Erzeugung Modifizierter Antwortspektren zur Vordimensionierung von Seismisch Isolierten Bauwerken

Hochschule Karlsruhe
Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Arne Rick

25. Februar 2020, Karlsruhe

Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Danksagung

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Erdbeben

Erdbeben sind geophysikalische Extremereignisse, die eine Erschütterung des Erdkörpers darstellen und meist durch tektonische Massenverschiebungen an den Bruchfugen der Platten in der Lithosphäre, aber auch durch vulkanische Aktivität ausgelöst werden. [1]

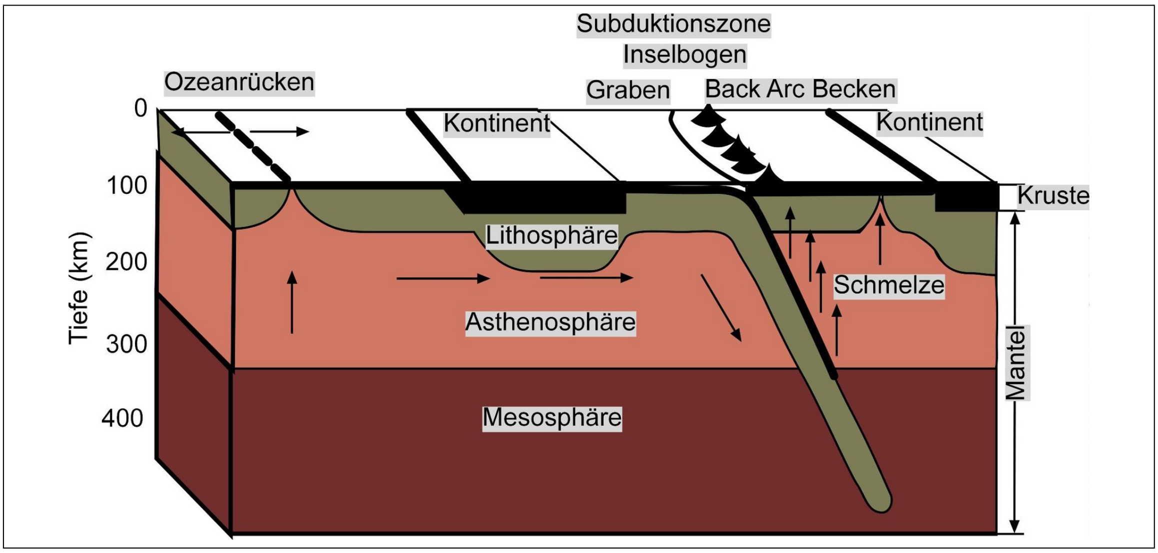


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Dynamik von Lithosphärenplatten: Divergenz an Mittelozeanischen Rücken und Konvergenz an Subduktionszonen - [Gunnar Ries]

In einer Analyse von mehr als 35.000 weltweiten Katastrophenereignissen in den Jahren zwischen 1900 und 2015 des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) zeigte sich, dass Erdbeben für 26% der Schäden verantwortlich waren. Der größte Schaden trat jedoch durch das Tohoku-Erdbeben am 11. März 2011 vor Honshū, Japan auf. Der Schaden durch das Erdbeben und dem dadurch ausgelösten Tsunami belief sich auf 18.500 Tote, 450.000 Menschen wurden obdachlos, und ein direkter wirtschaftlicher Schaden von etwa 296 Milliarden Euro. [4]

Aufgrund des Erdbeben kam es zu der Fukushima-Nuklearkatastrophe im Atomkraftwerk Fukushima Daiichi.

Erdbebensicheres Design ist also von wirtschaftlicher und sicherheitstechnischer Bedeutung um die Aufgabe von Gebäuden zum Schutz des Menschen vor Naturereignissen und ein effektives Tragverhalten zu gewährleisten.

Die Ziele das Eurocode 8 sind daher das Schützen menschlichen Lebens, Schadensbegrenzung und das Aufrechthalten des Betriebs von Strukturen, die zum zivilen Schutz dienen wie zum Beispiel Krankenhäuser, die keine großen Schäden davontragen und den Betrieb nach dem Ereignis vortsetzen können sollen um ihren Aufgaben im Katastrophenschutz unmittelbar weiter nachzugehen. Diese Anforderung der Wichtigkeit einer Struktur wird im Bedeutungsbeiwert erfasst. [5]

1.2 Berechnung

Grundlegend unterscheidet der Eurocode 8 vier verschiedene Berechnungsmethoden.

- Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren
- Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)
- Kapazitätsspektrenmethode
- Zeitschrittberechnung

Da die beiden letzteren Verfahren ein genaueres Gebäudemodell vorraussetzen und deutlich aufwändiger sind als die Antwortspektrenverfahren eignen sich diese nur schwer für die Vordimensionierung von Strukturen. Hier werden weiterhin nur die vereinfachten Verfahren mittels Antwortspektren und Modalanalyse betrachtet, die Kapazitätsspektrenmethode und Zeitschrittberechnung soll aber kurz erläutert werden.

1.2.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren

Dieses Verfahren kann nur angewandt werden wenn die Anforderung aus dem Eurocode 8 an die Regelmäßigkeit des Grund- und Aufrisses erfüllt sind. Hier wird nur die Grundschwingung der Struktur berücksichtigt. Daher kann dieses Verfahren nur angewendet werden wenn die höheren Schwingungsformen keinen wesentlichen Einfluss haben.

Die Grundschwingzeit kann in einer Näherung nach Müller/Keintzel bestimmt werden.

$$T_1 = \frac{2\pi H^2}{\alpha_1^2}\sqrt{\frac{m}{hEI}}$$

H Gestamthöhe des Bauwerks

h Geschosshöhe

m Geschossmasse

EI Steifigkeit

α_1 Schwingzeitbeiwert

Geschosszahl	α_1
1	1,32
2	1,53
5	1,71
10	1,78

Mit der Grundschwingzeit kann nun aus dem Antwortspektrum (Abschnitt 1.3) der Bemessungswert der Spektralbeschleunigung S_d bestimmt und die Gesamterdbebenkraft F_b brechnet werden.

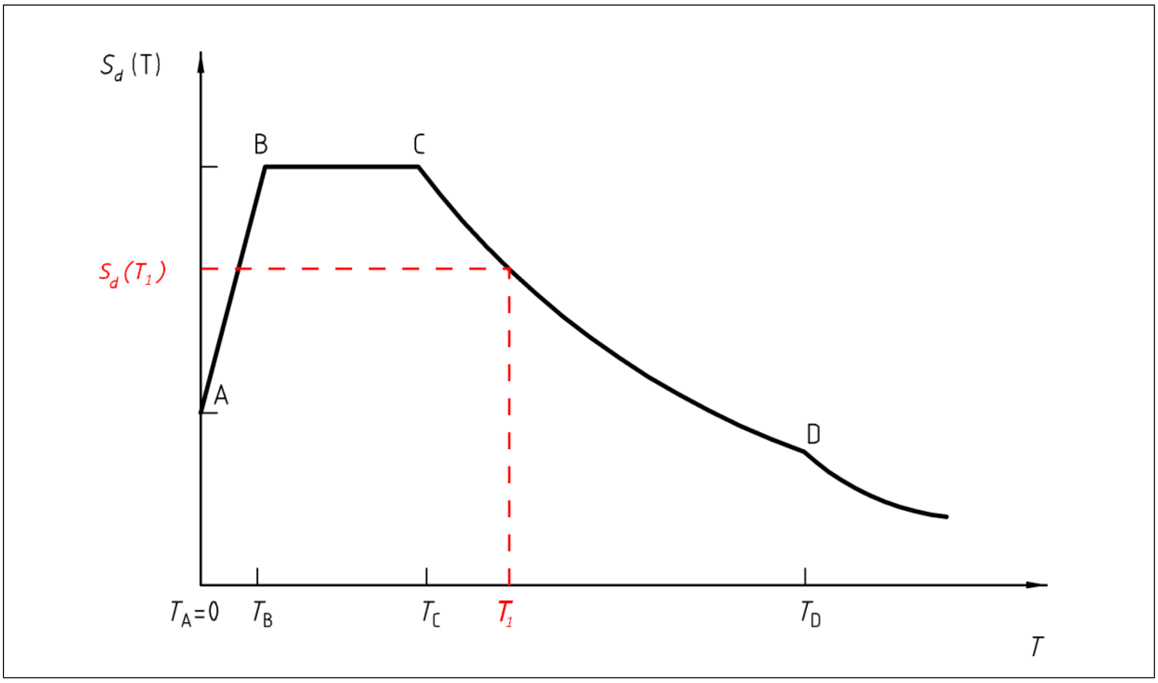
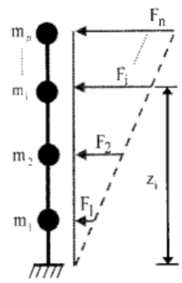


Abbildung 1.2: Bemessungsspektrum

$$F_b = S_d(T_1) \cdot M \cdot \lambda$$

Wobei M die Gesamtmasse des Bauwerks und λ der Korrekturfaktor von 0,85 für $T_1 \leq 2T_c$ für Gebäude mit mehr als zwei Geschossen und sonst $\lambda = 1,0$ ist. Die Grundschwingungsform darf linear angenährt werden. Somit können die angreifenden Horizontalkräfte vereinfacht linear über die Geschosse verteilt werden.

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i m_i}{\sum z_i m_i}$$



F_i	Am Geschoss i angreifende Horizontalkraft
z_i	Höhen vom Boden zu den Geschossen
m_i	Geschossmassen

Mit den Horizontalkräften können nun die Nachweise der Standsicherheit geführt werden.

1.2.2 Antwortspektrenverfahren unter Berücksichtigung mehrerer Schwingungsformen (Modalanalyse)

Sind die Bedingungen an die Regelmäßigkeit des Bauwerks nicht erfüllt und es sollen mehr Schwingungsformen, zum Beispiel auch an einem dreidimensionalen Modell, betrachtet werden so kann eine Modalanalyse durchgeführt werden.

Das Vorgehen ist ähnlich zu Abschnitt 1.2.1, jedoch wird für jede Schwingungsform die Periode ermittelt, eine Spektralbeschleunigung bestimmt und die Horizontallasten anhand der Beteiligungsfaktoren der Schwingungsform angesetzt.

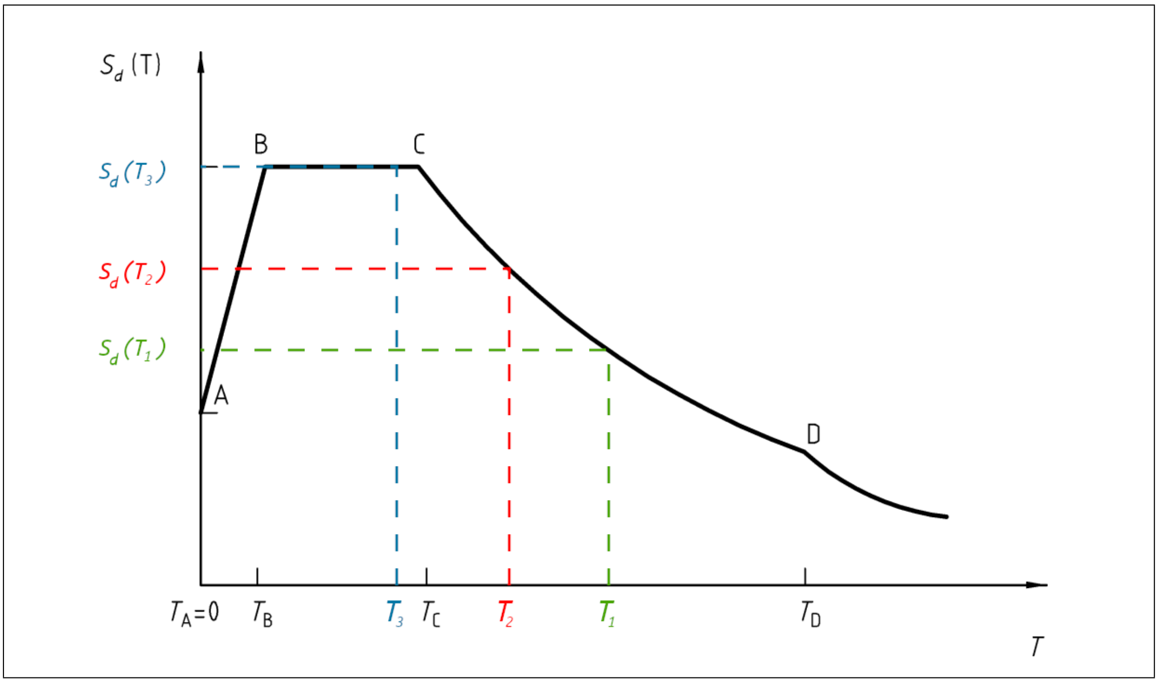


Abbildung 1.3: Bemessungsspektrum Modalanalyse

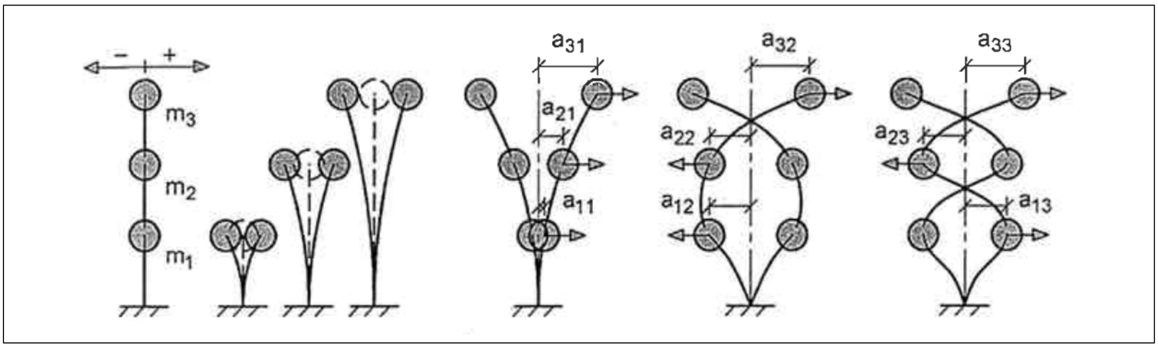


Abbildung 1.4: Eigenschwingungsformen eines Dreimassensystems [9]

Anschließend müssen die modalen Schnittgrößen und Verschiebungen kombiniert werden. Hier sieht der Eurocode die SRSS-Methode (Square Root of Sum of Squares)

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} S_j^2}$$

und die CQC-Methode (Complete Quadratic Combination)

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} S_j \cdot \rho_{jk} \cdot S_k}$$

vor. Wobei ρ_{jk} der Wechselwirkungsfaktor ist, der sich für konstante $\xi_j = \xi_k = \xi$ wie folgt berechnet.

$$\rho_{jk} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r(1+r)^2} \quad \text{mit} \quad r = \frac{\omega_k}{\omega_j}$$

Neben der CQC-Methode darf auch die CQCi-Methode angewendet werden, welche eine Modifikation unter Berücksichtigung des Vorzeichens der i-ten Eigenform darstellt.

1.2.3 Kapazitätsspektrenmethode

Die auch als "pushover analysis"bezeichnete Methode ist ein nicht-elastisches statisches Verfahren unter Berücksichtung des Eigengewichts und monoton ansteigender horizontaler Lasten zur Bestimmung der Grenzlast über die Grenzduktilität. Sie ist ein genaueres Verfahren zur Bestimmung der plastischen Kapizität, die in den vereinfachten Verfahren von dem Verhaltensbeiwert q erfasst werden.

1.2.4 Zeitschrittberechnung

Die Berechnung mittels Zeitschrittverfahren ("time-history analysis") ist eín nichtlineares Verfahren, welches eine zeitabhängige Antwort einer Struktur über die direkte numerische Integration der Differentialgleichungen der Bewegung unter den im Eurocode 8 angegebenen simulierten oder tatsächlich aufgezeichneter Akzelerogramme der Bodenbeschleunigung bestimmt.

1.3 Bestimmung des Antwortspektrums

Zur Gewinnung des Antwortspektrums wird ein Einmassenschwinger unter Fußpunktanregung durch ortspezifische Akzelerogramme betrachtet und dessen Eigenfrequenz variiert.

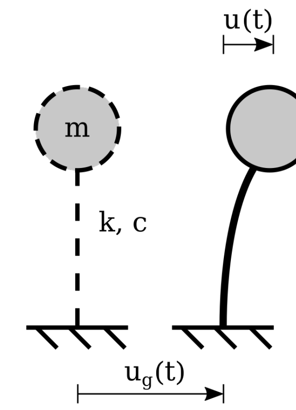


Abbildung 1.5: Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung

Die Bewegungsgleichung des Systems

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \tag{1.1}$$

nach Umformung mit $\xi = c/(2m\omega)$ und $\omega = \sqrt{k/m}$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g \tag{1.2}$$

zeigt, dass die Antwort lediglich von ω, der Anregung $\ddot{u}_g$ und ξ abhängig ist. Wobei ξ mit 5% angenommen wird. Das Antwortspektrum stellt die Einhüllende des Maximalwertes der Absolutbeschleunigung der Systemantwort $S_a = max|\ddot{u} + \ddot{u}_g|$ über die Eigenfrequenz des Systems ω da. [3]

Sie wird über die Eckperioden T_B, T_C, T_D und den Bemessungswert der Bodenbeschleunigung a_g parametrisiert. Hinzu kommt noch der Bedeutungsbeiwert γ_1, der Einfluss des Baugrundes über den Bodenparameter S und ein Dämpfungs-Korrekturbeiwert η, der bei 5% viskoser Dämpfung $1,0$ beträgt und sonst mit $\eta = \sqrt{10/(5+\xi)} \geq 0,55$ angegeben wird.

Die Ortsgebundenheit spiegelt sich in den Baugrundverhältnissen und der Bodenbeschleunigung wieder. Die Erdbebenzone kann aus einer Karte oder Kartei entnommen werden und liefert den Referenz-Spitzenwert der Bodenbeschleunigung a_g.

Erdbebenzone	$a_g[m/s^2]$
Zone 0	-
Zone 1	0,4
Zone 2	0,6
Zone 3	0,8

Tabelle 1.1: Tabelle NA.3 — Zuordnung von Referenz-Spitzenwerten der Bodenbeschleunigung zu den Erdbebenzonen [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Über die Baugrundverhältnisse kann nach Eurocode 8 NAD eine Baugrundklasse ermittelt werden und in dessen Abhängigkeit Parameter für den Bodenparameter S und die Eckperioden T_B, T_C, T_D angegeben werden.

Baugrundklasse	S	$T_B[s]$	$T_C[s]$	$T_D[s]$
A-R	1,00	0,05	0,20	2,0
B-R	1,25	0,05	0,25	2,0
C-R	1,50	0,05	0,30	2,0
B-T	1,00	0,10	0,30	2,0
C-T	1,25	0,10	0,40	2,0
C-S	0,75	0,10	0,50	2,0

Tabelle 1.2: Tabelle NA.4 — Werte der Parameter zur Beschreibung des elastischen horizontalen Antwortspektrums [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Der Bedeutungsbeiwert bildet die Wichtigkeit einer Struktur ab und erhöht die Wiederkehrperiode, bei einer Auftretenswahrscheinlichkeit P_R von 10% in einer Zeitspanne T_L von 50 Jahren. Bei einem Bedeutungsbeiwert von $\gamma_1 = 1,0$ beträgt die mittlere Wiederkehrperiode T_R

$$T_R = \frac{-T_L}{ln(1-P_R)}$$
$$T_R = \frac{-50}{ln(1-0,1)}$$
$$T_R = 475 \text{ Jahre}$$

Bedeutungskategorie	Bauwerke	γ_1	T_R [a]
I	Bauwerke ohne Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit, mit geringem Personenverkehr (z. B. Scheunen, Kulturgewächshäuser, usw.).	0,8	225
II	Bauwerke, die nicht zu den anderen Kategorien gehören (z. B. kleinere Wohn- und Bürogebäude, Werkstätten, usw.).	1,0	475
III	Bauwerke, von deren Versagen bei Erdbeben eine große Zahl von Personen betroffen ist (z. B. große Wohnanlagen, Schulen, Versammlungsräume, Kaufhäuser, usw.).	1,2	820
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit im Erdbebenfall von hoher Bedeutung für den Schutz der Allgemeinheit ist (z. B. Krankenhäuser, wichtige Einrichtungen des Katastrophenschutzes, der Feuerwehr und der Sicherheitskräfte, usw.).	1,4	1300

Tabelle 1.3: Tabelle NA.6 — Bedeutungskategorien und Bedeutungsbeiwerte [DIN EN 1998-1/NA:2011-01]

Das elastische Antwortspektrum $S_e(T)$ wird somit über folgende Ausdrücke bestimmt

$$
\begin{aligned}
T_A \leq T \leq T_B : S_e(T) &= a_g \gamma_1 S \left[1 + \frac{T}{T_B}(\eta 2,5 - 1) \right] \\
T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) &= a_g \gamma_1 S \eta 2,5 \\
T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) &= a_g \gamma_1 S \eta 2,5 \frac{T_C}{T} \\
T_D \leq T : S_e(T) &= a_g \gamma_1 S \eta 2,5 \frac{T_C T_D}{T^2}
\end{aligned}
$$

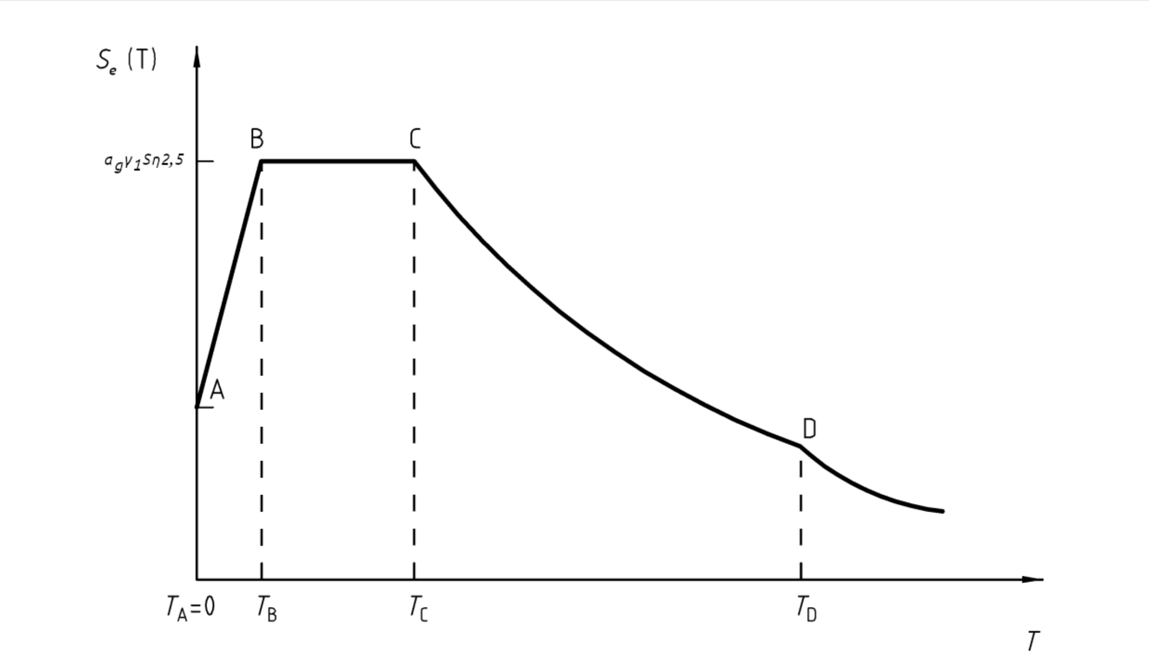


Abbildung 1.6: Elastisches Antwortspektrum

Kapitel 2

Isolatoren

Wenn die Einwirkungen aus Erdbeben sehr hoch werden, zum Beispiel durch eine hohe Anforderung an den Bedeutungsbeiwert oder sich das Bauwerk in einem Starkbebengebiet befindet, ist es meistens technisch und wirtschaftlich günstiger, die Struktur von der Einwirkung zu isolieren, damit sie dieser nicht mehr vollends ausgesetzt wird.

Es können leichtere Konstruktionen gebaut werden, die durch geringere Aufwendung an Material die Kosten senken und die Nachhaltigkeit durch senken des Ausstoßes an CO_2 erhöhen.

Die horizontale Isolation ist keine Lösung der Neuzeit. Schon die Baumeister im alten China ordneten zwischen Fundament und Grundplatte eine Schicht aus rolligem Sand an [12]. Im zwanzigsten Jahrhundert folgten einige Patente mit dem selben Grundprinzip und 1921 realisierte Frank Lloyd Wright das Imperial Hotel in Tokyo mit einer Isolation mittels einer Schicht 3m mächtigen aus Weichboden. Das Gebäude überstand ein 2 Jahre später aufgetretenes schweres Erdbeben nahezu unbeschadet [10].

Für die Isolierung stehen einige verschiedene Mechanismen, wie zum Beispiel kinematische Lager, Gleitpendelisolatoren und Elastomerlager (ggf. mit Bleikern) zur verfügung. In dieser Arbeit sollen nur Gleitpendelisolatoren betrachtet werden.

2.1 Gleitpendelisolatoren

Gleitpendelisolatoren bestehen aus zwei spherisch angeformten Lagerplatten zwischen denen ein Gleitschuh geschaltet wird.

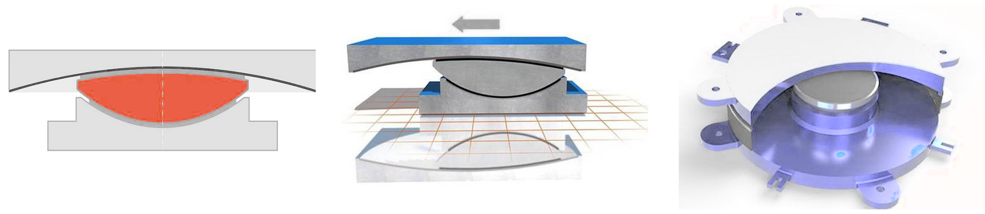
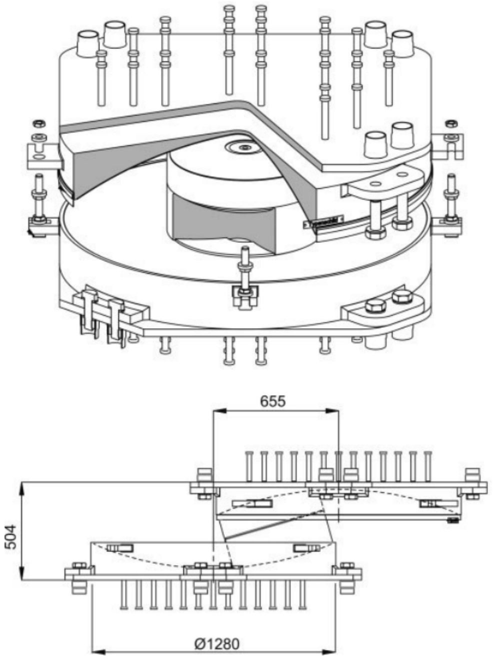
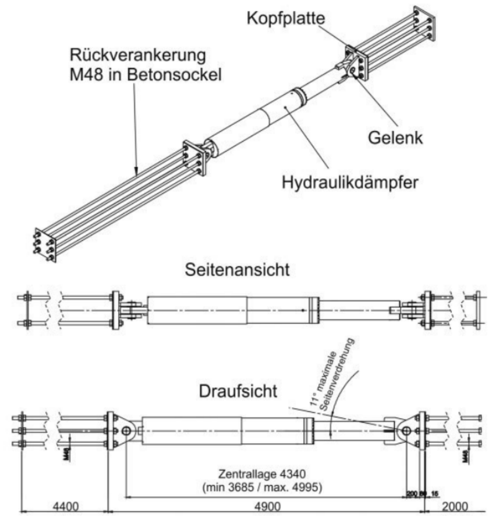


Abbildung 2.1: Gleitpendelisolator [Maurer SE (maurer.eu)]

Die Reibung zwischen den Schnittstellen und somit die Energiedissipation kann eingestellt werden. Bei einem zu hohen Reibkoeffizienten besteht jedoch die Gefahr, dass die Rückzentrierung nicht mehr gewährleistet werden kann, welche ein großer Vorteil der Gleitpendelisolatoren ist. Zur Erhöhung der Dissipation können aber auch zusätzliche viskose Dämpfungselemente angeordnet werden (Abbildung 2.3).



(a) Gleitpendelisolator



(b) Viskoser Hydraulikdämpfer

Abbildung 2.2: Bauform der Iolatoren (a) und Dämpfer (b) der Großen Moschee von Algerien [2]

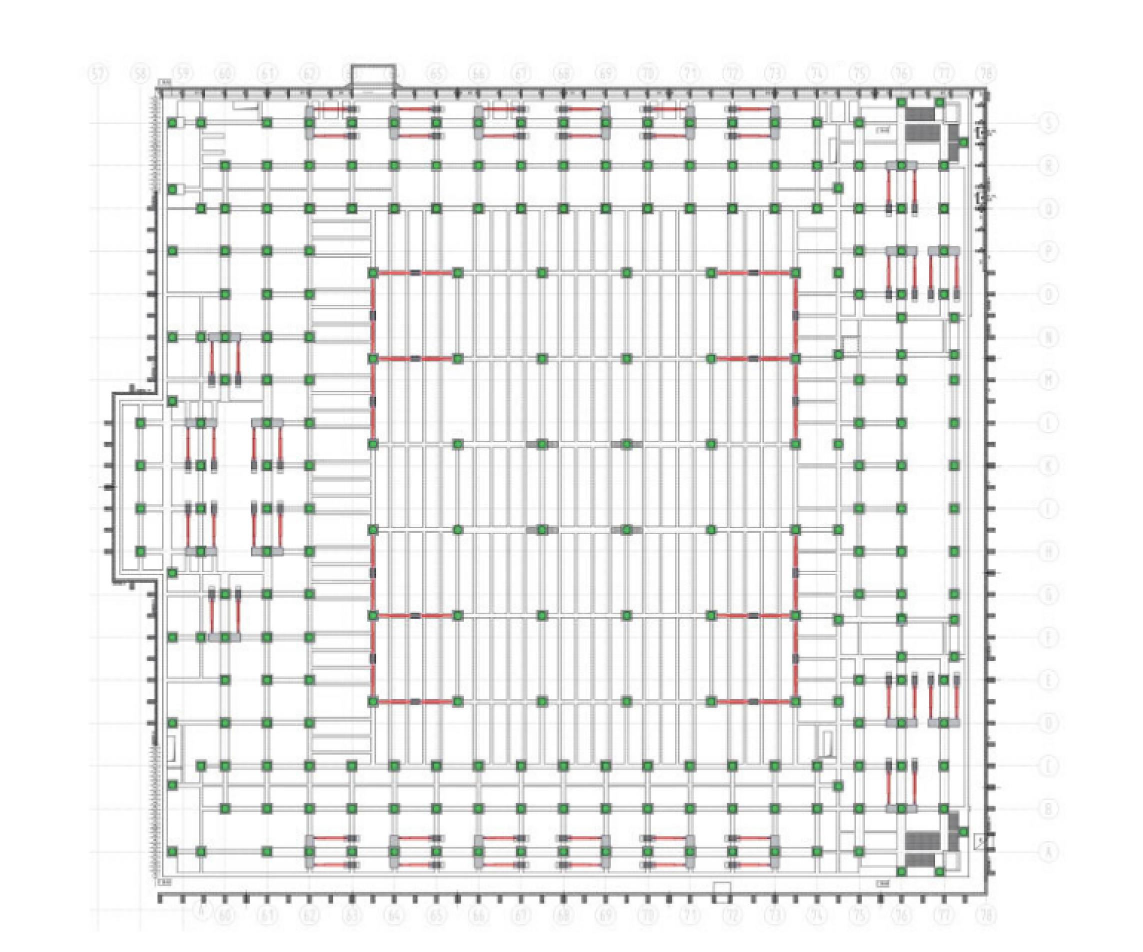


Abbildung 2.3: Verteilung der Iolatoren (grün) und Dämpfer (rot) im Grundriss [2]

2.2 Funktionsweise

Isolatoren stellen eine Ebene zwischen der Gründung und dem aufgehendem Bauwerk dar. Sie haben eine deutlich geringere Steifigkeit als die zu isolierende Struktur, wodurch zwar große Verschiebungen am Isolator auftreten (Abbildung 2.4), aber die Grundschwingzeit reduziert wird. Die relativen Verschiebungen der Struktur werden verringert und somit die Beschleunigungen und ebenso die Trägheitskräfte der Massen reduziert.

Die Dissipationsfähigkeit, Steifigkeit und Eigenfrequenz dieser Isolatoren kann über den Reibkoeffizienten, den Radius des Pendels und der Masse über dem Isolator beeinflusst werden.

2.2.1 Abstimmung

Damit der Isolator möglichst effektiv wirkt sollte das Ziel sein die Masse direkt über dem Isolator möglichst groß zur wählen und die Steifigkeit zu reduzieren wobei die aufgehende Struktur möglichst steif sein sollte. Dadurch sollte die Periode des Isolators T_I möglichst weit von der Periode der Struktur T_S entfernt sein. Ein Wert, der sich in der Praxis bewährt hat angestrebt zu werden ist $S_I \approx 3 \cdot T_S$.

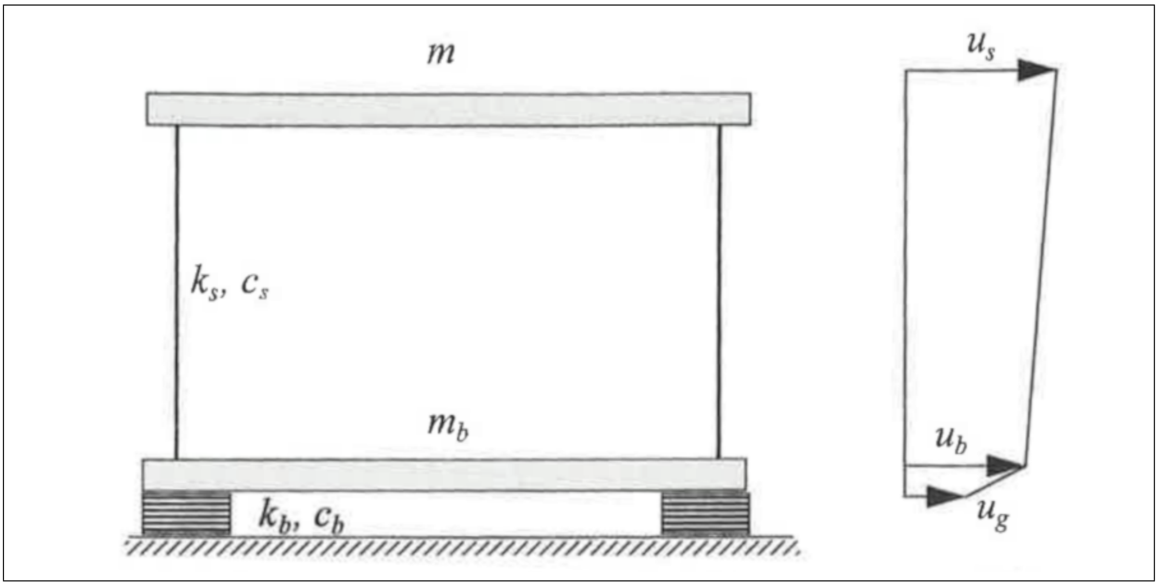


Abbildung 2.4: Verteilung der Verschiebungen an einem isolierten System [6]

2.2.2 Steifigkeit

Die effektive Steifigkeit kann über die Rückstell- und Reibkraft des Gleitpendellagers berechnet werden. Die Rückstellkraft wird durch die Anhebung der Vertikalkraft (Eigengewicht des Bauwerks) ausgelöst. [9]

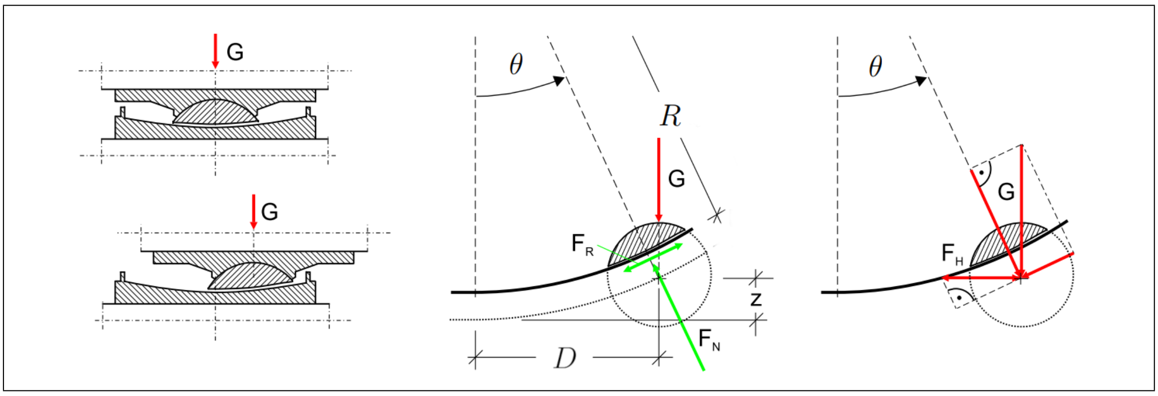


Abbildung 2.5: Schematischer Aufbau des Gleitpendellagers im zentriertem sowie im ausgelenkten Zustand [11]

$$F_{\text{Rück}} = \frac{GD}{R\cos\theta}$$
$$F_{\text{Reib}} = \mu G$$

G Vertikalkraft (Eigengewicht)

D Auslenkung

R Radius der Isolator-Gleitfläche

θ Winkel der Auslenkung

μ Reibungskoeffizient des Isolators

Für kleine Winkel mit $\cos\theta = 1$ ergibt sich die Steifigkeit zu:

$$\begin{aligned} k_{eff} &= \frac{F_{\text{Rück}} + F_{\text{Reib}}}{D} \\ &= \frac{G}{R} + \mu\frac{G}{D} \end{aligned}$$

2.2.3 Dämpfung

Die effektive Dämpfung ergibt sich aus der Fläche der Hystereseschleife und der effektiven Steifigkeit des Gleitpendellagers. [7][9]

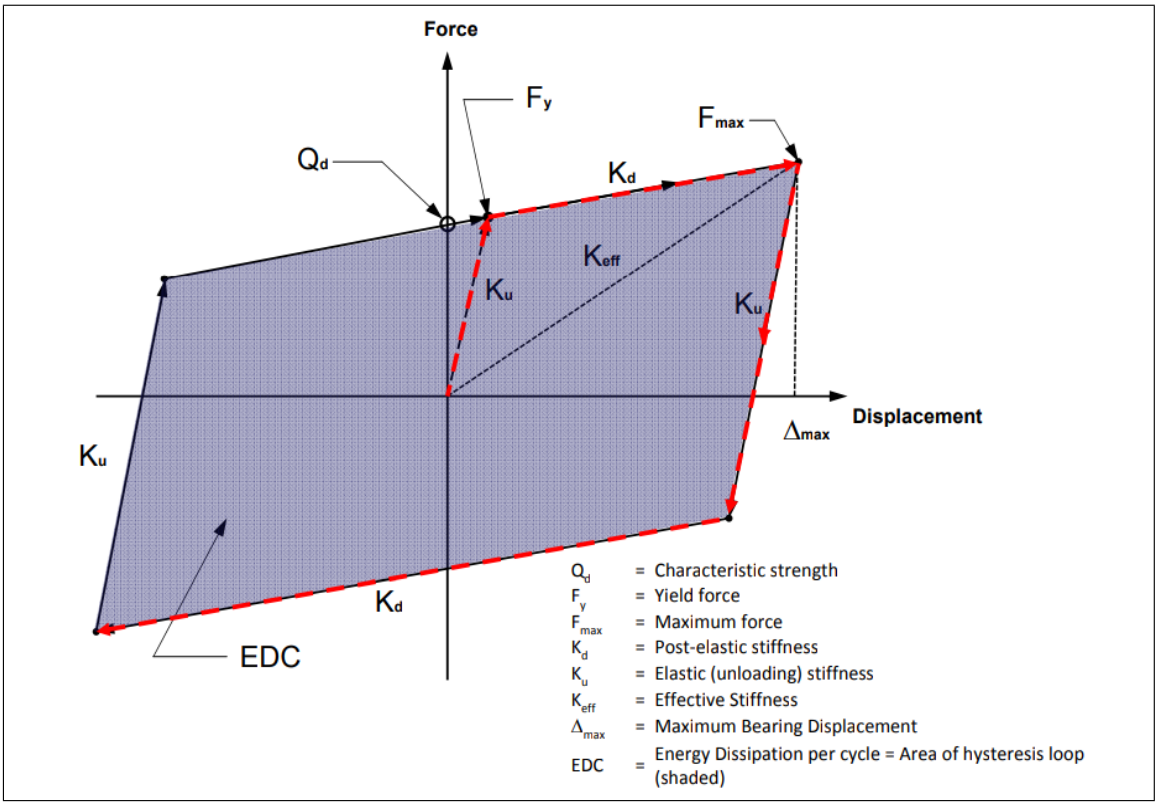


Abbildung 2.6: Hysterese-Zyklus [HDR Engineering Inc.]

$$\begin{aligned} \xi_{eff} &= \frac{4\mu G D}{2\pi k_{eff} D^2} \\ &= \frac{2}{\pi}\frac{\mu R}{(D + \mu R)} \end{aligned}$$

2.3 Schwierigkeiten bei der Vordimensionierung

Für eine genaue Berechnung ist es sinnvoll ein Gebäudemodell samt Isolator zu erstellen und mit dem Zeitschrittverfahren und Erdbebenzeitverläufen zu berechnen. Dies ist jedoch sehr aufwendig und bei einer Vordimensionierung nicht immer praktikabel, da sich Parameter noch ändern können. Ein Ansatz ist es unter der Annahme, dass die Steifigkeit der Struktur sehr hoch ist und die des Isolators k_I die Eigenform dominiert die Gesamtstruktur auf einen Einmassenschwinger mit der effektiven Masse aus Strutkur (m_S) und Isolator (m_I) zu vereinfachen [6]. Die Eigenfrequenz kann dann mit

$$\omega = \sqrt{\frac{k_I}{m_S + m_I}} \tag{2.1}$$

bestimmt und die Spektralbeschleunigung $Sa(\frac{2\pi}{\omega})$ aus dem Antwortspektrum entnommen werden.

Soll allerdings eine Modalanalyse am Gebäude mittels EDV vorgenommen werden wird ein isoliertes Antwortspektrum benötigt. So könnte man ein grobes Gebäudemodell erstellen und mit dem isolierten Antwortspektrum eine computergestützte Modalanalyse durchführen.

Kapitel 3

Berechnung des modifizierten Antwortspektrums

3.1 Modellierung

3.1.1 Ansatz über die Übertragsfunktion

Der erste untersuchte Ansatz war das Modell in zwei getrennte System zu zerlegen und getrennt zu betrachten.

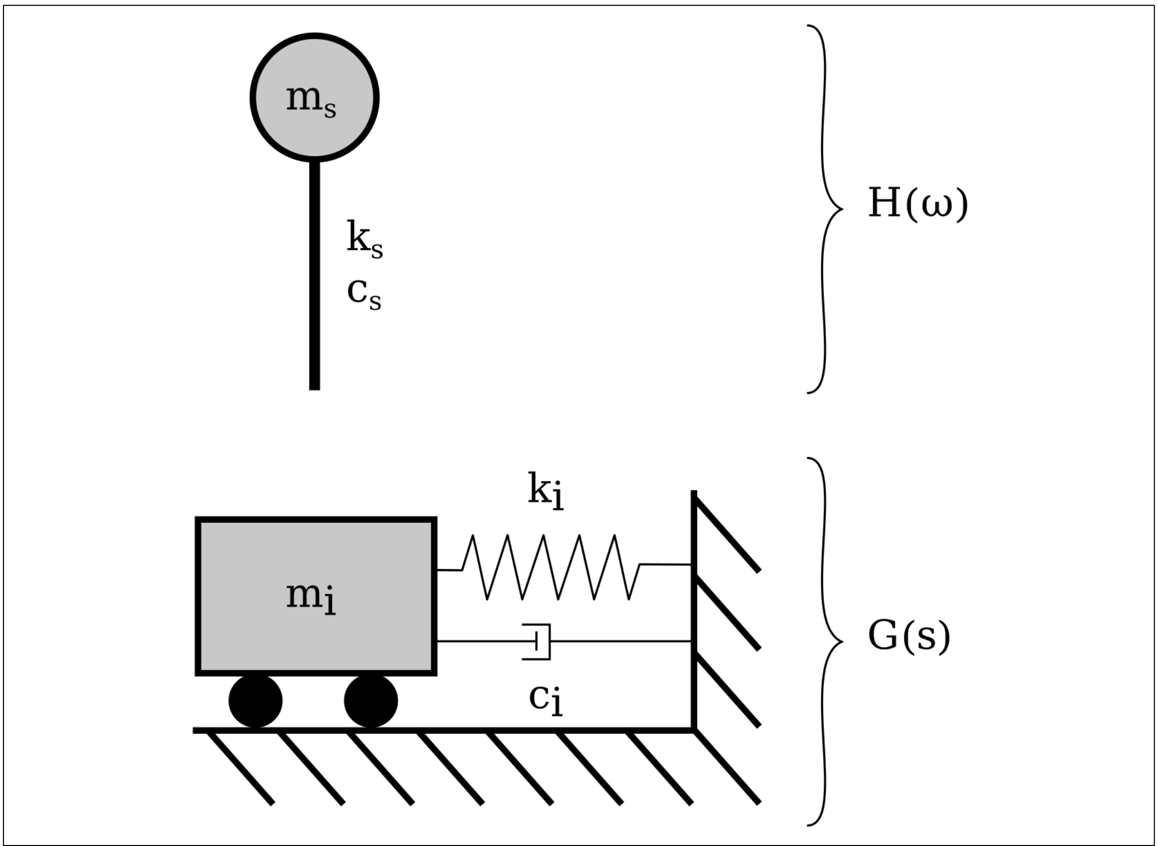


Abbildung 3.1: Komposition

Die Funktion $H(\omega)$ stellt hier das Antwortspektrum dar und $G(s)$ die Übertragungsfunktion des Isolators. Sie kann mittels der Laplace-Transformation

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{3.1}$$

aus der Bewegungsgleichung des Isolators ([8])

$$c_i \cdot \dot{x}(t) + k_i \cdot x(t) = -m_i \cdot \ddot{x}(t) \tag{3.2}$$

für eine Kraftanregung zu

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_i \cdot s^2 + c_i \cdot s + k_i} \tag{3.3}$$

bestimmt (wobei $s = i\omega$) und das isolierte Antwortspektrum ($H(\omega) \cdot |G(s)|$) gewonnen werden da der Betrag der Übertragungsfunktion den Amplitudengang angibt.

Allerdings war dieser Ansatz nicht zielführend, da (wie an den Bewegungsdifferetialgleichungen (Gleichung (3.4)) erkennbar ist) die Systeme gekoppelt sind und nicht getrennt betrachtet werden können.

3.1.2 Vereinfachter Ansatz

3.1.3 Ansatz über die Transmissibilität

3.1.3.1 Transmissibilität

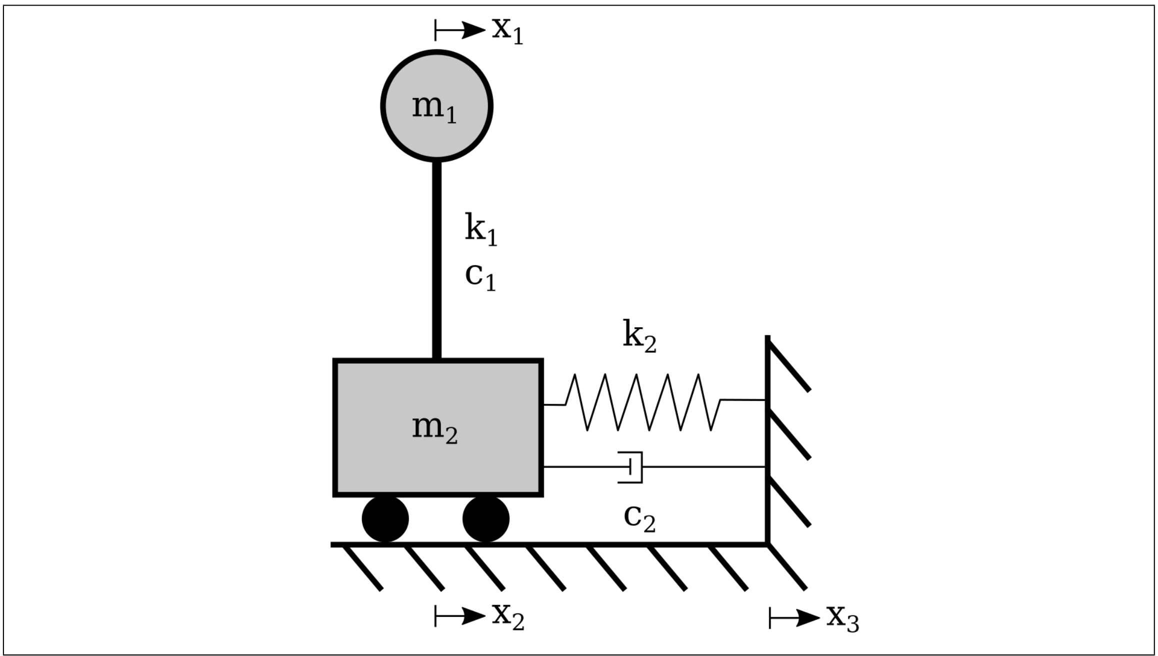


Abbildung 3.2: Voigt-Kelvin-Modell

$$\ddot{x}_1 m_1 = -(x_1 - x_2)k_1 - (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 \tag{3.4}$$
$$\ddot{x}_2 m_2 = (x_1 - x_2)k_1 + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 - (x_2 - x_3)k_2 - (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)c_2 \tag{3.5}$$

Ansatz für harmonische Schwingung:

$$\begin{aligned} x_j &= S_j e^{i\omega t} \\ \dot{x}_j &= i\omega S_j e^{i\omega t} \\ \ddot{x}_j &= -\omega^2 S_j e^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$-\omega^2 S_1 m_1 e^{i\omega t} = -(S_1 - S_2)e^{i\omega t} k_1 - (S_1 - S_2) i\omega c_1 e^{i\omega t} \tag{3.6}$$

$$-\omega^2 S_2 m_2 e^{i\omega t} = (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1)e^{i\omega t} - (S_2 - S_3)(k_2 + i\omega c_2)e^{i\omega t} \tag{3.7}$$

Gleichung (3.6) nach S_2 umgestellt:

$$\begin{aligned} \omega^2 S_1 m_1 &= (S_1 - S_2)(k_1 + i\omega c_1) \\ \Rightarrow X_1 &= \frac{\omega^2 m_1}{k_1 + i\omega c_1} \\ S_2 &= S_1(1 - X_1) \end{aligned}$$

S_2 in Gleichung (3.7) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \omega^2 m_2 S_1 &= -(S_1 - S_1(1 - X_1))(k_1 + i\omega c_1) + (S_1(1 - X_1) - S_3)(k_2 + i\omega c_2) \\ \Rightarrow X_2 &= \frac{\omega^2 m_2}{k_2 + i\omega c_2} \\ S_1(1 - X_1)X_2 &= S_1(1 - X_1) - S_3 - S_1 X_1 \frac{k_1 + i\omega c_1}{k_2 + i\omega c_2} \\ \Rightarrow X_{12} &= \frac{\omega^2 m_1}{k_2 + i\omega c_2} \\ S_1(1 - X_1)(X_2 - 1) &= S_3 + S_1 X_{12} \\ S_3 &= S_1[(1 - X_1)(1 - X_2) - X_{12}] \end{aligned}$$

$$VT = \left|\frac{S_1}{S_3}\right| = \left|\frac{1}{[(1 - X_1)(1 - X_2) - X_{12}]}\right| \tag{3.8}$$

3.1.3.2 Rayleigh-Dämpfung

Allgemeine Matrixschreibweise des Systems

$$\begin{bmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \ddot{\vec{x}} + \begin{bmatrix} c_2 + c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 \end{bmatrix} \dot{\vec{x}} + \begin{bmatrix} k_2 + k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \vec{x} = 0 \tag{3.9}$$

Kreiseigenfrequenz des ungedämpften Systems

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(k_2+k_1)m_1 + k_1 m_2 \pm \sqrt{((k_2+k_1)m_1 + k_1 m_2)^2 - 4 m_2 m_1 k_2 k_1}}{2 m_2 m_1}$$

Eigenvektoren des ungedämpften Systems

$$\vec{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_1 \end{pmatrix}$$
$$\vec{\Phi}_2 = \begin{pmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

mit

$$\varepsilon_1 = \frac{k_2 + k_1 - m_2\omega_1^2}{k_1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{k_2 + k_1 - m_2\omega_2^2}{k_1}$$

Nach Betragsgröße normierte Eigenvektoren des ungedämpften Systems

$$\varphi_{11} = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon_1^2}} \qquad \varphi_{12} = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon_2^2}}$$
$$\varphi_{21} = \varepsilon_1\varphi_{11} \qquad \varphi_{22} = \varepsilon_2\varphi_{12}$$

Generalisierte Massen

$$m_2^* = \vec{\Phi}_1^T M \vec{\Phi}_1 = \varphi_{11}^2 m_2 + \varphi_{21}^2 m_1 \qquad m_1^* = \vec{\Phi}_2^T M \vec{\Phi}_2 = \varphi_{12}^2 m_2 + \varphi_{22}^2 m_1$$

Generalisierte Steifigkeiten

$$k_2^* = \vec{\Phi}_1^T K \vec{\Phi}_1 = \varphi_{11}^2(k_2+k_1) - 2\varphi_{21}\varphi_{11}k_1 + \varphi_{21}^2 k_1 \qquad k_1^* = \vec{\Phi}_2^T K \vec{\Phi}_2 = \varphi_{12}^2(k_2+k_1) - 2\varphi_{22}\varphi_{12}k_1 + \varphi_{22}^2 k_1$$

Eigenkreisfrequenzen der zwei Einmassenschwinger

$$\omega_1^* = \sqrt{\frac{k_2^*}{m_2^*}} \qquad \omega_2^* = \sqrt{\frac{k_1^*}{m_1^*}}$$

Beiwerte der Rayleigh-Dämpfung α und β

$$\alpha = \frac{2\omega_1^*\omega_2^*(\xi_2\omega_2^* - \xi_1\omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}}$$
$$\beta = \frac{2(\xi_1\omega_2^* - \xi_2\omega_1^*)}{\omega_2^{*2} - \omega_1^{*2}}$$

Rayleigh-Dämpfung

$$c_1^* = \alpha m_1^* + \beta k_1^*$$
$$c_2^* = \alpha m_2^* + \beta k_2^*$$

Eigenfrequenz der ersten Eigenform (Isolator) gedämpft

$$\omega_{1d} = \omega_1^* \sqrt{1 - \xi_2^2}$$
$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_{1d}}$$

Die Transmissibilität kann nun am System für $\omega = \omega_{1d}$ bestimmt werden.

$$VT(\omega_{1d}, m_2, k_2, c_2^*, m_1, k_1, c_1^*) \tag{3.10}$$

Da S_e für einen Einmassenschwinger mit 5% Dämpfung der Eigenfrequenz genau auf T angegeben ist, muss hier noch die Resonanz rausgerechnet werden um die äquivalente Amplitude der einwirkenden Anregung am Fußpunkt zu erhalten.

$$TR(\xi) = \frac{\sqrt{1 + 4\xi^2}}{2\xi}$$
$$TR(5\%) = \frac{\sqrt{1 + 4 \cdot 0.05^2}}{0.1}$$
$$\approx 10.05$$

$$S_e/10.05 \tag{3.11}$$

3.1.4 Erzeugung von Antwortspektren

* Variation der Eigenfrequenz

* Gleichung

* Zeitschrittverfahren

3.1.5 Erweitertes Modell

Für die Erzeugung der Isolationsspektren wird hier das System um den Isolator erweitert und als Zweimassenschwinger (Abbildung 3.3) betrachtet. Wobei der obere Schwinger die aufgehende Struktur (s) und der untere Schwinger den Isolator (i) samt des steifen Kellergeschosses beschreiben soll.

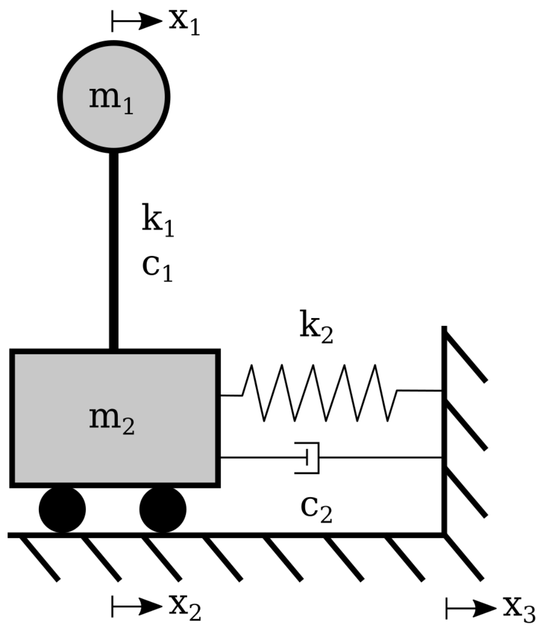


Abbildung 3.3: Voigt-Kelvin-Modell

Unter Annahme der Linearität können die Systeme getrennt betrachtet werden. Am System der Struktur wird durch Parameter Sweeps das Antwortspektrum berechnet. Da der untere Teil des Systems dabei unverändert bleibt kann anschließend durch Komposition das Isolationsspektrum ermittelt werden. Da das Antwortspektrum für Einmassenschwinger bereits bekannt ist, kann die Betrachtung des Gesamtsystems und eine aufwändige Zeitschrittanalyse entfallen.

3.1.6 Bewegungsgleichung

3.2 Vergleich zum Zweimassenschwinger

Anahand eines Beispiels soll in einer Handrechnung an einem einfachen System zunächst die auf die aufgehende Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft F_b mittels des Isolationsspektrums ermittelt werden und anschließend mit den Ergebnissen einer Berechnung am Zweimassenschwinger verglichen werden.

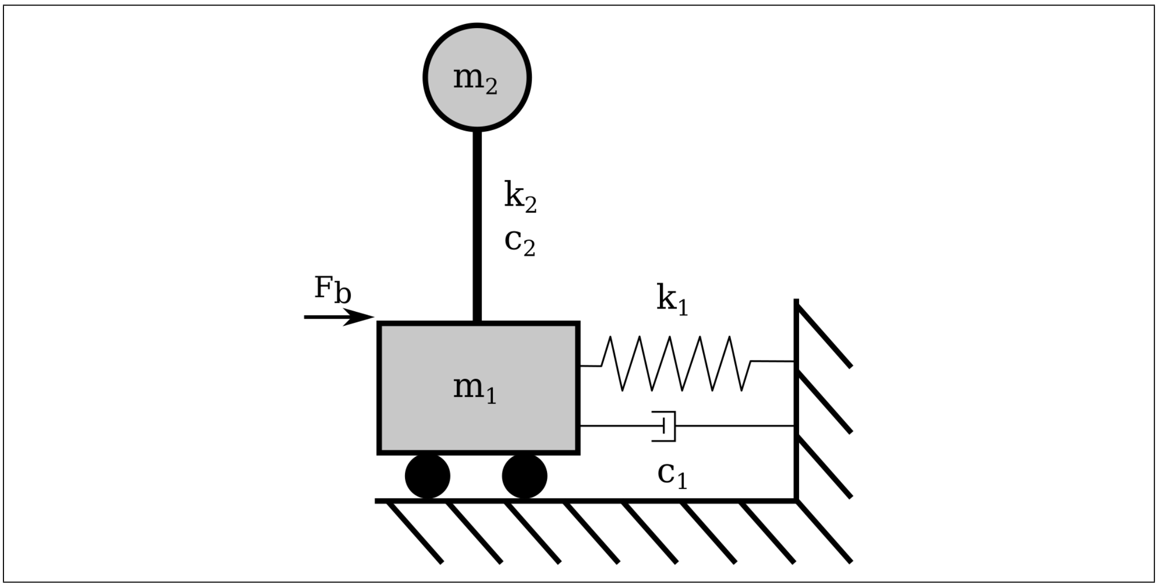


Abbildung 3.4: Zweimassenschwinger

Die Dämpfung beträgt $c_1 = c_2 = 5\%$, die Masse des Kellergeschosses $m_1 = 0.2MN/s^2/m$ mit einer Steifigkeit von $k_1 = 5MN/m$ und die Masse der aufgehenden Struktur $m_2 = 1MN/s^2/m$ mit einer Steifigkeit von $k_2 = 45MN/m$.

Das Verhältnis der Eigenkreisfrequenzen der Basis ω_1 zur Struktur ω_2 beträgt somit ungefähr 1/3. Ein Wert der sich beim Design von Isolatoren in der Praxis bewehrt hat.

3.2.1 Bemessungsspektrum

Für dieses Beispiel wird ein Antwortspektrum aus dem Raum Karlsruhe herangezogen. Damit ergibt sich eine Bodenbeschleunigung in der Erdbebenzone 1 von $a_g = 0.4m/s^2$ und die Baugrundklasse C-S mit den Kontrollperioden T_B, T_C, T_D und Untergrundparameter S:

$$\begin{aligned} S &= 0.75s \\ T_B &= 0.1s \\ T_C &= 0.5s \\ T_D &= 2.0s \end{aligned}$$

Der Bedeutungsbeiwert wird mit $\gamma_1 = 1.0$ für gewöhnliche Bauten mit Bedeutungsklasse II, der Verstärkungsbeiwert der Spektralbeschleunigung mit $\beta_0 = 2.5$ für eine viskose Dämpfung von 5% und der Verhaltensbeiwert für Duktilitätsklasse 1 mit $q = 1.5$ angesetzt. Daraus ergibt sich das Bemessungsspektrum zu Abbildung 3.6.

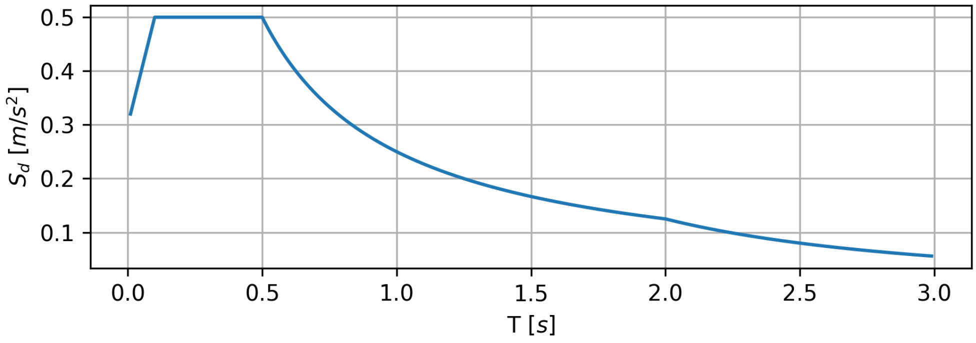


Abbildung 3.5: Bemessungsspektrum

3.2.2 Betrachtung mit Isolationsspektrums

*Isolationsspektrum zeigen

Die Eigenfrequenz der Struktur ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{45}{1}} \\ &= 6.708s^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{6.708} \\ &= 0.936s \end{aligned}$$

und eine Beschleunigung von

$$\begin{aligned} S_d(T) &= a_g \cdot \gamma_1 \cdot S \cdot \frac{\beta_0}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \\ S_d(0.936) &= 0.4 \cdot 1.0 \cdot 0.75 \cdot \frac{2.5}{1.5} \cdot \frac{0.5}{0.936} \\ &= 0.277m/s^2 \end{aligned}$$

Die Übertragungsfunktion für den hier gegebenen Isolator lautet:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{1}{m_1 \cdot s^2 + c_1 \cdot s + k_1} \\ &= \frac{1}{0.2 \cdot s^2 + 0.05 \cdot s + 5} \end{aligned}$$

Um die Amplitude zu erhalten wird der Laplace-Faktor s bestimmt und der Betrag der Übertragungsfunktion ermittelt.

$$\begin{aligned} s &= i \cdot \omega \\ &= i \cdot 6.708 \\ &= 6.708i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |G(6.708i)| &= |\frac{1}{0.2 \cdot 6.708i^2 + 0.05 \cdot 6.708i + 5}| \\ &= 0.208 \end{aligned}$$

Die an der Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft F_b ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned} F_b &= |G(s)| \cdot S_d(T) \cdot m_2 \\ &= 0.208 \cdot 0.277 m/s^2 \cdot 1 MN/s^2/m \\ &= \underline{\underline{0.0576 MN}} \end{aligned}$$

3.2.3 Betrachtung am Zweimassenschwinger

Bei der Betrachtung des Zweimassenschwingers kann vereinfacht angenommen werden, dass der weiche Isolator die Eigentform dominiert [2] und sich die Eigenfrequenz des Gesamtsystems somit zu

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{k_1}{m_1 + m_2}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{1.0 + 0.2}} \\ &= 2.041 s^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{2.041} \\ &= 3.078 s \end{aligned}$$

ergibt. Die auf die Struktur wirkende Gesamterdbebenkraft F_b ist dann:

$$\begin{aligned} F_b &= S_d(T) \cdot m_2 \\ &= 0.053 m/s^2 \cdot 1 MN/s^2/m \\ &= \underline{\underline{0.053 MN}} \end{aligned}$$

Damit liegt die Abweichung der beiden Ansätze in dem Fall bei $0.0576/0.053 = 1.0945$, also ungefähr 9.5%.

3.3 Grenzfälle

Zur weiteren Untersuchung soll noch eine Berechnung am Zweimassenschwinger mit den Beteiligungsfaktoren der Schwingungsform erfolgen, wobei hier die Steifigkeit des Isolators variiert wird. Die Berechnung mittels Isolationsspektrum erfolgt analog zum vorherigen Beispiel.

Die Eigenkreisfrequenz wird über die Lösung des charakteristischen Polynoms der Matrizenform des Systems der gekoppelten Bewegungsdifferentialgleichungen des Zweimassenschwingers ([9] S. 143, Gl. 8.11) ermittelt.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(k_1 + k_2) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1 - \sqrt{[(k_1 + k_2) \cdot m_2 + k_2 \cdot m_1]^2 - 4 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot k_1 \cdot k_2}}{2 \cdot m_1 \cdot m_2}}$$

Und der Beteiligungsfaktor des Isolators zu

$$X = 1/\left(\frac{k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega_1^2}{k_2}\right)$$

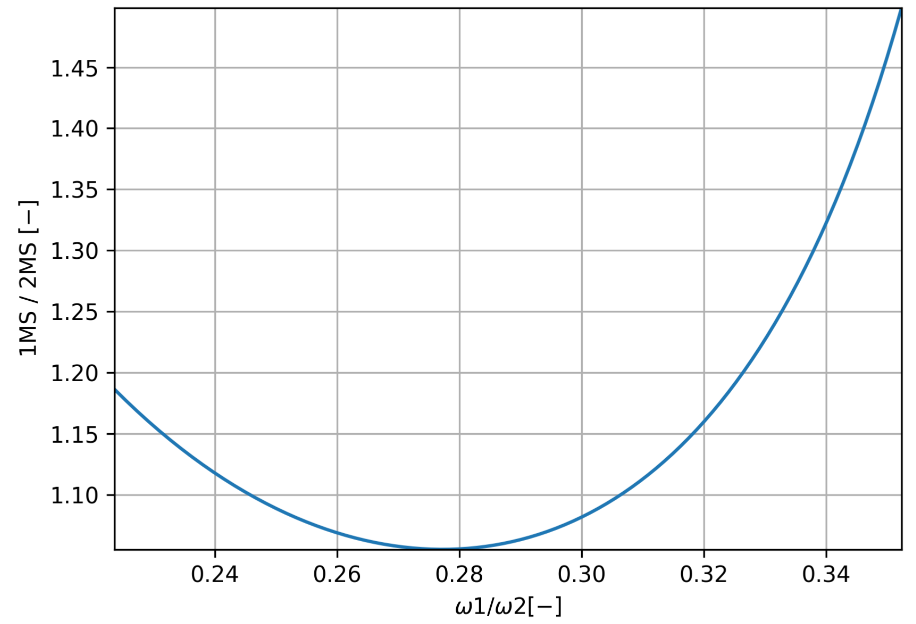


Abbildung 3.6: Abweichung der beiden Ansätze

*2MS mit Beteiligungsfaktor -¿ Diagramm mit Verschiebung = 1

*Abweichung durch Schwebung/Beteiligung 2. Feder

3.4 Nichtlinearitäten und Ansätze zur Linearisierung

*Huber

Kapitel 4

Beispielberechnung

4.1 Beispielgebäude

4.2 Berechnung mit RStab

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Kapitel 5

Analyse

Kapitel 6

Zusammenfassung

Abbildungsverzeichnis

Literatur

[1] Schweizerischer Erdbebendienst (SED). *Ursache von Erdbeben*. 2014. URL: `https://web.archive.org/web/20141228103510/http://www.seismo.ethz.ch/eq_swiss/Ursache_Erdbeben/index` (besucht am 28. 12. 2014).

[2] Jan Akkermann und Alexander Hewener. "Seismische Isolierung des Gebetssaals der Großen Moschee von Algerien". In: *Beton- und Stahlbetonbau* 110.2 (2015).

[3] Prof. Dr. Dr.h.c. Hugo Bachmann. *Erdbebensicherung von Bauwerken*. 2. Aufl. Birkhäuser Basel, 2002. ISBN: 978-3-0348-9455-5, 978-3-0348-8143-2.

[4] James Daniell. "Bilanz von Naturkatastrophen seit 1900: acht Millionen Tote, sieben Billionen Dollar Schaden". In: *KIT-Zentrum Klima und Umwelt - Presseinformation* 058 (2016).

[5] *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten; Deutsche Fassung EN 1998-1:2004 + AC:2009*. 2010.

[6] S.E. Farzad Naeim Ph.D. und Ph.D. James M. Jelly. *Design Of Seismic Isolated Structures. From Theory to Practice*. John Wiley & Sons, Inc., 1999. ISBN: 9780471149217.

[7] Peter Huber und Dr. Renzo Medeot. "The Sliding Isolation Pendulum for seismic Protection of Buildings". In: *WIT Transactions on the Built Environment* 98 (2008).

[8] Helmut Kramer. *Angewandte Baudynamik. Grundlagen und Beispiele für Studium und Praxis*. 2. Aufl. Ernst & Sohn, 2013. ISBN: 978-3433030288.

[9] Adrian Pocanschi und Marios C. Phocas. *Kräfte in Bewegung. Die Techniken des erdbebensicheren Bauens*. 1. Aufl. Teubner, 2003. ISBN: 3-3519-00429-1.

[10] Robert Reitherman. "International Aspects of the History of Earthquake Engineering". In: *EERI Earthquake Engineering Research Institute* (2008).

[11] Norbert Romen. "Zum Ruckstellverhalten von Gleitpendellagern unter seismischer Einwirkung". dissertation. Universitat der Bundeswehr München, 2017.

[12] Andrew W. Taylor und Takeru Igusa. *Primer on Seismic Isolation*. American Society of Civil Engineers, 2004.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Master Thesis ohne Hilfe Dritter, nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln, angefertigt zu haben. Alle Stellen, die den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden.

Arne Rick
25. Februar 2020, Karlsruhe