

# Chapter 3.3 定点除法运算

## 一、原码一位除法.

$$\begin{aligned} \text{设被除数 } [x]_0 &= x_0 \cdot x_1 x_2 \dots x_n & \text{商 } [Q]_0 &= q_0 \cdot q_1 q_2 \dots q_n \\ \text{除数 } [y]_0 &= y_0 \cdot y_1 y_2 \dots y_n & \text{余 } [R]_0 &= r_0 \cdot r_1 r_2 \dots r_n \end{aligned}$$

1. 商的符号  $q_0 = x_0 \oplus y_0$

2. 商的数值  $|Q| = |x| \div |y|$ . 且  $|x| < |y|$ , 为防止溢出.

Recall.  $35 \div 20$

$$\begin{array}{r} 1 \leftarrow \text{商} \\ 20 \overline{) 35} \\ \underline{20} \\ 15 \leftarrow \text{余数} \end{array}$$

## 二进制手动除法

$$\begin{array}{r} 0.1101 \\ 0.101 \overline{) 0.1001001} \\ \underline{0.01011} \\ 0.001110 \\ \underline{0.001011} \\ 0.0000111 \\ \underline{0.0000000} \\ 0.00001110 \\ \underline{0.00001011} \\ 0.00000011 \end{array} \begin{array}{l} R_0 \\ y \times 2^{-1} \\ R_1 \\ y \times 2^{-2} \\ R_2 \\ y \times 2^{-3} \\ R_3 \\ y \times 2^{-4} \\ R_4^* \end{array}$$

## (一) 原码恢复除法.

Learning by example

Eg 1.  $[x]_0 = 0.1001$ ,  $[y]_0 = 0.1011$ , 求  $[x]_0 - [y]_0$ .

解. 我们要使用 补码 进行运算.

$$[|y|]_c = 0.1011 \quad [-|y|]_c = 1.0101.$$



	余数 R	商 Q	
	00.1001	0.0000	初始余数 $R_0 = x$
$+(-y)_c$	11.0101		减 y 比较
	11.1110	0.0000	是负的！加 y 恢复余数
$+y_c$	00.1011		$q_1$ 商上 0.
	00.1001		
$\leftarrow$	01.0010	0.0000	R, Q 同步左移一位
$+(-y)_c$	11.0101		
	00.0111	0.0001	$R_2 > 0$ , 商 $q_2$ 上 1
$\leftarrow$	00.1110	0.0010	左移一位
$+(-y)_c$	11.0101		减  y  比较
	00.0011	0.0011	$R_3 > 0$ , 商 $q_3$ 上 1
$\leftarrow$	00.0110	0.0110	左移一位
$+(-y)_c$	11.0101		减  y  比较
	11.0011	0.00110	$R_4 < 0$ , 商 $q_4$ 上 0
$+ y $	00.1011		加  x  恢复
	00.0110		
$\leftarrow$	00.1100	0.1100	同上
$+(-y)_c$	11.0101		
	00.0001	0.1101	$R_5 > 0$ , 上 1
	↑ 余数.	↑ 商	

## (二) 原码不恢复余数法

- 若  $R_i \geq 0$ , 上商位  $q_i = 1$ , 左移一位减除数 y, 得新余数  $R_{i+1}$ .

$$R_{i+1} = 2R_i - y.$$

- 若  $R_i < 0$ , 上商位  $q_i = 0$ . 将  $R_i + y$  恢复余数, 左移一位减 y 得  $R_{i+1}$ .

$$R_{i+1} = \underbrace{2(R_i + y)}_{\text{恢复余数}} - y = 2R_i + y.$$



同市可以，余数直接左移一位，加除数  $y$ 。

即上式结 - 为  $R_{i+1} = 2R_i + (-1)^{q_i} \cdot y$ 。

Eq 2.  $[x]_0 = 0.1001$ ,  $[y]_0 = 0.1011$ . 求  $[x]_0 \div [y]_0$ 。

解.  $[1y]_c = 0.1011$ ,  $[1y]_c = 1.0101$ 。

除数 $R$	商 $Q$	
00.1001	0.0000	初始余数为 $R_0 = x$
$+(-y)_c$ 11.0101		减 $ y $ 比较
011.1110	0.0000	$R_1 < 0$ , 上 0, $q = C = \bar{y}_0$ .
$\leftarrow$ 11.1100	0.0000	同步左移 1 位
$+y_c$ 00.1011		
100.0111	0.0001	$R_2 > 0$ , 上 1.
$\leftarrow$ 00.1110	0.001	左移 1 位
$+(-y)_c$ 11.0101		减 $ y $
100.0011	0.0011	$R_3 > 0$ , 上 1
$\leftarrow$ 000.0110	0.011	
$+(-y)_c$ 11.0101		减 $ y $
011.1011	0.0110	$R_4 < 0$ , 上 0
$\leftarrow$ 11.0110	0.011	
$+y_c$ 00.1011		
100.0001	0.1101	$R_5 > 0$ , 商上 1.
余数.	商	