

### 3. 数学归纳法 (3-induction)

姓名: 魏恒峰      学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2021 年 03 月 25 日发布习题

2021 年 04 月发布答案

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

## 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 (相识关系 [4 分] \*\*)

假设有  $2n+1$  个人。对于任意  $n$  个人构成的一个小组, 都存在一个人 (不属于这个小组) 与这  $n$  个人都相识 (假设“相识”是相互的)。

请证明, 存在一个人, 他/她认识其它所有  $2n$  个人。

证明:

---

### 题目 2 (邮资问题 [6 分] \*\*)

请证明, 只用 4 分与 5 分邮票, 就可以组成 12 分及以上的每种邮资。

(或者: 每个不小于 12 的整数都可以写成若干个 4 或 5 的和。)

证明:

---

### 题目 3 (结合律 [4 分] \*\*)

设  $*$  是一个满足结合律的二元运算符, 即

$$(a * b) * c = a * (b * c).$$

请证明,  $a_1 * a_2 * \cdots * a_n$  ( $n \geq 3$ ) 的值与括号的使用方式无关。

证明:

---

**题目 4 (数数 [6 分] ★★★)**

令  $T_n$  表示相邻位数字不相同的  $n$  位数的个数,  $E_n$  表示相邻位数字不相同的  $n$  位数偶数的个数,  $O_n$  表示相邻位数字不相同的  $n$  位数奇数的个数。

规定: 以上所有的  $n$  位数仅考虑不以 0 开头的数字。例如,  $E_1 = 4$ 。

请给出  $T_n, E_n, O_n$  的计算公式。

解答:

---

## 2 订正

## 3 反馈

你可以写 (也可以发邮件或者使用“教学立方”)

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ...