



Zece la Mate
EST. 2023

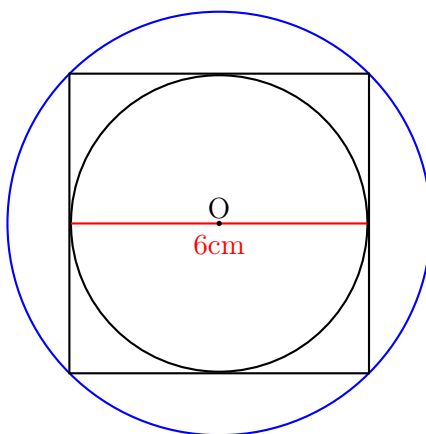
Test inițial

Programul de meditații la Matematică - Rareș Cotoi

Precizări importante: Pentru fiecare problemă, scrieți rezolvarea completă, iar răspunsul final trebuie să fie încasat astfel. Testul trebuie apoi scanat și încărcat în platformă.¹ Nota finală va fi comunicată în termen de 3 zile de la trimiterea testului.

Timp de lucru: 1 oră.

1. Considerăm două funcții $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât $F'(x) = f(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. De exemplu, dacă $f(x) = 3x^2$, atunci o formă posibilă a funcției F este $F(x) = x^3$. Dați exemplu de o formă a funcției F pentru următoarele cazuri:
 - a) $f(x) = x^3$. (1p.)
 - b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$. (1p.)
 - c) $f(x) = x^4 + 2$. (0.5p.)
2. Trei numere reale x, y și z sunt în progresie geometrică, iar suma lor este 124. De asemenea, numerele $x, y+32$ și z sunt în progresie aritmetică. Determinați valoarea expresiei $x^2 + y^2 + z^2$. (2p.)
3. În figura alăturată, diametrul unui cerc înscris într-un pătrat de centru O este 6 cm. Care este lungimea cercului în care pătratul este înscris? (marcat cu albastru)



(2.5p.)

4. Considerăm $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Determinați valoarea expresiei $\frac{1 + \sin^2 x}{\operatorname{ctg}^2 x + 2} + \frac{1 + \cos^2 x}{\operatorname{tg}^2 x + 2}$. (2p.)

¹Puteți folosi aplicația Cam Scanner pentru a scana rapid foile.