§1 整除性

定义 1.1. 我们称 m 整除 n (或 n 可以被 m 整除)，当且仅当 $m > 0$ ，并且 $\frac{n}{m}$ 是一个整数。可记作 $m\backslash n$. 即

$$m\backslash n \Leftrightarrow (m > 0) \wedge (\exists k \in \mathbb{Z}, n = mk).$$

如果 m 不整除 n ，记作 $m \not\backslash n$ 。

定义 1.2 (最大公约数)**.** 两个整数 m, n 的最大公约数是最大的可以整除 m 和 n 的那个数. 即

$$\gcd(m, n) = \max\{k : k\backslash m \text{ 且} k\backslash n\}.$$

比如 $\gcd(12, 18) = 6$ ，那么可以进行分数进行化简, 即 $\frac{12}{18} = \frac{12/6}{18/6} = \frac{2}{3}$.

注: 若 $n > 0$ ，那么 $\gcd(0, n) = n$ ，因为任何一个整数都整除 0 。

定义 1.3 (最小公倍数)**.** 两个整数 m, n 的最小公倍数是最小的可以被 m, n 整除的那个数. 即

$$\mathrm{lcm}(m, n) = \min\{k > 0; m\backslash k \wedge n\backslash k\}$$