Erzeugung Modifizierter Antwortspektren zur Vordimensionierung von Seismisch Isolierten Bauwerken

Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Arne Rick

4. März 2020, Karlsruhe

Abstract

In dieser Arbeit werden verschiedene Ansätze zur Erzeugung von modifizierten Antwortspektren für seismisch isolierte Bauwerke untersucht. Es wird versucht, einen analytischen Ansatz zu finden, mit dem es möglich ist, diese aus den Antwortspektren des Eurocode 8 zu generieren. Mit diesen Isolationsspektren kann für jede Periode der Struktur über dem Isolator eine Spektralbeschleunigung ermittelt und eine Modalanalyse durchgeführt werden. Ein Bauwerk kann dann getrennt von dem Isolator betrachtet und zwecks einer Vordimensionierung mit einem Gebäudemodell auf die Erfüllung der Anforderungen an die Erdbebensicherheit untersucht werden. Der analytische Ansatz wird in einem Tabellenkalkulationsprogramm implementiert, um Isolationsspektren in Abhängigkeit der Bauwerks- und Isolatorparameter zu erzeugen.

Danksagung

Mein Dank gilt vorallem Prof. Dr.-Ing. Jan Akkermann für die Idee dieser Arbeit und seine stetige Beratung bei der Bearbeitung. Auch meinen Freunden Jan und Alexander sei an dieser Stelle Dank für die inspirierenden Gespräche zu dem Thema ausgesprochen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **5**
1.1 Erdbeben . . . 5
1.2 Berechnung . . . 6
1.2.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren . . . 7
1.2.2 Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse) . . . 8
1.2.3 Kapazitätsspektrenmethode . . . 10
1.2.4 Zeitschrittberechnung . . . 10
1.3 Bestimmung des Antwortspektrums . . . 11

2 Isolatoren **15**
2.1 Gleitpendelisolatoren . . . 16
2.2 Funktionsweise . . . 18
2.2.1 Abstimmung . . . 18
2.2.2 Steifigkeit . . . 18
2.2.3 Dämpfung . . . 19
2.3 Schwierigkeiten bei der Vordimensionierung . . . 20

3 Berechnung des modifizierten Antwortspektrums **21**
3.1 Ansatz über die Übertragsfunktion . . . 21
3.2 Vereinfachter Ansatz . . . 23
3.2.1 Erzeugung des isolierten Antwortspektrums . . . 24
3.3 Ansatz über die Transmissibilität . . . 25
3.3.1 Transmissibilität . . . 25
3.3.2 Rayleigh-Dämpfung . . . 26
3.3.3 Erzeugung des isolierten Antwortspektrums . . . 28

4 Vergleich der Ansätze am Beispiel **29**
4.1 Betrachtung als effektiver Einmassenschwinger . . . 31
4.2 Vereinfachtes Verfahren . . . 31
4.3 Verfahren der Transmissibilität . . . 33
4.4 Vergleich der Ergebnisse . . . 37
4.5 Vergleich mit den Ergebnissen einer Zeitschrittberechnung . . . 38
4.6 Korrekturansätze . . . 40

5 Modalanalyse mit EDV **43**
5.1 Beispielgebäude . . . 44
5.2 Berechnung mit RStab . . . 45

6 Analyse 47
6.1 Diskussion der Ergebnisse 47
6.2 Variation des Reibungskoeffizienten μ 47
6.3 Ansätze für verschiedene Dämpfungskorrekturbeiwerte η 49

7 Zusammenfassung 51
7.1 Aussicht 52
7.2 Excel Tabelle zur Berechnung von Isolationsspektren 52

Nomenklatur 54

Abbildungsverzeichnis 55

Bibliographie 56

Eidesstattliche Erklärung 58

Datenträger
`Masterthesis_Arne_Rick.pdf`
`Isolationsspektrum.xlsx`
`Ausdruckprotokoll_-_RStab.pdf`

Berechnungsprotokoll Modalanalyse mit RStab 59

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Erdbeben

Erdbeben sind geophysikalische Extremereignisse, die eine Erschütterung des Erdkörpers darstellen und meist durch tektonische Massenverschiebungen an den Bruchfugen der Platten in der Lithosphäre, aber auch durch vulkanische Aktivität ausgelöst werden. [1]

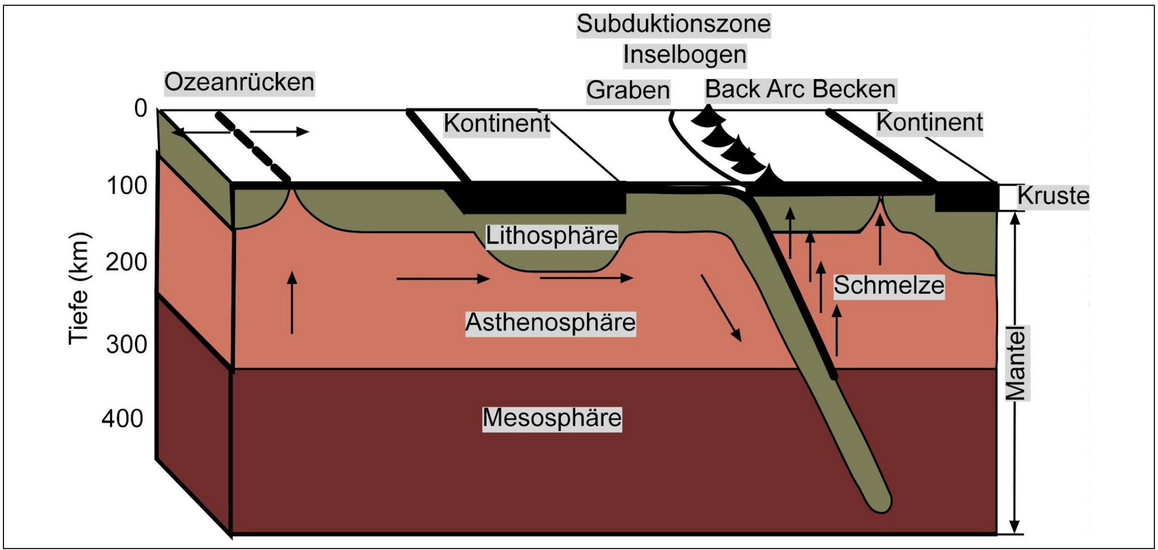


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Dynamik von Lithosphärenplatten: Divergenz an Mittelozeanischen Rücken und Konvergenz an Subduktionszonen - [Gunnar Ries]

In einer Analyse von mehr als 35.000 weltweiten Katastrophenereignissen in den Jahren zwischen 1900 und 2015 des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) zeigte sich, dass Erdbeben für 26% der Schäden verantwortlich waren. Der größte Schaden trat jedoch durch das Tohoku-Erdbeben am 11. März 2011 vor Honshū, Japan auf. Der Schaden durch das Erdbeben und den dadurch ausgelösten Tsunami belief sich auf 18.500 Tote und einen direkten wirtschaftlichen Schaden von etwa 296 Milliarden Euro. 450.000 Menschen wurden obdachlos. [6]

Aufgrund des Erdbeben kam es zu der Fukushima-Nuklearkatastrophe im Atomkraftwerk Fukushima Daiichi.

Erdbebensicheres Design ist also von wirtschaftlicher und sicherheitstechnischer Bedeutung, um die Aufgabe von Gebäuden zum Schutz des Menschen vor Naturereignissen und ein effektives Tragverhalten zu gewährleisten.

Die Ziele das Eurocode 8 sind daher das Schützen menschlichen Lebens, Schadensbegrenzung und das Aufrechthalten des Betriebs von Strukturen, die zum zivilen Schutz dienen. Beispielsweise sollten Krankenhäuser keine großen Schäden davontragen und den Betrieb nach dem Ereignis fortsetzen können, um ihren Aufgaben im Katastrophenschutz unmittelbar weiter nachzugehen. Diese Anforderung der Wichtigkeit einer Struktur wird im Bedeutungsbeiwert erfasst. [7]

1.2 Berechnung

Grundlegend unterscheidet der Eurocode 8 vier verschiedene Berechnungsmethoden.

- Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren
- Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)
- Kapazitätsspektrenmethode
- Zeitschrittberechnung

Da die beiden letzteren Verfahren ein genaueres Gebäudemodell voraussetzen und deutlich aufwändiger sind als die Antwortspektrenverfahren, eignen sich diese nur schwer für die Vordimensionierung von Strukturen. Hier werden weiterhin nur die vereinfachten Verfahren mittels Antwortspektren und Modalanalyse betrachtet, die Kapazitätsspektrenmethode und Zeitschrittberechnung sollen aber kurz erläutert werden.

1.2.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren

Dieses Verfahren kann nur angewandt werden, wenn die Anforderungen aus dem Eurocode 8 an die Regelmäßigkeit des Grund- und Aufrisses erfüllt sind. Hier wird nur die Grundschwingung der Struktur berücksichtigt. Daher kann dieses Verfahren nur angewendet werden, wenn die höheren Schwingungsformen keinen wesentlichen Einfluss haben.

Die Grundschwingzeit kann in einer Näherung nach Müller/Keintzel bestimmt werden.

$$T_1 = \frac{2\pi H^2}{\alpha_1^2}\sqrt{\frac{m}{hEI}}$$

H	Gestamthöhe des Bauwerks
h	Geschosshöhe
m	Geschossmasse
EI	Steifigkeit
α_1	Schwingzeitbeiwert

Geschosszahl	α_1
1	1.32
2	1.53
5	1.71
10	1.78

Mit der Grundschwingzeit kann nun aus dem Antwortspektrum (Abschnitt 1.3) der Bemessungswert der Spektralbeschleunigung S_d bestimmt und die Gesamterdbebenkraft F_b brechnet werden.

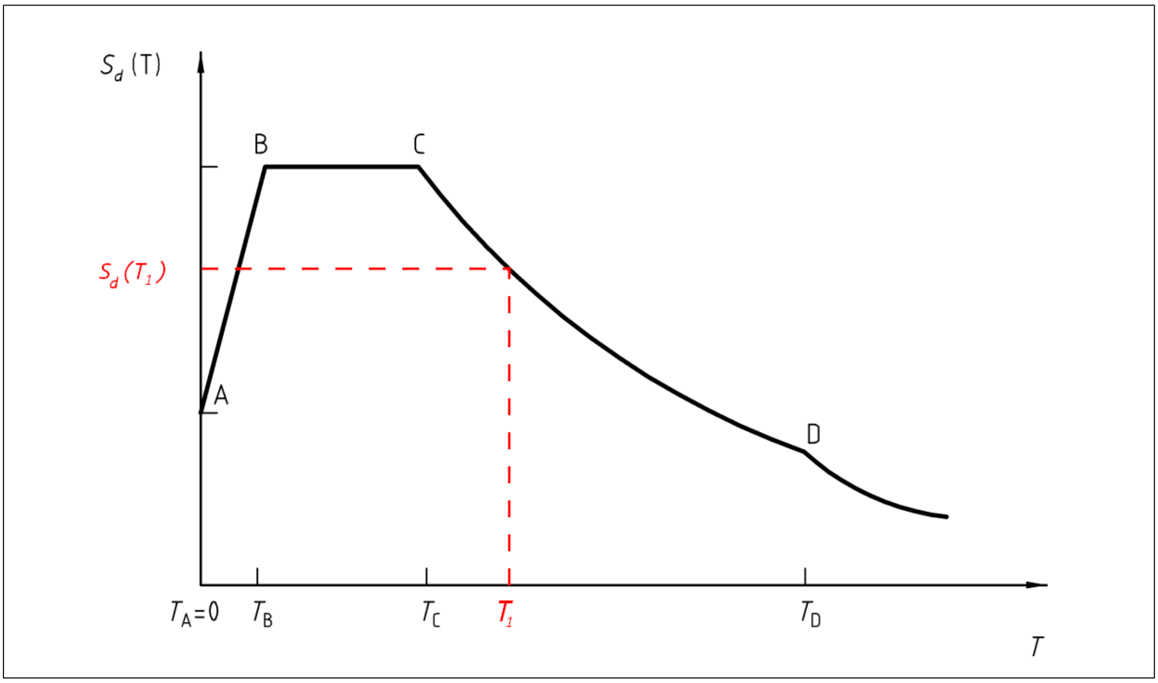
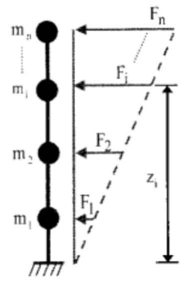


Abbildung 1.2: Bemessungsspektrum

$$F_b = S_d(T_1) \cdot M \cdot \lambda$$

M ist die Gesamtmasse des Bauwerks und λ der Korrekturfaktor von 0.85 für $T_1 \leq 2T_c$ für Gebäude mit mehr als zwei Geschossen und sonst $\lambda = 1.0$. Die Grundschwingungsform darf linear angenähert werden. Somit können die angreifenden Horizontalkräfte vereinfacht linear über die Geschosse verteilt werden.

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i m_i}{\sum z_i m_i}$$



F_i Am Geschoss i angreifende Horizontalkraft
z_i Höhen vom Boden zu den Geschossen
m_i Geschossmassen

Mit den Horizontalkräften können nun die Nachweise der Standsicherheit geführt werden.

1.2.2 Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)

Sind die Bedingungen an die Regelmäßigkeit des Bauwerks nicht erfüllt und es sollen mehr Schwingungsformen, zum Beispiel auch an einem dreidimensionalen Modell, betrachtet werden, so kann eine Modalanalyse durchgeführt werden.

Das Vorgehen ist ähnlich zu Abschnitt 1.2.1, jedoch wird für jede Schwingungsform die Periode ermittelt, eine Spektralbeschleunigung bestimmt und die Horizontallasten anhand der Beteiligungsfaktoren der Schwingungsform angesetzt.

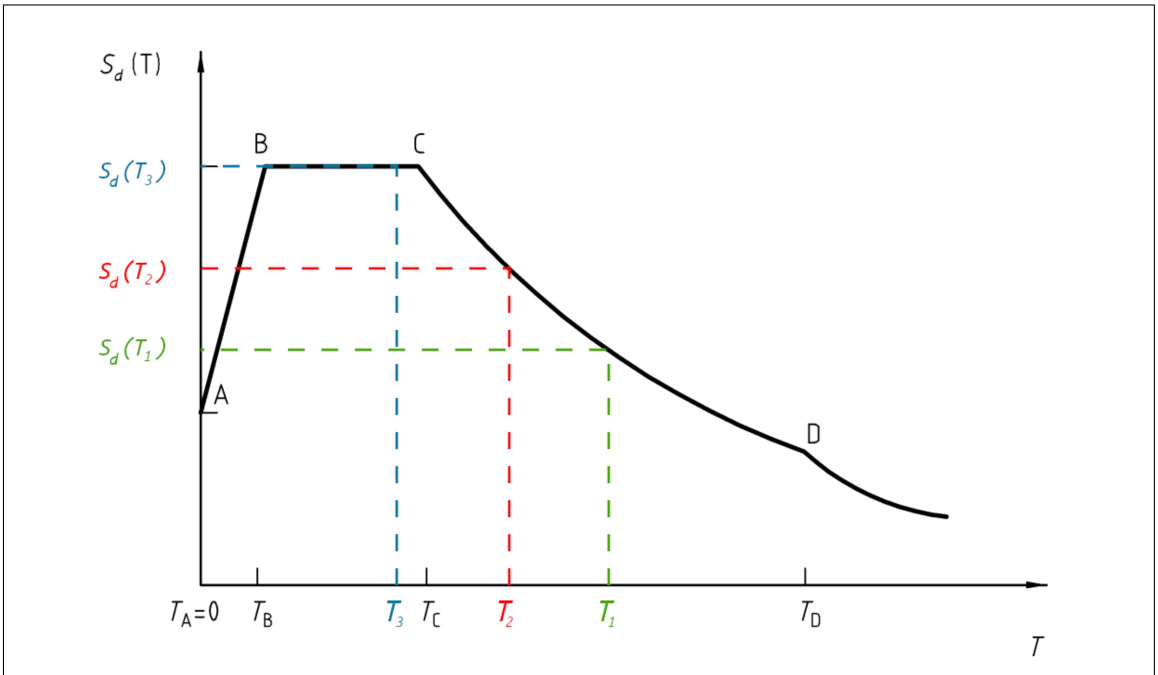


Abbildung 1.3: Bemessungsspektrum Modalanalyse

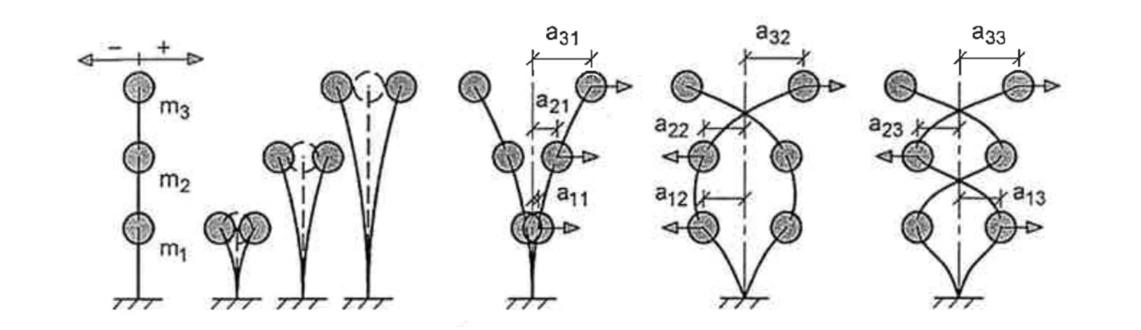


Abbildung 1.4: Eigenschwingungsformen eines Dreimassensystems [12]

Anschließend müssen die modalen Schnittgrößen und Verschiebungen kombiniert werden. Hier sieht der Eurocode die SRSS-Methode (Square Root of Sum of Squares)

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} S_j^2}$$

und die CQC-Methode (Complete Quadratic Combination)

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} S_j \cdot \rho_{jk} \cdot S_k}$$

vor. Hier ist ρ_{jk} der Wechselwirkungsfaktor, der sich für konstante $\xi_j = \xi_k = \xi$ wie folgt berechnet.

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r(1+r)^2} \quad \text{mit} \quad r = \frac{\omega_k}{\omega_j}$$

Neben der CQC-Methode darf auch die CQCi-Methode angewendet werden, welche eine Modifikation unter Berücksichtigung des Vorzeichens der i-ten Eigenform darstellt.

1.2.3 Kapazitätsspektrenmethode

Die auch als „pushover analysis“ bezeichnete Methode ist ein nicht-elastisches statisches Verfahren unter Berücksichtigung des Eigengewichts und monoton ansteigender horizontaler Lasten zur Bestimmung der Grenzlast über die Grenzduktilität. Sie ist ein genaueres Verfahren zur Bestimmung der plastischen Kapazität, die in den vereinfachten Verfahren von dem Verhaltensbeiwert q erfasst werden.

1.2.4 Zeitschrittberechnung

Die Berechnung mittels Zeitschrittverfahren („time-history analysis“) ist ein nichtlineares Verfahren, welches eine zeitabhängige Antwort einer Struktur über die direkte numerische Integration der Differentialgleichungen der Bewegung unter den im Eurocode 8 angegebenen simulierten oder tatsächlich aufgezeichneten Akzelerogrammen der Bodenbeschleunigung bestimmt.

1.3 Bestimmung des Antwortspektrums

Zur Gewinnung des Antwortspektrums wird ein Einmassenschwinger unter Fußpunktanregung durch ortsspezifische Akzelerogramme betrachtet und dessen Eigenfrequenz variiert.

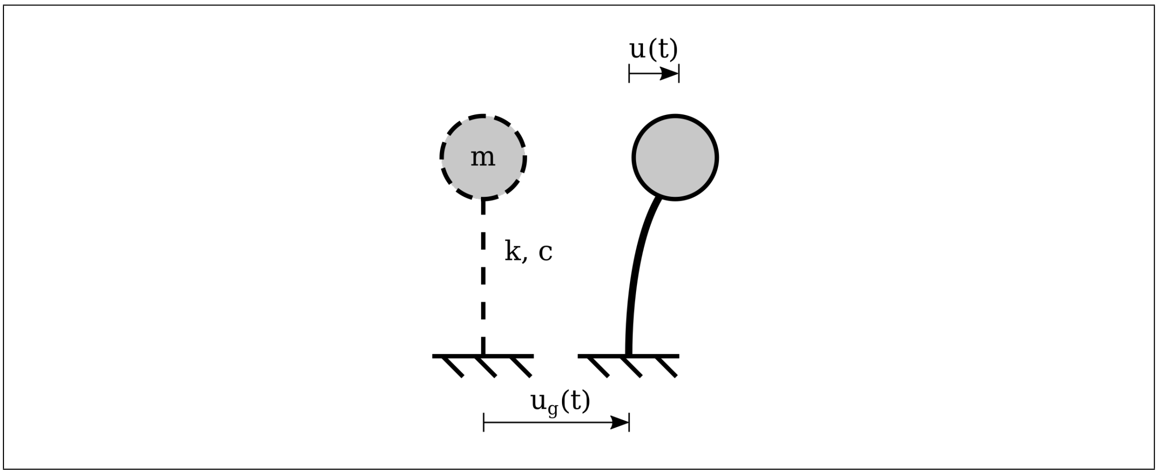


Abbildung 1.5: Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung

Die Bewegungsgleichung des Systems

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \tag{1.1}$$

nach Umformung mit $\xi = c/(2m\omega)$ und $\omega = \sqrt{k/m}$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g \tag{1.2}$$

zeigt, dass die Antwort lediglich von ω, der Anregung $\ddot{u}_g$ und ξ abhängig ist, wobei ξ mit 5% angenommen wird. Das Antwortspektrum stellt die Einhüllende des Maximalwertes der Absolutbeschleunigung der Systemantwort $S_a = max|\ddot{u} + \ddot{u}_g|$ über die Eigenfrequenz des Systems ω dar. [4]

Sie wird über die Eckperioden T_B, T_C, T_D und den Bemessungswert der Bodenbeschleunigung a_g parametrisiert. Hinzu kommt noch der Bedeutungsbeiwert γ_1, der Einfluss des Baugrundes über den Bodenparameter S und ein Dämpfungs-Korrekturbeiwert η, der bei 5% viskoser Dämpfung 1.0 beträgt und sonst mit $\eta = \sqrt{10/(5+\xi)} \geq 0.55$ angegeben wird.

Die Ortsgebundenheit spiegelt sich in den Baugrundverhältnissen und der Bodenbeschleunigung wider. Die Erdbebenzone kann aus einer Karte oder Kartei entnommen werden und liefert den Referenz-Spitzenwert der Bodenbeschleunigung a_g.

Erdbebenzone	$a_g[m/s^2]$
Zone 0	-
Zone 1	0.4
Zone 2	0.6
Zone 3	0.8

Tabelle 1.1: Tabelle NA.3 — Zuordnung von Referenz-Spitzenwerten der Bodenbeschleunigung zu den Erdbebenzonen [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Über die Baugrundverhältnisse kann nach Eurocode 8 NAD eine Baugrundklasse ermittelt werden und in dessen Abhängigkeit Parameter für den Bodenparameter S und die Eckperioden T_B, T_C, T_D angegeben werden.

Baugrundklasse	S	$T_B[s]$	$T_C[s]$	$T_D[s]$
A-R	1.00	0.05	0.20	2.0
B-R	1.25	0.05	0.25	2.0
C-R	1.50	0.05	0.30	2.0
B-T	1.00	0.10	0.30	2.0
C-T	1.25	0.10	0.40	2.0
C-S	0.75	0.10	0.50	2.0

Tabelle 1.2: Tabelle NA.4 — Werte der Parameter zur Beschreibung des elastischen horizontalen Antwortspektrums [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Der Bedeutungsbeiwert bildet die Wichtigkeit einer Struktur ab und erhöht die Wiederkehrperiode bei einer Auftretenswahrscheinlichkeit P_R von 10% in einer Zeitspanne T_L von 50 Jahren. Bei einem Bedeutungsbeiwert von $\gamma_1 = 1.0$ beträgt die mittlere Wiederkehrperiode T_R

$$\begin{aligned} T_R &= \frac{-T_L}{ln(1-P_R)} \\ &= \frac{-50}{ln(1-0.1)} \\ &= 475 \text{ Jahre} \end{aligned}$$

Bedeutungskategorie	Bauwerke	γ_1	T_R [a]
I	Bauwerke ohne Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit, mit geringem Personenverkehr (z. B. Scheunen, Kulturgewächshäuser, usw.).	0.8	225
II	Bauwerke, die nicht zu den anderen Kategorien gehören (z. B. kleinere Wohn- und Bürogebäude, Werkstätten, usw.).	1.0	475
III	Bauwerke, von deren Versagen bei Erdbeben eine große Zahl von Personen betroffen ist (z. B. große Wohnanlagen, Schulen, Versammlungsräume, Kaufhäuser, usw.).	1.2	820
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit im Erdbebenfall von hoher Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit ist (z. B. Krankenhäuser, wichtige Einrichtungen des Katastrophenschutzes, der Feuerwehr und der Sicherheitskräfte, usw.).	1.4	1300

Tabelle 1.3: Tabelle NA.6 — Bedeutungskategorien und Bedeutungsbeiwerte [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Das elastische Antwortspektrum $S_e(T)$ wird somit über folgende Ausdrücke bestimmt.

$$
\begin{aligned}
T_A \leq T \leq T_B &: S_e(T) = a_g \gamma_1 S \left[1 + \frac{T}{T_B}(\eta 2.5 - 1) \right] \\
T_B \leq T \leq T_C &: S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta 2.5 \\
T_C \leq T \leq T_D &: S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta 2.5 \frac{T_C}{T} \\
T_D \leq T &: S_e(T) = a_g \gamma_1 S \eta 2.5 \frac{T_C T_D}{T^2}
\end{aligned}
$$

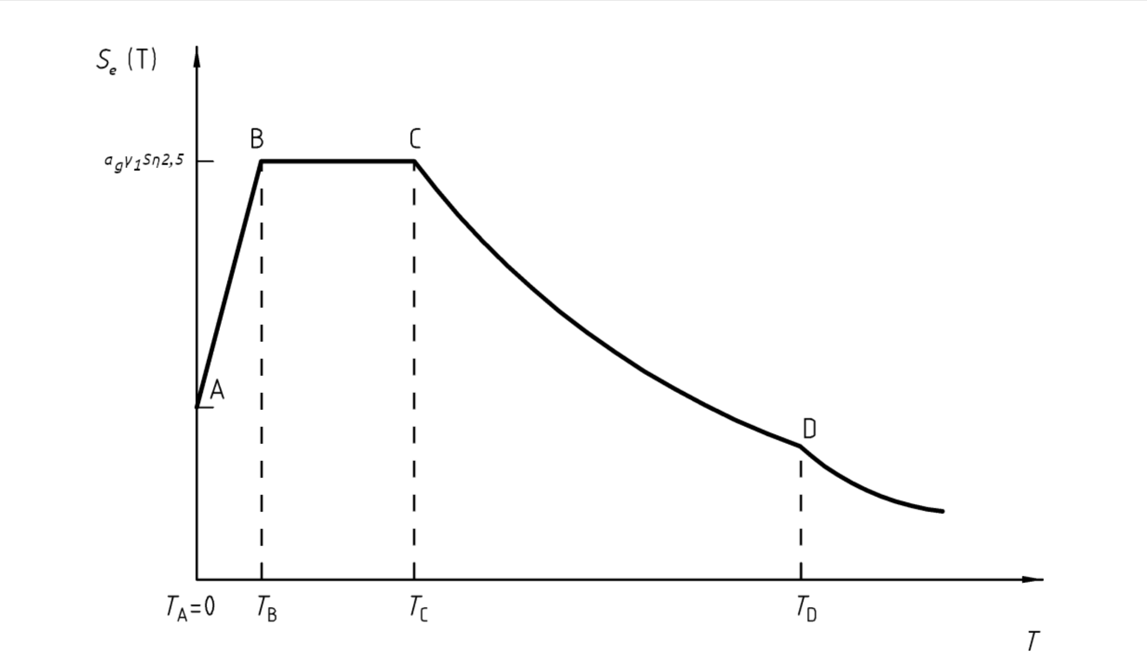


Abbildung 1.6: Elastisches Antwortspektrum

Kapitel 2

Isolatoren

Wenn die Einwirkungen aus Erdbeben sehr hoch werden, zum Beispiel durch eine hohe Anforderung an den Bedeutungsbeiwert oder wenn sich das Bauwerk in einem Starkbebengebiet befindet, ist es meistens technisch und wirtschaftlich günstiger, die Struktur von der Einwirkung zu isolieren, damit sie dieser nicht mehr vollends ausgesetzt wird.

Es können leichtere Konstruktionen gebaut werden, die durch geringere Aufwendung an Material die Kosten senken und die Nachhaltigkeit durch Senken des Ausstoßes an CO_2 erhöhen.

Die horizontale Isolation ist keine Lösung der Neuzeit. Schon die Baumeister im alten China ordneten zwischen Fundament und Grundplatte eine Schicht aus rolligem Sand an. [16] Im 20. Jahrhundert folgten einige Patente mit dem selben Grundprinzip und 1921 realisierte Frank Lloyd Wright das Imperial Hotel in Tokyo mit einer Isolation mittels einer 3m mächtigen Schicht aus Weichboden. Das Gebäude überstand ein zwei Jahre später aufgetretenes schweres Erdbeben nahezu unbeschadet. [14]

Für die Isolierung stehen einige verschiedene Mechanismen, wie zum Beispiel kinematische Lager, Gleitpendelisolatoren und Elastomerlager (ggf. mit Bleikern) zur Verfügung. In dieser Arbeit sollen nur Gleitpendelisolatoren betrachtet werden.

2.1 Gleitpendelisolatoren

Gleitpendelisolatoren bestehen aus zwei spherisch angeformten Lagerplatten, zwischen denen ein Gleitschuh geschaltet wird.

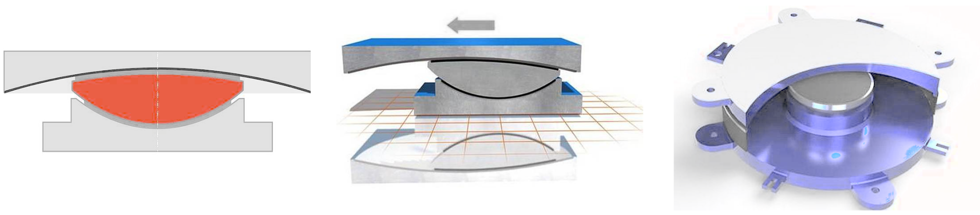
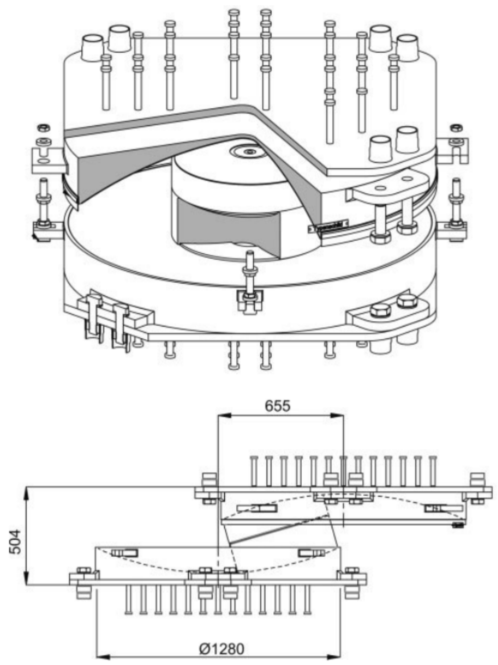
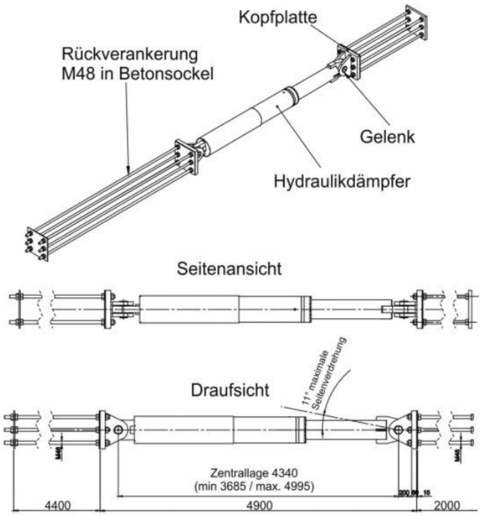


Abbildung 2.1: Gleitpendelisolator [Maurer SE (maurer.eu)]

Die Reibung zwischen den Schnittstellen und somit die Energiedissipation kann eingestellt werden. Bei einem zu hohen Reibkoeffizienten besteht jedoch die Gefahr, dass die Rückzentrierung nicht mehr gewährleistet werden kann, welche ein großer Vorteil der Gleitpendelisolatoren ist. Zur Erhöhung der Dissipation können aber auch zusätzliche viskose Dämpfungselemente angeordnet werden (Abbildung 2.3).



(a) Gleitpendelisolator



(b) Viskoser Hydraulikdämpfer

Abbildung 2.2: Bauform der Iolatoren (a) und Dämpfer (b) der Großen Moschee von Algerien [3]

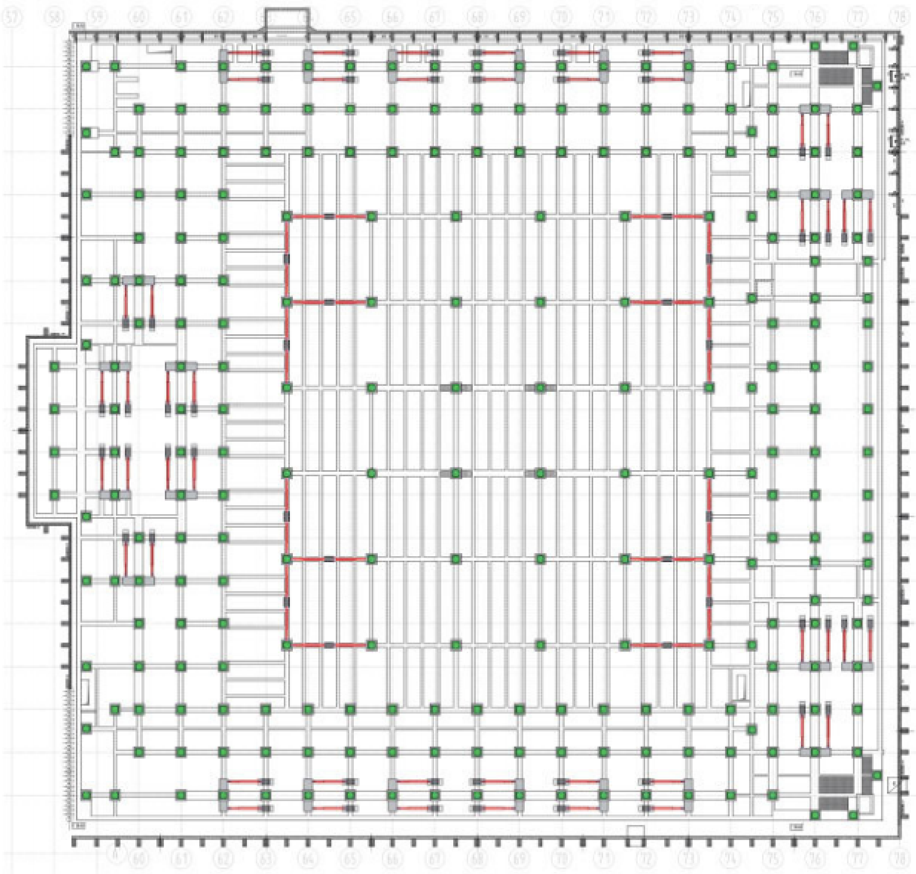


Abbildung 2.3: Verteilung der Isolatoren (grün) und Dämpfer (rot) im Grundriss [3]

2.2 Funktionsweise

Isolatoren stellen eine Ebene zwischen der Gründung und dem aufgehendem Bauwerk dar. Sie haben eine deutlich geringere Steifigkeit als die zu isolierende Struktur, wodurch zwar große Verschiebungen am Isolator auftreten (Abbildung 2.4), aber die Grundschwingzeit reduziert wird. Die relativen Verschiebungen der Struktur werden verringert und somit die Beschleunigungen und ebenso die Trägheitskräfte der Massen reduziert.

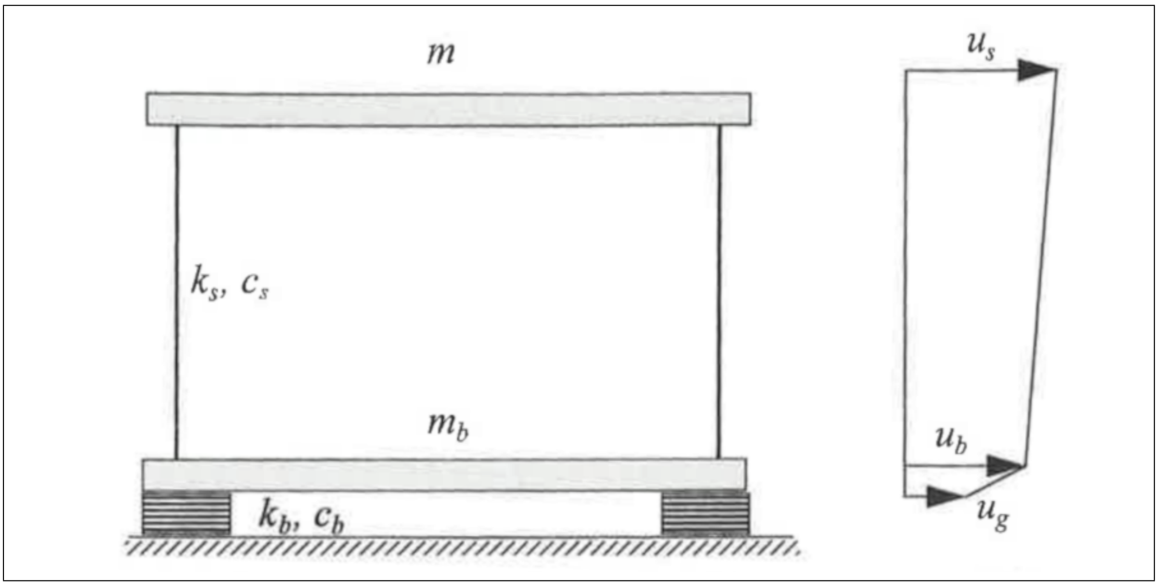


Abbildung 2.4: Verteilung der Verschiebungen an einem isolierten System [13]

Die Dissipationsfähigkeit, Steifigkeit und Eigenfrequenz dieser Isolatoren kann über den Reibkoeffizienten, den Radius des Pendels und der Masse über dem Isolator beeinflusst werden.

2.2.1 Abstimmung

Damit der Isolator möglichst effektiv wirkt, sollte das Ziel sein, die Masse direkt über dem Isolator möglichst groß zu wählen und die Steifigkeit zu reduzieren, wobei die aufgehende Struktur möglichst steif sein sollte. Dadurch sollte die Periode des Isolators T_I möglichst weit von der Periode der Struktur T_S entfernt sein. Ein Wert, der sich in der Praxis als anstrenswert erwiesen hat, ist $T_I \approx 3 \cdot T_S$.

2.2.2 Steifigkeit

Die effektive Steifigkeit kann über die Rückstell- und Reibkraft des Gleitpendellagers berechnet werden. Die Rückstellkraft wird durch die Anhebung der Vertikalkraft (Eigengewicht des Bauwerks) ausgelöst. [12]

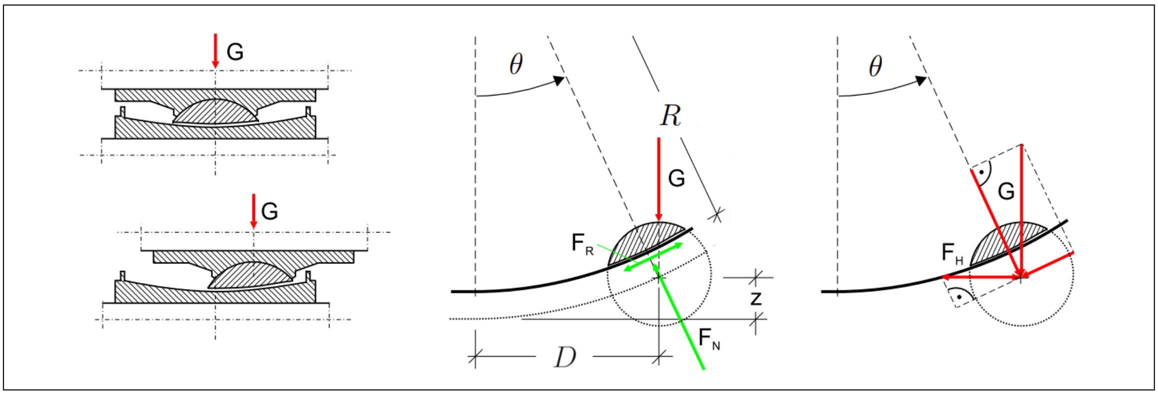


Abbildung 2.5: Schematischer Aufbau des Gleitpendellagers im zentriertem sowie im ausgelenkten Zustand [15]

$$F_{\text{Rück}} = \frac{GD}{R\cos\theta}$$
$$F_{\text{Reib}} = \mu G$$

G Vertikalkraft (Eigengewicht)

D Auslenkung

R Radius der Isolator-Gleitfläche

θ Winkel der Auslenkung

μ Reibungskoeffizient des Isolators

Für kleine Winkel mit $\cos\theta = 1$ ergibt sich die Steifigkeit zu:

$$\begin{aligned} k_{eff} &= \frac{F_{\text{Rück}} + F_{\text{Reib}}}{D} \\ &= \frac{G}{R} + \mu\frac{G}{D} \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.2.3 Dämpfung

Die effektive Dämpfung ergibt sich aus der Fläche der Hystereseschleife und der effektiven Steifigkeit des Gleitpendellagers. [8][12]

$$\begin{aligned} \xi_{eff} &= \frac{4\mu GD}{2\pi k_{eff} D^2} \\ &= \frac{2}{\pi}\frac{\mu R}{(D+\mu R)} \end{aligned} \tag{2.2}$$

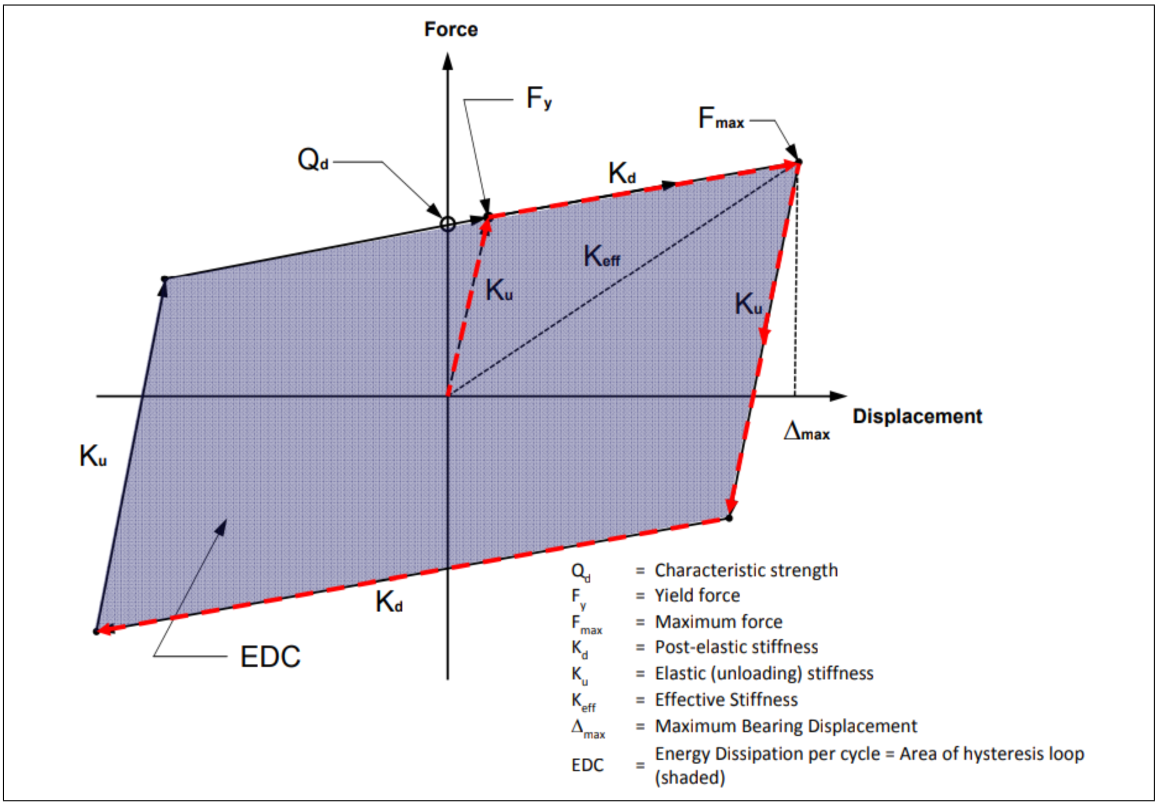


Abbildung 2.6: Hysterese-Zyklus [HDR Engineering Inc.]

2.3 Schwierigkeiten bei der Vordimensionierung

Für eine genaue Berechnung ist es sinnvoll, ein Gebäudemodell samt Isolator zu erstellen und mit dem Zeitschrittverfahren und Erdbebenzeitverläufen zu berechnen. Dies ist jedoch sehr aufwendig und bei einer Vordimensionierung nicht immer praktikabel, da sich Parameter noch ändern können. Ein Ansatz ist es, die Gesamtstruktur auf einen Einmassenschwinger mit der effektiven Masse aus Struktur (m_S) und Isolator (m_I) zu vereinfachen. Er beruht auf der Annahme, dass die Steifigkeit der Struktur sehr hoch ist und die des Isolators k_I die Eigenform somit dominiert. [10] Die Eigenfrequenz kann dann mit

$$\omega = \sqrt{\frac{k_I}{m_S + m_I}} \tag{2.3}$$

bestimmt und die Spektralbeschleunigung $Sa(\frac{2\pi}{\omega})$ aus dem Antwortspektrum entnommen werden.

Soll allerdings eine Modalanalyse am Gebäude mittels EDV vorgenommen werden, wird ein isoliertes Antwortspektrum benötigt. So könnte man ein grobes Gebäudemodell erstellen und mit dem isolierten Antwortspektrum eine computergestützte Modalanalyse durchführen.

Kapitel 3

Berechnung des modifizierten Antwortspektrums

Hier soll nun ein Verfahren hergeleitet und anschließend mit zwei vereinfachten Verfahren verglichen werden.

Für die Erzeugung der Isolationsspektren wird hier das System um den Isolator erweitert und als Zweimassenschwinger (Abbildung 3.1) betrachtet, wobei der obere Schwinger die aufgehende Struktur (1) und der untere Schwinger den Isolator (2) samt des steifen Kellergeschosses beschreiben soll.

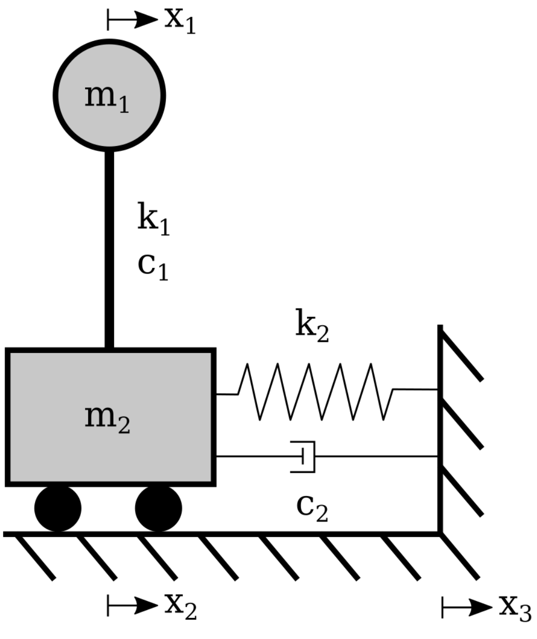


Abbildung 3.1: Voigt-Kelvin-Modell

3.1 Ansatz über die Übertragsfunktion

Im ersten Ansatz wurde die Möglichkeit untersucht, das Modell in zwei getrennte Systeme zu zerlegen und getrennt zu betrachten. Die Annahme war, dass der Isolator lediglich als Filter auf das Antwortspektrum wirkt.

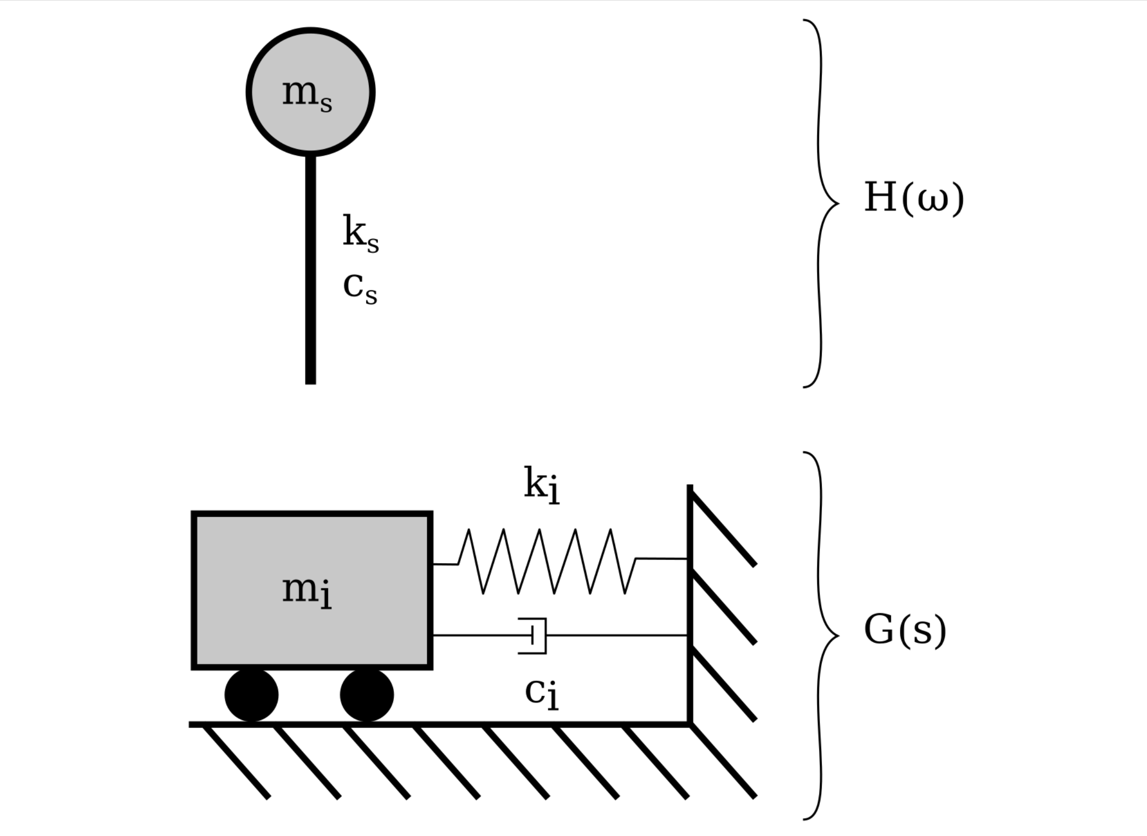


Abbildung 3.2: Trennung des Systems in Filter und Antwortspektrum

Die Funktion $H(\omega)$ stellt hier das Antwortspektrum dar und $G(s)$ die Übertragungsfunktion des Isolators. Sie kann mittels der Laplace-Transformation

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{3.1}$$

aus der Bewegungsgleichung des Isolators [11]

$$c_i \cdot \dot{x}(t) + k_i \cdot x(t) = -m_i \cdot \ddot{x}(t) \tag{3.2}$$

für eine Kraftanregung zu

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_i \cdot s^2 + c_i \cdot s + k_i} \tag{3.3}$$

bestimmt (wobei $s = i\omega$) und das isolierte Antwortspektrum $(H(\omega) \cdot |G(s)|)$ gewonnen werden, da der Betrag der Übertragungsfunktion den Amplitudengang angibt.

Allerdings war dieser Ansatz nicht zielführend, da (wie an den Bewegungsdifferentialgleichungen (Gleichung (3.18) und Gleichung (3.19)) erkennbar ist) die Systeme gekoppelt sind und nicht getrennt betrachtet werden können.

3.2 Vereinfachter Ansatz

Hier wird die Beschleunigung auf die Struktur über den Eigenvektor der Schwingform und den Beteiligungsfaktor in Abhängigkeit der Periode des Gesamtsystems, bezogen auf die Periode der Struktur, berechnet. Zur Ermittlung der Eigenkreisfrequenzen des Zweimassenschwingers $\omega_{L,1,2}$ werden die Verhältniswerte

$$\alpha = \frac{k_2}{k_1} \qquad \beta = \frac{m_2}{m_1} \tag{3.4}$$

$$\tag{3.5}$$

eingeführt. Damit lassen sich die Eigenkreisfrequenzen und Perioden des isolierten Systems bezogen auf die Eigenkreisfrequenz ω des nicht isolierten Bauwerks wie folgt berechnen. [12] [9]

$$\omega_{L,1}^2 = \frac{1+\alpha+\beta-\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2\beta}\omega^2 \tag{3.6}$$

$$\omega_{L,2}^2 = \frac{1+\alpha+\beta+\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2\beta}\omega^2 \tag{3.7}$$

$$T_{L,1} = \frac{2\pi}{\omega_{L,1}} \qquad T_{L,2} = \frac{2\pi}{\omega_{L,2}} \tag{3.8}$$

Die Komponenten der Eigenvektoren $\vec{\Phi}_{1,2}$ lassen sich über die Beiwerte α und β bestimmen.

$$r_1 = \frac{1+\alpha-\beta+\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2} \tag{3.9}$$

$$r_2 = \frac{1+\alpha-\beta-\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2} \tag{3.10}$$

Die Schwingungsformen lauten damit wie folgt und können normiert werden.

$$\vec{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ r_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{\Phi}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ r_2 \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

$$\vec{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} 1/r_1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{\Phi}_2 = \begin{pmatrix} 1/r_1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

Der Beteiligunsfaktor der ersten Schwingungsform wird wie folgt definiert.

$$L_1 = \frac{\vec{\Phi}_1^T M \vec{I}}{\vec{\Phi}_1^T M \vec{\Phi}_1} \tag{3.13}$$

Da die Steifigkeit des Isolators idealerweise deutlich geringer als die der Struktur ist, gilt $\alpha \to 0$, $\vec{I} = \binom{1}{1}$ und L_2 wird klein, da die Schwingungsform durch die erste bestimmt wird. Damit lässt sich die maximale absolute Beschleunigung der Massen der ersten Schwingungsform des Zweimassenschwingers infolge einer Fußpunktanregung bestimmen.

$$\ddot{U}_{max} = \vec{\Phi}_1 L_1 S_a(T_{L,1}, \xi_{L,1}) \tag{3.14}$$

3.2.1 Erzeugung des isolierten Antwortspektrums

Für die Erzeugung des isolierten Antwortspektrums wird die Steifigkeit der Struktur variiert und die Eigenkreisfrequenz dieser ermittelt.

$$k_{1,i} = \frac{4\pi^2 m_1}{T_i^2} \tag{3.15}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \tag{3.16}$$

Da die Antwortspektren im Eurocode auf eine Dämpfung von 5% normiert sind, wird unter der Annahme, dass die Dämpfung des Isolators dominiert, das Antwortspektrum abgemindert.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi_2}} \tag{3.17}$$

3.3 Ansatz über die Transmissibilität

Die Beschleunigung aus dem Antwortspektrum wird in eine äquivalente harmonische Beschleunigungsanregung am Fußpunkt umgerechnet. Anschließend wird über die Bewegungsgleichungen (Gleichungen (3.20) and (3.21)) das Verhältnis der Amplituden von Fußpunktanregung zu harmonischer Schwingung an der oberen Masse m_1 hergeleitet. Da die Perioden im Antwortspektrum die Eigenfrequenz des zur Erzeugung verwendeten Einmassenschwingers darstellen, kann eine harmonische Anregung erzeugt werden, deren Erregerfrequenz der Eigenfrequenz des Einmassenschwingers entspricht. Zur Erzeugung eines isolierten Antwortspektrums soll dann die Steifigkeit k_1 variiert werden, sodass die Eigenfrequenz des oberen Systems der Periode des Antwortspektrums entspricht, und die Parameter des Isolators konstant bleiben. So kann ein Isolationsspektrum erzeugt werden, das für jede Periode der aufgehenden Struktur eine äquivalente Beschleunigungsantwort angibt.

3.3.1 Transmissibilität

Die Bewegungsdifferentialgleichungen für das in Abbildung 3.1 dargestellte System lauten:

$$\ddot{x}_1 m_1 = -(x_1 - x_2)k_1 - (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 \tag{3.18}$$

$$\ddot{x}_2 m_2 = (x_1 - x_2)k_1 + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 - (x_2 - x_3)k_2 - (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)c_2 \tag{3.19}$$

Ansatz für harmonische Schwingung:

$$x_j = S_j e^{i\omega t} \qquad \dot{x}_j = i\omega S_j e^{i\omega t} \qquad \ddot{x}_j = -\omega^2 S_j e^{i\omega t}$$

$$-\omega^2 S_1 m_1 e^{i\omega t} = -(S_1 - S_2)e^{i\omega t}k_1 - (S_1 - S_2)i\omega c_1 e^{i\omega t} \tag{3.20}$$

$$-\omega^2 S_2 m_2 e^{i\omega t} = (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1)e^{i\omega t} - (S_2 - S_3)(k_2 + i\omega c_2)e^{i\omega t} \tag{3.21}$$

Gleichung (3.20) nach S_2 umgestellt:

$$\begin{aligned} \omega^2 S_1 m_1 &= (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1) \\ \Rightarrow X_1 &= \frac{\omega^2 m_1}{k_1 + i\omega c_1} \\ S_2 &= S_1(1 - X_1) \end{aligned}$$

S_2 in Gleichung (3.21) eingesetzt:

$$\begin{aligned}
\omega^2 m_2 S_1 &= -(S_1 - S_1(1-X_1))(k_1 + i\omega c_1) + (S_1(1-X_1) - S_3)(k_2 + i\omega c_2) \\
\Rightarrow X_2 &= \frac{\omega^2 m_2}{k_2 + i\omega c_2} \\
S_1(1-X_1)X_2 &= S_1(1-X_1) - S_3 - S_1 X_1 \frac{k_1 + i\omega c_1}{k_2 + i\omega c_2} \\
\Rightarrow X_{12} &= \frac{\omega^2 m_1}{k_2 + i\omega c_2} \\
S_1(1-X_1)(X_2 - 1) &= S_3 + S_1 X_{12} \\
S_3 &= S_1[(1-X_1)(1-X_2) - X_{12}]
\end{aligned}$$

Mit den komplexwertigen Transmissionskoeffizienten X_1, X_2 und X_{12} ergibt sich die Transmissibilität aus dem Betrag des Verhältnisses von S_1 zu S_3.

$$VT = \left|\frac{S_1}{S_3}\right| = \left|\frac{1}{[(1-X_1)(1-X_2) - X_{12}]}\right| \tag{3.22}$$

Ein Hindernis stellen jedoch noch die Dämpfungsbeiwerte c_1 und c_2 dar. Ein Ansatz, der hier untersucht werden soll, ist die steifigkeits- und massenproportionale modale Dämpfung. Sie wird auch als Rayleigh-Dämpfung bezeichnet. [12]

3.3.2 Rayleigh-Dämpfung

Bei diesem Ansatz soll eine Proportionalität zwischen der Dämpfungsmatrix C und den generalisierten Massen- und Steifigkeitsmatrizen M^* und K^* verwendet werden.

$$C^* = \alpha M^* + \beta K^*$$

α und β sind die Beiwerte der Rayleigh-Dämpfung. αM kann als äußere und der Term βK als innere Dämpfung verstanden werden.

Die Bestimmungsgleichungen der Beiwerte lauten wie folgt. [5]

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{2\omega_1^* \omega_2^* (\xi_2 \omega_2^* - \xi_1 \omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}} \\
\beta &= \frac{2(\xi_1 \omega_2^* - \xi_2 \omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}}
\end{aligned}$$

Um die Eigenkreisfrequenzen ω_1^* und ω_2^* zu erhalten, werden zunächst die Eigenkreisfrequenzen am ungedämpften System berechnet und die Eigenvektoren der zugehörigen Eigenformen bestimmt.

Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(k_2 + k_1)m_1 + k_1 m_2 \pm \sqrt{((k_2 + k_1)m_1 + k_1 m_2)^2 - 4 m_2 m_1 k_2 k_1}}{2 m_2 m_1}$$

Eigenvektoren des ungedämpften Systems:

$$\vec{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{\Phi}_2 = \begin{pmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

mit

$$\varepsilon_1 = \frac{k_2 + k_1 - m_2\omega_1^2}{k_1} \qquad \varepsilon_2 = \frac{k_2 + k_1 - m_2\omega_2^2}{k_1}$$

Nach Betragsgröße normierte Eigenvektoren des ungedämpften Systems:

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon_1^2}} & \qquad \varphi_{12} &= \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon_2^2}} \\ \varphi_{21} &= \varepsilon_1\varphi_{11} & \qquad \varphi_{22} &= \varepsilon_2\varphi_{12} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Eigenvektoren können die generalisierten Massen und Steifigkeiten ermittelt werden und damit die Eigenkreisfrequenzen.

Generalisierte Massen:

$$\begin{aligned} m_2^* &= \vec{\Phi}_1^T M \vec{\Phi}_1 & \qquad m_1^* &= \vec{\Phi}_2^T M \vec{\Phi}_2 \\ &= \varphi_{11}^2 m_2 + \varphi_{21}^2 m_1 & \qquad &= \varphi_{12}^2 m_2 + \varphi_{22}^2 m_1 \end{aligned}$$

Generalisierte Steifigkeiten:

$$\begin{aligned} k_2^* &= \vec{\Phi}_1^T K \vec{\Phi}_1 & \qquad k_1^* &= \vec{\Phi}_2^T K \vec{\Phi}_2 \\ &= \varphi_{11}^2(k_2 + k_1) - 2\varphi_{21}\varphi_{11}k_1 + \varphi_{21}^2 k_1 & \qquad &= \varphi_{12}^2(k_2 + k_1) - 2\varphi_{22}\varphi_{12}k_1 + \varphi_{22}^2 k_1 \end{aligned}$$

Eigenkreisfrequenzen der zwei Einmassenschwinger:

$$\omega_1^* = \sqrt{\frac{k_2^*}{m_2^*}} \qquad \omega_2^* = \sqrt{\frac{k_1^*}{m_1^*}}$$

Damit ergeben sich die Dämpfungsbeiwerte der Rayleigh-Dämpfung

$$\begin{aligned} c_1^* &= \alpha m_1^* + \beta k_1^* \\ c_2^* &= \alpha m_2^* + \beta k_2^* \end{aligned}$$

und die gedämpfte Eigenfrequenz der ersten, durch den Isolator gesteuerten, Eigenform

$$\omega_{1d} = \omega_1 \sqrt{1 - \xi_2^2}$$
$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_{1d}}$$

Das System wird nun aus der Modal- zurück in die Normalform transformiert, um die Dämpfungsmatrix C zu erhalten. [2]

$$C = \vec{\Phi}^{-T} C^* \vec{\Phi}^{-1}$$

Die Transmissibilität kann damit bestimmt werden.

$$VT(m_2, k_2, c_2, m_1, k_1, c_1) \tag{3.23}$$

3.3.3 Erzeugung des isolierten Antwortspektrums

Das isolierte Antwortspektrum kann aus dem elastischen Antwortspektrum erlangt werden. Für jede Periode T_i wird die Steifigkeit der aufgehenden Struktur berechnet, wobei die restlichen Parameter konstant bleiben.

$$k_{1,i} = m_1 (\frac{2\pi}{T_i})^2 \tag{3.24}$$

Damit können die Transmissibilität VT, die gedämpfte erste Eigenkreisfrequenz ω_{1d}

$$\omega_{1d} = \omega_1 \sqrt{1 - \xi_2^2} \tag{3.25}$$
$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_{1d}} \tag{3.26}$$

und die zugehörige äquivalente Amplitude der Beschleunigung der Fußpunktanregung

$$S_{a,x_3} = Sa(T_1) \tag{3.27}$$

ermittelt werden. Die Ordinate des isolierten Antwortspektrums beträgt dann

$$S_{a,isoliert} = S_{a,x_3} \cdot VT \tag{3.28}$$

Kapitel 4

Vergleich der Ansätze am Beispiel

Die Ansätze sollen anhand eines konkreten Beispiels verglichen werden. Hierzu werden die Werte aus [9] Kapitel 11.2.3 verwendet. Die Parameter des Systems lauten:

$$D = 0.35 \text{ m}$$

$$\mu = 0.04$$

$$m_1 = 2486.7 \text{ t}$$

$$m_2 = 1619.5 \text{ t}$$

$$R = 2.5 \text{ m}$$

Es soll ein Antwortspektrum mit folgenden Eckperioden und Bodenbeschleunigung verwendet werden.

$$T_B = 0.4 \text{ s}$$

$$T_C = 1.6 \text{ s}$$

$$T_D = 2.0 \text{ s}$$

$$a_g = 3.924 \text{ m/s}^2$$

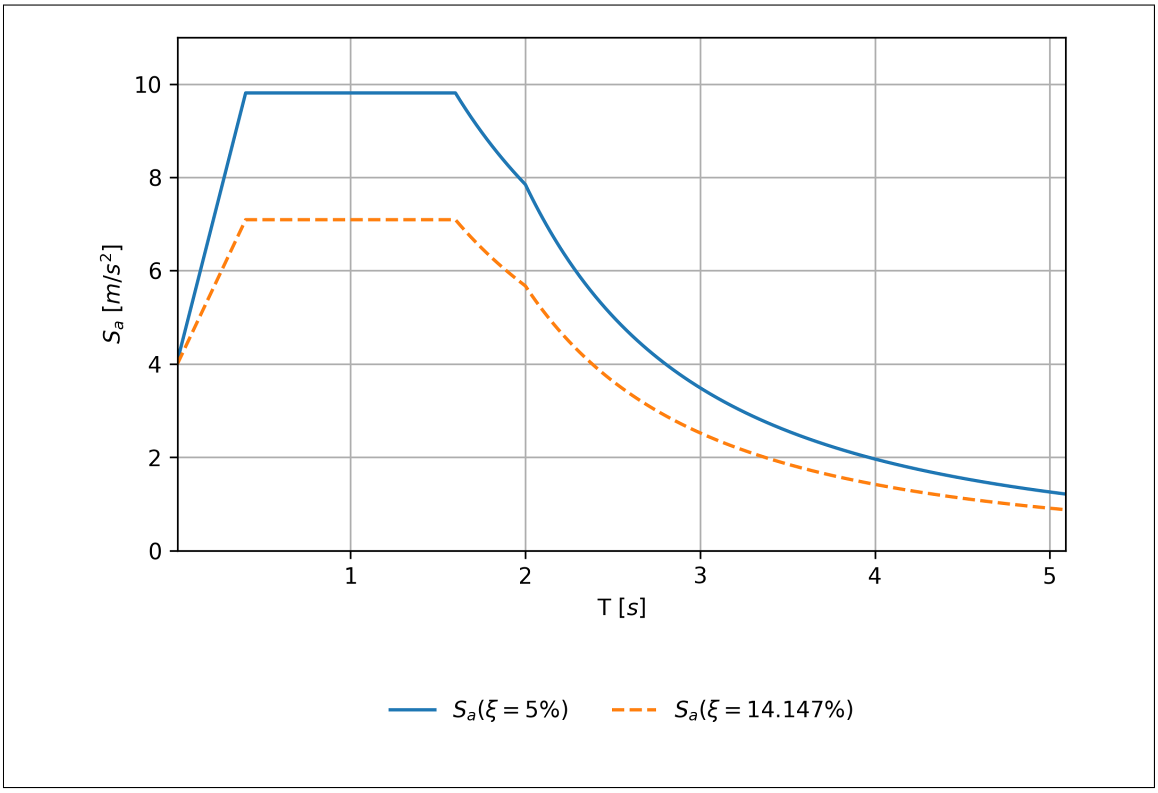


Abbildung 4.1: Antwortspektrum (Beispiel 1)

Die Steifigkeit k_2 ergibt sich aus der effektiven Steifigkeit des Isolators nach Gleichung (2.1)

$$k_2 = k_{eff} = \frac{G}{R} + \mu\frac{G}{D} = \frac{41062kN}{2.5m} + 0.04 \cdot \frac{41062kN}{0.35m} = 21117kN/m$$

Die Dämpfung ξ_1 wird mit 5% angenommen und die effektive Dämpfung des Isolators ξ_2 nach Gleichung (2.2) bestimmt.

$$\xi_2 = \xi_{eff} = \frac{2}{\pi}\frac{\mu R}{(D + \mu R)} = \frac{2}{\pi}\frac{0.04 \cdot 2.5m}{(0.35m + 0.04 \cdot 2.5m)} \approx 0.14147$$

Hier sollen zunächst die Ergebnisse für eine Periode der aufgehenden Struktur von $T = 1s$ betrachtet werden. Daraus ergibt sich eine Steifigkeit k_1 von

$$k_1 = m_1(\frac{2\pi}{T})^2 = 2486.7t \cdot (\frac{2\pi}{1s})^2 = 98170kN/m$$

4.1 Betrachtung als effektiver Einmassenschwinger

Wie in Abschnitt 2.3 erwähnt, kann das System unter der Annahme, dass der Isolator die Eigenform dominiert (Abbildung 2.4), auch als vereinfachter Einmassenschwinger modelliert werden.

Die Eigenperiode beträgt dann

$$\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{21117kN/m}{4106.2t}} \approx 2.267\frac{1}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2.267\frac{1}{s}} \approx 2.77s$$

Für eine Periode von $T = 2.77s$ im Bereich $T_D \leq T$ und unter der Annahme, dass auch die Dämpfung des Isolators dominiert ($\eta = \sqrt{10/(5+14.147)} \approx 0.723$), beträgt die Spektralbeschleunigung

$$\begin{aligned} S_a(T) &= a_g \eta 2.5 \frac{T_C T_D}{T^2} \\ &= 3.924m/s^2 \cdot 0.723 \cdot 2.5 \cdot \frac{1.6s \cdot 2.0s}{(2.77s)^2} \\ &= \underline{\underline{2.958m/s^2}} \end{aligned}$$

4.2 Vereinfachtes Verfahren

Im ersten Schritt wird die Eigenkreisfrequenz des nicht isolierten Bauwerks ω und die Verhältniswerte α und β ermittelt.

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{98170kN/m}{2486.7t}} = 6.2832\frac{1}{s}$$

$$\alpha = \frac{k_2}{k_1} = \frac{21117kN/m}{98170kN/m} = 0.2151 \qquad \beta = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1619.5t}{2486.7t} = 0.65$$

Damit lassen sich die Eigenkreisfrequenzen und Perioden des isolierten Systems bestimmen.

$$\begin{aligned}
\omega_{L,1}^2 &= \frac{1+\alpha+\beta-\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2\beta}\omega^2 \\
&= \frac{1+0.215+0.65-\sqrt{(1+0.215+0.65)^2-4\cdot 0.215\cdot 0.65}}{2\cdot 0.65}\cdot(6.2832\frac{1}{s})^2 \\
&= 4.7504 \Rightarrow \omega_{L,1} = 2.18\frac{1}{s}
\end{aligned}$$

$$T_{L,1} = \frac{2\pi}{\omega_{L,1}} = \frac{2\pi}{2.18\frac{1}{s}} = 2.882s$$

Für die Periode von $T = 2.77s$ im Bereich $T_D \leq T$ und der Dämpfung des Isolators mit $\eta = \sqrt{10/(5+14.147)} \approx 0.723$ beträgt die Spektralbeschleunigung

$$\begin{aligned}
S_a(T) &= a_g\eta 2.5\frac{T_C T_D}{T^2} \\
&= 3.924m/s^2\cdot 0.723\cdot 2.5\cdot\frac{1.6s\cdot 2.0s}{(2.882s)^2} \\
&= 2.733m/s^2
\end{aligned}$$

Um dann die maximale Beschleunigung zu erhalten, wird noch der erste Eigenvektor und Beteiligungsfaktor berücksichtigt.

$$\begin{aligned}
r_1 &= \frac{1+\alpha-\beta+\sqrt{(1+\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}{2} \\
&= \frac{1+0.215-0.65+\sqrt{(1+0.215+0.65)^2-4\cdot 0.215\cdot 0.65}}{2} \\
&= 1.137
\end{aligned}$$

$$\vec{\Phi}_1 = \begin{pmatrix}1/r_1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/1.137\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0.8795\\1\end{pmatrix}$$

$$L_1 = \frac{\vec{\Phi}_1^T M\vec{I}}{\vec{\Phi}_1^T M\vec{\Phi}_1} = \frac{\begin{pmatrix}0.8795 & 1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}1619.5t & 0t\\0t & 2486.7t\end{bmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}0.8795 & 1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}1619.5t & 0t\\0t & 2486.7t\end{bmatrix}\begin{pmatrix}0.8795\\1\end{pmatrix}} = 1.0458$$

$$\ddot{U}_{max} = \vec{\Phi}_1 L_1 S_a(T_{L,1},\xi_{L,1}) = 1.0\cdot 1.0458\cdot 2.733m/s^2 = \underline{\underline{2.858m/s^2}}$$

4.3 Verfahren der Transmissibilität

Zunächst werden die Dämpfungsbeiwerte mit dem Ansatz der Rayleigh-Dämpfung ermittelt. Dafür werden die Eigenkreisfrequenzen des ungedämpften Systems benötigt.

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(k_2 + k_1)m_1 + k_1 m_2 \pm \sqrt{((k_2 + k_1)m_1 + k_1 m_2)^2 - 4m_2 m_1 k_2 k_1}}{2m_2 m_1}$$

mit $(k_2 + k_1)m_1 + k_1 m_2 = (21117 + 98170) \cdot 2486.7 + 98170 \cdot 1619.5 = 455568212.9$ und $4m_2 m_1 k_2 k_1 = 4 \cdot 1619.5 \cdot 2486.7 \cdot 21117 \cdot 98170 = 3.3370719 \cdot 10^{14}$

$$= \frac{455568212.9 \pm \sqrt{((21117 + 98170) \cdot 2486.7 + 98170 \cdot 1619.5)^2 - 3.33.. \cdot 10^{14}}}{2 \cdot 1619.5 \cdot 2486.7}$$

$$\Rightarrow \omega_1 \approx 2.179 \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \omega_2 \approx 10.410 \frac{1}{s}$$

Damit können die normierten Komponenten der Eigenvektoren bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{k_2 + k_1 - m_2 \omega_1^2}{k_1} \\
&= \frac{21117kN/m + 98170kN/m - 1619.5t \cdot (2.179\frac{1}{s})^2}{98170kN/m} \\
&= 1.136
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_2 &= \frac{k_2 + k_1 - m_2 \omega_2^2}{k_1} \\
&= \frac{21117kN/m + 98170kN/m - 1619.5t \cdot (10.410\frac{1}{s})^2}{98170kN/m} \\
&= -0.572
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{11} &= \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_1^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1.136^2}} \approx 0.660 \\
\varphi_{21} &= \varepsilon_1 \varphi_{11} = 1.136 \cdot 0.660 \approx 0.750 \\
\varphi_{12} &= \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_2^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + (-0.572)^2}} \approx 0.867 \\
\varphi_{22} &= \varepsilon_2 \varphi_{12} = -0.572 \cdot 0.867 \approx -0.497
\end{aligned}$$

Die generalisierten Massen und Steifigkeiten sind dann

$$
\begin{aligned}
m_2^* &= \varphi_{11}^2 m_2 + \varphi_{21}^2 m_1 = 0.660^2 \cdot 1619.5t + 0.750^2 \cdot 2486.7t \\
&= 2108.3t
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m_1^* &= \varphi_{12}^2 m_2 + \varphi_{22}^2 m_1 = 0.867^2 \cdot 1619.5t + -0.497^2 \cdot 2486.7t \\
&= 1833.8t
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
k_2^* &= \varphi_{11}^2(k_2 + k_1) - 2\varphi_{21}\varphi_{11}k_1 + \varphi_{21}^2 k_1 \\
&= 0.660^2 \cdot (21117kN/m + 98170kN/m) - 2 \cdot 0.750 \cdot 0.660 \cdot 98170kN/m \\
&\quad + 0.750^2 \cdot 98170kN/m \\
&= 10013.4kN/m
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
k_1^* &= \varphi_{12}^2(k_2 + k_1) - 2\varphi_{22}\varphi_{12}k_1 + \varphi_{22}^2 k_1 \\
&= 0.867^2 \cdot (21117kN/m + 98170kN/m) - 2 \cdot -0.497 \cdot 0.867 \cdot 98170kN/m \\
&\quad + -0.497^2 \cdot 98170kN/m \\
&= 198759.0kN/m
\end{aligned}
$$

und die Eigenkreisfrequenzen der zwei Einmassenschwinger

$$
\begin{aligned}
\omega_1^* &= \sqrt{\frac{k_2^*}{m_2^*}} = \sqrt{\frac{10013.4kN/m}{2108.3t}} \\
&= 2.179\frac{1}{s}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\omega_2^* &= \sqrt{\frac{k_1^*}{m_1^*}} = \sqrt{\frac{198759.0kN/m}{1833.8t}} \\
&= 10.410\frac{1}{s}
\end{aligned}
$$

Damit ergeben sich die Dämpfungsbeiwerte der Rayleigh-Dämpfung in der Modalform

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{2\omega_1^*\omega_2^*(\xi_2\omega_2^* - \xi_1\omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}} \\ &= \frac{2 \cdot 2.179\frac{1}{s} \cdot 10.410\frac{1}{s} \cdot (0.14147 \cdot 10.410\frac{1}{s} - 0.05 \cdot 2.179\frac{1}{s})}{(10.410\frac{1}{s})^2 - (2.179\frac{1}{s})^2} \\ &\approx 0.597\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{2(\xi_1\omega_2^* - \xi_2\omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}} \\ &= \frac{2 \cdot (0.05 \cdot 10.410\frac{1}{s} - 0.14147 \cdot 2.179\frac{1}{s})}{(10.410\frac{1}{s})^2 - (2.179\frac{1}{s})^2} \\ &\approx 0.004\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_1^* &= \alpha m_1^* + \beta k_1^* = 0.597 \cdot 1833.8t + 0.004 \cdot 198759.0kN/m \\ &\approx 1909.1 \\ c_2^* &= \alpha m_2^* + \beta k_2^* = 0.597 \cdot 1833.8t + 0.004 \cdot 10013.4kN/m \\ &\approx 1300.0\end{aligned}$$

durch Rücktransformation in die Normalform werden die Komponenten der Dämpfungsmatrix C

$$\begin{aligned}C &= \vec{\Phi}^{-T} C^* \vec{\Phi}^{-1} \\ &\Rightarrow c_1 = 867538.6 \\ &\Rightarrow c_2 = 334635.2\end{aligned}$$

und die Eigenfrequenz der ersten, durch den Isolator gesteuerten, Eigenform

$$\begin{aligned}\omega_{1d} &= \omega_1\sqrt{1 - \xi_2^2} = 2.179\frac{1}{s} \cdot \sqrt{1 - 0.14147^2} \\ &\approx 2.157\frac{1}{s} \\ T_1 &= \frac{2\pi}{\omega_{1d}} = \frac{2\pi}{2.157\frac{1}{s}} \\ &\approx 2.912s\end{aligned}$$

Mit der Periode lässt sich bereits S_a aus dem Antwortspektrum (mit $\eta = 1$) ermitteln.

$$
\begin{aligned}
S_a(T) &= a_g \eta 2.5 \frac{T_C T_D}{T^2} \\
&= 3.924 m/s^2 \cdot 2.5 \cdot \frac{1.6s \cdot 2.0s}{(2.912s)^2} \\
&= 3.702 m/s^2
\end{aligned}
$$

Die Transmissibilität kann nun mit den Dämpfungsbeiwerten der Rayleigh-Dämpfung bestimmt werden. Dazu werden zuerst die drei komplexwertigen Transmissionskoeffizienten (mit $\omega = \omega_{1d}$) berechnet.

$$
\begin{aligned}
X_1 = \frac{\omega^2 m_1^*}{k_1^* + i\omega c_1^*} &= \frac{(2.157\frac{1}{s})^2 \cdot 1833.8t}{198759.0kN/m + i \cdot 2.157\frac{1}{s} \cdot 867538.6} \\
&\approx 0.0003 - 0.006i
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X_2 = \frac{\omega^2 m_2^*}{k_2^* + i\omega c_2^*} &= \frac{(2.157\frac{1}{s})^2 \cdot 2108.3t}{10019.4kN/m + i \cdot 2.157\frac{1}{s} \cdot 334635.2} \\
&\approx 0.0003 - 0.010i
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X_{12} = \frac{\omega^2 m_1^*}{k_2^* + i\omega c_2^*} &= \frac{(2.157\frac{1}{s})^2 \cdot 1833.8t}{10019.4kN/m + i \cdot 2.157\frac{1}{s} \cdot 334635.2} \\
&\approx 0.0004 - 0.016i
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
VT &= \left| \frac{1}{(1 - X_1)(1 - X_2) - X_{12}} \right| \\
&= \left| \frac{1}{(1 - (0.0003 - 0.006i)) \cdot (1 - (0.0003 - 0.010i)) - (0.0004 - 0.016i)} \right| \\
&\approx 1.0006
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_{a,isoliert} &= S_a \cdot VT = 3.702 m/s^2 \cdot 1.0006 \\
&= \underline{\underline{3.704 m/s^2}}
\end{aligned}
$$

4.4 Vergleich der Ergebnisse

Einmassenschwinger	Vereinfacht	Transmissibilität
2.958 m/s^2	2.858 m/s^2	3.704 m/s^2

Tabelle 4.1: Vergleich der Beschleunigungen aus den drei Ansätzen (Beispiel 1)

Es zeigt sich, dass jeder Ansatz leicht andere Werte liefert. Die Streuung beträgt $\approx 22\%$. Um einen besseren Einblick zu erhalten, sollen die gesamten Spektren betrachtet werden. Dafür wird k_1 in Abhängigkeit von der Periode T variiert. Die Spektren sind in Abbildung 4.3 dargestellt und zeigen, dass im interessanten Bereich der Perioden niedriger als die des Isolators eine Isolation grundlegend abgebildet werden konnte.

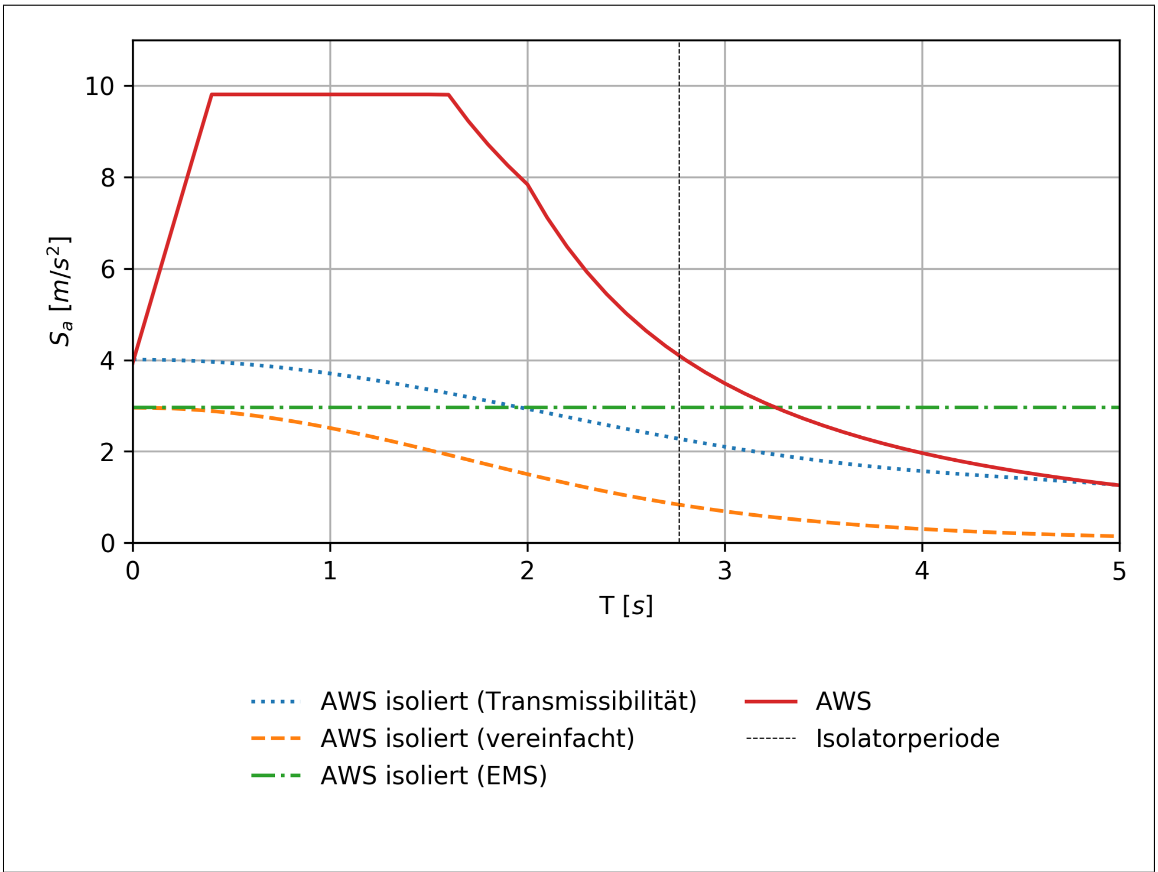


Abbildung 4.2: Isolationsspektren der drei Ansätze (Beispiel 1)

Wie zu erwarten war, ist die Modellierung als effektiver Einmassenschwinger nur eine Näherung. Die Ergebnisse über die Transmissibilität liefern durchweg größere Beschleunigungen als der vereinfachte Ansatz, wobei diese Differenz in der Nähe der Isolatorperiode sich stärker ausprägt. Auch ist anzumerken, dass die Isolationsspektren geglättet sind, da sie aus dem ebenfalls bereits geglätteten Antwortspektrum berechnet wurden.

4.5 Vergleich mit den Ergebnissen einer Zeitschrittberechnung

Um auch einen Vergleich mit den numerisch ermittelten Werten aus [9] zu machen, wurde das Beispiel in Kapitel 11.3 untersucht. Mit den angegebenen Massen und der Isolatorsteifigkeit stimmt jedoch die Periode des Isolators, die mit $T = 2.251s$ angeben wurde, nicht überein.

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\sqrt{(k_2/(m_2+m_1))}} \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{(32000/(2846.7t+1619.5t)}} \\ &= 2.347s \neq 2.251s \end{aligned}$$

Die Vermutung liegt nahe, dass für m_1 die Masse aus dem vorrangegangenen Beispiel in den Berechnungen verwendet wurde und es sich in den Angaben um einen „Zahlendreher“ handelt.

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\sqrt{(32000/(2486.7t+1619.5t)}} \\ &= 2.251s = 2.251s \end{aligned}$$

Mit dieser bestätigten Vermutung wird weiterhin mit $m_1 = 2486.7t$ gerechnet. Aus der angebenen Steifigkeit für den Isolator von $k_2 = 32000kN/m$ lässt sich der verwendete Radius und das Dämpfungsmaß bestimmen.

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{G}{R} + \mu\frac{G}{D} \\ &= \frac{41062kN}{R} + 0.05\cdot\frac{41062kN}{0.325m} = 32000kN/m \Rightarrow R \approx 1.599m \end{aligned}$$

$$\xi_2 = \xi_{eff} = \frac{2}{\pi}\frac{\mu R}{(D+\mu R)} = \frac{2}{\pi}\frac{0.05\cdot 1.599m}{(0.325m + 0.05\cdot 1.599m)} \approx 0.1257$$

$$\begin{aligned} D &= 0.325 \text{ m} \\ \mu &= 0.05 \\ m_1 &= 2486.7 \text{ t} \\ m_2 &= 1619.5 \text{ t} \\ k_2 &= 32000 \text{ kN/m} \\ R &= 1.599 \text{ m} \end{aligned}$$

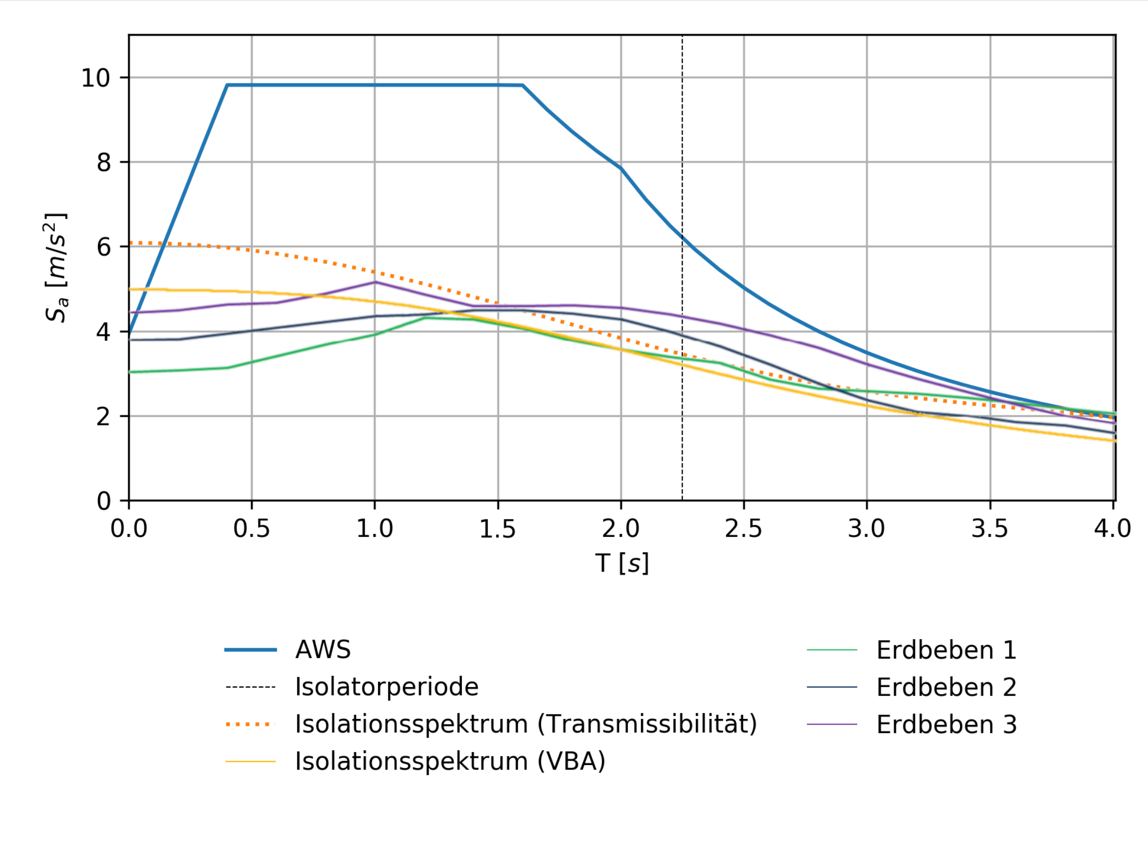


Abbildung 4.3: Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität (Beispiel 2)

Hier wird deutlich, dass der vereinfachte Ansatz auf der unsicheren Seite liegt. Bei dem Ansatz der Transmissibilität liegt die Vermutung nahe, dass die Bestimmung der Beschleunigung am gedämpften Antwortspektrum eine doppelte Berücksichtigung der Dämpfung zufolge hatte, da diese bereits in den Transmissibilitätskoeffizienten erfasst wurde. Eine Anpassung (Abbildung 4.6) mit $\eta = \sqrt{10/(5+0)} = 1.4142$ zeigt, dass das Isolationsspektrum nun eine Einhüllende darstellt, allerdings auch deutlich zu große Werte ergibt.

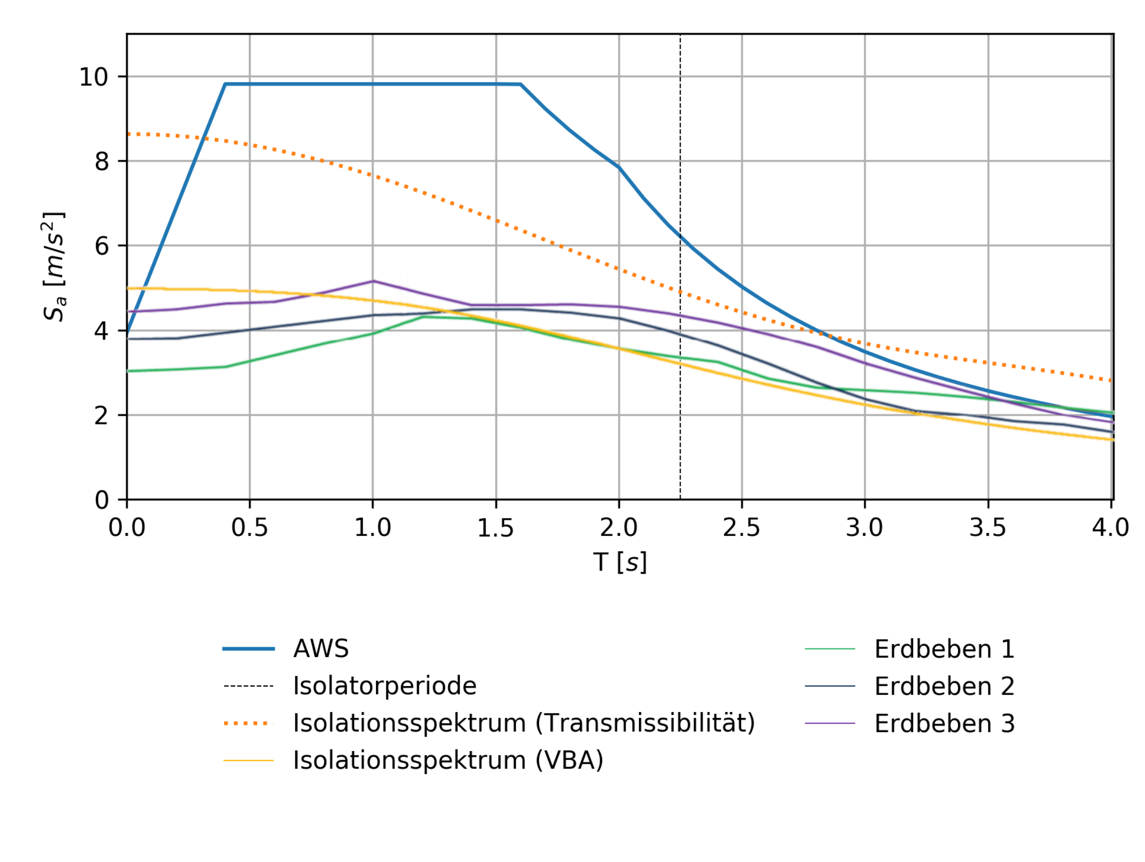


Abbildung 4.4: Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität ($\eta = 1.4142$) (Beispiel 2)

4.6 Korrekturansätze

In [9] wurden verschiedene Ansätze untersucht, das Isolationsspektrum nach oben zu korrigieren. Auch bei dem Ansatz der Transmissibilität könnte man nun versuchen, die Werte nach unten zu korrigieren. Betrachtet man die Transmissionskoeffizienten (Gleichung (3.22)), so lässt sich erkennen, dass die Dämpfung auch eine Koppelung darstellt.

Unter der Annahme, dass die Eigenformen von dem weichen Isolator dominiert werden, soll eine grobe Näherung untersucht werden, nach der die Dämpfungsbeiwerte der beiden Systeme getrennt voneinander bestimmt werden.

$$c_1 = 2\xi_1\sqrt{k_1 m_1}$$
$$c_2 = 2\xi_2\sqrt{k_2 m_2}$$

Die Berechnung der Transmissibilität erfolgt dann am nicht transformierten System.

$$VT(m_2, k_2, c_2, m_1, k_1, c_1)$$

Einmassenschwinger	Vereinfacht	Transmissibilität
2.958 m/s^2	2.858 m/s^2	3.525 m/s^2

Tabelle 4.2: Vergleich der Beschleunigungen aus den drei Ansätzen mit Korrektur (Beispiel 1)

Die Werte aus dem ersten Beispiel liegen nun deutlich näher zusammen.

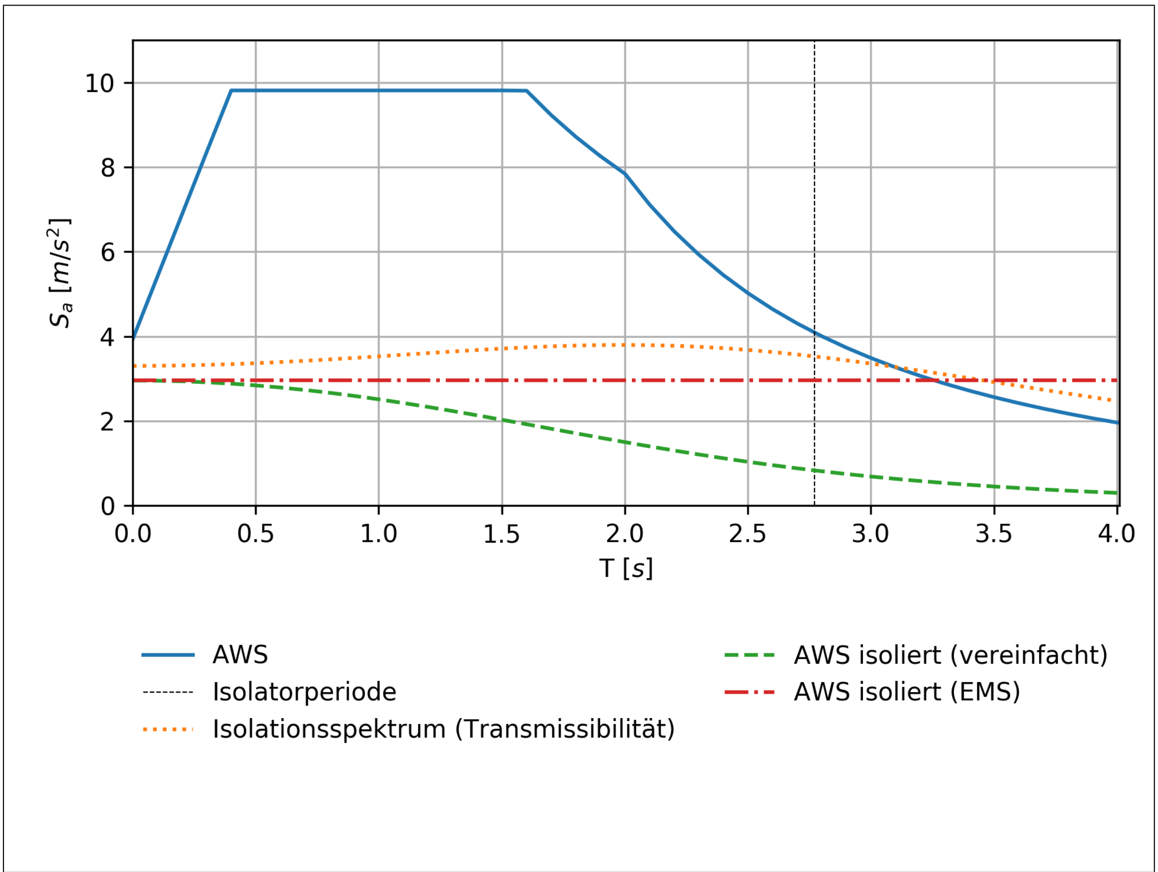


Abbildung 4.5: Isolationsspektren der drei Ansätze (Beispiel 1)

Im zweiten Beispiel kann anhand des Vergleiches der numerischen Werte auch festgestellt werden, dass der qualitative Verlauf besser abgebildet werden konnte.

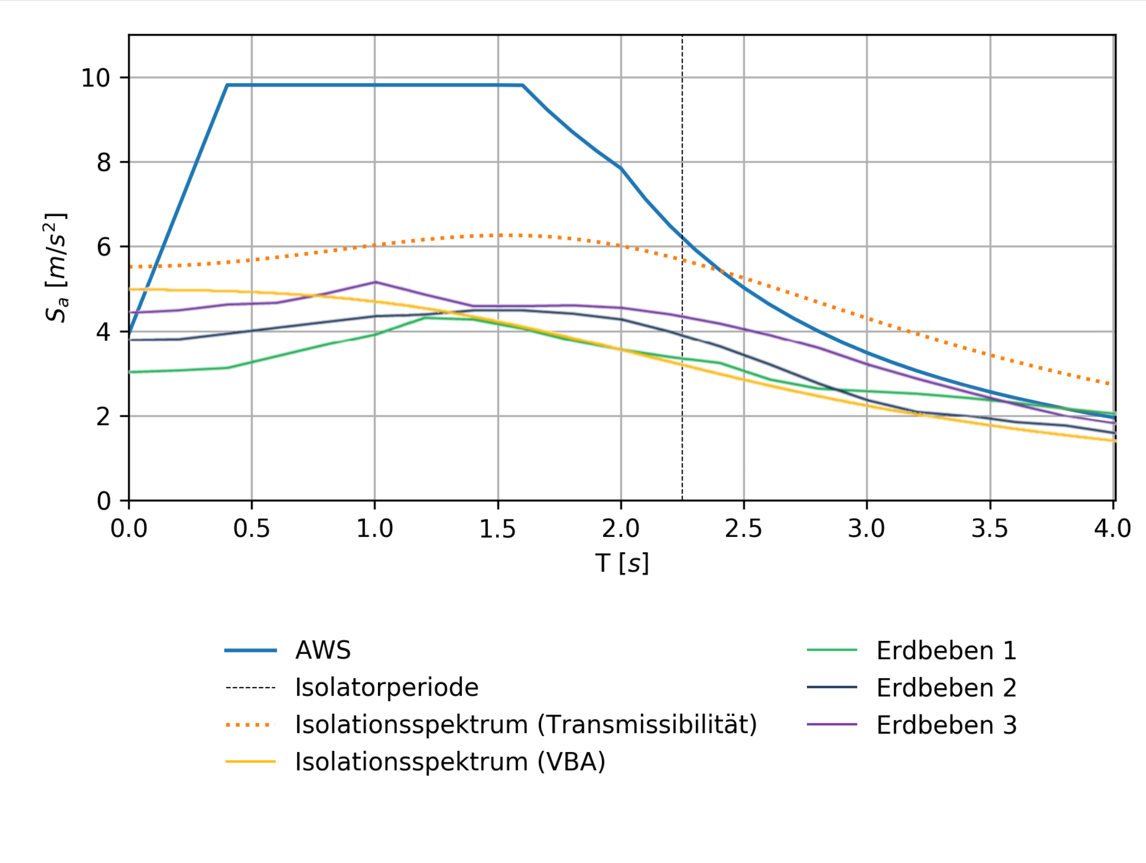


Abbildung 4.6: Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität (Beispiel 2)

Kapitel 5

Modalanalyse mit EDV

Besonders interessant wäre es gewesen die Ergebnisse einer Modalanalyse, mit denen aus einer Zeitschrittberechnung zu vergleichen. Leider konnte aber das Modell mit den Angaben aus Kapitel 13 [9] nicht nachgestellt werden. Das grundlegende Vorgehen und die Ergebnisse können aber bereits entnommen werden.

Daher wird hier eine Modalanalyse mit zwei Isolationsspektren in dem Programm *RStab* durchgeführt und die Ergebnisse verglichen. Denn das letztendliche Ziel soll es sein, die erzeugten Isolationsspektren in einer computergestützten Modalanalyse zur Vordimensionierung zu verwenden.

5.1 Beispielgebäude

Das Gebäude wurde als Mehrmassenschwinger vereinfacht modelliert. Der Fußpunkt wird dabei fest eingespannt und die Knoten der Stockwerke als nur seitlich verschieblich modelliert. Die Steifigkeiten der Stäbe betragen je

$$
\begin{aligned}
EI_z = EI_y &= 32kN/m^2 \cdot 1238690.27m^4 \\
&= 39638088.6kNm^2
\end{aligned}
$$

und die Höhen und Massen der Stockwerke

-	Masse [t]	Höhe [m]
4. OG	466.0	3.20
3. OG	505.2	3.30
2. OG	505.2	3.30
1. OG	505.2	3.30
EG	505.2	3.30
Σ	2456.8	16.4

Die Parameter des Isolators zur Erzeugung der Isolationsspektren wurden wie folgt gewählt.

$$
\begin{aligned}
D &= 0.325 \text{ m} \\
\mu &= 0.05 \\
m_1 &= 2486.7 \text{ t} \\
m_2 &= 1619.5 \text{ t} \\
k_2 &= 32000 \text{ kN/m} \\
R &= 1.599 \text{ m}
\end{aligned}
$$

Daraus ergeben sich die Antwortspektren wie in Abbildung 4.6.

5.2 Berechnung mit RStab

In *RStab* wurden die Perioden und Beschleunigungen direkt eingegeben, um ein benutzerdefiniertes Antwortspektrum zu erzeugen.

$T[s]$	S_a Transmissibilität $[m/s^2]$	S_a Vereinfacht $[m/s^2]$
0.01	5.6067	5.124
0.20	5.6346	5.083
0.40	5.7126	5.010
0.60	5.8303	4.945
0.80	5.9736	4.839
1.00	6.1238	4.714
1.20	6.2564	4.550
1.40	6.3435	4.396
1.60	6.3582	4.200
1.80	6.2816	3.972
2.00	6.1083	3.761
2.20	5.8472	3.475
2.40	5.5186	3.216
2.60	5.1478	2.894
2.80	4.7590	2.550
3.00	4.3719	2.280
3.20	4.0003	2.110
3.40	3.6527	1.892
3.60	3.3332	1.701
3.80	3.0429	1.457
4.00	2.7812	1.301

Tabelle 5.1: Spektralbeschleunigungen der Isolationsspektren

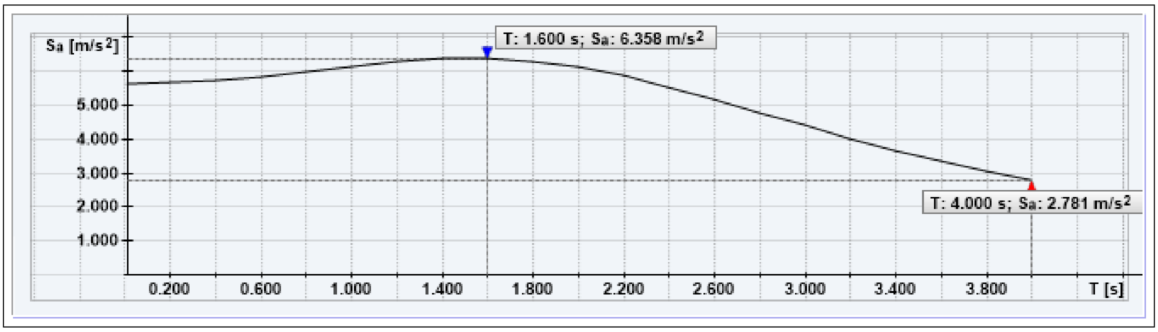


Abbildung 5.1: Isolationsspektrum nach Ansatz der Transmissibilität in *RStab*

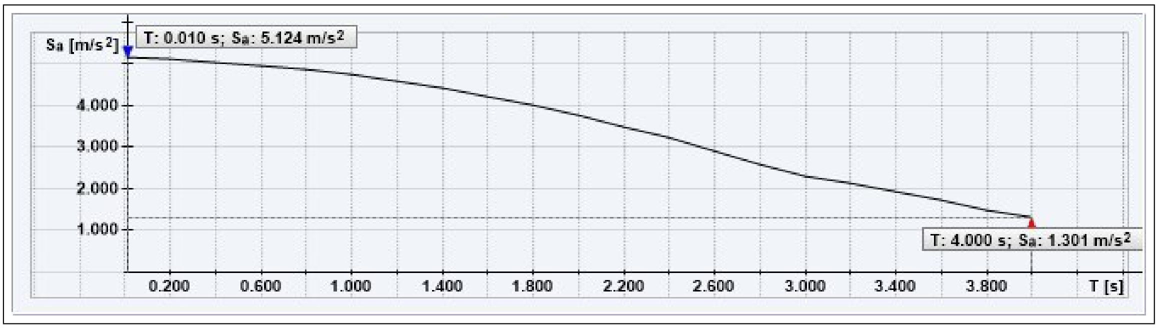


Abbildung 5.2: Isolationsspektrum nach vereinfachtem Ansatz in *RStab*

Mit dem Zusatzmodul *DYNAM Pro* wurden dann Ersatzlasten in Höhe der Decken über den jeweiligen Geschossen generiert.

–	S_a Transmissibilität $[kN]$	S_a Vereinfacht $[kN]$
4. OG	4039.2	3007.0
3. OG	3175.4	2363.9
2. OG	1998.2	1487.6
1. OG	986.8	734.6
EG	272.5	202.6

Tabelle 5.2: Ersatzlasten

Kapitel 6

Analyse

6.1 Diskussion der Ergebnisse

Es zeigt sich, dass es grundlegend möglich ist, nur die aufgehende Struktur zu modellieren und anhand der Isolationsspektren eine Modalanalyse durchzuführen. Dabei werden die Parameter des Isolators erfasst, um ein modifiziertes Antwortspektrum zu erzeugen. Es wird aber auch deutlich, dass, wie bereits erwähnt, der vereinfachte Ansatz für Perioden in der Nähe der Isolatorperiode auf der unsicheren Seite und der Ansatz über die Transmissibilität deutlich auf der sicheren Seite liegt.

6.2 Variation des Reibungskoeffizienten μ

Interessant ist die Beobachtung, dass bei Variation des Reibungskoeffizienten (Abbildung 6.1) zu erkennen ist, dass die optimale Isolation von μ abhängig ist und ab einem Grenzwert ein negativer Effekt eintritt.

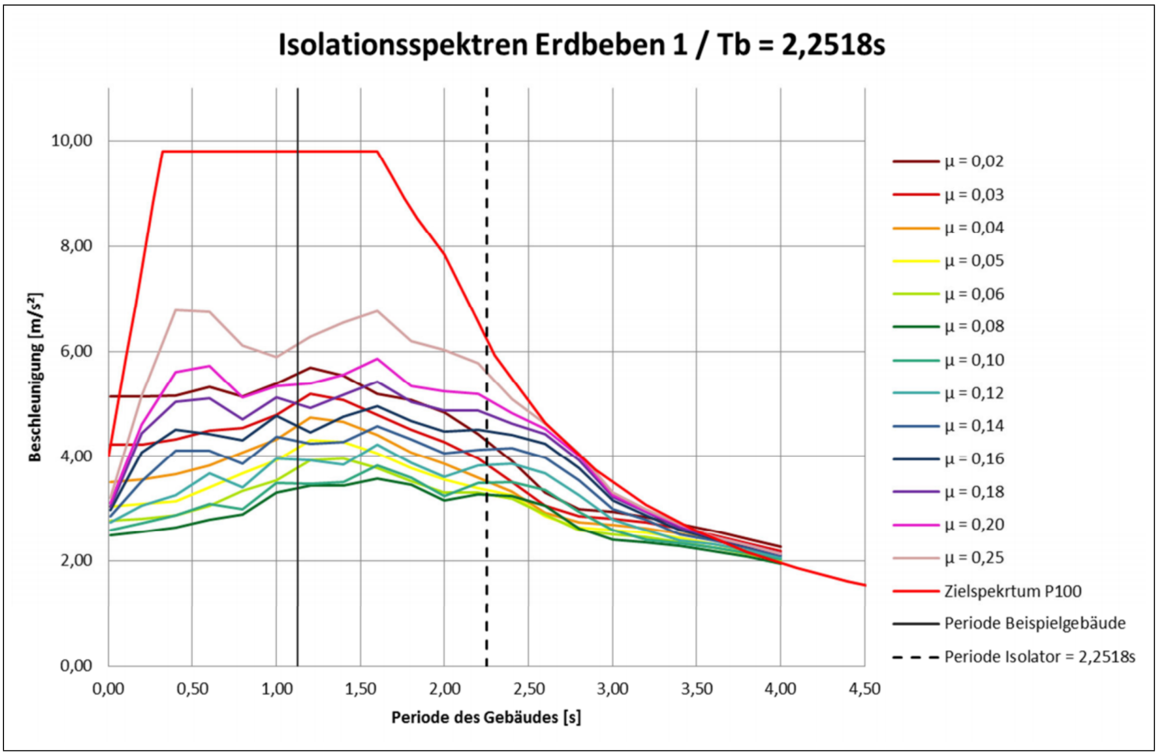


Abbildung 6.1: Bild 10.10: Vergleich der Isolationsspektren des „Erdbeben 1“ bei verschiedenen Reibungskoeffizienten [9]

Dieser Effekt kann mit dem vereinfachten Verfahren und dem über die Transmissibilität nicht abgebildet werden. Das liegt daran, dass bei diesen Verfahren sowohl μ einen direkten linearen Einfluss auf die effektive Steifigkeit (Gleichung (2.1)) und Dämpfung (Gleichung (2.2)) hat, als auch das stochastische Akzelerogramm des Erdbebens über das Antwortspektrum als eine äquivalente harmonische Anregung für $max|\ddot{u} + \ddot{u}_g|$ (Gleichung (1.2)) abgebildet wird.

$$k_{eff} = \frac{G}{R} + \mu \frac{G}{D}$$

$$\xi_{eff} = \frac{2}{\pi} \frac{\mu R}{(D + \mu R)}$$

Er geht also bei der Linearisierung verloren und kann nur von nicht-linearen Berechnungen oder empirischen Korrekturfaktoren abgebildet werden.

6.3 Ansätze für verschiedene Dämpfungskorrekturbeiwerte η

Wie in Abschnitt 4.6 schon erwähnt, wurde in [9] auch eine Korrektur über andere Ansätze für die Bestimmung des Dämpfungskorrekturbeiwertes η untersucht. Der Eurocode 8 sieht dabei folgende Bestimmungsgleichung vor.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}}$$

Betrachtet man aber die Gleichung für den Vergrößerungsfaktor eines Einmassenschwingers

$$\frac{u_{max}}{u_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{(1-(\omega/\omega_1)^2)^2 + (2\xi\omega/\omega_1)^2}} \tag{6.1}$$

so ergibt sich im Resonanzfall für $\omega = \omega_1$, nach Umstellung die Beziehung

$$\eta = \frac{1}{2\xi} \tag{6.2}$$

Für $\mu = 0.05$ und $R = 2m$ zeigt sich aber auch hier, dass die Werte überkorrigiert werden und deutlich zu geringe Beschleunigungen liefern.

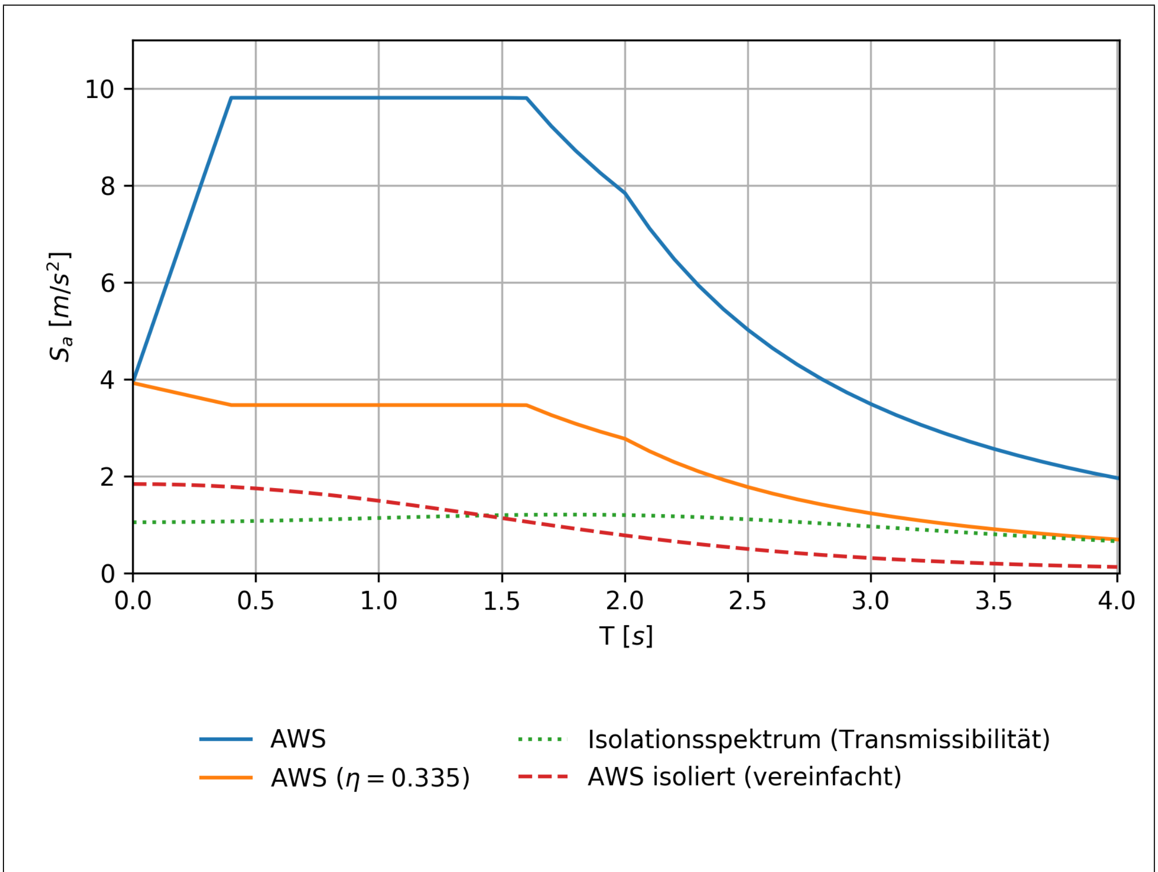


Abbildung 6.2: Antwort- und Isoatlionsspektren für $\eta = 1/(2\xi)$

Nun könnte eine empirische Korrektur vorgenommen werden, die die Ergebnisse aus einer Zeitschrittberechnung mit einfließen lässt. Da diese aber von den Parametern des Bauwerks abhängig sind, wurde an dieser Stelle darauf verzichtet, weil das Ziel sein sollte, Isolationsspektren ohne die Erfordernis einer Zeitschrittberechnung zu erstellen.

Kapitel 7

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein analytisches Modell erstellt, durch welches isolierte Antwortspektren erzeugt werden können, mit denen es möglich ist Modalanalysen an Gebäudemodellen durchzuführen ohne den Isolator im Gebäudemodell zu erfassen. Die isolierten Antwortspektren wurden mit dem hier erarbeiteten Modell aus den Antwortspektren gemäß Eurocode 8 abgeleitet. Dies hat den Vorteil, dass die Antwortspektren nach bereits etablierten Verfahren für den individuellen Gebäudestandort ermittelt werden können. Das Modell erspart dem Anwender ebenfalls die eventuell komplexe Modellierung des Gebäudeisolators, da das Verhalten des Isolators im isolierten Antwortspektrum abgebildet ist. Es ist folglich möglich, Verfahren wie die Modalanalyse oder das vereinfachte Antwortspektrenverfahren unter Verwendung des isolierten Antwortspektrums durchzuführen.

Um das Verhalten eines Isolatortyps im Modell abzubilden, wurden in dieser Arbeit ausschließlich Gleitpendelisolatoren betrachtet. Gute Isolationseigenschaften werden erzielt, wenn die Steifigkeit des Isolators deutlich kleiner ist als die der aufgehenden Struktur und die Masse direkt über dem Isolator möglichst groß ist. Die Rückstell- und Reibungskraft ist bei Gleitpendelisolatoren proportional zu ihrer effektiven Steifigkeit. Die Dämpfung wird in linearer Näherung über die Hystereseschleife und die effektive Steifigkeit berechnet.

Um die Ergebnisse des isolierten Antwortspektrums abschätzen zu können, wurden zunächst Näherungen mithilfe des Modells des effektiven Einmassenschwingers berechnet. Das isolierte Antwortspektrum wurde dabei zunächst mit einem vereinfachten Verfahren berechnet. Dieses Verfahren lieferte jedoch Werte auf der unsicheren Seite, weshalb ein weiterer Ansatz untersucht wurde. Dieser zweite Ansatz basiert auf der Berechnung der Transmissibilität, um die Übertragung von Schwingungen aus Fußpunktanregungen auf die aufgehende Struktur via des Isolators zu bestimmen. Bei diesem Verfahren ist zudem möglich, unterschiedliche Dämpfungswerte für Struktur und Isolator anzunehmen. Im Verlauf dieser Arbeit wurden daher auch verschiedene Dämpfungsmodelle untersucht.

Die Korrektheit des Ableitungsverfahrens und der Dämpfungsmodelle wurde nachfolgend durch vergleichende Beispielrechnungen verifiziert. Die Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen einer numerischen Zeitschrittberechnung und denen des vereinfachten Verfahrens verglichen. Bei den Vergleichen zeigte sich, dass das Transmisibilitätsverfahren Werte erzeugt, die auf der sicheren Seite liegen und den qualitativen Verlauf der Spektralbeschleunigungen aus den Zeitschrittberechnungen besser abbilden konnte.

Mit einer Modalanalyse wurde weiterhin gezeigt, dass das isolierte Antwortspektrum dazu verwendet werden kann, das Verhalten des Isolators abzubilden, ohne dass dieser in dem Gebäudemodell vorhanden sein muss. Es wurden so statische Ersatzlasten berechnet, mithilfe derer das Gebäude auf Erdbebensicherheit ausgelegt werden kann, ohne dass der Isolator aufwendig in das Gebäudemodell integriert werden muss.

7.1 Aussicht

Es hat sich gezeigt, dass mit Korrekturfaktoren die Ergebnisse noch deutlich verbessert werden könnten.

Bei den Isolatorparametern muss eine maximale Auslenkung angegeben werden. Wie sich in [9] aber gezeigt hat, stellt sich diese nicht immer ein. Die tatsächliche Auslenkung ist auch abhängig von der Einwirkung. Eine Vorgehensweise könnte es nun sein, die Abweichung zwischen maximaler und tatsächlicher Auslenkung über verschiedene Parametersätze und Erdbeben mittels Zeitschrittverfahren zu betrachten und einen empirischen Korrekturfaktor zu finden.

Bei der Betrachtung verschiedener Modelle für die Dämpfungskorrektur η am Antwortspektrum wurde deutlich, dass auch hier optimiert werden könnte. Ebenfalls wurde in [9] ein realistischerer Dämpfungskorrekturbeiwert als Mittelwert über die Ergebnisse der Zeitschrittberechnung bestimmt. Auch hier wäre es denkbar zu untersuchen, ob es möglich ist, eine Beziehung zu finden, mit der sich der Dämpfungskorrekturbeiwert anpassen ließe.

7.2 Excel Tabelle zur Berechnung von Isolationsspektren

Die Berechnung des Isolationsspektrums über die Transmissibilität wurde im Rahmen dieser Arbeit mit dem Ansatz aus Abschnitt 4.6 in einer *Excel* Tabelle implementiert.

So kann nach Eingabe der Parameter

$$
\begin{aligned}
T_B &= \text{Eckperiode } [s] \\
T_C &= \text{Eckperiode } [s] \\
T_D &= \text{Eckperiode } [s] \\
S &= \text{Bodenparameter } [-] \\
a_g &= \text{Bodenbeschleunigung } [m/s^2]
\end{aligned}
$$

das Antwortspektrum (für 5% Dämpfung, $\eta = 1.0$) ermittelt und graphisch dargestellt werden. Mit der Angabe der beschreibenden Werte des Isolators

$D \quad = \text{Auslenkung } [m]$

$R \quad = \text{Radius der Gleitfläche } [m]$

$\mu \quad = \text{Reibungskoeffizient } [-]$

wird dessen effektive Dämpfung ξ_2, Steifigkeit k_2 und Periode T_2 berechnet. Es fehlen noch die Werte des Bauwerks

$m_1 \quad = \text{Masse der aufgehenden Struktur } [t]$

$m_2 \quad = \text{Masse direkt über dem Isolator } [t]$

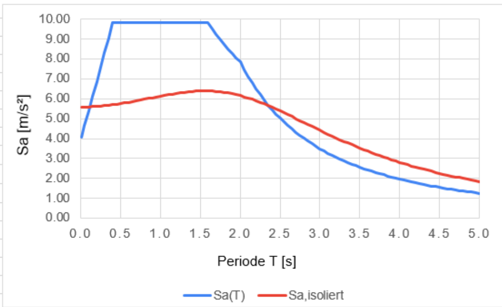
$\xi_1 \quad = \text{Dämpfung der aufgehenden Struktur } [-]$

und das Isolationsspektrum wird ausgegeben und graphisch dargestellt.

Antwortspektrum		
Eckperioden		
TB	0.4	s
TC	1.6	s
TD	2	s
Bodenparameter		
S	1	-
Bodenbeschleunigung		
ag	3.924	m/s²

Isolator		
Maximale Auslenkung		
D	0.325	m
Radius der Gleitfläche		
R	1.599	m
Reibungskoeffizient		
μ	0.05	-
Steifigkeit		
k2	31997.0	kN/m
Dämpfung		
ξ2	0.1257	-
Periode		
T2	2.251	s

Bauwerk		
Masse der aufgehenden Struktur		
m1	2486.7	t
Masse direkt über den Isolator		
m2	1619.5	t
Dämpfung der aufgehenden Struktur		
ξ1	0.05	-



T [s]	ω	Sa(T)	Sa,isoliert
0.01	628.32	4.07	5.591542237
0.05	125.66	4.66	5.593346262
0.10	62.83	5.40	5.598893223
0.15	41.89	6.13	5.607968259
0.20	31.42	6.87	5.620431501
0.25	25.13	7.60	5.636140061
0.30	20.94	8.34	5.654945947
0.35	17.95	9.07	5.676693954
0.40	15.71	9.81	5.701219547
0.45	13.96	9.81	5.728346742
0.50	12.57	9.81	5.757886005
0.55	11.42	9.81	5.789632212
0.60	10.47	9.81	5.823362691
0.65	9.67	9.81	5.858835417
0.70	8.98	9.81	5.8957874
0.75	8.38	9.81	5.933933345
0.80	7.85	9.81	5.972964664
0.85	7.39	9.81	6.012548914
0.90	6.98	9.81	6.052329757
0.95	6.61	9.81	6.091927529
1.00	6.28	9.81	6.130940494
1.05	5.98	9.81	6.168946864
1.10	5.71	9.81	6.205507637
1.15	5.46	9.81	6.240170277
1.20	5.24	9.81	6.272473256
1.25	5.03	9.81	6.301951401
1.30	4.83	9.81	6.328141984
1.35	4.65	9.81	6.350591434
1.40	4.49	9.81	6.3688625
1.45	4.33	9.81	6.382541677
1.50	4.19	9.81	6.391246644

Abbildung 7.1: Excel Tabelle zur Berechnung von Isolationsspektren

Nomenklatur

Symbol	Einheit	Beschreibung
ω	$1/s$	Kreisfrequenz
T	s	Periode
t	s	Zeit
a	m/s^2	Beschleunigung
S_a	m/s^2	Spektralbeschleunigung
F	kN	Kraft
u	m	Verschiebung
m	t	Masse
M	t	Massenmatrix
k	kN/m	Steifigkeit
K	kN/m	Steifigkeitsmatrix
E	kN/m^2	Elastizitätsmodul
I	m^4	Flächenmoment 2. Grades
ξ	$-$	Dämpfungsgrad
c	$\frac{kN}{m/s}$	Dämpfungskoeffizient
C	$\frac{kN}{m/s}$	Dämpfungsmatrix
η	$-$	Dämpfungs-Korrekturbeiwert
P	$-$	Wahrscheinlichkeit
γ_1	$-$	Bedeutungsbeiwert
G	t, kN	Vertikalkraft (Eigengewicht)
D	m	Auslenkung
R	m	Radius
θ	$^\circ$	Winkel
μ	$-$	Reibungskoeffizient
$\vec{\Phi}$	$-$	Eigenvektor
φ	$-$	Eigenvektorkomponente
L	$-$	Beteiligunsfaktor
$\vec{I}$	$-$	Einheitsvektor
VT	$-$	Transmissibilität

Abbildungsverzeichnis

1.1 Schematische Darstellung der Dynamik von Lithosphärenplatten: Divergenz an Mittelozeanischen Rücken und Konvergenz an Subduktionszonen - [Gunnar Ries] 5
1.2 Bemessungsspektrum 7
1.3 Bemessungsspektrum Modalanalyse 8
1.4 Eigenschwingungsformen eines Dreimassensystems [12] 9
1.5 Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung 11
1.6 Elastisches Antwortspektrum 14

2.1 Gleitpendelisolator [Maurer SE (maurer.eu)] 16
2.2 Bauform der Iolatoren (a) und Dämpfer (b) der Großen Moschee von Algerien [3] 16
2.3 Verteilung der Isolatoren (grün) und Dämpfer (rot) im Grundriss [3] . 17
2.4 Verteilung der Verschiebungen an einem isolierten System [13] 18
2.5 Schematischer Aufbau des Gleitpendellagers im zentriertem sowie im ausgelenkten Zustand [15] 19
2.6 Hysterese-Zyklus [HDR Engineering Inc.] 20

3.1 Voigt-Kelvin-Modell 21
3.2 Trennung des Systems in Filter und Antwortspektrum 22

4.1 Antwortspektrum (Beispiel 1) 30
4.2 Isolationsspektren der drei Ansätze (Beispiel 1) 37
4.3 Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität (Beispiel 2) 39
4.4 Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität ($\eta = 1.4142$) (Beispiel 2) 40
4.5 Isolationsspektren der drei Ansätze (Beispiel 1) 41
4.6 Vergleich der Isolationsspektren aus Zeitschrittberechnung [9], vereinfachten Ansatz und Ansatz der Transmissibilität (Beispiel 2) 42

5.1 Isolationsspektrum nach Ansatz der Transmissibilität in *RStab* 46
5.2 Isolationsspektrum nach vereinfachtem Ansatz in *RStab* 46

6.1 Bild 10.10: Vergleich der Isolationsspektren des „Erdbeben 1“ bei verschiedenen Reibungskoeffizienten [9] 48
6.2 Antwort- und Isoatlionsspektren für $\eta = 1/(2\xi)$ 49

7.1 Excel Tabelle zur Berechnung von Isolationsspektren 53

Literatur

[1] Schweizerischer Erdbebendienst (SED). *Ursache von Erdbeben.* 2014. URL: `https://web.archive.org/web/20141228103510/http://www.seismo.ethz.ch/eq_swiss/Ursache_Erdbeben/index` (besucht am 28. 12. 2014).

[2] Sondipon Adhikari und A. Srikantha Phani. *Rayleigh's Classical Damping Revisited.*

[3] Jan Akkermann und Alexander Hewener. "Seismische Isolierung des Gebetssaals der Großen Moschee von Algerien". In: *Beton- und Stahlbetonbau* 110.2 (2015).

[4] Prof. Dr. Dr.h.c. Hugo Bachmann. *Erdbebensicherung von Bauwerken.* 2. Aufl. Birkhäuser Basel, 2002. ISBN: 978-3-0348-9455-5, 978-3-0348-8143-2.

[5] Indrajit Chowdhury und Shambhu Dasgupta. "Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems". In: *Int. J. Space Struct.* 43 (Jan. 2003), S. 6855–6868.

[6] James Daniell. "Bilanz von Naturkatastrophen seit 1900: acht Millionen Tote, sieben Billionen Dollar Schaden". In: *KIT-Zentrum Klima und Umwelt - Presseinformation* 058 (2016).

[7] *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten; Deutsche Fassung EN 1998-1:2004 + AC:2009.* 2010.

[8] Peter Huber und Dr. Renzo Medeot. "The Sliding Isolation Pendulum for seismic Protection of Buildings". In: *WIT Transactions on the Built Environment* 98 (2008).

[9] Marco Isenmann. "Übertragungsverfahren für Erdbebenbemessungsspektren zur Vordimensionierung seismisch isolierter Bauwerke". Magisterarb. Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft, 2014.

[10] James M. Kelly. "The Theory and Development of Seismic Isolation and its Implementation". In: *Proceedings of Paraseismic Work Days* (2009).

[11] Helmut Kramer. *Angewandte Baudynamik. Grundlagen und Beispiele für Studium und Praxis.* 2. Aufl. Ernst & Sohn, 2013. ISBN: 978-3433030288.

[12] Adrian Pocanschi und Marios C. Phocas. *Kräfte in Bewegung. Die Techniken des erdbebensicheren Bauens.* 1. Aufl. Teubner, 2003. ISBN: 3-3519-00429-1.

[13] Farzad Naeim und James M. Jelly. *Design Of Seismic Isolated Structures. From Theory to Practice.* John Wiley & Sons, Inc., 1999. ISBN: 9780471149217.

[14] Robert Reitherman. "International Aspects of the History of Earthquake Engineering". In: *EERI Earthquake Engineering Research Institute* (2008).

[15] Norbert Romen. "Zum Rückstellverhalten von Gleitpendellagern unter seismischer Einwirkung". Diss. Universitat der Bundeswehr München, 2017.

[16] Andrew W. Taylor und Takeru Igusa. *Primer on Seismic Isolation.* American Society of Civil Engineers, 2004.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Master-Thesis ohne Hilfe Dritter, nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln, angefertigt zu haben. Alle Stellen, die den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden.

Arne Rick
4. März 2020, Karlsruhe

STATISCHE BERECHNUNG

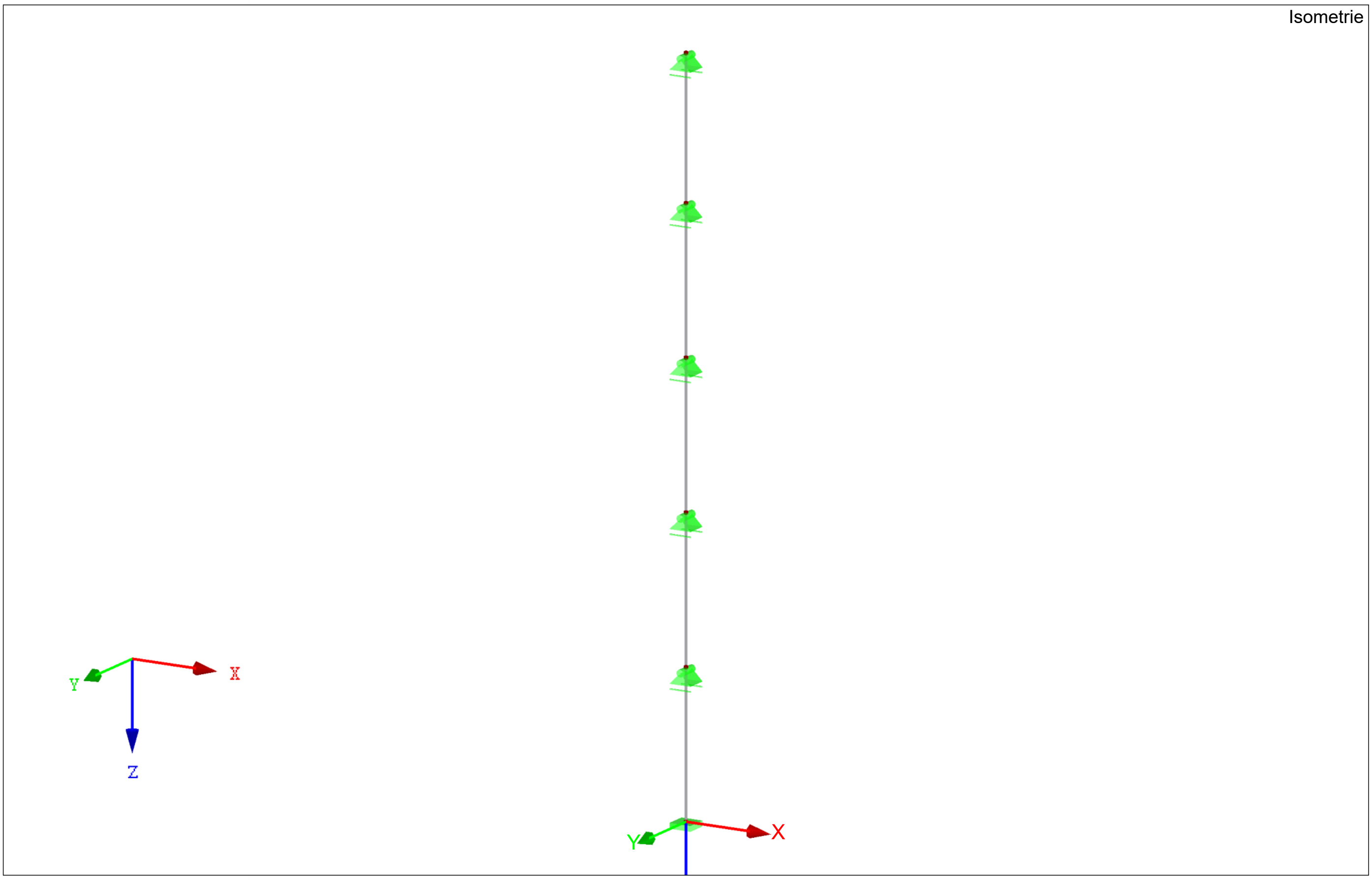
BAUVORHABEN

Beispielgebäude

BAUHERR

ERSTELLER

Arne Rick



Hochschule Karlsruhe FB Bauingenieurwesen
Moltkestraße 30, 76133 KARLSRUHE
Tel: 0721/925-2630 - Fax: 0721/925-2000

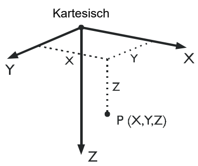
INHALT

	Modell-Basisangaben	2
1	**Modell**	
1.1	Knoten	2
1.7	Stäbe	2
1.7.4	Stäbe - Steifigkeit	2
1.8	Knotenlager	3
2	**Lastfälle und Kombinationen**	
2.1	Lastfälle	3
2.1.1	Lastfälle - Berechnungsparameter	3
2.1.4	- Lastfälle - Parameter für CQC-Regel	3
2.5	Lastkombinationen	3
2.5.2	Lastkombinationen - Berechnungsparameter	4
2.6	Ergebniskombinationen	4
3	**Lasten**	
	LF1 - Massen - 3.1 Knotenlasten - Komponentenweise - Koordinatensystem	4
	LF2 - DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X - 3.1 Knotenlasten - Komponentenweise Koordinatensystem	4
	LF3 - DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X - 3.1 Knotenlasten - Komponentenweise Koordinatensystem	5
	LF4 - DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X - 3.1 Knotenlasten - Komponentenweise Koordinatensystem	5
	LF5 - DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X - 3.1 Knotenlasten - Komponentenweise Koordinatensystem	5

MODELL-BASISANGABEN

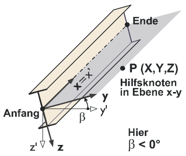
Allgemein	Modellname	:	Beispiel Modalanalyse
	Modelltyp	:	2D-XZ (ux/uz/φy)
	Positive Richtung der globalen Z-Achse	:	Nach unten
	Klassifizierung der Lastfälle und Kombinationen	:	Nach Norm: EN 1990 Nationaler Anhang: DIN - Deutschland
	Kombinationen automatisch erzeugen	:	Lastkombinationen
Optionen	CQC-Regel anwenden		
	CAD/BIM-Modell ermöglichen		
	Erdbeschleunigung		
	g	:	10.00 m/s²

1.1 KNOTEN



Knoten Nr.	Bezugs-Knoten	Koordinaten-System	Knotenkoordinaten X [m]	Z [m]	Kommentar
1	-	Kartesisch	0.000	0.000	
2	-	Kartesisch	0.000	-3.300	
3	-	Kartesisch	0.000	-6.600	
4	-	Kartesisch	0.000	-9.900	
5	-	Kartesisch	0.000	-13.200	
6	-	Kartesisch	0.000	-16.400	

1.7 STÄBE



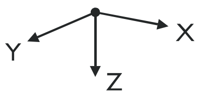
Stab Nr.	Stabtyp	Knoten Anfang	Knoten Ende	Drehung Typ	Drehung β [°]	Querschnitt Anfang	Querschnitt Ende	Gelenk Nr. Anfang	Gelenk Nr. Ende	Exz. Nr.	Teilung Nr.	Länge L [m]	
1	Steifigkeiten	1	2	Winkel	0.00	0	0	-	-	-	-	3.300	Z
2	Steifigkeiten	2	3	Winkel	0.00	0	0	-	-	-	-	3.300	Z
3	Steifigkeiten	4	3	Winkel	0.00	0	0	-	-	-	-	3.300	Z
4	Steifigkeiten	4	5	Winkel	0.00	0	0	-	-	-	-	3.300	Z
5	Steifigkeiten	5	6	Winkel	0.00	0	0	-	-	-	-	3.200	Z

1.7.4 STÄBE - STEIFIGKEIT

Stab Nr.	Parameter				
1	Torsions- und Biegesteifigkeiten:	Torsionsteifigkeit	GI_t =	0.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_y =	39638104.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_z =	0.000	kNm²
	Axiale Steifigkeit und Schubsteifigkeit:	Axiale Stefigkeit	EA =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_y =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_z =	0.000	kN
	Parameter für Eigengewicht:	Spezifisches Gewicht	γ =	0.00	kN/m³
		Querschnittsfläche	A =	0.00	cm²
	Wärmedehnzahl	Wärmedehnung	α =	0.000	1/°C
		Breiten	b =	0.000	mm
		Höhe	h =	0.000	mm
2	Torsions- und Biegesteifigkeiten:	Torsionsteifigkeit	GI_t =	0.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_y =	39638104.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_z =	0.000	kNm²
	Axiale Steifigkeit und Schubsteifigkeit:	Axiale Stefigkeit	EA =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_y =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_z =	0.000	kN
	Parameter für Eigengewicht:	Spezifisches Gewicht	γ =	0.00	kN/m³
		Querschnittsfläche	A =	0.00	cm²
	Wärmedehnzahl	Wärmedehnung	α =	0.000	1/°C
		Breiten	b =	0.000	mm
		Höhe	h =	0.000	mm
3	Torsions- und Biegesteifigkeiten:	Torsionsteifigkeit	GI_t =	0.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_y =	39638104.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_z =	0.000	kNm²
	Axiale Steifigkeit und Schubsteifigkeit:	Axiale Stefigkeit	EA =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_y =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_z =	0.000	kN
	Parameter für Eigengewicht:	Spezifisches Gewicht	γ =	0.00	kN/m³

1.7.4 STÄBE - STEIFIGKEIT

Stab Nr.	Parameter				
		Querschnittsfläche	A =	0.00	cm²
	Wärmedehnzahl	Wärmedehnung	α =	0.000	1/°C
		Breiten	b =	0.000	mm
		Höhe	h =	0.000	mm
4	Torsions- und Biegesteifigkeiten:	Torsionsteifigkeit	GI_t =	0.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_y =	39638104.0 00	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_z =	0.000	kNm²
	Axiale Steifigkeit und Schubsteifigkeit:	Axiale Stefigkeit	EA =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_y =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_z =	0.000	kN
	Parameter für Eigengewicht:	Spezifisches Gewicht	γ =	0.00	kN/m³
		Querschnittsfläche	A =	0.00	cm²
	Wärmedehnzahl	Wärmedehnung	α =	0.000	1/°C
		Breiten	b =	0.000	mm
		Höhe	h =	0.000	mm
5	Torsions- und Biegesteifigkeiten:	Torsionsteifigkeit	GI_t =	0.000	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_y =	39638104.0 00	kNm²
		Biegesteifigkeit	EI_z =	0.000	kNm²
	Axiale Steifigkeit und Schubsteifigkeit:	Axiale Stefigkeit	EA =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_y =	0.000	kN
		Schubsteifigkeit	GA_z =	0.000	kN
	Parameter für Eigengewicht:	Spezifisches Gewicht	γ =	0.00	kN/m³
		Querschnittsfläche	A =	0.00	cm²
	Wärmedehnzahl	Wärmedehnung	α =	0.000	1/°C
		Breiten	b =	0.000	mm
		Höhe	h =	0.000	mm



1.8 KNOTENLAGER

Lager Nr.	Knoten Nr.	Lagerdrehung [um Y	Lagerung bzw. Feder [kN/m] [kNm/rad] $u_{X'}$	$u_{Z'}$	$\varphi_{Y'}$	Kommentar
1	1	0.00	☒	☒	☒	
2	2-6	0.00	■	☒	■	

2.1 LASTFÄLLE

Last-fall	LF-Bezeichnung	EN 1990 | DIN Einwirkungskategorie	Aktiv	Eigengewicht - Faktor in Richtung X	Y	Z
LF1	Massen	Ständig	■			
LF2	DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X	Erdbeben	■			
LF3	DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X	Erdbeben	■			
LF4	DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X	Erdbeben	■			
LF5	DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X	Erdbeben	■			

2.1.1 LASTFÄLLE - BERECHNUNGSPARAMETER

Last-fall	LF-Bezeichnung	Berechnungsparameter		
LF1	Massen	Berechnungstheorie	:	Theorie I. Ordnung (linear)
		Steifigkeitsbeiwerte aktivieren für:	:	Querschnitte (Faktor für J, I_y, I_z, A, A_y, A_z)
			:	Stäbe (Faktor für GJ, EI_y, EI_z, EA, GA_y, GA_z)
LF2	DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X	Berechnungstheorie	:	Theorie I. Ordnung (linear)
LF3	DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X	Berechnungstheorie	:	Theorie I. Ordnung (linear)
LF4	DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X	Berechnungstheorie	:	Theorie I. Ordnung (linear)
LF5	DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X	Berechnungstheorie	:	Theorie I. Ordnung (linear)

2.1.4 - LASTFÄLLE - PARAMETER FÜR CQC-REGEL

Last-fall	LF-Bezeichnung	Kreisfrequenz [rad/s]	Lehrsche Dämpfung [-]
LF2	DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X	5.62	0.049
LF3	DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X	35.72	0.051
LF4	DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X	5.62	0.049
LF5	DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X	35.72	0.051

2.5 LASTKOMBINATIONEN

Last-kombin.	BS	Lastkombination Bezeichnung	Nr.	Faktor	Lastfall	
LK1	GZT	1.35*LF1	1	1.35	LF1	Massen
LK2	G Ch	LF1	1	1.00	LF1	Massen
LK3	G Hä	LF1	1	1.00	LF1	Massen
LK4	G Qs	LF1	1	1.00	LF1	Massen

2.5.2 LASTKOMBINATIONEN - BERECHNUNGSPARAMETER

Last-kombin.	Bezeichnung	Berechnungsparameter		
LK1	1.35*LF1	Berechnungstheorie	:	II. Ordnung (P-Delta)
		Optionen	:	Entlastende Wirkung von Zugkräften berücksichtigen
			:	Schnittgrößen auf das verformte System beziehen für:
				Normalkräfte N
				Querkräfte V_y und V_z
				Momente M_y, M_z und M_T
		Steifigkeitsbeiwerte aktivieren für:	:	Materialien (TeilsicherheitsbeiwertγM)
			:	Querschnitte (Faktor für J, I_y, I_z, A, A_y, A_z)
			:	Stäbe (Faktor für GJ, EI_y, EI_z, EA, GA_y, GA_z)
LK2	LF1	Berechnungstheorie	:	II. Ordnung (P-Delta)
		Optionen	:	Entlastende Wirkung von Zugkräften berücksichtigen
			:	Schnittgrößen auf das verformte System beziehen für:
				Normalkräfte N
				Querkräfte V_y und V_z
				Momente M_y, M_z und M_T
		Steifigkeitsbeiwerte aktivieren für:	:	Materialien (TeilsicherheitsbeiwertγM)
			:	Querschnitte (Faktor für J, I_y, I_z, A, A_y, A_z)
			:	Stäbe (Faktor für GJ, EI_y, EI_z, EA, GA_y, GA_z)
LK3	LF1	Berechnungstheorie	:	II. Ordnung (P-Delta)
		Optionen	:	Entlastende Wirkung von Zugkräften berücksichtigen
			:	Schnittgrößen auf das verformte System beziehen für:
				Normalkräfte N
				Querkräfte V_y und V_z
				Momente M_y, M_z und M_T
		Steifigkeitsbeiwerte aktivieren für:	:	Materialien (TeilsicherheitsbeiwertγM)
			:	Querschnitte (Faktor für J, I_y, I_z, A, A_y, A_z)
			:	Stäbe (Faktor für GJ, EI_y, EI_z, EA, GA_y, GA_z)
LK4	LF1	Berechnungstheorie	:	II. Ordnung (P-Delta)
		Optionen	:	Entlastende Wirkung von Zugkräften berücksichtigen
			:	Schnittgrößen auf das verformte System beziehen für:
				Normalkräfte N
				Querkräfte V_y und V_z
				Momente M_y, M_z und M_T
		Steifigkeitsbeiwerte aktivieren für:	:	Materialien (TeilsicherheitsbeiwertγM)
			:	Querschnitte (Faktor für J, I_y, I_z, A, A_y, A_z)
			:	Stäbe (Faktor für GJ, EI_y, EI_z, EA, GA_y, GA_z)

2.6 ERGEBNISKOMBINATIONEN

Ergebn.-kombin.	Bezeichnung	Belastung
EK1	GZT (STR/GEO) - Ständig / vorübergehend - Gl. 6.10	LK1/s
EK2	GZG - Charakteristisch	LK2/s
EK3	GZG - Häufig	LK3/s
EK4	GZG - Quasi-ständig	LK4/s

LF1
Massen

3.1 KNOTENLASTEN - KOMPONENTENWEISE - KOORDINATENSYSTEM

LF1: Massen

Nr.	An Knoten Nr.	Koordinaten-system	Kraft [kN] P_X / P_U	P_Z / P_W	Moment M_Y / M_V [kNm]
1	2	0 | Globales XYZ	0.000	5052.000	0.000
2	6	0 | Globales XYZ	0.000	4660.000	0.000
3	5	0 | Globales XYZ	0.000	5052.000	0.000
4	4	0 | Globales XYZ	0.000	5052.000	0.000
5	3	0 | Globales XYZ	0.000	5052.000	0.000

LF2
DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X

3.1 KNOTENLASTEN - KOMPONENTENWEISE KOORDINATENSYSTEM

LF2: DLF 1, Eigenform 1, Richtung - X

Nr.	An Knoten Nr.	Koordinaten-system	Kraft [kN] P_X / P_U	P_Z / P_W	Moment M_Y / M_V [kNm]
1	1	0 | Globales XYZ	0.000	0.000	0.000
2	2	0 | Globales XYZ	272.157	0.000	0.000
3	3	0 | Globales XYZ	986.816	0.000	0.000
4	4	0 | Globales XYZ	1998.160	0.000	0.000
5	5	0 | Globales XYZ	3175.360	0.000	0.000
6	6	0 | Globales XYZ	4039.210	0.000	0.000

3.1 KNOTENLASTEN - KOMPONENTENWEISE KOORDINATENSYSTEM

LF3
DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X

LF3: DLF 1, Eigenform 2, Richtung - X

Nr.	An Knoten Nr.	Koordinatensystem	Kraft [kN] P_X / P_U	P_Z / P_W	Moment M_Y / M_V [kNm]
1	1	0 | Globales XYZ	0.000	0.000	0.000
2	2	0 | Globales XYZ	672.689	0.000	0.000
3	3	0 | Globales XYZ	1623.580	0.000	0.000
4	4	0 | Globales XYZ	1647.340	0.000	0.000
5	5	0 | Globales XYZ	397.231	0.000	0.000
6	6	0 | Globales XYZ	-1447.420	0.000	0.000

3.1 KNOTENLASTEN - KOMPONENTENWEISE KOORDINATENSYSTEM

LF4
DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X

LF4: DLF 2, Eigenform 1, Richtung - X

Nr.	An Knoten Nr.	Koordinatensystem	Kraft [kN] P_X / P_U	P_Z / P_W	Moment M_Y / M_V [kNm]
1	1	0 | Globales XYZ	0.000	0.000	0.000
2	2	0 | Globales XYZ	202.610	0.000	0.000
3	3	0 | Globales XYZ	734.646	0.000	0.000
4	4	0 | Globales XYZ	1487.560	0.000	0.000
5	5	0 | Globales XYZ	2363.930	0.000	0.000
6	6	0 | Globales XYZ	3007.040	0.000	0.000

3.1 KNOTENLASTEN - KOMPONENTENWEISE KOORDINATENSYSTEM

LF5
DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X

LF5: DLF 2, Eigenform 2, Richtung - X

Nr.	An Knoten Nr.	Koordinatensystem	Kraft [kN] P_X / P_U	P_Z / P_W	Moment M_Y / M_V [kNm]
1	1	0 | Globales XYZ	0.000	0.000	0.000
2	2	0 | Globales XYZ	607.835	0.000	0.000
3	3	0 | Globales XYZ	1467.050	0.000	0.000
4	4	0 | Globales XYZ	1488.520	0.000	0.000
5	5	0 | Globales XYZ	358.934	0.000	0.000
6	6	0 | Globales XYZ	-1307.880	0.000	0.000