Klasyfikacja sygnału EKG z wykorzystaniem algorytmów kNN i eNN

Krzysztof Mazur,
Wojciech Gumuła

10 grudnia 2016

Spis treści

Rozdział 1

Algorytm kNN

Algorytm kNN (ang. k Nearest Neighbours) jest jednym z najprostszych algorytmów klasyfikacyjnych, jak również jednym z najpopularniejszych ze względu na prostotę implementacji oraz dobre wyniki obliczeń. Pierwszym krokiem algorytmu jest wyznaczenie odległości pomiędzy próbką ze zbioru testowego, oraz wszystkimi próbkami ze zbioru uczącego. Najczęściej stosowaną metodą wyznaczania odległości jest metryka euklidesowa dana poniższym wzorem gdzie N to szerokość wektora dla każdej próbki:

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{(x_i - y_i)^2}. \tag{1.1}$$

Następnie ze zbioru K najbliższych sąsiadów wybierana jest najczęściej występująca klasa obiektów, a rozważany przypadek klasyfikowany jest jako obiekt tej klasy. Dobór optymalnego parametru K odbywa się zazwyczaj na drodze eksperymentów stosując nieparzyste wartości K=1,3,5... . Proces uczenia jest bardzo prosty i ogranicza się do zapamiętania wszystkich próbek ze zbioru uczącego. Konieczność wyznaczenia odległości pomiędzy klasyfikowanę próbką a wszystkimi próbkami ze zbioru uczącego wymusza rozważne przygotowanie zbioru uczącego, tak aby zawarte w nim próbki dobrze definiowały całą przestrzeń jednocześnie minimalizując ich ilość w celu przyspieszenia działania algorytmu. Po za klasyfikacją algorytm kNN wykorzystywany jest także do klasteryzacji, regresji, estymowania funkcji gęstości. W 2006 roku algorytm został zaliczony do 10 najpopularniejszych algorytmów w dziedzinie eksploracji danych podczas konferencji IEEE w Hong Kongu.

Rozdział 2

Algorytm eNN

2.1 Podstawowa wersja algorytmu

Algorytm kNN pomimo wielu swoich zalet ma także kilka wad, które w niektórych przypadkach mogą niekorzystnie wpływać na wyniki działania. Jednym z charakterystycznych problemów jest przypadek kiedy rozkłady gęstości poszczególnych klas nie są równe. W takiej sytuacji elementy klasy o większym rozkładzie gęstości przeważają nad elementami pozostałych klas na danym obszarze. Dla algorytmu większość najbliższych sąsiadów będzie pochodziła z dominującej klasy co może zakłócać poprawność działania.

Jako rozwinięcie algorytmu kNN został stworzony algorytm eNN(*ang. Extended Nearest Neighbours*). Zaproponowany algorytm podczas klasyfikacji bierze pod uwagę nie tylko k najbliższych sąsiadów klasyfikowanego obiektu, ale również ich otoczenie.

Dla uproszczenia opis algorytmu zostanie przeprowadzony dla przypadku klasyfikacji pomiędzy dwoma klasami. Uogólnienie algorytmu dla dowolnej ilości klas sprowadza się jedynie do większej złożoności obliczeniowej. Dla każdego z k najbliższych sąsiadów próbki ze zbioru testowego wyznaczana jest funkcja statystyczna T opisująca otoczenie w jakim się znajduje. Funkcja T wyznaczana jest według wzoru:

$$T_i = \frac{1}{n_i k} \sum_{x \in S_i} \sum_{r=1}^{k} I_r(x, S \in (S_1 \cup S_2)) \tag{2.1}$$

gdzie S_1 i S_2 są zbiorami próbek należących odpowiednio do klas 1 i 2, k jest zdefiniowaną ilością najbliższych sąsiadów a I_r dane jest wzorem:

$$I_r(x,S) = \begin{cases} 1 & dla\ x \in S_i \wedge NN_r(x,S) \in S_i \\ 0 & w\ pozostaych\ przypadkach \end{cases} \tag{2.2}$$

Funkcja I_r przyjmuje wartość 1 jeżeli próbka x i jej r-sąsiad należą do tej samej klasy, natomiast wartość 0 przyjmuje w pozostałych przypadkach. Funkcja T_i przyjmuje wartości z zakresu [0,1]. Im większa wartość T_i tym więcej próbek tej samej klasy znajduje się w otoczeniu badanej próbki. Małe wartości oznaczają małą ilość próbek tej samej klasy.

Mając nową, niesklasyfikowaną próbkę, iteracyjnie zostaje przypisana do kolejnych klas a następnie dla każdego przypadku wyznaczona zostaje wartość funkcji T_i^j według wzoru:

$$T_i^j = \frac{1}{n_i^j k} \sum_{x \in S'_{i,j}} \sum_{r=1}^{k} I_r(x, S' \in (S_1 \cup S_2 \cup Z)) \tag{2.3}$$

gdzie j oznacza klasę do której została przypisana próbka Z. W rozważanym przypadku, gdy pod uwagę brane są dwie klasy otrzymujemy cztery wyniki $T_1^1, T_2^1, T_1^2\ oraz\ T_2^2$. Próbka Z zostaje zakwalifikowana zgodnie ze wzorem:

$$f_{ENN} = arg_{j \in 1,2} max \sum_{i=1}^{2} T_i^j \tag{2.4}$$

Powyższy wzór w przypadku gdy w zbiorze znajduje się N klas występuje w postaci:

$$f_{ENN} = arg_{j \in 1,2,..,N} max \sum_{i=1}^{N} T_i^j \tag{2.5}$$

Klasyfikacja próbki do odpowiedniej klasy odbywa się poprzez wybór maksymalnej wartości funkcji T_i spośród wyznaczonych metodą iteracyjną wartości dla kolejnych klas.

2.2 Alternatywna wersja algorytmu

Analizując podstawową wersję algorytmu eNN można zaobserować konieczność wyznaczenia wartości T_i^j dla każdej kolejnej klasyfikowanej próbki. Wiąże się to ze wzrostem złożoności obliczeniowej co nie jest porządane w przypadku dużych zbiorów testowych. Rozwiązaniem tego problemu jest równoważna wersja algorytmu eNN, która została przedstawiona w tym paragrafie.

W rozważanej wersji algorotmu pod uwagę brane jest nie tylko kto znajduje się w zbiorze najbliższych sąsiadów klasyfikowanej próbki Z ale także które próbki ze zbioru uczącego biorą pod uwagę próbkę Z jako jednego z k najbliższych sąsiadów. W tym celu próbka Z zostaje iteracyjnie przypisana do kolejnych klas. W każdym przypadku zostają wyznaczone wartości Δn_i^j gdzie j jest klasą do której została przypisana próbka Z, natomiast i jest klasą dla której obliczana jest zmiana ilości sąsiadów tej samej klasy. W przypadku gdy i = j zliczana jest ilość próbek klasy i dla której wzrosła ilość sąsiadów należacych do tej samej klasy. W przypadku gdy $i \neq j$ wyznaczana jest ilość próbek klasy i dla których zmalała ilość sąsiadów należacych do tej samej klasy.

Dla wyznaczonych wartości n_i^j klasyfikacja próbki Z realizowana jest zgodnie z zależnością:

$$f_{ENN} = arg_{j\in 1,2,..,N} max \left\{ \left(\frac{\Delta n_i^j + k_j - kT_i}{(n_i+1)k}\right) \right\}_{i=j} - \sum_{i\neq j}^{N} \frac{\Delta n_i^j}{n_i k} \tag{2.6}$$

gdzie k jest zdefiniowaną ilością najbliższych sąsiadów, n_i jest ilością próbek należących do klasy i, a k_i jest ilością najbliższych sąsiadów należących do klasy i.

Obie wersje algorytmu są równoważne, jednak w przypadku drugiej wersji na początku działania algorytmu można wyznaczyć wektor wartości T_i a podczas klasyfikacji kolejnych próbek ograniczyć się do wyznaczenia zmian w otoczeniach k najbliższych sąsiadów próbki Z, dla kolejnych przypisań próbki Z do odpowiednich klas.