

## 第 13 讲: 布尔代数

姓名: 魏恒峰 学号: hfwei@nju.edu.cn

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2020 年 2 月 11 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

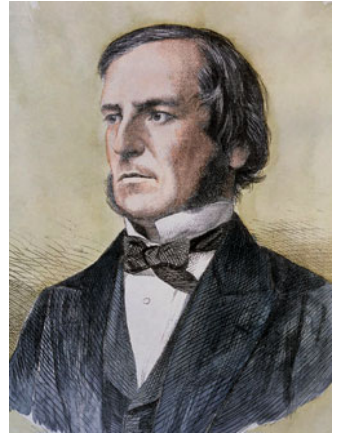


图 1: George Boole

## 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 (Definition)

请证明: A bounded, distributive, and complemented lattice is a Boolean algebra.

解答:

---

### 题目 2 ( $D_n$ )

请证明:  $D_n$  (定义见阅读材料 Example 15.1 (c)) 是 Boolean algebra 当且仅当  $n = p_1 p_2 \cdots p_k$  (for some  $k$ ), 这里  $p_i$  皆为素数且互异。

解答:

---

### 题目 3 (Atom)

设  $B$  为 Boolean algebra, 对于任意元素  $a \in B$ , 定义  $\text{Atom}(a) = \{x \leq a \mid x \text{ is an atom}\}$ 。  
现假设  $B$  为有穷 Boolean algebra。请证明:

$$\forall a \in B : a \neq 0 \implies \text{Atom}(a) \neq \emptyset.$$

解答:

---

### 题目 4 (Isomorphic)

请证明: 有穷且等势的 Boolean algebras 均同构。

解答:

---

## 2 作业 (选做部分)

题目 1 (Isomorphic)

是否任何 Boolean Algebra 都与某个幂集 Boolean Algebra 同构? 请证明或给出反例。

解答:

---

## 3 Open Topics

Open Topics 1 ()

Open Topics 2 ()

## 4 反馈