



**《网络交通流理论》课程作业**

|  |  |
| --- | --- |
| **姓 名：** | 潘 宇 |
| **学 号：** | 21241271 |
| **班 级：** | 天佑2104 |

交通运输产品收益管理理论研究方法综述

交通运输产品是一种解决乘客出行的位移服务，根据方式的不同分为航空，铁路，公路，水路等。而这些交通运输产品都具有相似的以下特点：

1. 产品的易逝性。一旦超过特定时间点仍旧存在未被售出的票, 则这些未被利用的舱位或者座位创造的价值为零。座位的易逝性使得运输公司必须在座位失效之前尽可能多的卖出票, 并最大化收益。
2. 市场的可分性。客运针对不同人群有不同的座位等级，航空运输产品根据舱位等级的不同可分为头等舱、商务舱、经济舱；铁路运输产品主要有高铁、普速列车等，可分为商务座、一等座、二等座、硬卧、软卧等座位等级；公路运输产品由长途客运、城际客运、定制公交、网约车等构成；水路运输产品包括轮渡、游船、邮轮等。货运根据运输时限的不同要求, 国内一般将货运市场划分为四种类型: （1）必须保证按时运输的; （2） 按照协议运输的；（3）普通货物运输;（4）填舱货物运输。一般针对不同的货运服务收取不同的价格, 其中（1）等级服务价格最高, （4）等级服务价格最低。
3. 需求的波动性。客运或者货运产品需求通常有淡季、平季、旺季之分。
4. 固定成本较高, 边际成本较低。高额的飞机或高铁、轮船购置费用与较低的因增加运输所需花费的额外燃油费, 使得固定成本相对于边际成本较高。

由于市场需求不仅与各运输公司的票价有关，而且与消费群体，类型，季节，营销策略密不可分，收益管理理论对于各公司并实现最大的利益，市场达到需求与供给的相对平衡十分重要。收益管理的理论最早由航空，常见的收益管理即探究乘客的选择行为和偏好，揭示其对价格、产品特性等因素的反应，进一步定量研究需求与价格之间的关系（需求的收入、价格等弹性），并运用时间序列分析、回归模型、机器学习等建立需求预测模，通过历史数据分析和趋势预测，预测未来的市场需求，以最大化收益为目标进行优化，寻找最优解以此进行策略调整或者分配。通过文献搜索，发现在已有的理论研究中，大多学者的研究集中于动态定价，存量控制，多因素综合研究。

一、动态定价

最早的交通收益管理思路是动态定价研究, Gallego [1]提出需求是价格的函数的假设, 根据强度控制理论得到了最优条件, 后来 Gallego [2]将该模型扩充到多个资源的定价问题, 将需求看作随机点过程, 假设价格和需求的对应关系是已知的, 并以此为基础研究了收益最大化目标下销售期内产品随时间变化的定价问题。但需求变化较为复杂，用线性拟合刻画过于简单，钱丙益[3]研究了两个票价等级、多OD区段的客运专线收益管理问题, 重点分析了旅客从低票价等级到高票价等级的升级购买行为, 建立了非线性整数规划模型, 并借助粒子群算法求解, 得到了静态的控制策略, 并且在后续的售票过程中进行反复地优化达到了动态优化的效果。

史峰[4]利用连续时间下的马氏纯灭过程来研究单一席别的动态定价问题, 得出了实际客流需求下的最优定价策略, 以递减的分段函数刻画来列车开车前的客流需求, 得到较为复杂的定价曲线, 考虑到实际控制难度和高频次票价变化对需求的冲击, 设计了壁垒条件后得到了更为简便实用的定价策略结构。

之后很多学者借助凸优化理论和动态规划对铁路或航空的动态定价进行了探究，张小强 [5]针对高速铁路客运特点, 建立了多站段、多座位等级的离散时间马尔科夫决策过程, 针对动态规划求解的维数灾难, 应用了最大凹向包络定理来精简价格集, 这种方法明显地减少了计算时间。文曙东[6]针对铁路运输网络问题, 定义了相关概念, 同样拓展了多产品定价理论中的最大凹向包络定理到运输网络问题中, 提出了区段的最优价格组合方法,为动态价格中各级票价的产生提供理论依据。

团体管理是收益管理的一个重要部分。团体旅客不同于散客,他们通常在预订之后会取消部分或全部订座, 有时还会在离起飞时间比较近时取消订座, 使航空公司蒙受经济损失。Zhang [7]通过动态规划模型描述了面对不同购票对象的铁路最优售票策略。对团体票旅客出售折扣票，对散客出售全价票，建立了多区段多票价的动态定价模型, 通过近似售票策略下收益函数, 寻找最优的折扣率和旅客流失率的关系。

超售是受益管理的另一个重要部分，合理的超售可以减少空位损失, 同时还可以让更多的旅客坐上飞机，但是要冒售过头的风险，因此采取超售要确定较为准确的超售数额,即采取较为科学合理的方法预测起飞前取消订座和NO-SHOW (购票不登机者)等行为的概率。Bharill[8]考虑到退票和超售两个方面, 利用历史预定数据得出了需求弹性和取消率, 针对印度铁路的优质服务部分建立最优化模型。和以往研究类似, 假设了需求是一个确定性的累积和, 文中没有考虑到旅客偏好以及竞争等因素。

对于交通产品座位销售的随机性，一批学者尝试从概率角度和随机过程框架进行研究，Miller[9]提出了连续时间模型下的马尔科夫决策过程, 相较离散模型中不断地调整价格策略, 作者提出实际应用中更应该分段固定价格来稳定需求, 最终提出了易逝品的分段调整价格策略。Bitran[10]提出了连续型时间和离散型时间下的定价策略, 连续型时间条件下将商品销售期分割为无数个小时间段, 每个小时间段最多有一个随机的需求到达;离散周期的定价模型中假定需求时服从泊松分布, 两种方案都运用了动态规划方法来求解，最终的比较分析结果，周期性检查定价策略的离散事件模型的收益损失远小于持续性变化价格的连续时间模型。

高自友和四兵锋[11]针对竞争环境下铁路旅客票价的制定问题提出了一个双层规划模型, 上层为铁路运输企业的客票收益最大, 下层为旅客的广义出行费用最小。根据模型 NP-hard 的特点, 提出了基于灵敏度分析的启发式算法, 得到了合理票价制定方法，得到了有票价浮动范围约束的双层规划的局部最优解。陈建华[12]从不同的角度上拓展了双层规划模型在铁路票价制定中的应用, 分别考虑了列车等级、提速条件、出发时刻的票价制定问题。文章还考虑了弹性需求下的双层规划问题, 后续关于双层规划票价制定的研究都是以此为基础上进行拓展。

考虑到库存对定价的影响，Magraras 和 Meissner [13]研究了一家拥有固定库存资源的公司所面临的定价问题, 该资源用于生产几种不同的产品, 顾客在产品中的选择采用联合价格弹性模型。他们证明了将决策问题简化为等价的一维问题结构, 并提出了若干启发式策略。

Feng[14]研究了一个允许可逆价格变动的连续时间收益率管理模型, 假设易逝品有一组离散的价格水平提供, 每个等级的需求都是一个泊松过程。为了使预期收入最大化, 可以根据销售的变化动态地控制价格, 证明了形成一个凹向包络线的价格子集能使收益最大。与此相关，Chatwin [15]考虑一个连续时间的库存问题, 可以在有限数量的价格之间动态调整。对产品的需求是泊松的, 其强度与价格成反比。最优策略是分段常数。最大的期望收益是不递减的, 并且在剩余库存和销售时间上都是凹形的。当价格和库存相关时, 最优价格是递增的; 当价格和销售时间相关时, 最优解是递减的。

后期的一些研究侧重于旅客行为的倾向与形成的购票高峰与低谷，Qin[16, 17]根据旅客选择行为对客运市场进行划分, 以预期的出行成本为参考点, 实现客票收入的最大化, 并运用前景理论构建了弹性需求下的差异化定价模型。使用模拟退火算法在两个客流强度下求解该模型。以京沪通道为例进行分析,结果表明可以在旅客决策的基础上实行差别定价, 非高峰期降价将吸引客流, 使客票销售收入增加10.41 %。在高峰期, 可以提高价格以维持客流, 客票销售收入将增长7.98 %。最后分析了旅客期望值的提高对客票收益的影响, 为高铁的可持续发展提供了理论上的支持。

二、存量控制

Littlewood 法则是最早研究收益席位管理的量化模型，由Littlewood [18]提出，他针对航空运输建立了两等级的席位控制问题, 通过边际收益分析, 得到了低等级舱位的销售限制最优解。Belobaba[19]将 Littlewood 准则拓展到了多等级票价的席位控制中, 并设计了 EMSR 启发式算法来得到票价等级的预定限制和保护水平，利用嵌套限制的控制策略来最大化收益。

在此之后有研究者将席位与其他因素结合起来，考虑了（Gosavi[20]）收益管理中的多个因素: 机票定价, 座位或折扣分配以及超额预订, 并在无限时间范围内将单边问题根据平均奖励优化准则转换为半马尔可夫决策问题。使用基于 “强化学习” 的随机优化技术来解决该问题。Ciancimino[21]建立了单航段、单票价等级的席位控制模型。对于确定性需求,假设铁路客运收益管理模型可以简化为一个分成 m个路段的单一线路, 并且每个路段的通过能力相同, 为每一个OD路段设定票价, 模型就可以表述为一个确定性的线性规划模型。随后又建立了随机性需求下的非线性概率模型, 得到了最优的预定限制, 后续研究多以此思想为基础, 不断地增加新的约束条件和变量, 模型也更丰富和复杂。You [22]将 Ciancimino 的研究扩展到了多等级票价中, 建立了非线性整数规划,并改进粒子群算法求解不等式约束的票额分配问题。

然而没有预先的分配，票额管理系统效益低下，票额分配预分算法的设计则进一步构建了铁路旅客列车票额智能预分系统，单杏花[23]采用时间序列分析方法预测了旅客列车的OD客流。以预测的 OD 客流为基础, 提出先长途后短途、先有座后无座、先按数量预分再按比例预分等旅客列车票额预分的主要原则, 设计了相应的预分算法。刘帆洨[24]以系统思想出发, 构造了换乘服务网络, 结合了客流分配和列车动态票额分配, 利用支持向量机模型预测了客流需求强度, 运用半马尔科夫决策过程来描述客票销售过程, 实现预售期的票额动态控制下的收益最大化。张力和蓝伯雄[25]研究了多票价等级下的收益管理问题, 决策变量为开行车次和各票价等级的预定量, 实例验证在考虑旅客出行行为和选择后, 客票收益较只考虑独立需求有所提高。

传统铁路还存在一些问题，比如先客流分配再票额分配，长途旅客的购票难等，针对先客流分配再票额分配的弊端，赵翔[26]提出了以票额限制为决策变量的非线性整数规划模型, 将不确定客流的需求取平均值转换为确定性需求,松驰整数规划, 利用粒子群算法求得最优解, 得到相较于先客流分配再票额分配方法更优的收益。针对铁路售票过程中长途旅客的购票难的问题, 包云[27]分析了其他运输方式的席位等级特点, 对我国铁路提出了嵌套式的票额分配理论, 短途票的需求可以被长途票需求占用, 从而保证长 OD 区段的收益, 最后设计了蚁群算法进行求解,得出的结果对比以往售票策略有更好的收益。

骆泳吉[28]首次从独立性需求、整体市场关系、旅客行为三个角度构建了从局部反推整体的需求估计方法, 进一步针对我国铁路现场工作中的精确控制和模糊控制方法提出了四种席位控制模型, 利用仿真优化算法来随机逼近最优解。

Sanne[29]研究的两种模型解决方案都是将网络容量划分为座位分配, 来分配所有可能的 ODF 航班组合。但是当转换为实际的预订控制策略时, 这些座位分配是嵌套的。由于模型而得到的预订限制通常会对最具吸引力的舱位的座位过度保护, 这导致较低的整体上座率, 同时也导致每位乘客的平均票价略高。Huang[30]对于航空货运收益管理问题研究开发了一种解决算法, 该算法基于近似动态规划模型中的预期收益函数, 同时考虑了货运的随机数量和重量。为了减少计算过程的复杂度, 作者通过仅在状态空间中计算有限数量的点来实现近似。在仿真实验中, 将开发的算法与基于去耦权重与体积的关系的最新启发式算法进行了比较。结果发现, 在大多数情况下, 该研究方法所产生的收益高于解耦控制。

对于不同票价的机票预订，很多学者提出了一些新型收益管理方案与构想，其中Brumelle[31]提出当以嵌套方式预订座位时, 低价位的机票优先于高价位的机票预订, 可以将预期收入函数的次微分作为一组简单条件来描述使预期收入最大化的固定限额预订策略, 该条件同时适用于离散或连续需求, 将各种票价类别需求的概率分布与其各自的票价联系起来, 当需求的联合概率分布是连续的时, 可以保证后面的条件有解决方案。将问题表征为一系列单调最优问题后证明了固定限制策略在所有可允许策略上的最优性。Lautenbacher[32]分别定义了航空收益管理中的 “动态” 和 “静态”: 允许不同票价类别的客户同时预订的动态方法, 以及不同类别按预定顺序分别到达的静态方法。利用一个统一的框架将这两个共同的底层动态程序链接在一起, 利用排队论证明了相关最优值函数的隐性和预订限制策略的最优性。最后统一静态和动态模型, 并建立席位控制和排队控制问题之间的联系。

宋晓芳[33]从单列车和相关多列车两个角度研究了基于收益管理的票额分配问题, 以客座率最大为优化目标, 得出了限售站的设置方法并以此为基础进行分配,得出了需求波动系数下动态票额分配方法。相关多列车的分配中以整理能力利用率为优化目标, 利用票额分配使得客流在不同车次之间能够平均分布, 起到了引导客流的作用。

铁路运输网络是由多 OD 下的不同客运产品组成的，Zhai [34]提出了一种用于优化铁路 OD 之间的车票分配数学规划模型, 该模型的目标函数是列车的席位限制内最大化总旅客周转量或已运输的旅客总数。最后比较了基于不同目标的票额分配方案。

由于列车席位分配具有多背包问题的特点,刘华森[35]针对列车席位的组合优化模型, 首先明确了席位需求的组合交叉方法, 并且以在迭代中始终固定原始乘车区间的客流需求恒定, 以客票收益和列车客座利用率最大为目标, 通过改进的遗传算法逆向求解各车站的票额分配数额,达到了铁路列车票额分配与组合优化的目的。

三、多因素综合研究

随着交通运输产品的收益管理体系中动态定价与存量控制研究的完善，两者的联合研究也逐渐发展，Kyparisis[36]研究了航空运输中单航段、两等级票价收益管理问题, 同时考虑了各等级的最优定价和经济舱的购票限制, 主要探讨了不同需求形式下模型的结果差异, 模型和无能力约束的收益管理模型对比，取得了更好的收益效果。Fransiscus [37, ~ 38]结合了分层贝叶斯估计和三次样条插值建立了需求方程, 针对两类顾客和四种票价等级, 建立了混合整数非线性规划, 文章主要通过购买意愿排序来描述旅客偏好, 并把票价优化结果作为席位控制的输入来达到联合优化的目的。

张秀敏[39]在铁路运输网络上应用了航空运输中单航段的最大凹向包络定理,解决了铁路多区段的各级最优折扣客票价格问题。在存量控制问题中应用 EMSR方法和投标价格法对各个区段的座位实行了嵌套结构, 通过模型求得了对各个等级票价的预定限制数量, 从而保障了高收益区段进而提高了客票收益。

Chew[40]首先提出了对航空的席位控制和动态定价的离散动态规划模型, 将预售期分为两个阶段, 分析了易逝品价格变化趋势、易逝品的使用期和最优收益之间的关系。史峰[41]以人公里数最大为优化目标研究了铁路运输网络的票额分配问题, 以列车开行方案为基础建立了用户平衡模型, 通过平衡态来描述旅客选择行为下的收益管理。

李豪[42]通过折扣票将旅客分为两类, 一类为只购买折扣票; 另一类为一定概率下购买动态价格的全价票, 两种旅客之间考虑了需求的转移。主要方法是对折扣票进行存量控制, 找到折扣票的预定限制数量, 同时对普通票进行动态定价来达到来吸引第二类旅客, 最终在旅客分类的前提下提升了期望收益。通过马尔科夫决策过程求解最多接受购买折扣票旅客的阈值。得到的最优作为分配和票价策略是基于一个阈值点的序列, 这个序列是座位存量、价格和需求强度的函数。作为扩展[43]考虑了双航班竞争环境下航空席位控制和动态定价的综合模型。

赵翔[44]利用组合优化的思想构建了高速铁路列车折扣票价和票额分配的联合模型, 主要体现在优化目标上, 在需求和票额两个变量中取较小的值, 总体收益求最大值。针对这个混合整数非线性规划问题构建了人工蚁群算法来求解。

Cizaire [45]研究了几种方法同时来解决航空公司最优票价和座位分配的共同问题。模型中的基础需求量是根据票价建模的, 分别有确定性和随机性两种形式的需求模拟, 开发了启发式方法来解决随机问题。该问题考虑了多个产品和多时间段，但只是局限于单航段没有考虑运输网络条件。

基于预售时间与余票的销售方式就很好地将动态定价与存量控制结合了起来, 宋文波[46]提出通过动态调整价格来调节不同阶段的客流需求,得到的稳健模型能够更好地适应客流的波动性, 能够保证将更多的车票以更高的价格销售给旅客。孙熙庆[47]提出首先以全价出售所有票额的一半数量, 当预售时间已经到达预售期的一半时间后, 计算需求强度, 根据需求强度大小来确定打折销售的力度, 之后调整票价。但这种方法没有考虑不同OD需求的差别性, 有些需求大的区间即使全价票出售也不会影响需求, 所以应该结合各个OD的需求强度来制定不同的折扣力度。

参考文献

1. Gallego G,G VanRyzin.Optimal Dynamic Pricing of Inventories with Stochastic Demand over Finite Horizons[J].Management Science,1994,40(8):999-1020.

[2]Gallego G,G VanRyzin.A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management[J].Operations Research,1997,45(1): 24-41.

1. 钱丙益,帅斌,等.基于旅客 buy-up 行为的铁路客运专线收益管理模型[J].铁道学报, 2013,35(08):10-15

[4]史峰,郑国华,等.铁路客票最优动态票价理论研究[J].铁道学报,2002,24(01):1-4.

[5]张小强,李煜,等.基于最大凹向包络的高速铁路客运动态定价策略[J].交通运输系统工程与信息,2016,16(06):1-8.

[6]文曙东,张秀敏,等.运输网络最优价格组合研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版),2005,29(01):133-136.

[7]Zhang,Ma.Dynamic pricing for passenger groups of high-speed rail transportation[J].Journal of Rail Transport Planning & Management,2017,6(4): 346-356.

[8]Bharill R,N Rangaraj.Revenue management in railway operations: A study of the Rajdhani Express,Indian Railways[J].Transportation Research Part A: Policy and Practice,2008,42(9):1195-1207.

[9]Miller B.Finite State Continuous Time Markov Decision Process with an Infinite Planning Horzion[J].Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1968,22(3):552-570.

[10]Bitran G,Mondschein.Periodic pricing of seasonal products in retailing[J].Management Science,1997,43(1):64-79.

[11]四兵锋,高自友,等.合理制定铁路客票价格的优化模型及算法[J].管理科学学报, 2001,4(02):45-51.

[12]陈建华.铁路旅客票价优化问题的相关模型及算法[D].北京:北京交通大学,2007.

[13]Maglaras C,J Meissner.Dynamic pricing strategies for multiproduct revenue management problems[J].M&Som-Manufacturing & Service Operations Management, 2006.8(2):136-148.

[14]Feng,Xiao.A continuous-time yield management model with multiple prices and reversible price changes[J].Management Science,2000,46(5): 644-657.

[15]Chatwin.Optimal dynamic pricing of perishable products with stochastic demand and a finite set of prices[J].European Journal of Operational Research, 2000,125(1):149-174.

[16]Qin J.Differential pricing strategies of high speed railway based on prospect theory: An empirical study from China[J].Sustainability,2019, 11(14).

[17]Qin J.Time-dependent pricing for high-speed railway in China based on revenue management[J].Sustainability,2019,11(16).

[18]Littlewood K.Forecasting and Control of Passengers in Proceedings[C]. //12th AGIFORS Symposium Proceedings,1972,95-128.

[19]Belobaba P P.Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control[J].Operations Research,1989,37(2):183-197.

[20]Gosavi A,N Bandla.A reinforcement learning approach to a single leg airline revenue management problem with multiple fare classes and overbooking[J].Iie Transactions,2002,34(9):729-742.

[21]Ciancimino.A mathematical programming approach for the solution of the railway yield management problem[J].Transportation Science,1999.33(2):168-181.

[22]You.An efficient computational approach for railway booking problems[J]. European Journal of Operational Research,2008,185(2):811-824.

[23]单杏花.铁路客运收益管理模型及应用研究[D].北京:中国铁道科学研究院,2012.

[24]刘帆洨.铁路客运票额动态分配研究[D].成都:西南交通大学,2018.

[25]张力,蓝伯雄.基于旅客选择的高速铁路客运收益管理研究[J].运筹与管理,2012,21(02): 116-125.

[26]赵翔,赵鹏,李博.多列车多停站方案条件下高速铁路票额分配研究[J].铁道学报, 2016,38(11):9-15.

[27]包云,马敏书,孟令云.高速铁路嵌套式票额分配方法研究[J].铁道学报,2014.36(08): 1-6.

[28]骆泳吉.铁路席位控制建模与优化方法研究[D].北京:北京交通大学,2017.

[29]De Boer,R Freling,N Piersma.Mathematical programming for network revenue management revisited[J].European Journal of Operational Research,2002,137(1): 72-92.

[30]Huang,Chang.An approximate algorithm for the two-dimensional air cargo revenue management problem[J].Transportation Research Part E-Logistics and Transportation Review,2010, 46(3):426-435.

[31]Brumelle,McGill.Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes[J].Operations Research,1993,41(1):127-137.

[32]Lautenbacher,Stidham.The underlying Markov decision process in the single-leg airline yield-management problem[J].Transportation Science,1999,33(2):136-146.

[33]宋晓芳.基于收益管理的旅客列车票额分配及动态调整方法研究[D].北京:北京交通大学,2010.

[34]Zhai,Zhao,Chen.Optimization of the assignment of tickets for railway networks with large passenger flows[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part F:Journal of Rail

and Rapid Transit,2018,232(2):632-642.

1. 刘华森,程文明,张铭奎.基于改进遗传算法的旅客列车席位分配组合优化[J]. 中国铁道科学,2016,37(06):113-120.
2. Kyparisis,Koulamas.Optimal pricing and seat allocation for a two-cabin airline revenue management problem[J].International Journal of Production Economics, 2018,201:18-25.
3. Pratikto.A practical approach to revenue management in passenger train services: A case study of the Indonesian railways Argo Parahyangan[J].Journal of Rail Transport Planning & Management,2020,13:100-161.
4. Pratikto,Nindita.Pricing optimization and seat inventory allocation for intercity passenger train services[C]. //Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management,2018.

[39]张秀敏,赵冬梅,文曙东.铁路客运收益管理研究[J].铁道运输与经济,2006,28(07): 7-10.

[40]Chew,Liu.Joint inventory allocation and pricing decisions for perishable products[J].International Journal of Production Economics,2009,120(1): 139-150.

[41]史峰.基于用户平衡分析的铁路旅客列车票额分配计划制定及评价方法[J]. 中国铁道科学,2008,29(06):98-103.

[42]李豪,彭庆.基于需求分类和乘客升级购买行为的航空公司收益管理模型. 数学的实践与认识[J],2012,42(23):32-44.

[43]李豪,彭庆.竞争环境下基于乘客分类的航空客运机票控制和动态定价综合模型[J].数学的实践与认识,2016.46(22):1-12.

[44]赵翔,赵鹏.高速列车折扣票价与票额分配组合优化模型[J].东南大学学报(自然科学版),2018.48(04):759-765.

[45]Cizaire,Belobaba.Optimizing models for joint pricing and seat allocation optimization[C]. In 51th AGIFORS Annual Proceedings,Annual Symposium and Study Group Meeting,AGIFORS 2011.2011.

[46]宋文波,赵鹏.高速铁路单列车动态定价与票额分配综合优化研究[J].铁道学报,2018. 40(07):10-16.

[47]孙熙庆,孙熙安.铁路客票动态票价控制及销售策略探讨[J].铁道运输与经济,2012,34(10): 33-36