

离散数学 (1-prop-logic)

姓名: 魏恒峰 学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: _____ 评阅: _____

2021 年 3 月 11 日

请独立完成作业, 不得抄袭。
若得到他人帮助, 请致谢。
若参考了其它资料, 请给出引用。
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

1 作业 (必做部分)

题目 1 (命题逻辑公式上的数学归纳法 [2 (★★) 分])

假设公式 α 中不含 “ \neg ” 符号。请证明, α 中超过四分之一的符号是命题符号。

证明:

对公式的结构作归纳。

...

□

题目 2 (合取范式与析取范式 [3 (★) 分])

我们先引入一个定义。

定义 1 (合取范式 (Conjunctive Normal Form; CNF))

我们称公式 α 是**合取范式**, 如果它形如

$$\alpha = \beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \cdots \wedge \beta_k,$$

其中, 每个 β_i 都形如

$$\beta_i = \beta_{i1} \vee \beta_{i2} \vee \cdots \vee \beta_{in},$$

并且 β_{ij} 或是一个命题符号, 或是命题符号的否定。

例如, 下面的公式就是一个合取范式。

$$(P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge \neg Q$$

将定义 1 中的所有 \wedge 换成 \vee , 所有 \vee 换成 \wedge , 其余不变, 就变成了析取范式 (Disjunctive Normal Form; DNF) 的定义。本题以 CNF 为例。

将任意公式转化成 CNF 或 DNF 的方法如下:

- (1) 先将公式中的联词化归成 \neg , \wedge 与 \vee ;
- (2) 再使用 De Morgan 律将 \neg 移到各个命题变元之前 (“否定深入”);

(3) 最后使用结合律、分配律将公式化归成合取范式或析取范式。

请将

$$(P \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$$

化为合取范式。

解答：

题目 3 (重言蕴含与推理规则 [5 = 3 + 2 (★★) 分])

(1) 请使用真值表方法证明

$$\{P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S\} \models S \vee R.$$

(2) 请使用重言式所代表的推理规则 (可以任意使用规则, 也可以使用你认为显然成立但课堂上没有列出来的规则, 但需要指明每一步使用了哪条规则) 证明

$$\{P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S\} \vdash S \vee R.$$

提示: 你可能需要使用

$$(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\neg \alpha \vee \beta)$$

$$((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$$

解答：

2 订正

3 反馈

你可以写 (也可以发邮件或者使用“教学立方”)

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ...