§1 基础概念复习

我们在这里重新回顾 $\epsilon-\delta$ 语言, 但是用一种稍微不一样的方式.

对于一个集合而言, 含有点 $x\in\mathbb{R}$ 的开区间, 我们称它为 x 的**邻域**; 而开区间 $(x-\delta,x+\delta)$ 叫做点 x 的 δ 邻域. 特别的, 我们把 $(x-\delta,x+\delta)\backslash\{x\}$ 称为**去心邻域**. 假如点 $p\in\mathbb{R}$ 的任何邻域都包含 $X\subset\mathbb{R}$ 的一个无穷子集, 就称点 $p\in\mathbb{R}$ 为集合 X 的**极限点**.

如果对于点 A 的任何邻域, 存在点 a 在集合 E 中的去心邻域, 使得它在映射 $f:E\to\mathbb{R}$ 下的像含于 A 的给定的这个邻域中, 就说数 A 是函数 $f:E\to\mathbb{R}$ 当 x 沿集合 E 趋于点 a 时的极限.

用符号语言表示, 就是

$$\left(\lim_{E\ni x\to a}f(x)=A\right):=\forall V_{\mathbb{R}}(A)\exists\overset{\circ}{U}_E\ (a)\left(f\left(\overset{\circ}{U}_E\ (a)\right)\subset V_{\mathbb{R}}(A)\right)$$

实际上, 只要定义了邻域如何刻画, 就可以定义映射的极限的概念.