

## 第 10 讲: 函数

姓名: 魏恒峰      学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2019 年 12 月 9 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

- 有了 functions, (大部分) 数学就 functions 了。

### 1 作业 (必做部分)

题目 1 (UD Problem 14.3 (b, d, g))

解答:

---

题目 2 (UD Problem 14.5)

证明:

---

题目 3 (UD Problem 14.23)

解答:

---

题目 4 (UD Problem 15.10 (f, g, h))

解答:

---

题目 5 (UD Problem 15.14)

解答:

---

题目 6 (UD Problem 15.15)

解答:

---

题目 7 (UD Problem 16.6)

解答:

---

题目 8 (UD Problem 16.14)

解答:

---

题目 9 (UD Problem 16.17)

解答:

---

题目 10 (UD Problem 16.22)

证明:

---

题目 11 (UD Problem 17.22)

解答:

---

题目 12 (UD Problem 17.23)

解答:

---

## 2 作业 (选做部分)

题目 1 (Monotonicity)

Assume that  $F : \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(A)$  and that  $F$  has the monotonicity property:

$$X \subseteq Y \subseteq A \implies F(X) \subseteq F(Y).$$

Define

$$B = \bigcap \{X \subseteq A \mid F(X) \subseteq X\}$$

$$C = \bigcup \{X \subseteq A \mid X \subseteq F(X)\}.$$

- (a) Show that  $F(B) = B$  and  $F(C) = C$ .
- (b) Show that if  $F(X) = X$ , then  $B \subseteq X \subseteq C$ .

解答:

---

## 3 Open Topics

Open Topics 1 (Lambda Calculus)

函数也可以作为数学的基础 (Foundations of Mathematics)。请介绍 Lambda Calculus 的基础知识, 如 (不限于):

- 基本理念 (为什么要研究它?)
- 语法
- 操作
- “高阶函数”的概念

参考资料:

- [Lambda calculus @ wiki](#)
- [AlligatorEggs Game for Lambda Calculus](#)
- [Lambda Calculus Interpreter](#)

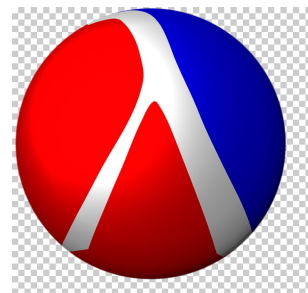


图 1: The Scheme Programming Language

**Open Topics 2 (Recursive Functions)**

请介绍递归函数，如 (不限于):

- 基本理念 (为什么要研究它?)
- 原始递归函数 (重点)
  - 定义
  - 常见原始递归函数
- $\mu$ -递归函数
  - 定义
  - 与原始递归函数的关系

参考资料:

- [Primitive recursive function @ wiki](#)
- [Ackermann function @ wiki](#)
- [\$\mu\$ -recursive function @ wiki](#)

## 4 订正

## 5 反馈