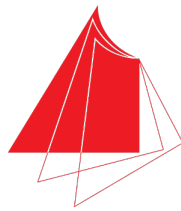


# Erzeugung Modifizierter Antwortspektren Zur Vordimensionierung Von Seismisch Isolierten Bauwerken



Hochschule Karlsruhe  
Technik und Wirtschaft  
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Arne Rick

18. Februar 2020, Karlsruhe

# Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

# Danksagung

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1	Erdbeben . . . . .	5
1.2	Berechnung . . . . .	7
1.2.1	Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren . . . . .	7
1.2.2	Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse) . . . . .	8
1.2.3	Kapazitätsspektrenmethode . . . . .	9
1.2.4	Zeitschrittberechnung . . . . .	9
1.3	Bestimmung des Antwortspektrums . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Isolatoren</b>	<b>14</b>
2.1	Gleitpendelisolatoren . . . . .	14
2.2	Funktionsweise . . . . .	16
2.2.1	Dämpfung . . . . .	16
2.2.2	Steifigkeit . . . . .	16
2.3	Schwierigkeiten bei der Vordimensionierung . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Berechnung des modifizierten Antwortspektrums</b>	<b>18</b>
3.1	Modellierung . . . . .	18
3.1.1	Erzeugung von Antwortspektren . . . . .	20
3.1.2	Erweitertes Modell . . . . .	20
3.1.3	Bewegungsgleichung . . . . .	20
3.2	Betrachtung als Übertragungsfunktion . . . . .	21
3.3	Vergleich zum Zweimassenschwinger . . . . .	22
3.3.1	Bemessungsspektrum . . . . .	23
3.3.2	Betrachtung mit Isolationsspektrums . . . . .	23
3.3.3	Betrachtung am Zweimassenschwinger . . . . .	25
3.4	Grenzfälle . . . . .	26
3.5	Nichtlinearitäten und Ansätze zur Linearisierung . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Beispielberechnung</b>	<b>28</b>
4.1	Beispielgebäude . . . . .	28
4.2	Berechnung mit RStab . . . . .	29
4.3	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Analyse</b>	<b>31</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>32</b>

Abbildungsverzeichnis	33
Bibliographie	34
Eidesstattliche Erklärung	35

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Erdbeben

Erdbeben sind geophysikalische Extremereignisse, die eine Erschütterung des Erdkörpers darstellen und meist durch tektonische Massenverschiebungen an den Bruchfugen der Platten in der Lithosphäre, aber auch durch vulkanische Aktivität ausgelöst werden. [1]

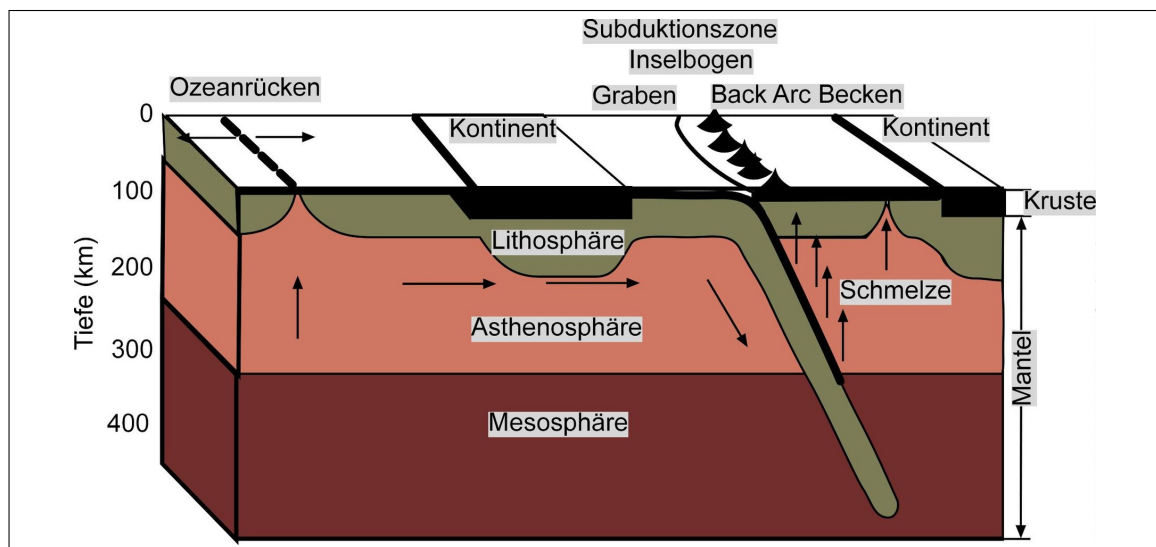


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Dynamik von Lithosphärenplatten: Divergenz an Mittelozeanischen Rücken und Konvergenz an Subduktionszonen - [Gunnar Ries]

In einer Analyse von mehr als 35.000 weltweiten Katastrophenereignissen in den Jahren zwischen 1900 und 2015 des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) zeigte sich, dass Erdbeben für 26% der Schäden verantwortlich waren. Der größte Schaden trat jedoch durch das Tohoku-Erdbeben am 11. März 2011 vor Honshū, Japan auf. Der Schaden durch das Erdbeben und dem dadurch ausgelösten Tsunami belief sich auf 18.500 Tote, 450.000 Menschen wurden obdachlos, und ein direkter wirtschaftlicher Schaden von etwa 296 Milliarden Euro. [4]

Aufgrund des Erdbeben kam es zu der Fukushima-Nuklearkatastrophe im Atom-

kraftwerk Fukushima Daiichi.

Erdbebensicheres Design ist also von wirtschaftlicher und sicherheitstechnischer Bedeutung um die Aufgabe von Gebäuden zum Schutz des Menschen vor Naturereignissen und ein effektives Tragverhalten zu gewährleisten.

Die Ziele des Eurocode 8 sind daher das Schützen menschlichen Lebens, Schadensbegrenzung und das Aufrechterhalten des Betriebs von Strukturen, die zum zivilen Schutz dienen wie zum Beispiel Krankenhäuser, die keine großen Schäden davontragen und den Betrieb nach dem Ereignis vortsetzen können sollen um ihren Aufgaben im Katastrophenschutz unmittelbar weiter nachzugehen. Diese Anforderung der Wichtigkeit einer Struktur wird im Bedeutungsbeiwert erfasst. [5]

## 1.2 Berechnung

Grundlegend unterscheidet der Eurocode 8 vier verschiedene Berechnungsmethoden.

- Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren
- Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)
- Kapazitätsspektrenmethode
- Zeitschrittberechnung

Da die beiden letzteren Verfahren ein genaueres Gebäudemodell voraussetzen und deutlich aufwändiger sind als die Antwortspektrenverfahren eignen sich diese nur schwer für die Vordimensionierung von Strukturen. Hier werden weiterhin nur die vereinfachten Verfahren mittels Antwortspektren und Modalanalyse betrachtet, die Kapazitätsspektrenmethode und Zeitschrittberechnung soll aber kurz erläutert werden.

### 1.2.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren

Dieses Verfahren kann nur angewandt werden wenn die Anforderung aus dem Eurocode 8 an die Regelmäßigkeit des Grund- und Aufrisses erfüllt sind. Hier wird nur die Grundschiwingung der Struktur berücksichtigt. Daher kann dieses Verfahren nur angewendet werden wenn die höheren Schwingungsformen keinen wesentlichen Einfluss haben.

Die Grundschiwingzeit kann in einer Näherung nach Müller/Keintzel bestimmt werden.

$$T_1 = \frac{2\pi H^2}{\alpha_1^2} \sqrt{\frac{m}{hEI}}$$

$H$ : Gestamthöhe des Bauwerks

$h$ : Geschosshöhe

$m$ : Geschossmasse

$EI$ : Steifigkeit

$\alpha_1$ : Schwingzeitbeiwert

Geschlosszahl	$\alpha_1$
1	1,32
2	1,53
5	1,71
10	1,78

Mit der Grundschiwingzeit kann nun aus dem Antwortspektrum Abschnitt 1.3 der Bemessungswert der Spektralbeschleunigung  $S_d$  bestimmt und die Gesamterdbebenkraft  $F_b$  brechnet werden.



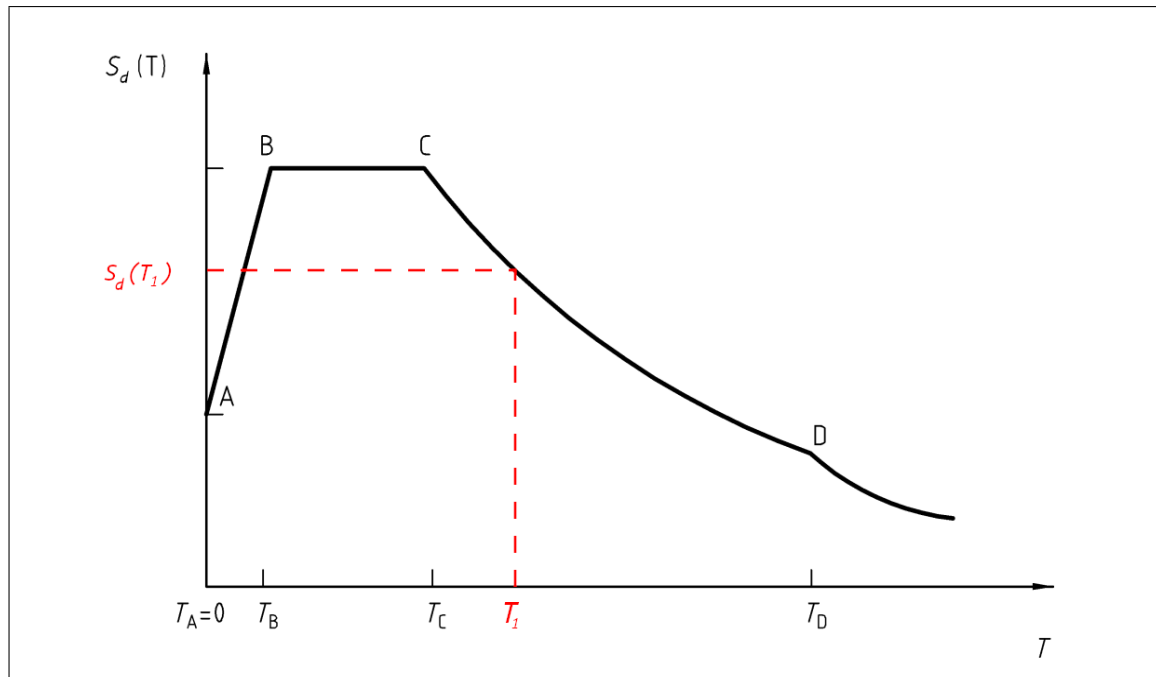


Abbildung 1.2: Bemessungsspektrum

$$F_b = S_d(T_1) \cdot M \cdot \lambda$$

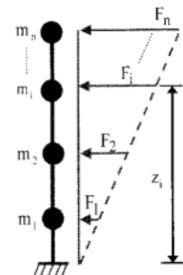
Wobei  $M$  die Gesamtmasse des Bauwerks und  $\lambda$  der Korrekturfaktor von 0,85 für  $T_1 \leq 2T_c$  für Gebäude mit mehr als zwei Geschossen und sonst  $\lambda = 1,0$  ist. Die Grundswingungsform darf linear angenähert werden. Somit können die angreifenden Horizontalkräfte vereinfacht linear über die Geschosse verteilt werden.

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i m_i}{\sum z_i m_i}$$

$F_i$  Am Geschoss  $i$  angreifende Horizontalkraft

$z_i$  Höhen vom Boden zu den Geschossen

$m_i$  Geschossmassen



Mit den Horizontalkräften können nun die Nachweise der Standsicherheit geführt werden.

### 1.2.2 Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)

Sind die Bedingungen an die Regelmäßigkeit des Bauwerks nicht erfüllt und es sollen mehr Schwingungsformen, zum Beispiel auch an einem dreidimensionalen Modell, betrachtet werden so kann eine Modalanalyse durchgeführt werden.

Das Vorgehen ist ähnlich zu Abschnitt 1.2.1, jedoch wird für jede Schwingungsform die Periode ermittelt, eine Spektralbeschleunigung bestimmt und die Horizontallasten anhand der Beteiligungsfaktoren der Schwingungsform angesetzt.

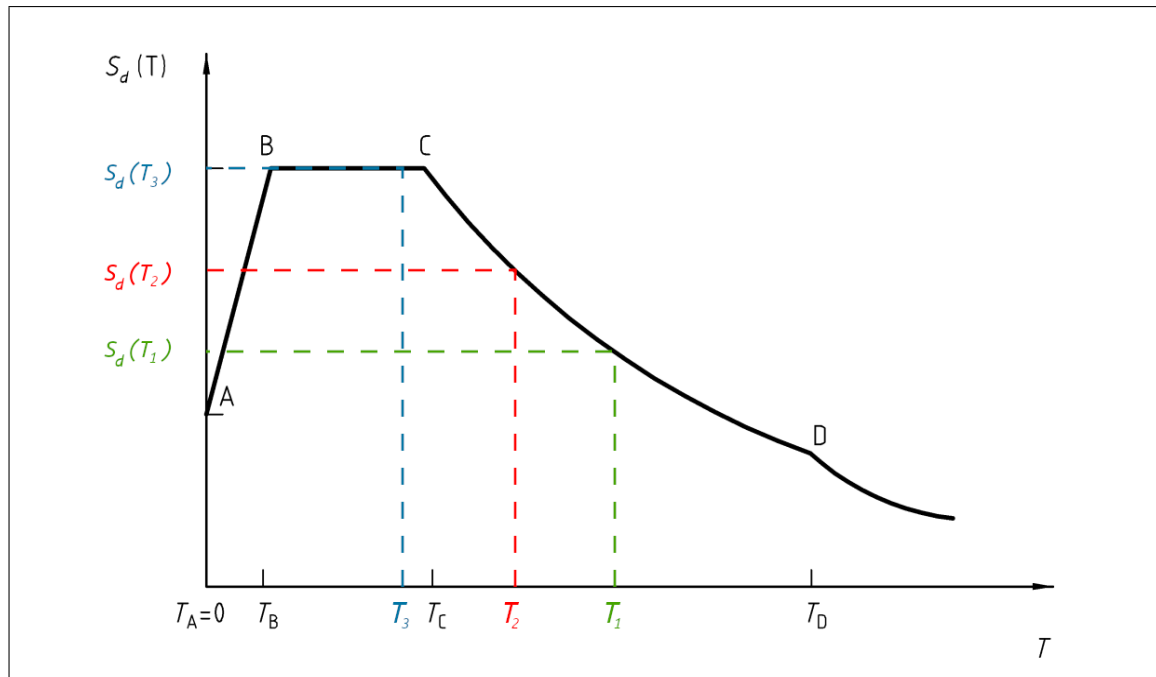


Abbildung 1.3: Bemessungsspektrum Modalanalyse

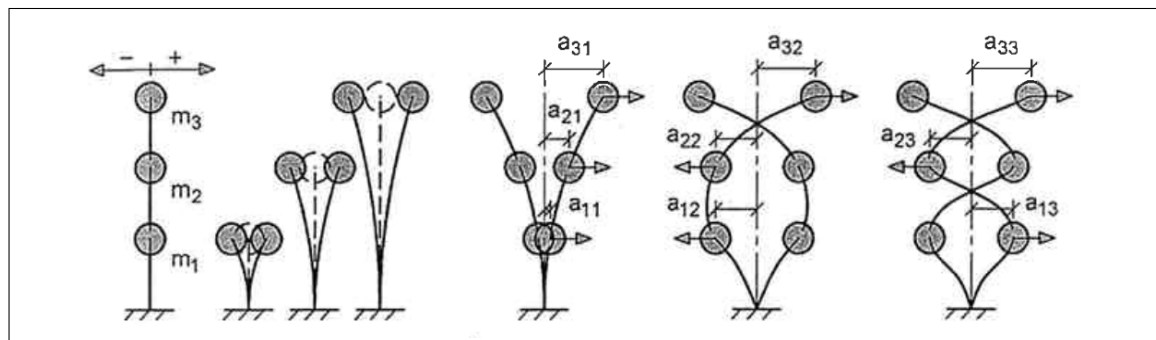


Abbildung 1.4: Eigenschwingungsformen eines Dreimassensystems [8]

Anschließend müssen die modalen Schnittgrößen und Verschiebungen kombiniert werden. Hier sieht der Eurocode die SRSS-Methode (Square Root of Sum of Squares), die CQC-Methode (Complete Quadratic Combination) und die CQC<sub>i</sub>-Methode (CQC unter Berücksichtigung des Vorzeichens der i-ten Eigenform) vor.

### 1.2.3 Kapazitätsspektrenmethode

Die auch als "pushover analysis" bezeichnete Methode ist ein nicht-elastisches statisches Verfahren unter Berücksichtigung des Eigengewichts und monoton ansteigender horizontaler Lasten zur Bestimmung der Grenzlaster über die Grenzduktilität. Sie ist ein genaueres Verfahren zur Bestimmung der plastischen Kapazität, die in den vereinfachten Verfahren von dem Verhaltensbeiwert  $q$  erfasst werden.

### 1.2.4 Zeitschrittberechnung

Die Berechnung mittels Zeitschrittverfahren ("time-history analysis") ist ein nicht-lineares Verfahren, welches eine zeitabhängige Antwort einer Struktur über die di-

rekte numerische Integration der Differentialgleichungen der Bewegung unter den im Eurocode 8 angegebenen simulierten oder tatsächlich aufgezeichneter Akzelerogramme der Bodenbeschleunigung bestimmt.

## 1.3 Bestimmung des Antwortspektrums

Zur Gewinnung des Antwortspektrums wird ein Einmassenschwinger unter Fußpunktanregung durch ortsspezifische Akzelerogramme betrachtet und dessen Eigenfrequenz variiert.

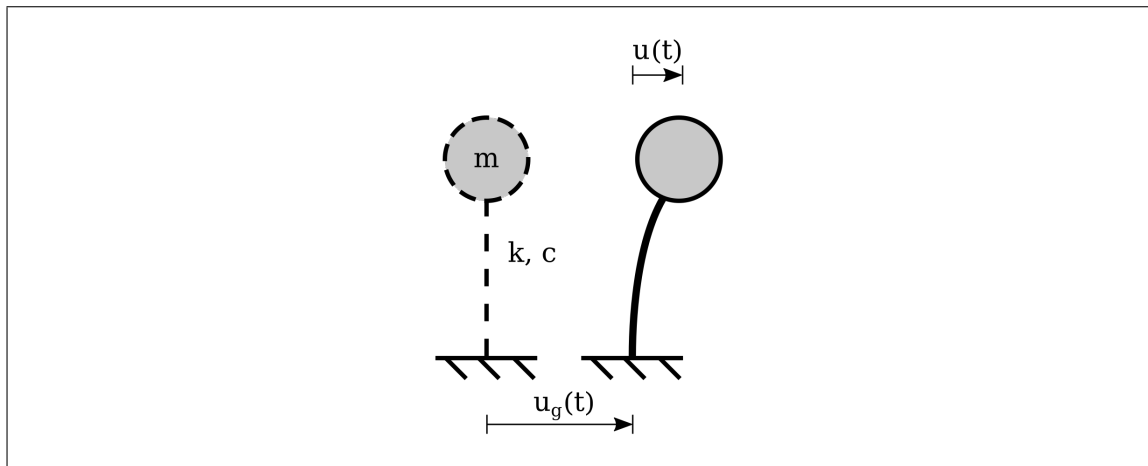


Abbildung 1.5: Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung

Die Bewegungsgleichung des Systems

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (1.1)$$

nach Umformung mit  $\xi = c/(2m\omega)$  und  $\omega = \sqrt{k/m}$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_g \quad (1.2)$$

zeigt, dass die Antwort lediglich von  $\omega$ , der Anregung  $\ddot{u}_g$  und  $\xi$  abhängig ist. Wobei  $\xi$  mit 5% angenommen wird. Das Antwortspektrum stellt die Einhüllende des Maximalwertes der Absolutbeschleunigung der Systemantwort  $S_a = \max|\ddot{u} + \ddot{u}_g|$  über die Eigenfrequenz des Systems  $\omega$  da. [3]

Sie wird über die Eckperioden  $T_B, T_C, T_D$  und den Bemessungswert der Bodenbeschleunigung  $a_g$  parametrisiert. Hinzu kommt noch der Bedeutungsbeiwert  $\gamma_1$ , der Einfluss des Baugrundes über den Bodenparameter  $S$  und ein Dämpfungs-Korrekturbeiwert  $\eta$ , der bei 5% viskoser Dämpfung 1,0 beträgt und sonst mit  $\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0,55$  angegeben wird.

Die Ortsgebundenheit spiegelt sich in den Baugrundverhältnissen und der Bodenbeschleunigung wieder. Die Erdbebenzone kann aus einer Karte oder Kartei entnommen werden und liefert den Referenz-Spitzenwert der Bodenbeschleunigung  $a_g$ .

Erdbebenzone	$a_g[m/s^2]$
Zone 0	-
Zone 1	0,4
Zone 2	0,6
Zone 3	0,8

Tabelle 1.1: Tabelle NA.3 — Zuordnung von Referenz-Spitzenwerten der Bodenbeschleunigung zu den Erdbebenzonen [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Über die Baugrundverhältnisse kann nach Eurocode 8 NAD eine Baugrundklasse ermittelt werden und in dessen Abhängigkeit Parameter für den Bodenparameter  $S$  und die Eckperioden  $T_B, T_C, T_D$  angegeben werden.

Baugrundklasse	$S$	$T_B[s]$	$T_C[s]$	$T_D[s]$
A-R	1,00	0,05	0,20	2,0
B-R	1,25	0,05	0,25	2,0
C-R	1,50	0,05	0,30	2,0
B-T	1,00	0,10	0,30	2,0
C-T	1,25	0,10	0,40	2,0
C-S	0,75	0,10	0,50	2,0

Tabelle 1.2: Tabelle NA.4 — Werte der Parameter zur Beschreibung des elastischen horizontalen Antwortspektrums [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Der Bedeutungsbeiwert bildet die Wichtigkeit einer Struktur ab und erhöht die Wiederkehrperiode, bei einer Auftretenswahrscheinlichkeit von 10% in 50 Jahren.

Bedeutungskategorie	Bauwerke	$\gamma_1$
I	Bauwerke ohne Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit, mit geringem Personenverkehr (z. B. Scheunen, Kulturgewächshäuser, usw.).	0,8
II	Bauwerke, die nicht zu den anderen Kategorien gehören (z. B. kleinere Wohn- und Bürogebäude, Werkstätten, usw.).	1,0
III	Bauwerke, von deren Versagen bei Erdbeben eine große Zahl von Personen betroffen ist (z. B. große Wohnanlagen, Schulen, Versammlungsräume, Kaufhäuser, usw.).	1,2
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit im Erdbebenfall von hoher Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit ist (z. B. Krankenhäuser, wichtige Einrichtungen des Katastrophenschutzes, der Feuerwehr und der Sicherheitskräfte, usw.).	1,4

Tabelle 1.3: Tabelle NA.6 — Bedeutungskategorien und Bedeutungsbeiwerte [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Das elastische Antwortspektrum  $S_e(T)$  wird somit über folgende Ausdrücke bestimmt

$$T_A \leq T \leq T_B : S_e(T) = a_g \gamma_1 S \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (\eta_{2,5} - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta_{2,5}$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta_{2,5} \frac{T_C}{T}$$

$$T_D \leq T : S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta_{2,5} \frac{T_C T_D}{T^2}$$

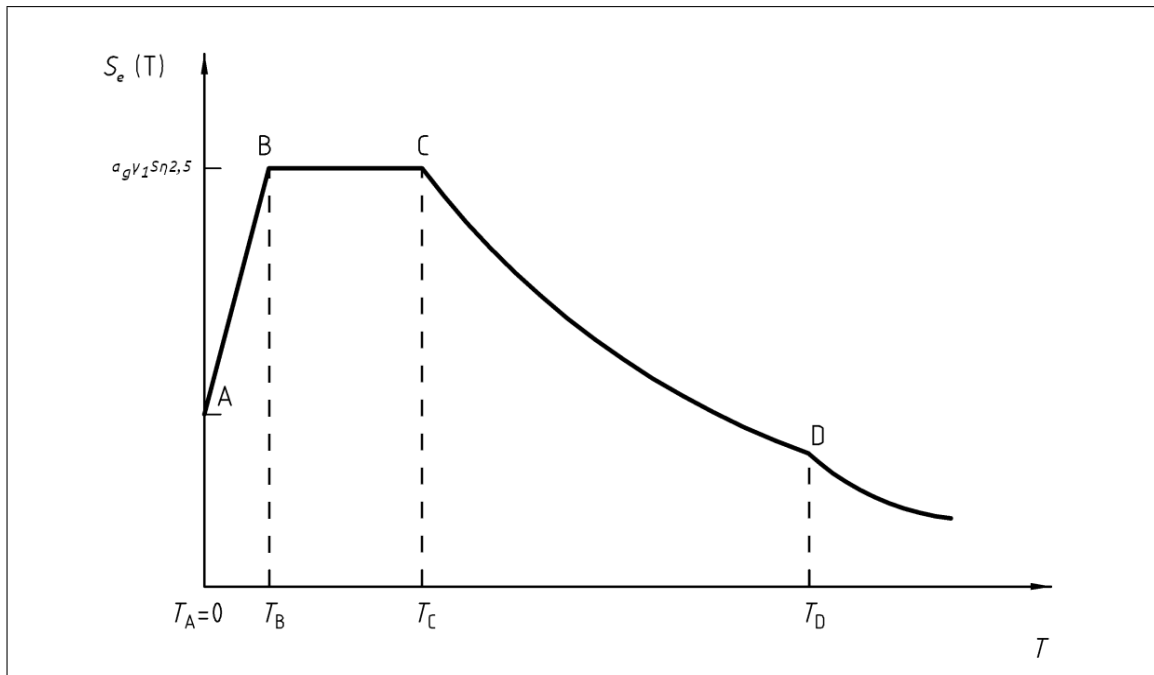


Abbildung 1.6: Elastisches Antwortspektrum

# Kapitel 2

## Isolatoren

Wenn die Einwirkungen aus Erdbeben sehr hoch werden, zum Beispiel durch eine hohe Anforderung an den Bedeutungsbeiwert oder da das Bauwerk in einem Starkbebengebiet steht, ist es meistens technisch und wirtschaftlich günstiger, die Struktur von der Einwirkung zu isolieren, damit sie dieser nicht mehr vollends ausgesetzt wird.

Es können leichtere Konstruktionen gebaut werden, die durch geringere Aufwendung an Material die Kosten senken und die Nachhaltigkeit durch senken des Ausstoßes an CO<sub>2</sub> erhöhen.

### 2.1 Gleitpendelisolatoren

In dieser Arbeit sollen nur Gleitpendelisolatoren betrachtet werden. Sie bestehen aus zwei sphärisch angeformten Lagerplatten zwischen denen ein Gleitschuh geschaltet wird.

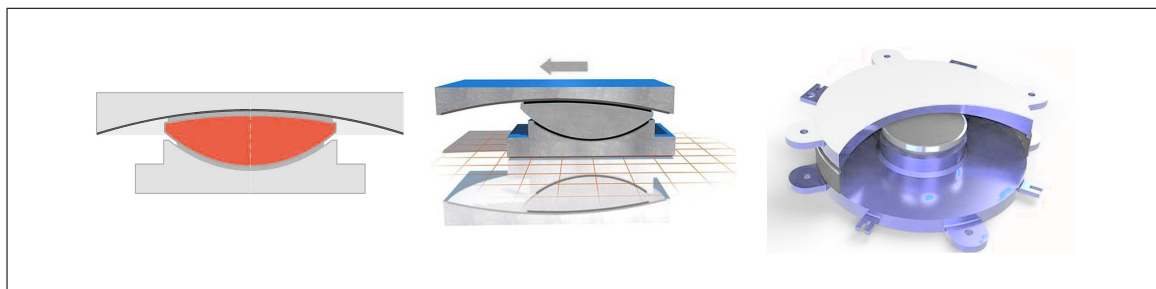


Abbildung 2.1: Gleitpendelisolator [Maurer SE (maurer.eu)]

Die Reibung zwischen den Schnittstellen und somit die Dissipation kann eingestellt werden. Bei einem zu hohen Reibkoeffizienten besteht jedoch die Gefahr, dass die Rückzentrierung nicht mehr gewährleistet werden kann, welche ein großer Vorteil der Gleitpendelisolatoren ist. Zur Erhöhung der Dissipation können aber auch zusätzliche viskose Dämpfungselemente angeordnet werden.

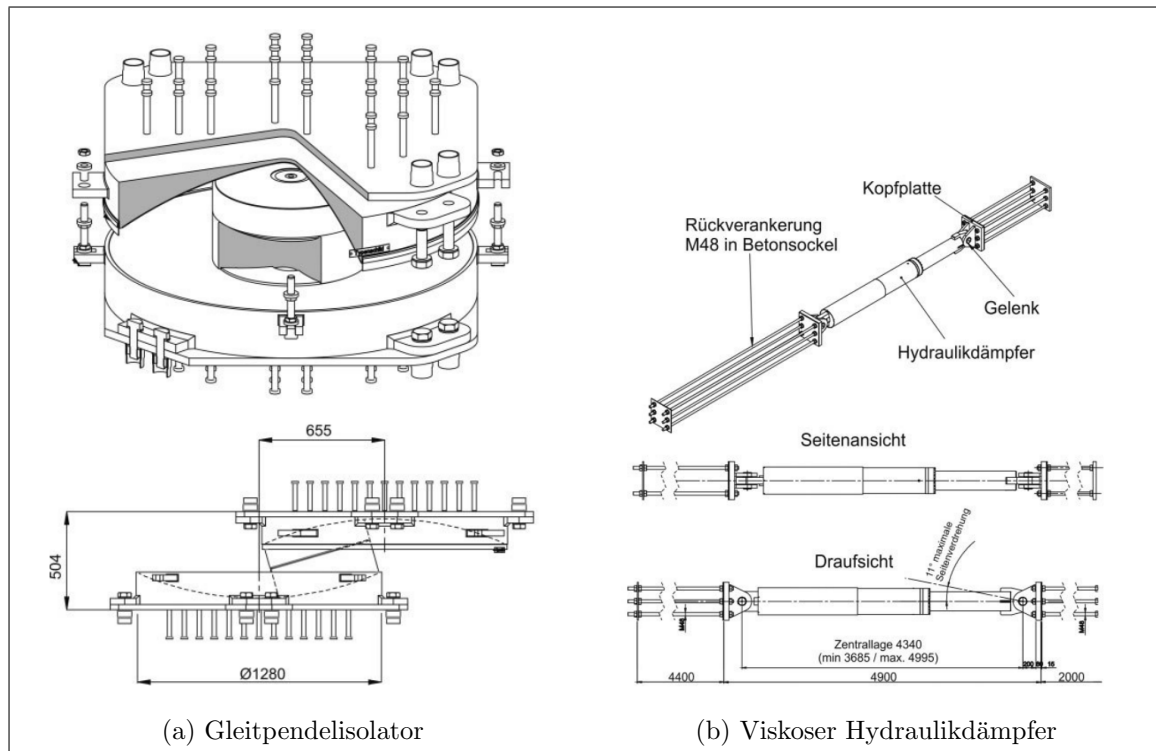


Abbildung 2.2: Bauform der Iolatoren (a) und Dämpfer (b) der Großen Moschee von Algerien [2]

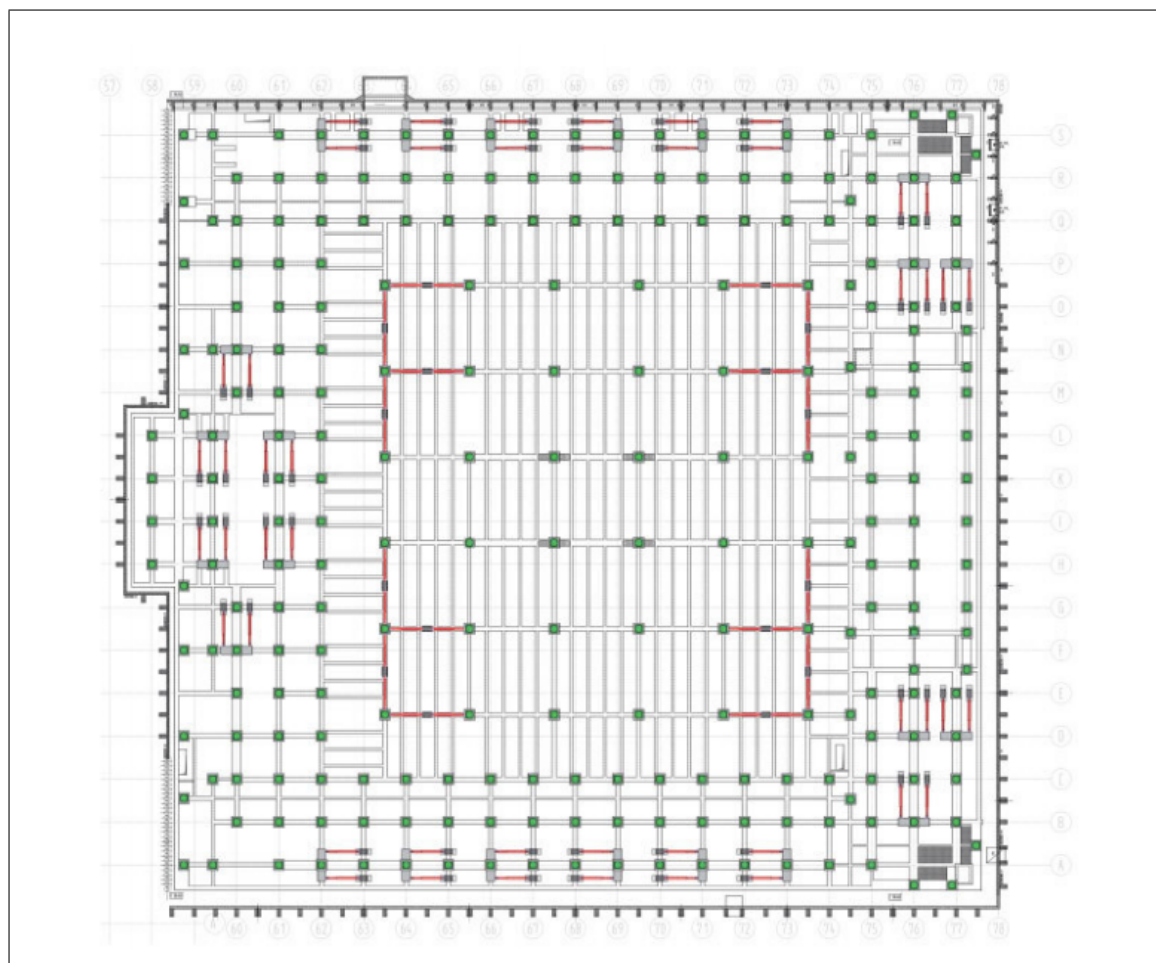


Abbildung 2.3: Verteilung der Iolatoren (grün) und Dämpfer (rot) im Grundriss [2]



## 2.2 Funktionsweise

Isolatoren sind eine Ebene zwischen der Gründung und dem aufstehenden Bauwerk. Sie haben eine deutlich geringere Steifigkeit als die zu isolierende Struktur, wodurch zwar große Verschiebungen am Isolator auftreten, aber die Grundswingzeit reduziert wird. Die relativen Verschiebungen der Struktur werden verringert und somit die Beschleunigungen und ebenso die Trägheitskräfte der Massen reduziert.

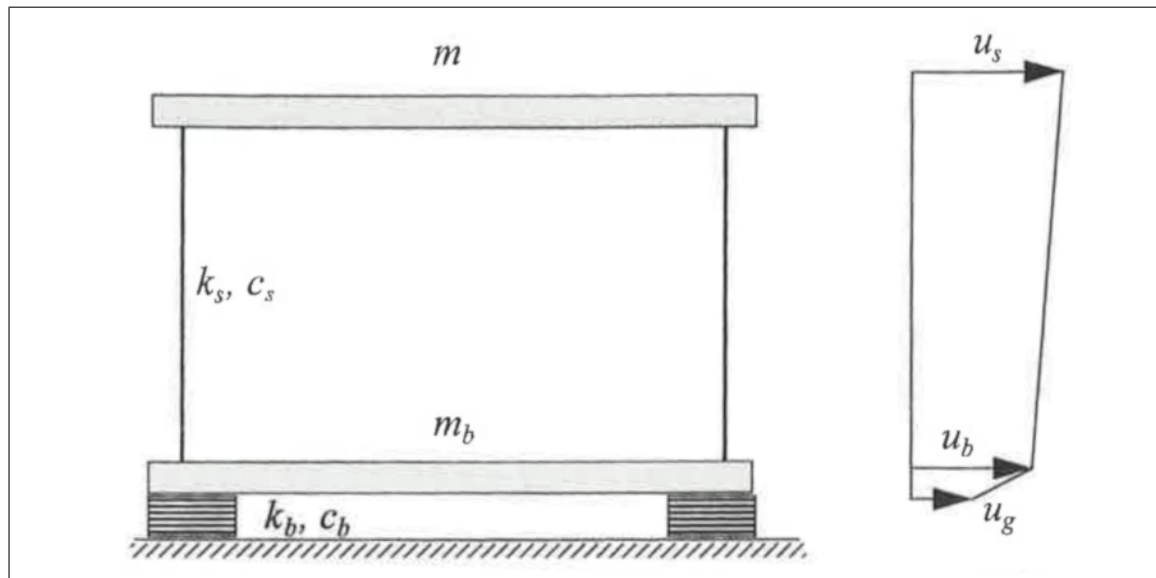


Abbildung 2.4: Verteilung der Verschiebungen an einem isolierten System [6]

Die Dissipationsfähigkeit, Steifigkeit und Eigenfrequenz dieser Isolatoren kann über den Reibkoeffizienten, den Radius des Pendels und der Masse über dem Isolator beeinflusst werden.

### 2.2.1 Dämpfung

### 2.2.2 Steifigkeit

Huber Hysterese Kruve

Formeln Huber mit Umstellung nach Iseman

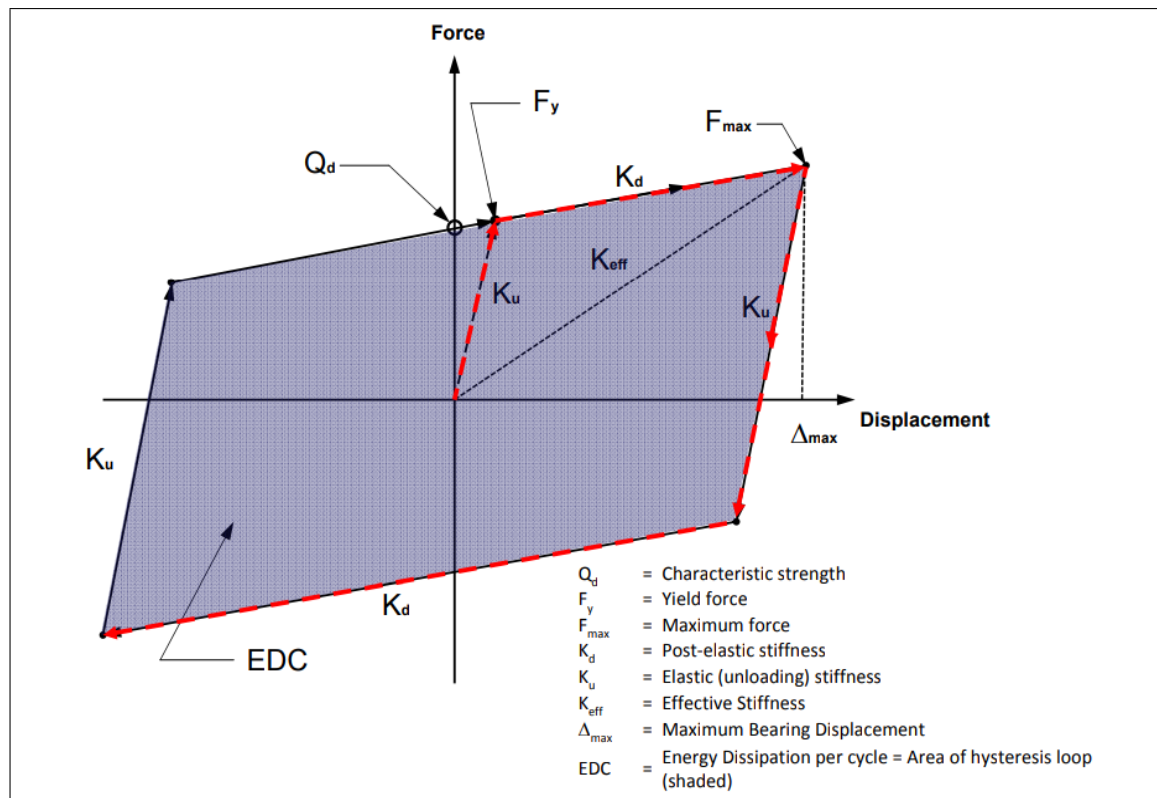


Abbildung 2.5: Hysterese-Zyklus [HDR Engineering Inc.]

## 2.3 Schwierigkeiten bei der Vordimensionierung

Genaue Berechnung mit Zeitschrittverfahren Grobe Vordimensionierung mit AWS

Schwierig weil Isolator mit modelliert werden muss

Optimierung, Bachmann, Pocanschi (426)

# Kapitel 3

## Berechnung des modifizierten Antwortspektrums

### 3.1 Modellierung

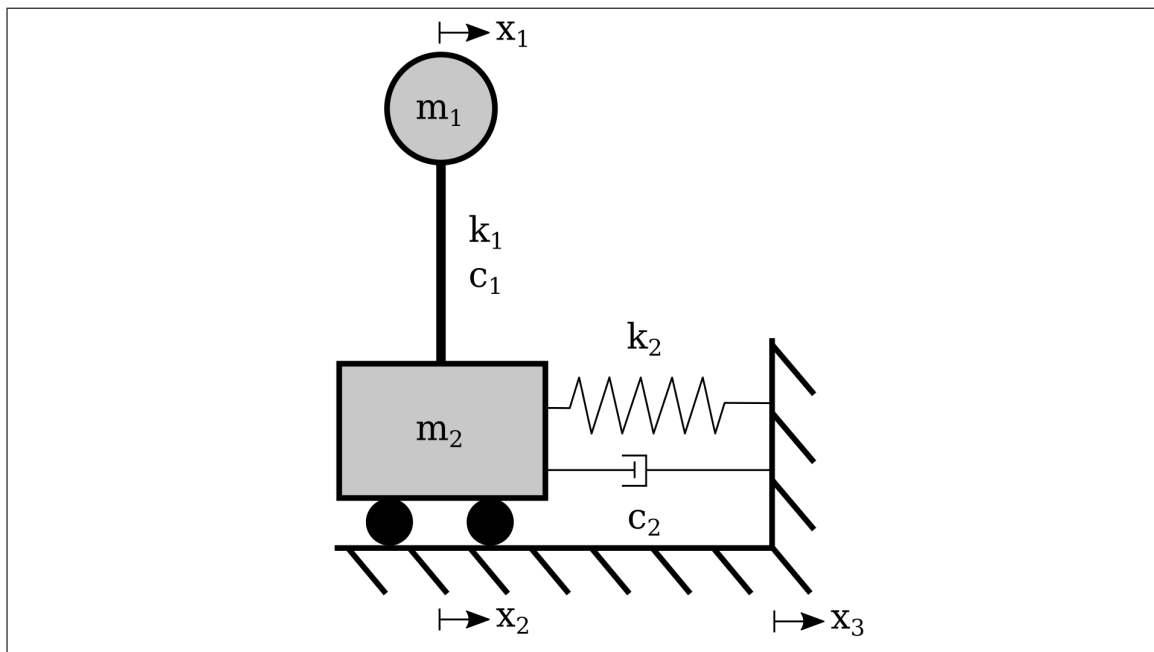


Abbildung 3.1: Voigt-Kelvin-Modell

$$\ddot{x}_1 m_1 = -(x_1 - x_2)k_1 - (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 \quad (3.1)$$

$$\ddot{x}_2 m_2 = (x_1 - x_2)k_1 + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 - (x_2 - x_3)k_2 - (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)c_2 \quad (3.2)$$

Ansatz für harmonische Schwingung:

$$\begin{aligned} x_j &= S_j e^{i\omega t} \\ \dot{x}_j &= i\omega S_j e^{i\omega t} \\ \ddot{x}_j &= -\omega^2 S_j e^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$-\omega^2 S_1 m_1 e^{i\omega t} = -(S_1 - S_2) e^{i\omega t} k_1 - (S_1 - S_2) i\omega c_1 e^{i\omega t} \quad (3.3)$$

$$-\omega^2 S_2 m_2 e^{i\omega t} = (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1) e^{i\omega t} - (S_2 - S_3)(k_2 + i\omega c_2) e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

Gleichung (3.3) nach  $S_2$  umgestellt:

$$\begin{aligned} \omega^2 S_1 m_1 &= (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1) \\ \Rightarrow X_1 &= \frac{\omega^2 m_1}{k_1 + i\omega c_1} \\ S_2 &= S_1(1 - X_1) \end{aligned}$$

$S_2$  in Gleichung (3.4) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \omega^2 m_2 S_1 &= -(S_1 - S_1(1 - X_1))(k_1 + i\omega c_1) + (S_1(1 - X_1) - S_3)(k_2 + i\omega c_2) \\ \Rightarrow X_2 &= \frac{\omega^2 m_2}{k_2 + i\omega c_2} \\ S_1(1 - X_1)X_2 &= S_1(1 - X_1) - S_3 - S_1X_1 \frac{k_1 + i\omega c_1}{k_2 + i\omega c_2} \\ \Rightarrow X_{12} &= \frac{\omega^2 m_1}{k_2 + i\omega c_2} \\ S_1(1 - X_1)(X_2 - 1) &= S_3 + S_1X_{12} \\ S_3 &= S_1[(1 - X_1)(1 - X_2) - X_{12}] \end{aligned}$$

$$\left| \frac{S_1}{S_3} \right| = \left| \frac{1}{[(1 - X_1)(1 - X_2) - X_{12}]} \right| \quad (3.5)$$

$k_2$  effektive Steifigkeit des Isolators

$m_2$  Masse direkt über dem Isolator

$c_2$  effektives Lehr'sches Dämpfungsmaß des Isolators  $c_2 = \xi_2 2\sqrt{m_2 k_2}$

WARUM? Erklären dass im Spektrum der EMS Eigenfrequenz = Einwirkung ist

Die Masse des oberen Schwingers (1) kann normiert werden ( $m_1 = 1$ ) und die Steifigkeit und Dämpfung in Abhängigkeit der Frequenz der Anregung angegeben werden.

$$\begin{aligned} c_1 &= \xi_1 2\sqrt{k_1} \\ k_1 &= \omega^2 \end{aligned}$$

### 3.1.1 Erzeugung von Antwortspektren

- \* Variation der Eigenfrequenz
- \* Gleichung
- \* Zeitschrittverfahren

### 3.1.2 Erweitertes Modell

Für die Erzeugung der Isolationsspektren wird hier das System um den Isolator erweitert und als Zweimassenschwinger (Abbildung 3.2) betrachtet. Wobei der obere Schwinger die aufgehende Struktur ( $s$ ) und der untere Schwinger den Isolator ( $i$ ) samt des steifen Kellergeschosses beschreiben soll.

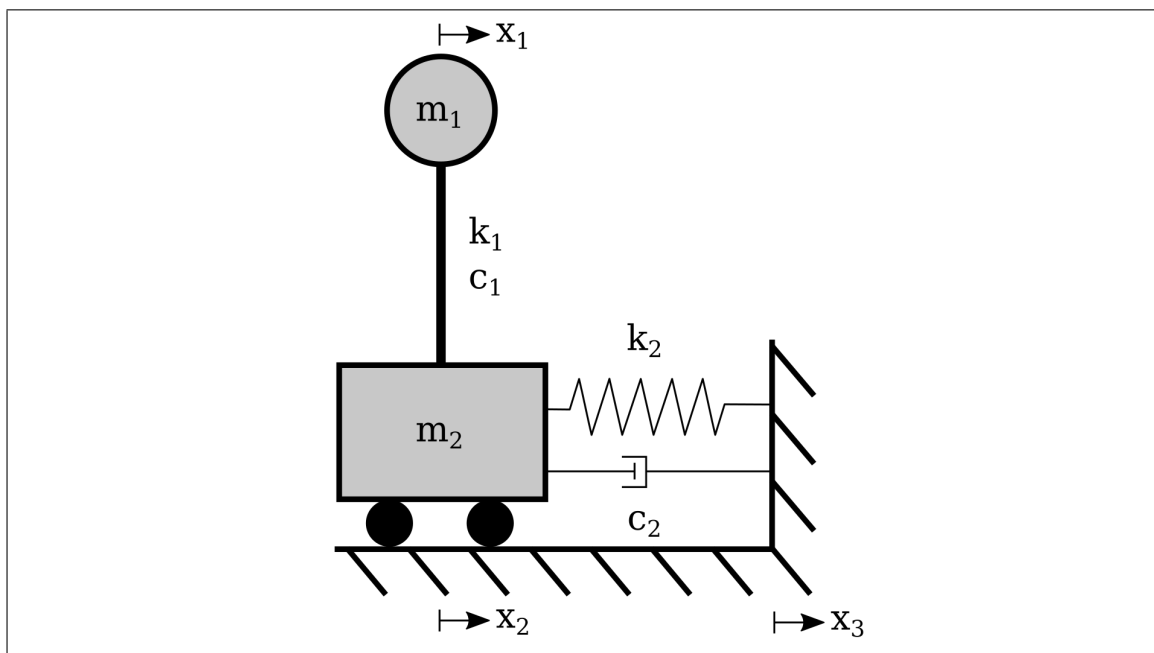


Abbildung 3.2: Voigt-Kelvin-Modell

Unter Annahme der Linearität können die Systeme getrennt betrachtet werden. Am System der Struktur wird durch Parameter Sweeps das Antwortspektrum berechnet. Da der untere Teil des Systems dabei unverändert bleibt kann anschließend durch Komposition das Isolationsspektrum ermittelt werden. Da das Antwortspektrum für Einmassenschwinger bereits bekannt ist, kann die Betrachtung des Gesamtsystems und eine aufwändige Zeitschrittanalyse entfallen.

### 3.1.3 Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung (siehe auch [7] (S. 92, Gl. 7.3)) für das System des Isolators ist durch

$$c_i^* \cdot \dot{x}(t) + k_i^* \cdot x(t) = -m_i \cdot \ddot{x}(t) \quad (3.6)$$

gegeben.

## 3.2 Betrachtung als Übertragungsfunktion

Ziel ist Relation von Eingang zu Ausgang -> Bewegungsgleichung -> Lösung über Laplacetransformation

Quote, Umformung zur Lösung Seite 673

Lösung der DGL

System ist linear -> Laplace

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (3.7)$$

Umformung von (Gleichung (3.6)) zur Transformation von dem Zeitbereich in den Bildbereich (t in s Domäne) mittels der Differentiationsregel

\*Differentiationsregel

$$F(s) = m_i \cdot s^2 \cdot X(s) + c_i^* \cdot s \cdot X(s) + k_i^* \cdot X(s) \quad (3.8)$$

Somit ergibt sich die Übertragungsfunktion zu

für ein Eingangssignal X(s) und das Ausgangssignal F(s)

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_i \cdot s^2 + c_i^* \cdot s + k_i^*} \quad (3.9)$$

Die Polstellen ergeben sich zu und beschreiben die Resonanzfrequenzen werden aber hier nicht weiter betrachtet.

$$s_{1,2} = \frac{-c_i^* \pm \sqrt{(c_i^*)^2 - 4m_i k_i^*}}{2m_i} \quad (3.10)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} \quad (3.11)$$

Ersetzt man s durch i omega und nimmt den Betrag der Funktion so erhält man das Amplitudenspektrum.

$$|G(i\omega)| \quad (3.12)$$

\* Laplace Transfomration

\* Filterfunktion

\* Filtern des Spektrums

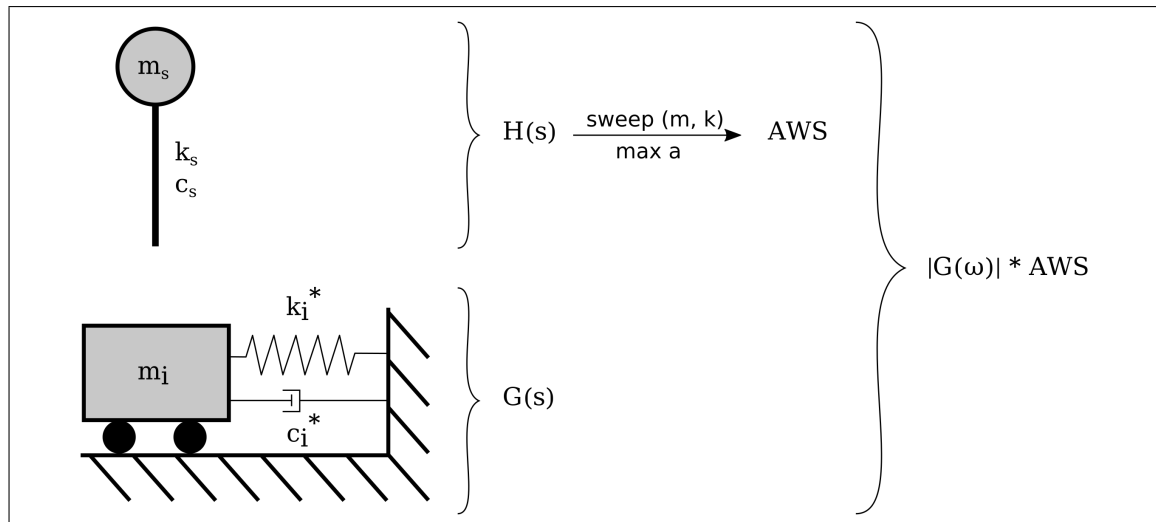


Abbildung 3.3: Komposition

### 3.3 Vergleich zum Zweimassenschwinger

Anhand eines Beispiels soll in einer Handrechnung an einem einfachen System zunächst die auf die aufgehende Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft  $F_b$  mittels des Isolationsspektrums ermittelt werden und anschließend mit den Ergebnissen einer Berechnung am Zweimassenschwinger verglichen werden.

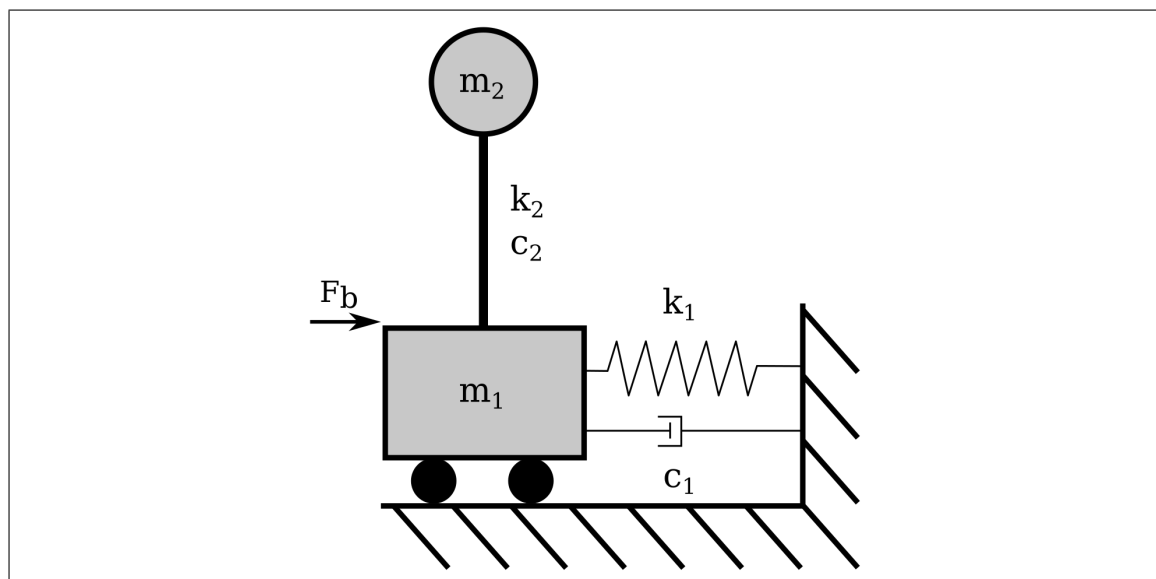


Abbildung 3.4: Zweimassenschwinger

Die Dämpfung beträgt  $c_1 = c_2 = 5\%$ , die Masse des Kellergeschosses  $m_1 = 0.2 \text{ MN/s}^2/\text{m}$  mit einer Steifigkeit von  $k_1 = 5 \text{ MN/m}$  und die Masse der aufgehenden Struktur  $m_2 = 1 \text{ MN/s}^2/\text{m}$  mit einer Steifigkeit von  $k_2 = 45 \text{ MN/m}$ .

Das Verhältnis der Eigenkreisfrequenzen der Basis  $\omega_1$  zur Struktur  $\omega_2$  beträgt somit ungefähr  $1/3$ . Ein Wert der sich beim Design von Isolatoren in der Praxis bewährt hat.

### 3.3.1 Bemessungsspektrum

Für dieses Beispiel wird ein Antwortspektrum aus dem Raum Karlsruhe herangezogen. Damit ergibt sich eine Bodenbeschleunigung in der Erdbebenzone 1 von  $a_g = 0.4m/s^2$  und die Baugrundklasse C-S mit den Kontrollperioden  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  und Untergrundparameter  $S$ :

$$S = 0.75s$$

$$T_B = 0.1s$$

$$T_C = 0.5s$$

$$T_D = 2.0s$$

Der Bedeutungsbeiwert wird mit  $\gamma_1 = 1.0$  für gewöhnliche Bauten mit Bedeutungsklasse II, der Verstärkungsbeiwert der Spektralbeschleunigung mit  $\beta_0 = 2.5$  für eine viskose Dämpfung von 5% und der Verhaltensbeiwert für Duktilitätsklasse 1 mit  $q = 1.5$  angesetzt. Daraus ergibt sich das Bemessungsspektrum zu Abbildung 3.6.

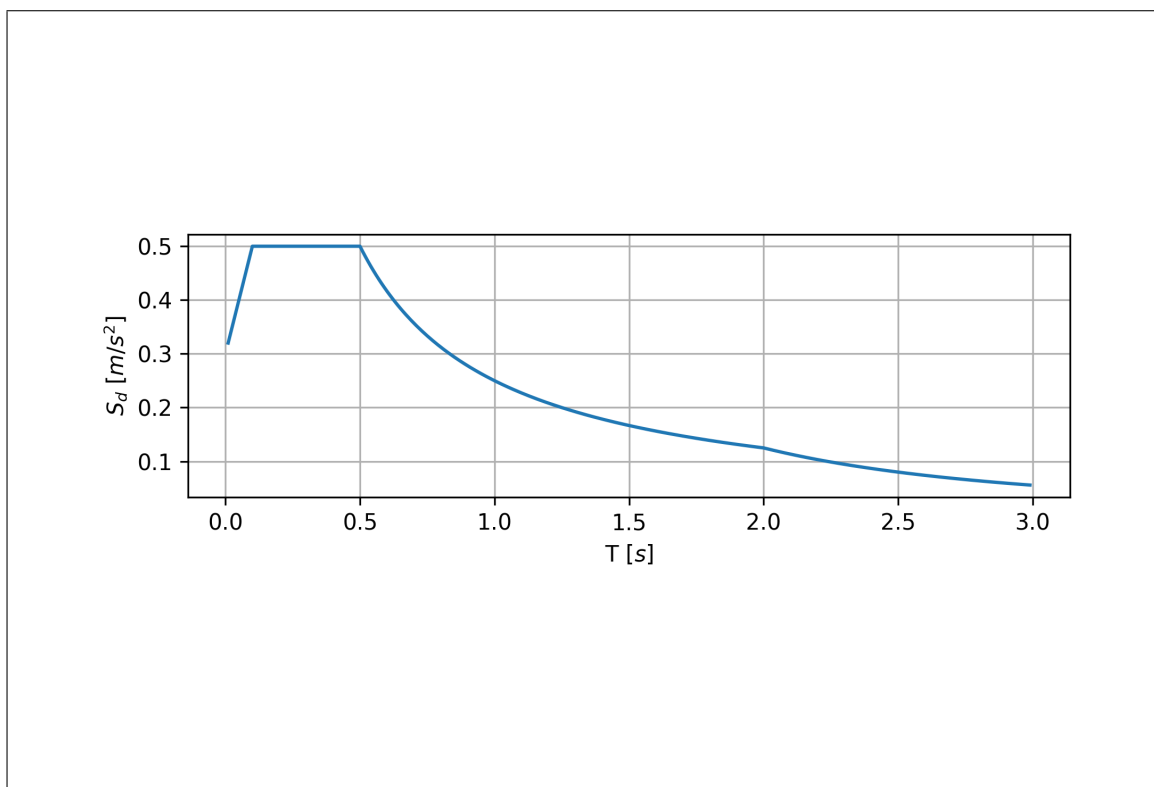


Abbildung 3.5: Bemessungsspektrum

### 3.3.2 Betrachtung mit Isolationsspektrums

\*Isolationsspektrum zeigen

Die Eigenfrequenz der Struktur ergibt sich zu



$$\begin{aligned}\omega &= \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{45}{1}} \\ &= 6.708s^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{6.708} \\ &= 0.936s\end{aligned}$$

und eine Beschleunigung von

$$\begin{aligned}S_d(T) &= a_g \cdot \gamma_1 \cdot S \cdot \frac{\beta_0}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \\ S_d(0.936) &= 0.4 \cdot 1.0 \cdot 0.75 \cdot \frac{2.5}{1.5} \cdot \frac{0.5}{0.936} \\ &= 0.277m/s^2\end{aligned}$$

Die Übertragungsfunktion für den hier gegebenen Isolator lautet:

$$\begin{aligned}G(s) &= \frac{1}{m_1 \cdot s^2 + c_1 \cdot s + k_1} \\ &= \frac{1}{0.2 \cdot s^2 + 0.05 \cdot s + 5}\end{aligned}$$

Um die Amplitude zu erhalten wird der Laplace-Faktor  $s$  bestimmt und der Betrag der Übertragungsfunktion ermittelt.

$$\begin{aligned}s &= i \cdot \omega \\ &= i \cdot 6.708 \\ &= 6.708i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|G(6.708i)| &= \left| \frac{1}{0.2 \cdot 6.708i^2 + 0.05 \cdot 6.708i + 5} \right| \\ &= 0.208\end{aligned}$$

Die an der Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft  $F_b$  ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned}F_b &= |G(s)| \cdot S_d(T) \cdot m_2 \\ &= 0.208 \cdot 0.277m/s^2 \cdot 1MN/s^2/m \\ &= \underline{\underline{0.0576MN}}\end{aligned}$$

### 3.3.3 Betrachtung am Zweimassenschwinger

Bei der Betrachtung des Zweimassenschwingers kann vereinfacht angenommen werden, dass der weiche Isolator die Eigentform dominiert [2] und sich die Eigenfrequenz des Gesamtsystems somit zu

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sqrt{\frac{k_1}{m_1 + m_2}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{1.0 + 0.2}} \\ &= 2.041 s^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_1 &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{2.041} \\ &= 3.078 s\end{aligned}$$

ergibt. Die auf die Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft  $F_b$  ist dann:

$$\begin{aligned}F_b &= S_d(T) \cdot m_2 \\ &= 0.053 m/s^2 \cdot 1 MN/s^2/m \\ &= \underline{\underline{0.053 MN}}\end{aligned}$$

Damit liegt die Abweichung der beiden Ansätze in dem Fall bei  $0.0576/0.053 = 1.0945$ , also ungefähr 9.5%.

### 3.4 Grenzfälle

Zur weiteren Untersuchung soll noch eine Berechnung am Zweimassenschwinger mit den Beteiligungsfaktoren der Schwingungsform erfolgen, wobei hier die Steifigkeit des Isolators variiert wird. Die Berechnung mittels Isolationsspektrum erfolgt analog zum vorherigen Beispiel.

Die Eigenkreisfrequenz wird über die Lösung des charakteristischen Polynoms der Matrizenform des Systems der gekoppelten Bewegungsdifferentialgleichungen des Zweimassenschwingers ([8] S. 143, Gl. 8.11) ermittelt.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(k_1 + k_2) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1 - \sqrt{[(k_1 + k_2) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1]^2 - 4 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot k_1 \cdot k_2}}{2 \cdot m_1 \cdot m_2}}$$

Und der Beteiligungsfaktor des Isolators zu

$$X = 1 / \left( \frac{k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega_1^2}{k_2} \right)$$

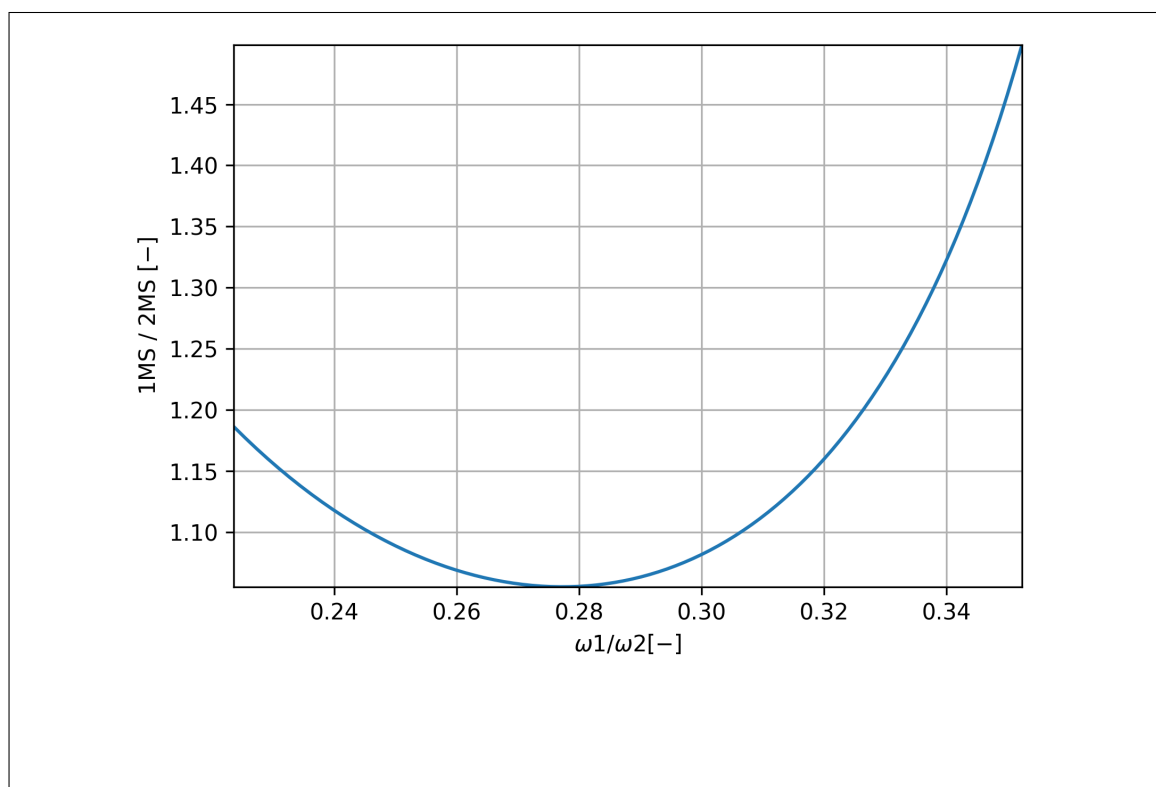


Abbildung 3.6: Abweichung der beiden Ansätze

\*2MS mit Beteiligungsfaktor - $\zeta$  Diagramm mit Verschiebung = 1

\*Abweichung durch Schwebung/Beteiligung 2. Feder

## **3.5 Nichtlinearitäten und Ansätze zur Linearisierung**

\*Huber

# Kapitel 4

## Beispielberechnung

### 4.1 Beispielgebäude

## 4.2 Berechnung mit RStab

## 4.3 Diskussion der Ergebnisse

# Kapitel 5

## Analyse



# Kapitel 6

## Zusammenfassung

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung der Dynamik von Lithosphärenplatten: Divergenz an Mittelozeanischen Rücken und Konvergenz an Subduktionszonen - [Gunnar Ries]	5
1.2	Bemessungsspektrum	8
1.3	Bemessungsspektrum Modalanalyse	9
1.4	Eigenschwingungsformen eines Dreimassensystems [8]	9
1.5	Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung	11
1.6	Elastisches Antwortspektrum	13
2.1	Gleitpendelisolator [Maurer SE (maurer.eu)]	14
2.2	Bauform der Isolatoren (a) und Dämpfer (b) der Großen Moschee von Algerien [2]	15
2.3	Verteilung der Isolatoren (grün) und Dämpfer (rot) im Grundriss [2]	15
2.4	Verteilung der Verschiebungen an einem isolierten System [6]	16
2.5	Hysterese-Zyklus [HDR Engineering Inc.]	17
3.1	Voigt-Kelvin-Modell	18
3.2	Voigt-Kelvin-Modell	20
3.3	Komposition	22
3.4	Zweimassenschwinger	22
3.5	Bemessungsspektrum	23
3.6	Abweichung der beiden Ansätze	26

# Literatur

- [1] Schweizerischer Erdbebendienst (SED). *Ursache von Erdbeben*. 2014. URL: [https://web.archive.org/web/20141228103510/http://www.seismo.ethz.ch/eq\\_swiss/Ursache\\_Erdbeben/index](https://web.archive.org/web/20141228103510/http://www.seismo.ethz.ch/eq_swiss/Ursache_Erdbeben/index) (besucht am 28.12.2014).
- [2] Jan Akkermann und Alexander Hewener. "Seismische Isolierung des Gebetsaals der Großen Moschee von Algerien". In: *Beton- und Stahlbetonbau* 110.2 (2015).
- [3] Prof. Dr. Dr.h.c. Hugo Bachmann. *Erdbebensicherung von Bauwerken*. 2. Aufl. Birkhäuser Basel, 2002. ISBN: 978-3-0348-9455-5, 978-3-0348-8143-2.
- [4] James Daniell. "Bilanz von Naturkatastrophen seit 1900: acht Millionen Tote, sieben Billionen Dollar Schaden". In: *KIT-Zentrum Klima und Umwelt - Presseinformation* 058 (2016).
- [5] *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten; Deutsche Fassung EN 1998-1:2004 + AC:2009*. 2010.
- [6] S.E. Farzad Naeim Ph.D. und Ph.D. James M. Jelly. *Design Of Seismic Isolated Structures. From Theory to Practice*. John Wiley & Sons, Inc., 1999. ISBN: 9780471149217.
- [7] Helmut Kramer. *Angewandte Baudynamik. Grundlagen und Beispiele für Studium und Praxis*. 2. Aufl. Ernst & Sohn, 2013. ISBN: 978-3433030288.
- [8] Adrian Pocanschi und Marios C. Phocas. *Kräfte in Bewegung. Die Techniken des erdbebensicheren Bauens*. 1. Aufl. Teubner, 2003. ISBN: 3-3519-00429-1.

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Master Thesis ohne Hilfe Dritter, nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln, angefertigt zu haben. Alle Stellen, die den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden.

---

Arne Rick  
18. Februar 2020, Karlsruhe