

# 第 1 讲: 为什么计算机能解题?

姓名: 魏恒峰      学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2019 年 10 月 11 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

- 体会“思维的乐趣”
- 初步了解递归与数学归纳法
- 初步接触算法概念与问题下界概念



## 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 (UD Problem 1.9)

Let  $n$  be an odd integer. Prove that  $n^3 - n$  is divisible by 24.

解答:

---

### 题目 2 ( $n$ 枚硬币)

你有  $n$  枚外观一模一样的硬币。已知其中有一枚假币, 并且假币的质量比真币轻。现有一个带两个托盘的天平秤。请设计“称量”<sup>①</sup> 方案<sup>②</sup>, 找到这枚假币。

请用尽可能简洁的自然语言或者伪代码描述你的称量方案。不要提交可执行代码。

解答:

---

### 题目 3 ( $n$ 枚硬币问题的下界)

接上一题, 最少<sup>③</sup> 需要称量多少次, 才能找到这枚假币? 请证明你的结论。

解答:

---



① 只允许使用“称量”操作。这是我们在做算法分析时关注的关键操作。

② 这就是算法。

③ 这就是问题的下界。显然, 只考虑特定的算法是不够的; 你要考虑问题本身的性质以及“称量”操作的本质。

**题目 4 (12 枚硬币 (UD Problem 1.8))**

你有 12 枚外观一模一样的硬币。已知其中有一枚假币，其质量与真币不同。

但是，你不知道假币比真币轻还是重。只称量三次，如何找出这枚假币，并确定它相对于真币的轻重？

解答：




---

## 2 作业 (选做部分)

**题目 5 ( $n$  枚硬币)**

你有  $n$  枚外观一模一样的硬币。已知其中有一枚假币，其质量与真币不同。

但是，你不知道假币比真币轻还是重。好在，每个硬币都有一个标签 “Possibly Heavy”<sup>④</sup> 或者 “Possibly Light”。请设计“称量”方案，找出这枚假币，并确定它相对于真币的轻重。

<sup>④</sup> 表示该硬币是真币或者比真币重。

解答：

---