



**Министерство образования Российской Федерации**  
**Московский Государственный Технический Университет имени Н.Э. Баумана**  
Кафедра ИУ8

Интеллектуальные технологии информационной безопасности

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1**

**Исследование однослойных нейронных сетей на примере моделирования  
булевых выражений**

Вариант 16

Группа ИУ8-61  
Свойкина Н.Г.

Москва, 2018

## Цель работы

Исследовать функционирование простейшей нейронной сети (НС) на базе нейрона с нелинейной функцией активации и её обучение по правилу Видроу-Хоффа.

## Постановка задачи

Получить модель булевой функции (БФ) на основе однослойной НС (единичный нейрон) с двоичными входами  $x_1 x_2 x_3 x_4 \in \{0, 1\}$ , единичным входом смещения  $x_0 = 1$ , синаптическими весами  $w_0 w_1 w_2 w_3 w_4$ , двоичным выходом  $y \in \{0, 1\}$  и заданной нелинейной функцией активации (ФА):  $f: R \rightarrow (0, 1)$ .

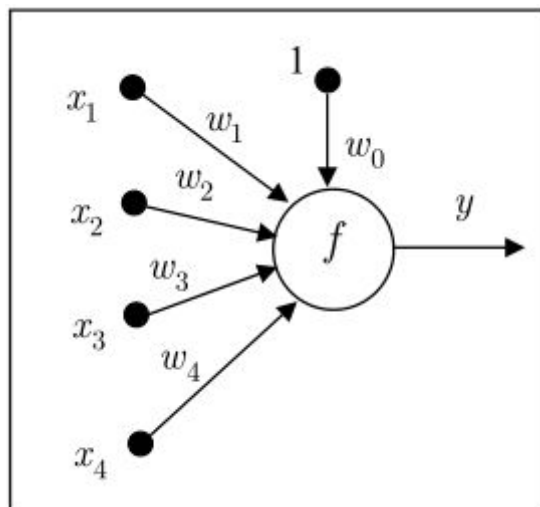


Рис. 1.1. Однослойная НС

Для заданной БФ реализовать обучение НС для двух случаев:

- 1) с использованием всех комбинаций переменных  $x_1 x_2 x_3 x_4$ ;
- 2) с использованием части возможных комбинаций переменных  $x_1 x_2 x_3 x_4$ ;

остальные комбинации используются в качестве тестовых.

Мой вариант функции представлен в таблице 1.

Таблица 1. Вариант БФ и ФА

Вар.	Моделируемая БФ	ФА
16	$\overline{(x_1 + x_2 + x_3)(x_2 + x_3 + x_4)}$	$f(net) = \{1, \text{ } net < 0; 0, \text{ } net \geq 0\};$ $f(net) = \frac{1}{2}(\frac{net}{1+ net } + 1)$

### Таблица истинности БФ

	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

На начальном шаге  $l = 0$  (эпоха  $k = 0$ ) весовые коэффициенты возьмем в виде  $\omega_0^{(0)} = \omega_1^{(0)} = \omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = \omega_4^{(0)} = 0$ .

1. Используем пороговую ФА (1.4). Динамика НС при норме обучения  $\eta = 0,3$  представлена в табл. 3. График ошибки приведен на рис. 1.

Таблица 3. Параметры НС на последовательных эпохах (пороговая ФА)

Номер эпохи, k	Вектор весов W, выходной сигнал Y, суммарная ошибка E
0	Y=[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1] W=[0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00], E=13
1	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[-3.90, -2.10, -2.40, -2.40, -2.10], E=3
2	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[-3.00, -1.80, -2.40, -2.40, -1.80], E=3
3	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[-2.10, -1.50, -2.40, -2.40, -1.50], E=3
4	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[-1.20, -1.20, -2.40, -2.40, -1.20], E=3
5	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[-0.30, -0.90, -2.40, -2.40, -0.90], E=3
6	Y=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] W=[0.60, -0.60, -2.40, -2.40, -0.60], E=0

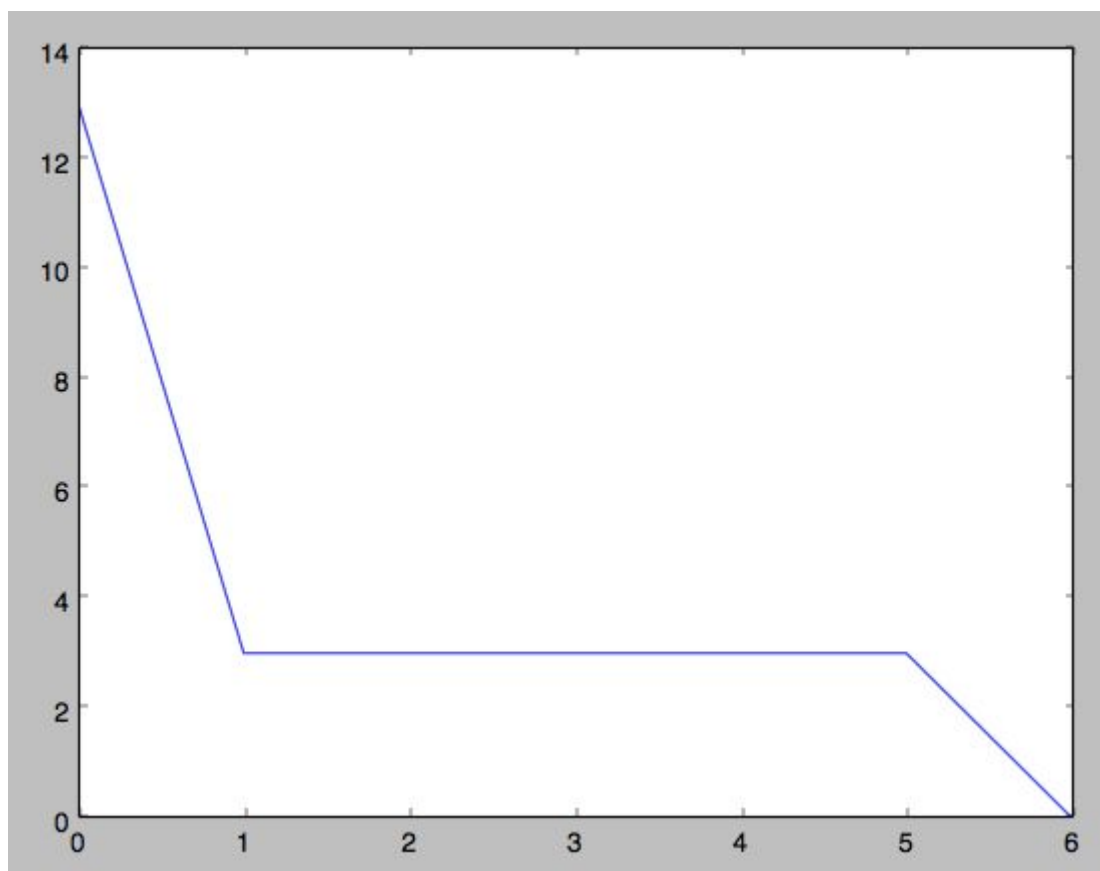


Рисунок 1. График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (пороговая ФА)

2. Используем сигмоидальную функцию  $f(net) = \frac{1}{2}(\frac{net}{1+|net|} + 1)$ . Её производная равна  $\frac{df(net)}{dnet} = \frac{1}{2}(1 - |f(net)|)^2$ . Для полного обучения (при нулевых начальных весах и норме обучения  $\eta = 0,3$ ) потребовалось 8 эпох (табл. 4). График ошибки приведён на рис. 2.

Таблица 4. Параметры НС на последовательных эпохах (сигмоидальная ФА)

Номер эпохи, k	Вектор весов W, выходной сигнал Y, суммарная ошибка E
0	Y=[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], W=[0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00], E=13
1	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[-0.49, -0.46, -0.53, -0.53, -0.59], E=3
2	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[-0.29, -0.38, -0.53, -0.53, -0.51], E=3
3	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[-0.12, -0.31, -0.53, -0.53, -0.44], E=3
4	Y=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.02, -0.25, -0.53, -0.53, -0.37], E=2
5	Y=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.09, -0.19, -0.53, -0.53, -0.31], E=2
6	Y=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.15, -0.14, -0.53, -0.53, -0.25], E=1
7	Y=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.18, -0.14, -0.53, -0.53, -0.19], E=1
8	Y=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.21, -0.14, -0.53, -0.53, -0.13], E=0

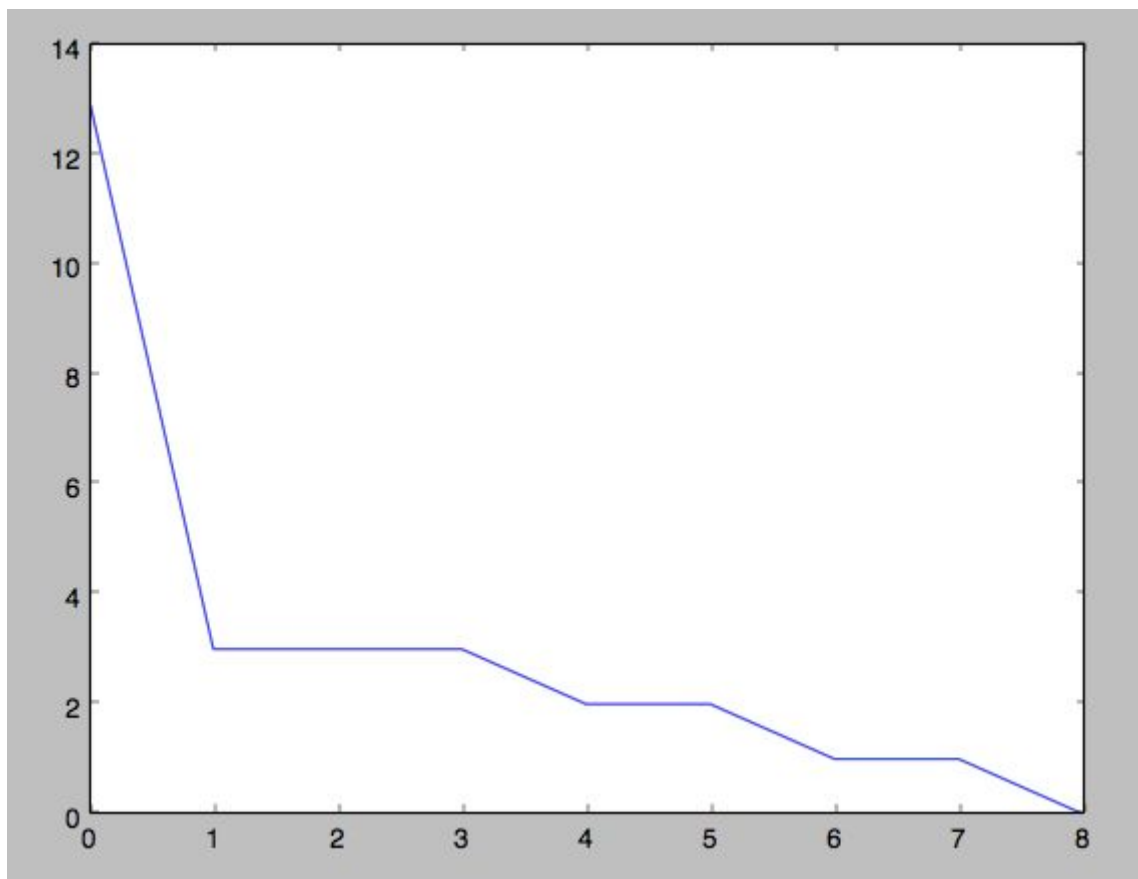


Рисунок 2. График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (пороговая ФА)

3. Рассматривая предыдущий случай, попытаемся последовательно увеличивать размер обучающей выборки до тех пор, пока не достигнем нулевой ошибки. В рассматриваемом примере будет найден минимальный набор из четырёх векторов:

$$X^{(1)} = (0, 0, 0, 0), X^{(2)} = (0, 0, 0, 1), X^{(3)} = (0, 1, 1, 1), X^{(4)} = (1, 1, 1, 1)$$

При этом для полного обучения потребовалось лишь 3 эпохи (при норме обучения  $\eta = 0,3$ ).

Таблица 5. Параметры НС на последовательных эпохах

Номер эпохи, k	Вектор весов W, выходной сигнал Y, суммарная ошибка E
0	Y=[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], W=[0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00], E=13
1	Y=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[-0.07, -0.04, -0.09, -0.10, -0.11], E=3
2	Y=[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.02, -0.04, -0.09, -0.10, -0.07], E=2
3	Y=[1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0], W=[0.06, -0.04, -0.09, -0.10, -0.03], E=0

## **Выводы**

В результате проведения работы было исследовано функционирование простейшей нейронной сети (НС) на базе нейрона с нелинейной функцией активации. Было проведено обучение НС по правилу Видроу-Хоффа. Было получено минимальное число векторов, на котором нейронная сеть может обучиться.