 \cdot Q}{C \cdot w_0}$$

$$R_1 = \frac{R_2}{2 \cdot H_0}$$

$$R_3 = \frac{R_1}{\frac{2 \cdot Q^2}{H_0} - 1}$$

Con estos datos se diseñó el filtro como dos IGMB en cascada. Para ambos se buscó un H_0 de 1.51 para lograr el de 2.28 y como en cada uno sabemos H_0 , Q y f solo quedaba buscar definir un valor de C para luego reemplazar y buscar los valores de resistencias necesarios.

Valores normalizados

En base a las ecuaciones del circuito presentadas arriba se calcularon los valores necesarios de los componentes junto a sus valores normalizados respectivamente.

Filtro pasabajos 1		
Componente	Valor	Valor Normalizado
C	12nF	12nF
R2	6.94k	6.8k
R1	2.30k	2.2k
R3	1.13k	1.2k

Filtro pasabajos 2		
Componente	Valor	Valor Normalizado
C	10nF	10nF
R2	17.34k	18k
R1	5.74k	5.6k
R3	2.84k	2.7k

La transferencia obtenida con los valores normalizados es la siguiente:

$$H(s) = \frac{6,764 \cdot 10^8 \cdot s^2}{s^4 + 3,562 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 1,893 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 2.209 \cdot 10^{13} \cdot s + 4.011 \cdot 10^{17}} \quad (10)$$

Mientras que el circuito queda de la siguiente manera:

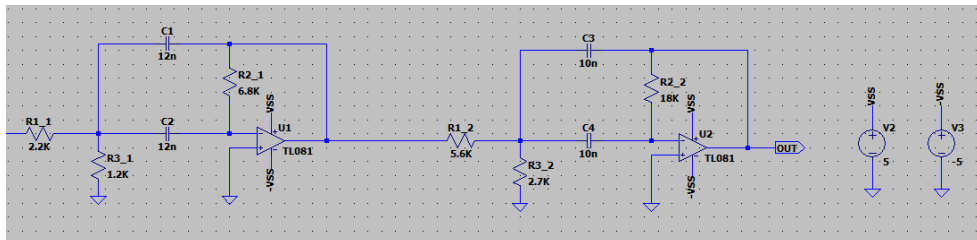


Figure 10: Diagrama de bode (modulo y fase) normalizado

Diagramas normalizados

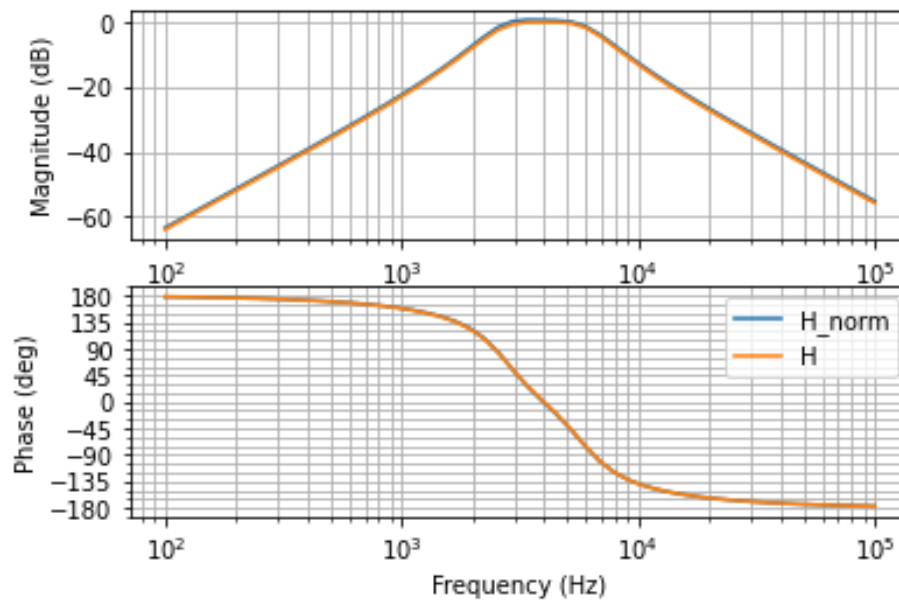


Figure 11: Circuito con componentes normalizados

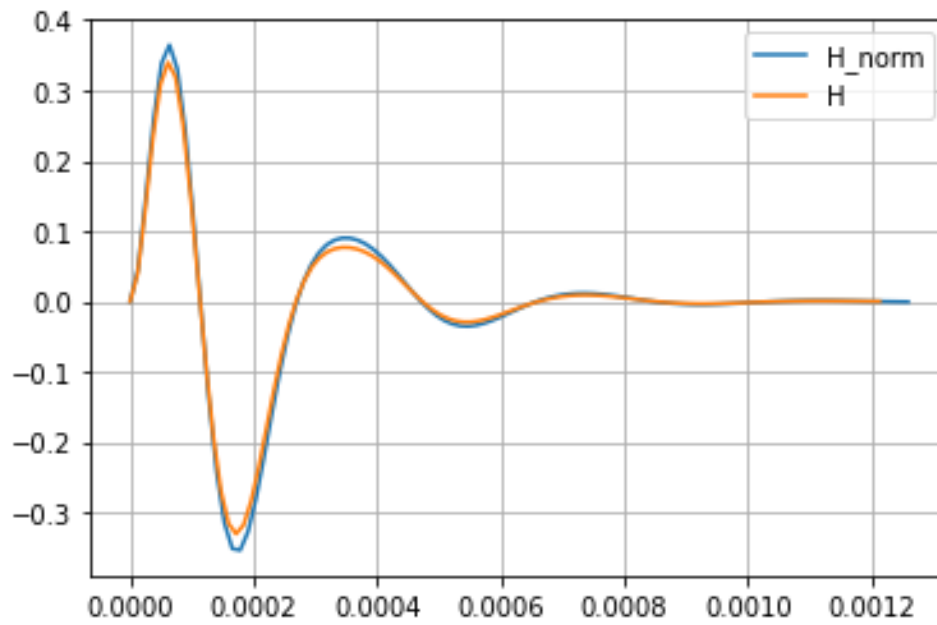


Figure 12: Respuesta al escalon normalizado

Simulacion LTspice

- Diagrama de Bode de modulo y fase

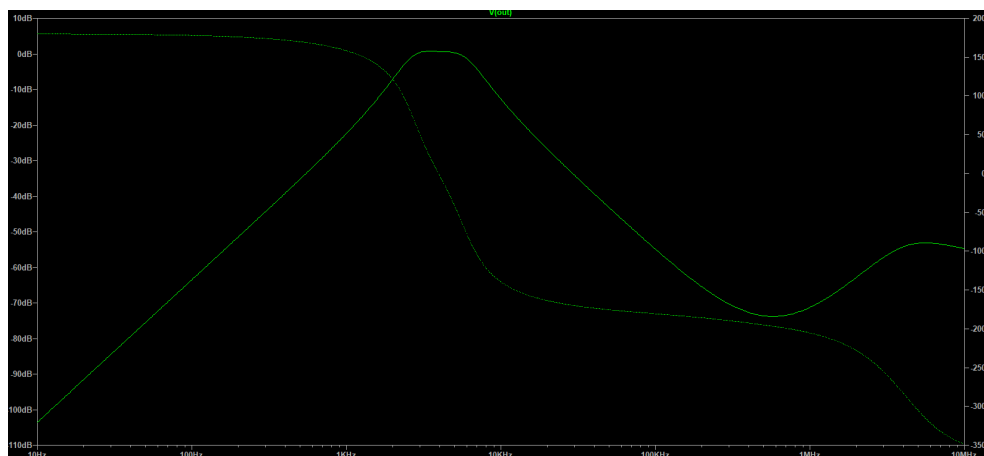


Figure 13: Diagrama de Bode ltspice

- Respuesta al escalon

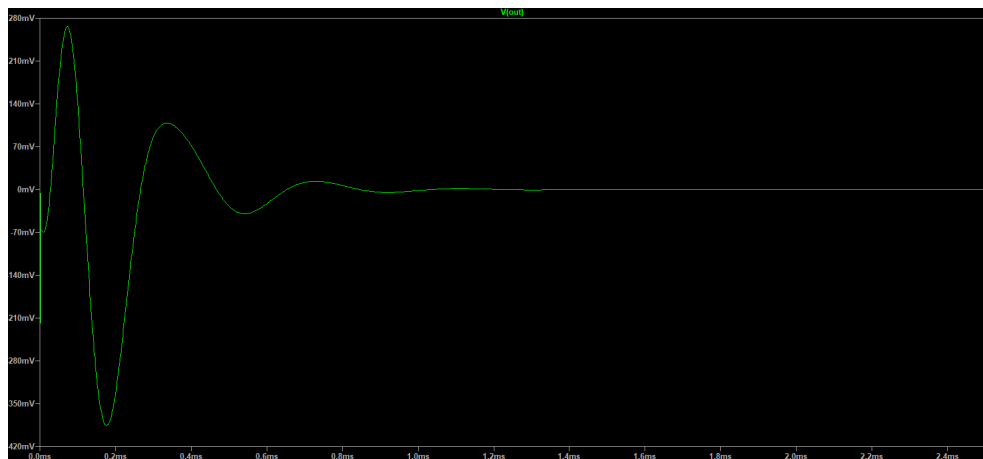


Figure 14: Diagrama de Bode ltspice

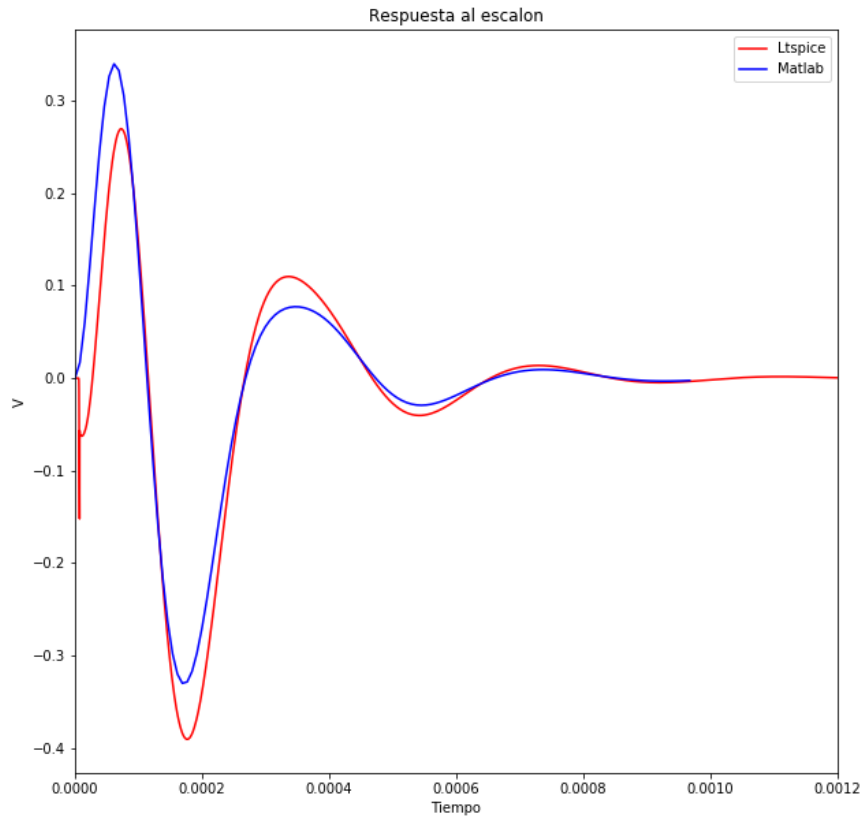


Figure 15: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

Este grafico es el unico que presenta corrimiento en el eje y debido al parametros de configuracion del LTspice para lograr simular la entrada de escalon que genera ruido.

- Respuesta a la senoidal
 - f_0

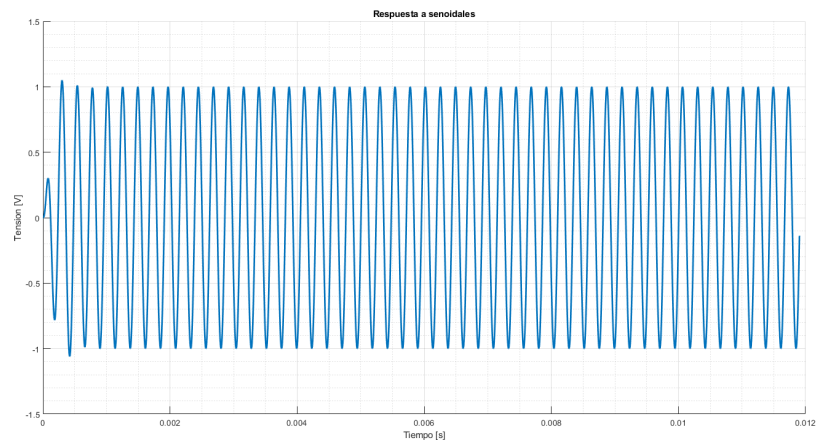


Figure 16: Senoidal f_0 original

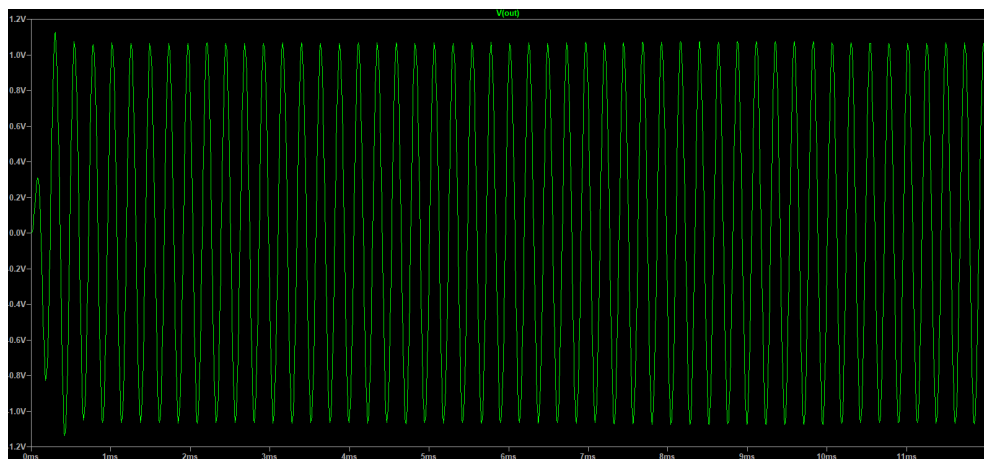


Figure 17: Senoidal f_0 TL081

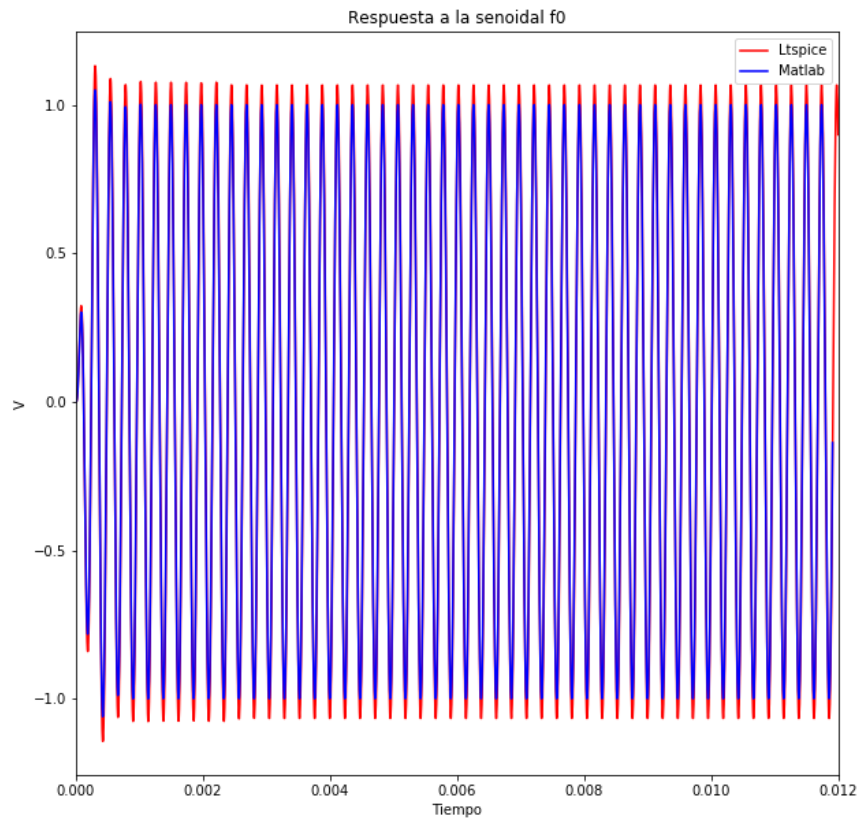


Figure 18: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

– $f_0/10$

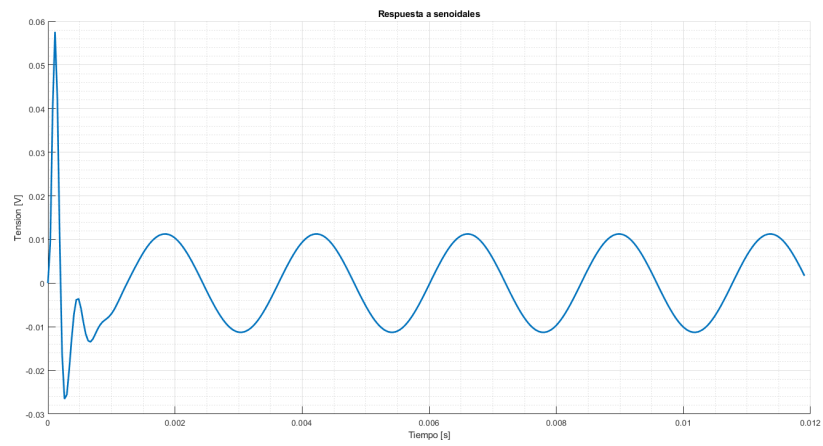


Figure 19: Senoidal $f_0/10$ original

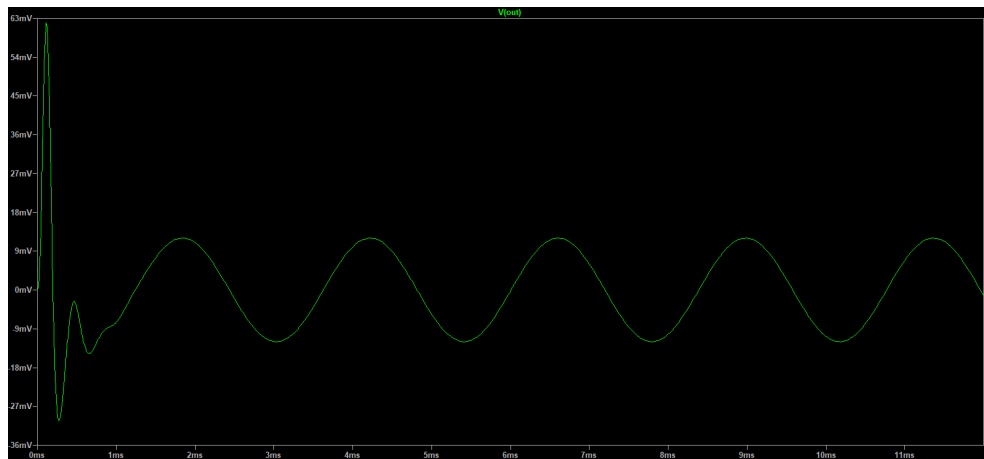


Figure 20: Senoidal $f_0/10$ TL081

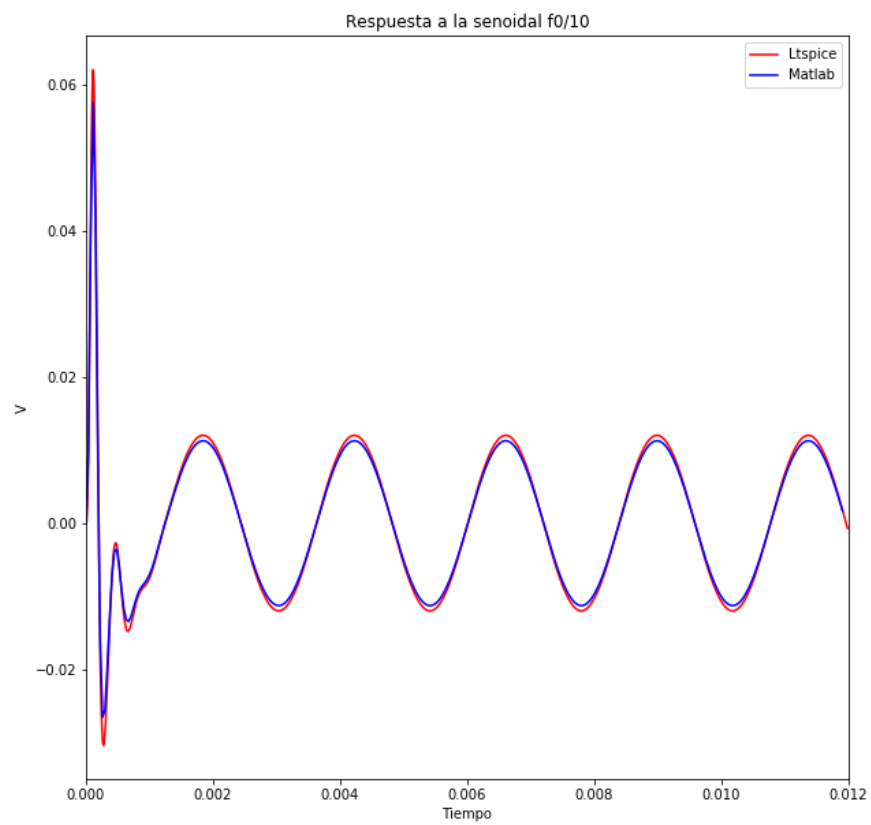


Figure 21: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

– $10 \cdot f_0$

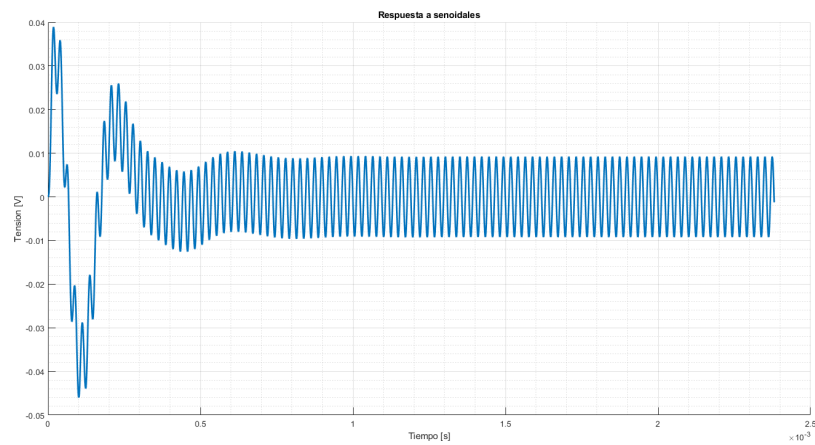


Figure 22: Senoidal $10 \cdot f_0$ original

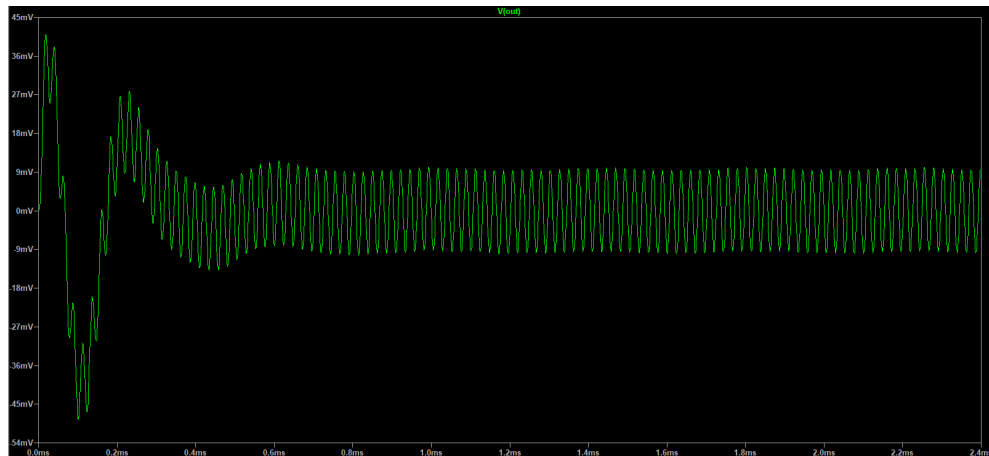


Figure 23: Senoidal $10 \cdot f_0$ TL081

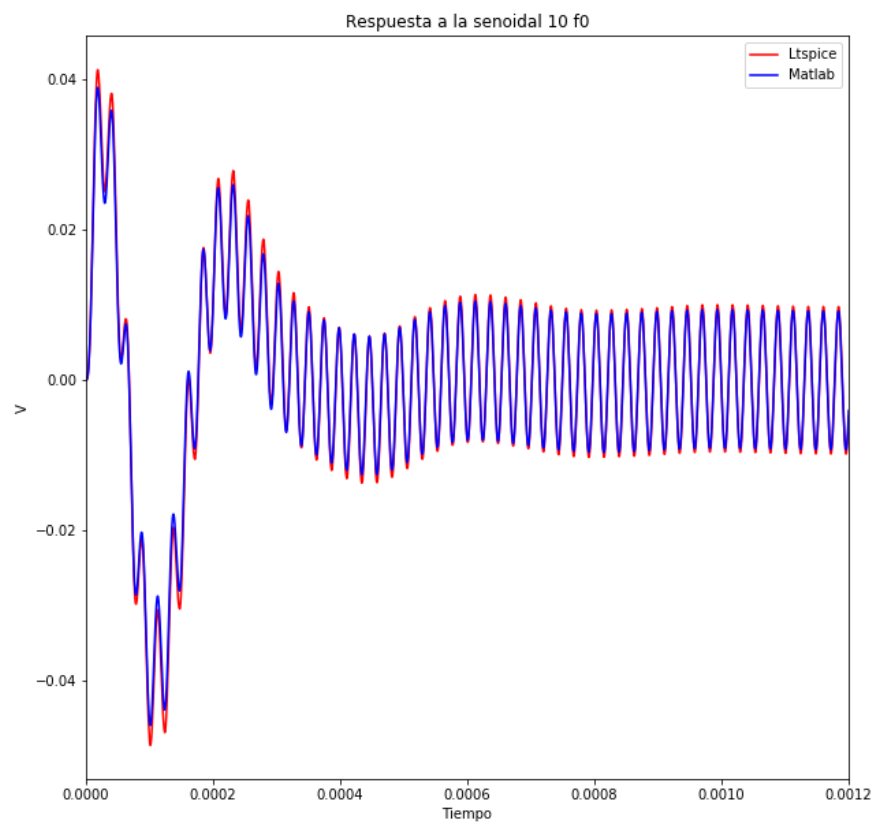


Figure 24: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

- Respuesta a señal cuadrada
 - f_0

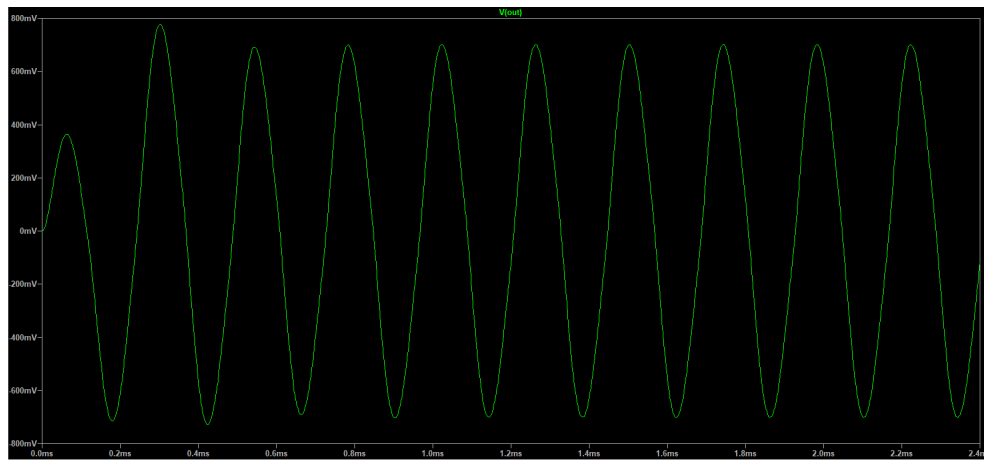


Figure 25: Cuadrada f_0 TL081

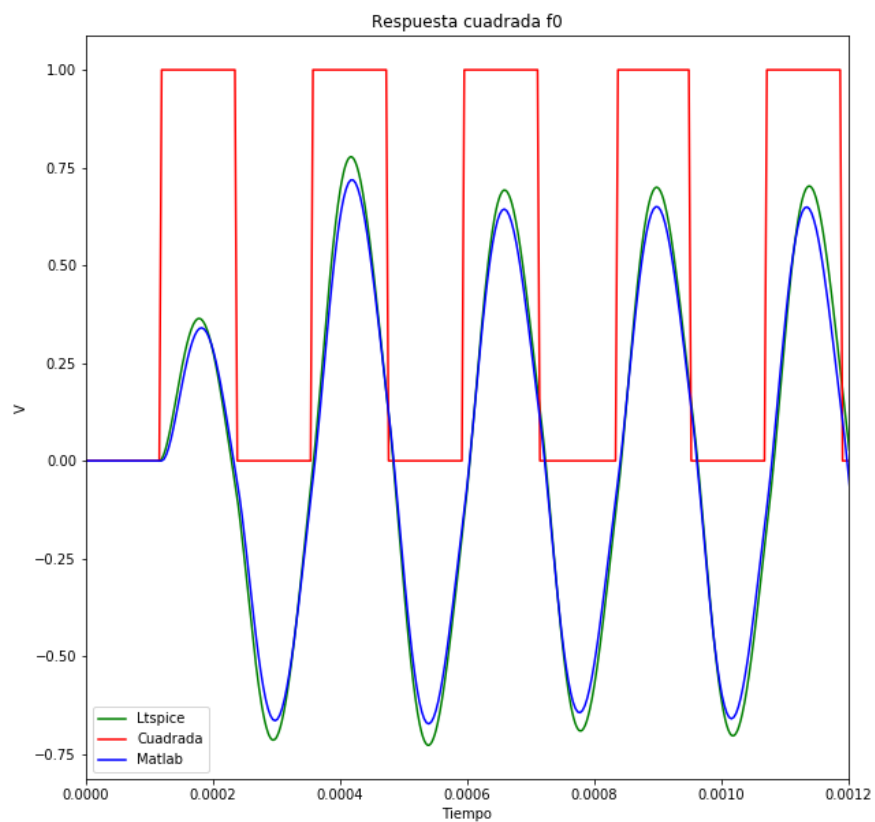


Figure 26: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

– $f_0/10$

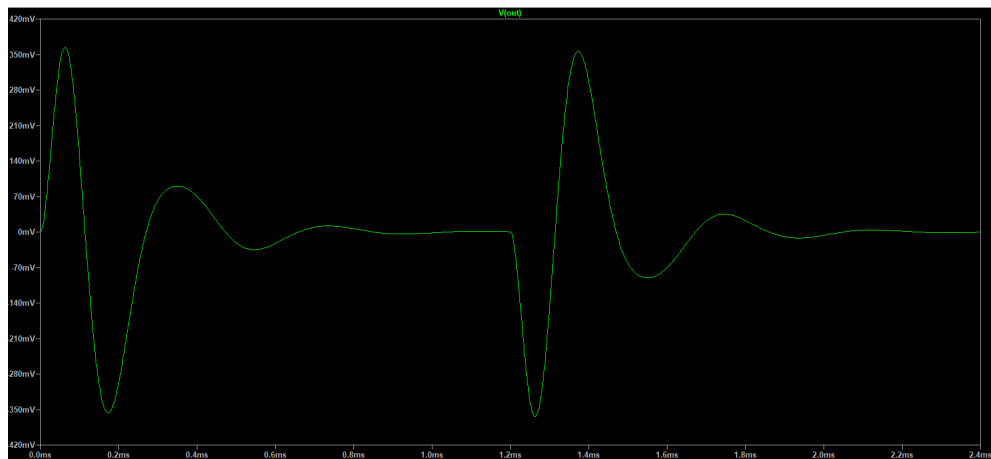


Figure 27: Cuadrada $f_0/10$ TL081

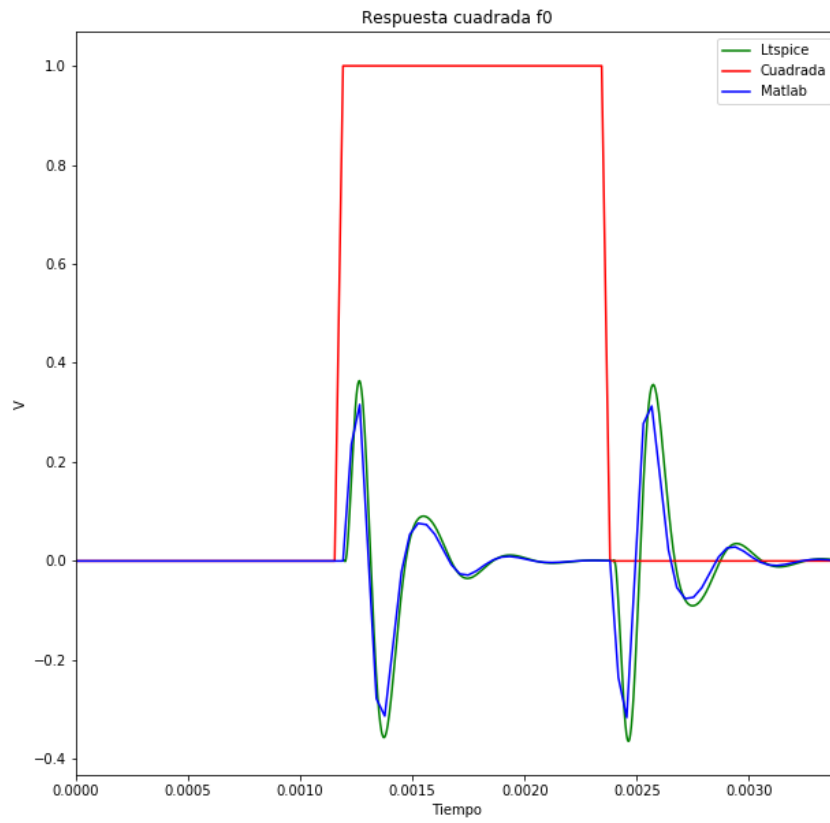


Figure 28: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

– $10 \cdot f_0$

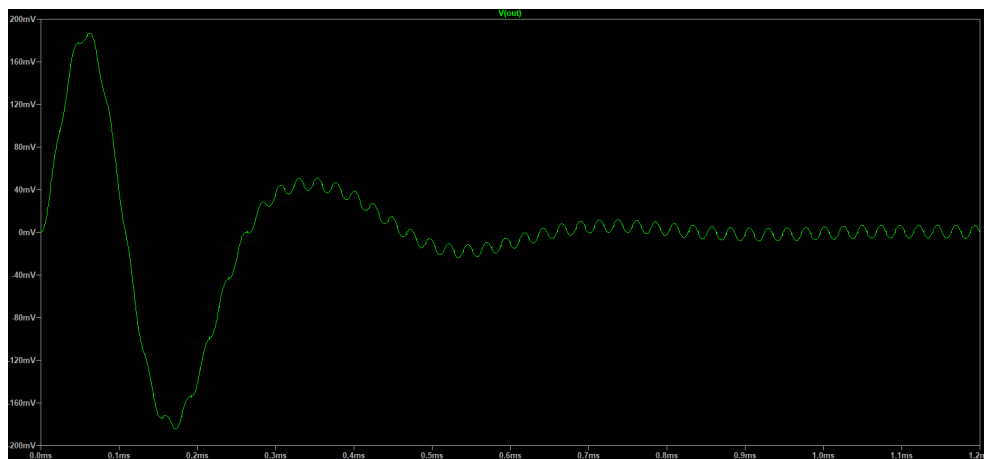


Figure 29: Cuadrada $10 \cdot f_0$ TL081

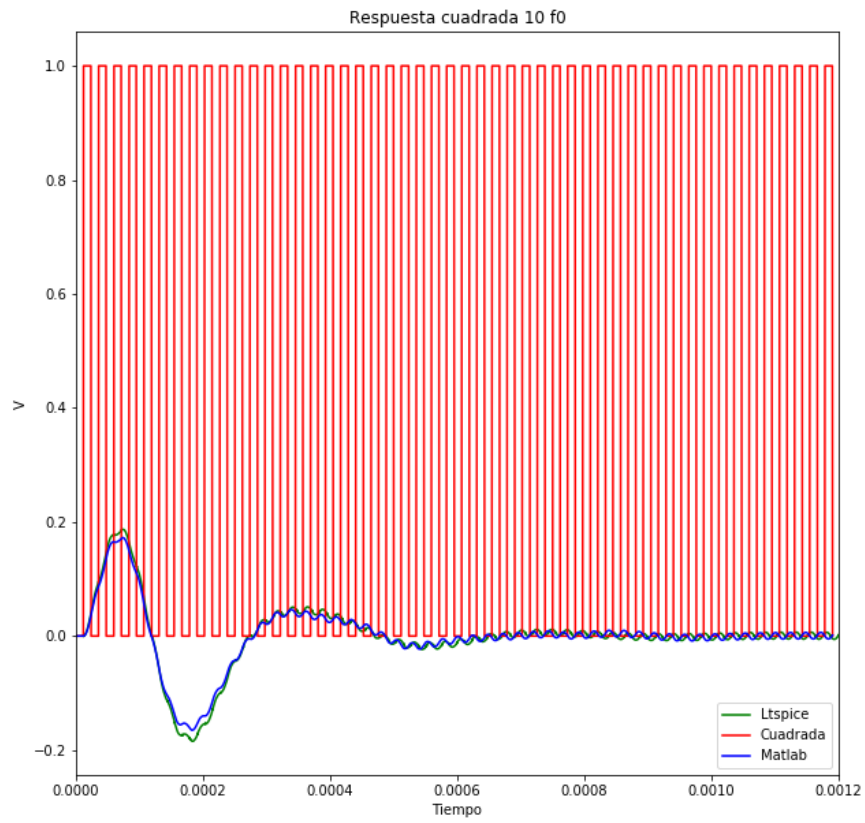


Figure 30: Simulacion LTspice normalizado vs Matlab

Calculo analitico

- Respuesta al impulso

$$- p_1 = -12002.32 + 34212.9j = -\alpha_1 + \beta_1 j$$

$$- \bar{p}_1 = -12002.32 - 34212.9j = -\alpha_1 - \beta_1 j$$

$$- p_2 = -5767.68 + 16439.38j = -\alpha_2 + \beta_2 j$$

$$- \bar{p}_2 = -5767.68 - 16439.38j = -\alpha_2 - \beta_2 j$$

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s)$$

$$V_i = 1$$

$$V_o(s) = \frac{6,317 \cdot 10^8 \cdot s^2}{(s - p_1) \cdot (s - \bar{p}_1) \cdot (s - p_2) \cdot (s - \bar{p}_2)}$$

$$V_o(s) = \frac{K_1}{(s - p_1)} + \frac{\bar{K}_1}{(s - \bar{p}_1)} + \frac{K_2}{(s - p_2)} + \frac{\bar{K}_2}{(s - \bar{p}_2)}$$

$$K_1 = 2693 - 12334.70j$$

$$\bar{K}_1 = 2693 + 12334.70j$$

$$K_2 = -2693 + 5436.1j$$

$$\bar{K}_2 = -2693 - 5436.1j$$

Una vez obtenias las fracciones simples podemos antitransformar y sabemos la siguiente propiedad:

Anti Transformada de Laplace	
f(t)	F(s)
$\text{re}^{-\alpha t} \cdot \cos(\beta t + \theta) \cdot u(t)$	$\frac{0.5r^{j\theta}}{s+a-jb} + \frac{0.5r^{-j\theta}}{s+a+jb}$

Entonces la respuesta es:

$$V_o(t) = 2 \cdot |K_1| \cdot e^{-\alpha_1 \cdot t} \cdot \cos(\beta_1 \cdot t + \text{Arg}(K_1)) \\ + 2 \cdot |K_2| \cdot e^{-\alpha_2 \cdot t} \cdot \cos(\beta_2 \cdot t + \text{Arg}(K_2))$$

$$V_o(t) = 2 \cdot 12625.26 \cdot e^{-12002 \cdot t} \cdot \cos(34212.9 \cdot t - 1.355) \\ + 2 \cdot 6066.60 \cdot e^{-5767 \cdot t} \cdot \cos(16439.38 \cdot t + 2.030)$$

Aca vemos como el polo con la parte real mas chica (en este caso $\alpha_2 = 5767$) es el que estabiliza el sistema.

- Respuesta al escalon

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s)$$

$$V_i = 1/s$$

$$V_o(s) = \frac{6,317 \cdot 10^8 \cdot s}{(s - p_1) \cdot (s - \bar{p}_1) \cdot (s - p_2) \cdot (s - \bar{p}_2)}$$

$$V_o(s) = \frac{K_1}{(s - p_1)} + \frac{\bar{K}_1}{(s - \bar{p}_1)} + \frac{K_2}{(s - p_2)} + \frac{\bar{K}_2}{(s - \bar{p}_2)}$$

$$K_1 = -0.3456 + 0.04253j$$

$$\bar{K}_1 = -0.3456 - 0.02353j$$

$$K_2 = 0.3456 + 0.02353j$$

$$\bar{K}_2 = 0.3456 - 0.02353j$$

Usando la misma propiedad que para el caso anterior:
Entonces la respuesta es:

$$V_o(t) = 2 \cdot |K_1| \cdot e^{-\alpha_1 \cdot t} \cdot \cos(\beta_1 \cdot t + \text{Arg}(K_1)) \\ + 2 \cdot |K_2| \cdot e^{-\alpha_2 \cdot t} \cdot \cos(\beta_2 \cdot t + \text{Arg}(K_2))$$

Reemplazando los valores, nos da lo siguiente:

$$V_o(t) = 2 \cdot 0.348 \cdot e^{-12002 \cdot t} \cdot \cos(34212.9 \cdot t + 3.019) \\ + 2 \cdot 0.348 \cdot e^{-5767 \cdot t} \cdot \cos(16439.38 \cdot t + 0.122)$$

- Respuesta a la senoidal de una frecuencia:

$$f = 4200$$

$$w = 4200 \cdot 2 \cdot \pi$$

$$p_w = w \cdot (0 + 1j) = 26389.378j = \beta_w j$$

$$\bar{p}_w = w \cdot (0 - 1j) = -26389.378j = -\beta_w j$$

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s)$$

$$V_i = \frac{w}{w^2 + s^2}$$

$$V_o(s) = \frac{6,317 \cdot 10^8 \cdot s^2}{(s - p_1) \cdot (s - \bar{p}_1) \cdot (s - p_2) \cdot (s - \bar{p}_2) \cdot (s - p_w) \cdot (s - \bar{p}_w)}$$

$$V_o(s) = \frac{K_1}{(s - p_1)} + \frac{\bar{K}_1}{(s - \bar{p}_1)} + \frac{K_2}{(s - p_2)} + \frac{\bar{K}_2}{(s - \bar{p}_2)} + \frac{K_3}{(s - p_w)} + \frac{\bar{K}_3}{(s - \bar{p}_w)}$$

$$K_1 = 0.311 + 0.211j$$

$$\bar{K}_1 = 0.311 - 0.211j$$

$$K_2 = -0.242 + 0.212j$$

$$\bar{K}_2 = -0.242 - 0.212j$$

$$K_3 = -0.0689 + 0.495.1j$$

$$\bar{K}_3 = -0.689 - 0.495j$$

Entonces la respuesta es:

$$\begin{aligned} V_o(t) = & 2 \cdot |K_1| \cdot e^{-\alpha_1 \cdot t} \cdot \cos(\beta_1 \cdot t + \text{Arg}(K_1)) \\ & + 2 \cdot |K_2| \cdot e^{-\alpha_2 \cdot t} \cdot \cos(\beta_2 \cdot t + \text{Arg}(K_2)) \\ & + 2 \cdot |K_3| \cdot e^{-\alpha_w \cdot t} \cdot \cos(\beta_w \cdot t + \text{Arg}(K_2)) \end{aligned}$$

Pero como $\alpha_w = 0$, entonces:

$$\begin{aligned} V_o(t) = & 2 \cdot |K_1| \cdot e^{-\alpha_1 \cdot t} \cdot \cos(\beta_1 \cdot t + \text{Arg}(K_1)) \\ & + 2 \cdot |K_2| \cdot e^{-\alpha_2 \cdot t} \cdot \cos(\beta_2 \cdot t + \text{Arg}(K_2)) \\ & + 2 \cdot |K_3| \cdot \cos(\beta_w \cdot t + \text{Arg}(K_2)) \end{aligned}$$

Finalmente se dejan los respectivos graficos de cada respuesta calculada analiticamente utilizando 10000 puntos graficando en python.

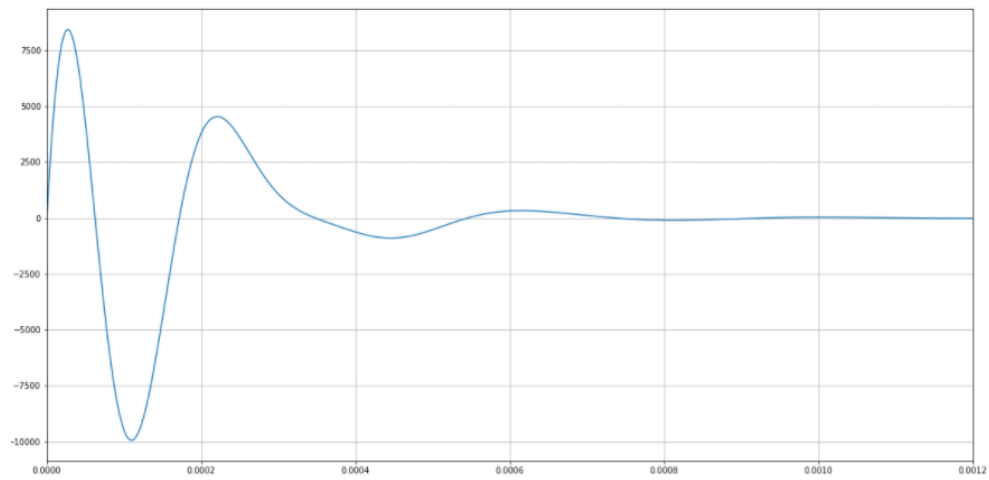


Figure 31: Respuesta al impulso analiticamente.

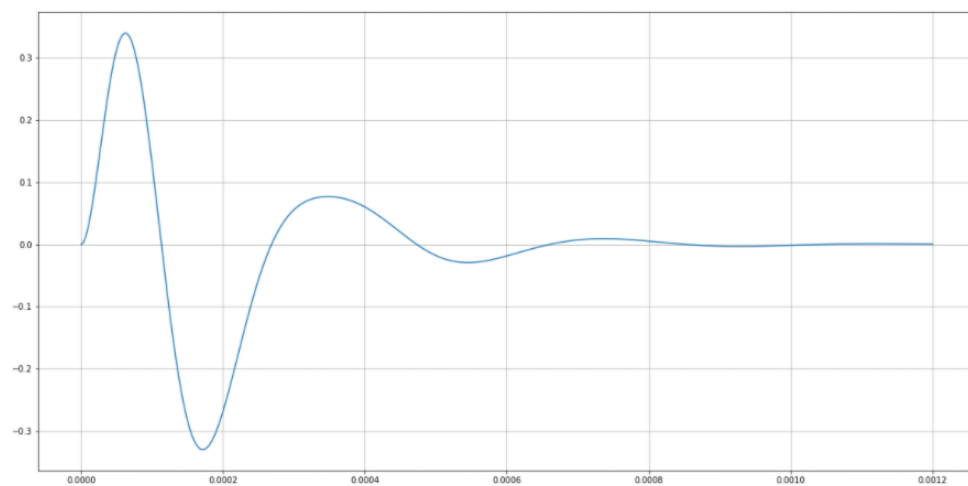


Figure 32: Respuesta al escalon analiticamente.

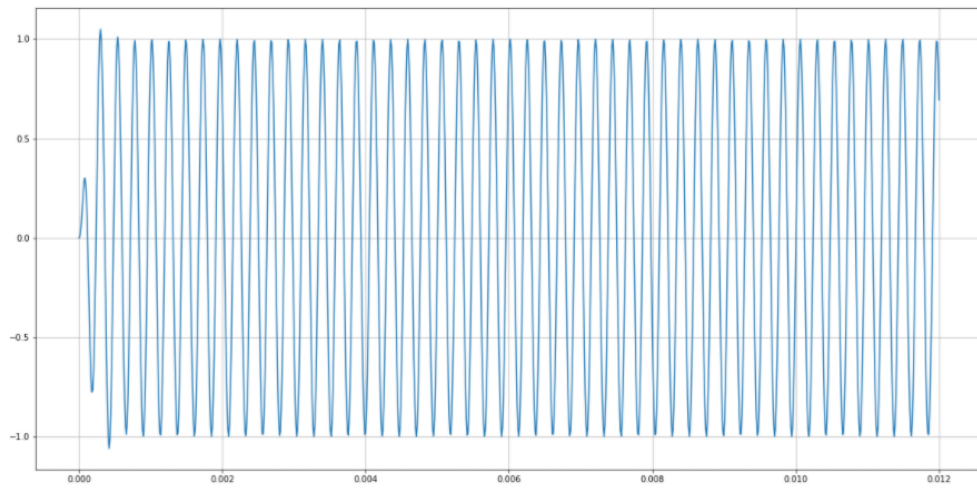


Figure 33: Respuesta a la senoidal ($f=4200\text{Hz}$) analiticamente.