NC.2. CALCUL NUMERIQUE

1) Ecritures fractionnaires

a) Addition

Propriété : Étant donnés a, b et c des nombres relatifs tels que $c \neq 0$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ *(Les dénominateurs doivent être égaux.)*

*Méthode : * J'écris les deux fractions avec le même dénominateur (en cherchant un multiple commun aux deux dénominateurs)*
** Je garde ce dénominateur commun et j'ajoute les numérateurs*
** Je simplifie si possible*

Explication détaillée : $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$

Liste des multiples de 8 : ~~0~~ ; 8 ; 16 ; $\boxed{24}$; 32 ; 40 ; $\boxed{48}$; 56 ; 64 ; $\boxed{72}$; 80 ; …

Liste des multiples de 6 : ~~0~~ ; 6 ; 12 ; 18 ; $\boxed{24}$; 30 ; 36 ; 42 ; $\boxed{48}$; 54 ; 60 ; 66 ; $\boxed{72}$;

Entourer les multiples communs et en choisir un (par exemple le plus petit sauf 0)

$\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{\mathbf{24}} + \frac{20}{\mathbf{24}} = \frac{9+20}{24} = \frac{29}{24}$

Exemples :

A = $\frac{12}{7} - \frac{26}{7}$ B = $-\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ C = $\frac{5}{9}$ - 1

A = $\frac{-14}{7}$ B = $-\frac{12}{15} + \frac{10}{15}$ C = $\frac{5}{9} - \frac{9}{9}$

A = -2 **B = $\frac{-2}{15}$** **C = $-\frac{4}{9}$**

b) Multiplication

Propriété : Étant donnés 4 nombres relatifs a, b, c et d tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

*Méthode : * Je détermine le signe*
** J'écris le produit des distances à zéro des numérateurs et des dénominateurs*
** Je simplifie si possible*
** Je calcule les produits*
** Je vérifie que la fraction est simplifiée au maximum*

Exemple : C $= \frac{-5}{21} \times \frac{-49}{-25} = -\frac{5 \times 49}{21 \times 25} = -\frac{5 \times 7 \times 7}{3 \times 7 \times 5 \times 5} = -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{15}}$

Définition : Prendre une fraction d'un nombre, c'est multiplier cette fraction par ce nombre.

c) Division

Rappel : Soit a un nombre relatif tel que $a \neq 0$, l'inverse de a se note $\frac{1}{a}$

Propriété : Étant donnés des nombres relatifs a, b, c et d tels que $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

*Méthode : * Je recopie le premier nombre (décimal ou écriture fractionnaire)*
** Je change la division en multiplication **et** j'écris l'inverse du 2ème nombre.*
** J'applique la méthode de multiplication.*

Exemple :

D = $\frac{-4}{11} \div \frac{8}{-5}$ E = $\frac{-24}{-7} \div (-8)$

D = $\frac{-4}{11} \times \frac{-5}{8}$ E = $\frac{-24}{-7} \times \frac{1}{-8}$

D = $+\frac{4 \times 5}{11 \times 2 \times 4}$ E = $-\frac{24 \times 1}{7 \times 8}$

D = $\frac{5}{22}$ E = $-\frac{3 \times 8 \times 1}{7 \times 8}$ **E = $-\frac{3}{7}$**

2) Puissances d'un nombre relatif

a) Exposant entier positif

Définition : Soit a un nombre relatif (éventuellement nul)

Pour $n \geq 1$, $\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a \times a}_{n \text{ facteurs égaux}}}$

Convention : $\boldsymbol{a^0 = 1}$

a s'appelle la **base**, n l'**exposant**.

Le résultat s'appelle la **puissance**.

Exemples : $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$ $\quad (-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$

b) Exposant entier négatif avec 10 comme base

Définition : Soit n un entier positif ($n \geq 0$)

10^{-n} est l'inverse de 10^n $\quad \boldsymbol{10^{-n} = \frac{1}{10^n}}$

Exemple : $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

c) Priorités de calculs

Dans une expression,
les calculs entre **parenthèses** ont priorité,
ensuite ce sont les **exposants**,
puis les **multiplications et divisions** de gauche à droite si elles s'enchaînent,
puis les **additions et soustractions** de gauche à droite (ou avec des astuces).

Exemples : $(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$ alors que $-7^2 = -7 \times 7 = -49$

F = $-10 + 6 \times (7 - 3 \times 4)^2$
F = $-10 + 6 \times (7 - 12)^2$
F = $-10 + 6 \times (-5)^2$
F = $-10 + 6 \times 25$
F = $-10 + 150$
F = 140

d) Ecriture scientifique

Propriété/Définition :

Tout nombre décimal non nul peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^n}$
avec a un nombre décimal relatif tel que $-10 < a \leq -1$ ou $1 \leq a < 10$
et n un entier relatif qui convient.
(Le nombre a doit être un nombre décimal avec un seul chiffre différent de zéro avant la virgule.)
C'est **l'écriture scientifique** de ce nombre décimal.

Exemples : $2\,167 = 2{,}167 \times 10^3$

$0{,}000\,58 = 5{,}8 \times 10^{-4}$

$456{,}1 \times 10^8 = 4{,}561 \times 10^{10}$

e) Règles de calculs

Propriétés : Etant donnés a et b deux nombres relatifs non nuls
et n et p deux nombres entiers relatifs

$a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$(a^n)^p = a^{n \times p}$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$