

7. 集合: 函数与偏序 (7-function-partial-order)

姓名: 魏恒峰 学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: _____ 评阅: _____

2021 年 4 月 22 日

请独立完成作业, 不得抄袭。
若得到他人帮助, 请致谢。
若参考了其它资料, 请给出引用。
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

1 作业 (必做部分)

题目 1 ([7 = 2 + 2 + 3 分] **)

设 $f: A \rightarrow B$ 是函数。请证明:

- (1) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$
- (2) $f^{-1}(B_1 \setminus B_2) = f^{-1}(B_1) \setminus f^{-1}(B_2)$
- (3) $B_0 \supseteq f(f^{-1}(B_0))$

证明:

题目 2 ([4 = 2 + 2 分] **)

设 $f: A \rightarrow B$ 与 $g: B \rightarrow C$ 是函数。请证明,

- (1) 如果 f 与 g 是满射, 则 $g \circ f$ 是满射。
- (2) 如果 $g \circ f$ 是单射, 则 f 是单射。

证明:

题目 3 ([5 分] ***)

设 $f: A \rightarrow B$ 与 $g: B \rightarrow A$ 是函数。请证明,

$$(f \circ g = I_B \wedge g \circ f = I_A) \rightarrow g = f^{-1}.$$

证明:

题目 4 ([4 = 0 + 4 分] ★★)

一个自反且传递的二元关系 $R \subseteq X \times X$ 称为 X 上的拟序。现令 $\preceq \subseteq X \times X$ 为拟序。

(1) 如下定义 X 上的关系 \sim :

$$x \sim y \triangleq x \preceq y \wedge y \preceq x.$$

请证明 ^①, \sim 是 X 上的等价关系。

(2) 如下定义商集 X/\sim 上的关系 \leq :

$$[x]_{\sim} \leq [y]_{\sim} \triangleq x \preceq y.$$

请证明, \leq 是偏序关系。

^① 你在 *hw5-relation* 中已经做过这个证明了, 不必重做。可以直接在第二问中使用该结论。

证明:

2 订正

3 反馈

你可以写 (也可以发邮件或者使用“教学立方”)

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ...