

## 8. 集合: 无穷 (8-infinity)

姓名: 魏恒峰      学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2021 年 4 月 29 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

# 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 ([5 分] ★★★)

请证明鸽笼原理。

证明:

---

### 题目 2 ([5 分] ★★★)

Is the set of all infinite sequences of 0's and 1's finite, countably infinite, or uncountable?

证明:

---

### 题目 3 ([5 分] ★★★)

Give an example, if possible, of

- (a) a countably infinite collection of *pairwise disjoint* nonempty sets whose union is finite.
- (b) a countably infinite collection of nonempty sets whose union is finite.

证明:

---

定理 4 (Santor-Schröder-Bernstein (1887))

$$\begin{aligned} &|X| \leq |Y| \wedge |Y| \leq |X| \implies |X| = |Y| \\ &\exists f : X \xrightarrow{1-1} Y \wedge g : Y \xrightarrow{1-1} X \implies \exists h : X \xleftrightarrow[\text{onto}]{1-1} Y \end{aligned}$$

[Schröder-Bernstein theorem @ wiki](#)

证明:

---

## 2 订正

## 3 反馈

你可以写 (也可以发邮件或者使用“教学立方”)

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ...