Tarea 2

Procesamiento Digital de Señales
Tecnológico de Costa Rica
Maestría en Electrónica
Prof. MSc. Michael Grüner Monzón

Allan Navarro Brenes
200943530
anavarro3106@gmail.com

1.

Utilizando Python, mediante el modulo wavfile de scipy.io. Parar leer el archivo se utiliza el método wavfile.read con el nombre del archivo a leer como parámetro, este devuelve una tupla con la frecuencia de muestreo y las muestras en un arreglo de numpy. Para escribir las muestras en un archivo se utiliza el método wavfile.write, con el nombre del archivo de salida, la frecuencia de muestreo y el arreglo de datos. Ver código prob1.py

2.

Si se quiere variar la frecuencia de reproduccion de un vector, se debe cambiar la frecuencia de muestreo a la que se reproduce la señal. Es decir, si una señal originalmente tenía una frecuencia de muestreo de 44100 Hz y esta se reproduce a 88200 Hz, el audio se reproducirá al doble de la frecuencia original.

3.

Ver codigo (prob3.py)

4.

a. 1. El sistema solo depende de la entrada presente $x(n)$ por lo tanto es estático.
2. Linealidad: No lineal ya que $cos[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] \neq a_1cos[x_1(n)] + a_2cos[x_2(n)]$
3. Invarianza en el tiempo: Invariante en el tiempo $y(n, k) = \mathscr{T}[x(n-k)] = cos[x(n-k)]$ que es lo mismo que $y(n-k) = cos[x(n-k)]$
4. Causalidad: El sistema es causal, no depende de entradas futuras.
5. El sistema es estable, la funcion coseno se encuentra siempre entre -1 y 1

b. 1. El sistema solo depende de la entrada presente $x(n)$ por lo tanto es estático.
2. Linealidad: sean dos sistemas $y_1(n) = x_1(n)cos(w_0n)$ y $y_2(n) = x_2(n)cos(w_0n)$, su combinación lineal produce:
$a_1y_1(n) + a_2y_2(n) = a_1x_1(n)cos(w_0n) + a_2x_2(n)cos(w_0n)$ (ecuación a.2.1)
Por otro lado, $\mathscr{T}[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)]$ produce:
$cos(w_0n)(a_1x_1(n) + a_2x_2(n)) = a_1x_1(n)cos(w_0n) + a_2x_2(n)cos(w_0n)$ (ecuación a.2.2)
Como ambas ecuaciones a.2.1 y a.2.2 son iguales, el sistema es lineal.
3. Invarianza en el tiempo: $y(n, k) = \mathscr{T}[x(n-k)] = x(n-k)cos(w_0n)$ que es distinto de $y(n-k) = x(n-k)cos(w_0(n-k))$ por lo tanto el sistema es variante en el tiempo. 4. El sistema es causal ya que no depende de entradas futuras 5. Toda entrada $x(n)$ acotada produce una salida acotada ya que es multiplicada por $cos(w_0n)$ que es acotado entre -1 y 1

c. 1. El sistema es estático ya que solo depende de la entrada presente $x(n)$
2. No lineal ya que $Round[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] \neq a_1Round[x(n)] + a_2Round[x(n)]$
3. Es invariante en el tiempo ya que $y(n-k) = Round[x(n-k)]$ y $\mathscr{T}[x(n-k)] = Round[x(n-k)]$

4. Es causal ya que no depende de entradas futuras.
5. El sistema es estable ya que toda entrada acotada va a ser acotada.

d. 1. El sistema es dinámico ya que depende de entradas futuras, por ejemplo en n = 1 se requiere la entrada x(2)
2. Sean dos entradas $y_1(n) = x_1(2n)$ y $y_2(n) = x_2(2n)$
$a_1y_1(n) + a_2y_2(n) = a_1x_1(2n) + a_2x_2(2n)$ (ecuación d.2.1)
$\mathscr{T}[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)]$ produce también $a_1x_1(2n) + a_2x_2(2n)$ por lo tanto el sistema es lineal.
3. $\mathscr{T}[x(n-k)] = x[2(n-k)]$ que es lo mismo que $y(n-k) = x[2(n-k)]$ por lo tanto es invariante en el tiempo. 4. El sistema no es causal ya que depende de entradas futuras, por ejemplo en n = 1 se requiere la entrada x(2)
5. El sistema es estable ya que toda entrada acotada produce una salida acotada, unicamente se saltan muestras (submuestreo)

5.

Si se realiza un desplazamiento temporal de la entrada $x_3(n)$ de 3: $x_3(n+3)$, se tiene como entrada el impulso unitario, por lo tanto al tratarse de un sistema invariante en el tiempo, la respuesta al impulso es $h(n) = y_3(n+3)$. En cuanto a la linealidad del sistema, debido a la invarianza en el tiempo, $x_2(n) = 3x_3(n-1)$, si el sistema fuera lineal, $y_2(n)$ deberia ser $3y_3(n-1)$ sin embargo al no ser iguales, el sistema no es lineal.

6.

Al utilizar una frecuencia de muestreo menor a la Frecuencia de Nyquist se produce aliasing, de acuerdo con [1] este fenómeno puede ser aprovechado a propósito en lo que se conoce como submuestreo o *undersampling*, que tiene una aplicación en receptores digitales de radiofrecuencia. Considerando una señal que tenga una frecuencia IF de 72.5 MHz y que posea un ancho de banda de 4 MHz, si se utiliza una frecuenca de muestreo f_s de 10 MHz, la cual está muy por debajo de la frecuencia de Nyquist, definitivamente se producirá aliasing alrededor de las frecuencias de $0f_s, f_s, 2f_s, 3f_s...$, esto hace que la señal que se encuentra a una frecuencia de $7f_s$ (70MHz) se traslade a una frecuencia menor y pueda ser recuperada, esto se muestra en la Figura 1. Esto tiene como consecuencia que es posible utilizar una frecuencia baja de 10 MHz para muestrear la señal, sin tomar en cuenta el límite teórico impuesto por el teorema de Shanon.

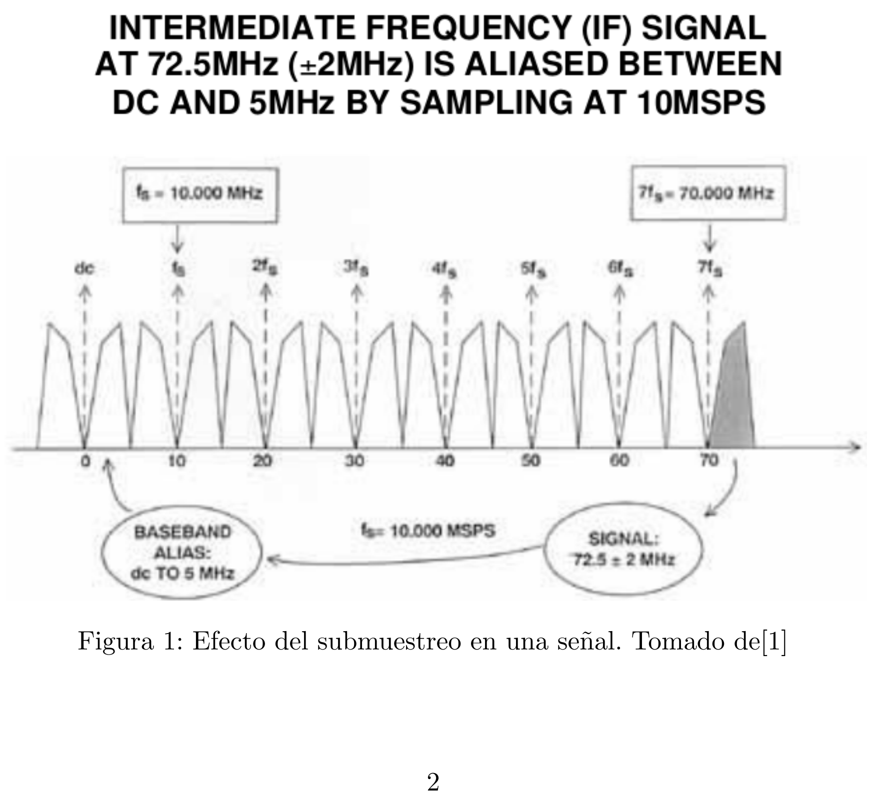

Figura 1: Efecto del submuestreo en una señal. Tomado de[1]

Referencias

[1] Analog Devices, “Practical Analog Design Techniques. Section 5: Undersampling applications,” 1995. dirección: `https://www.analog.com/media/en/training-seminars/design-handbooks/Practical-Analog-Design-Techniques/Section5.pdf`.