Tarea 3

Procesamiento Digital de Señales
Tecnológico de Costa Rica
Maestría en Electrónica
Prof. MSc. Michael Grüner Monzón

Allan Navarro Brenes
200943530
anavarro3106@gmail.com

1.

a. I. Diagrama de bloques

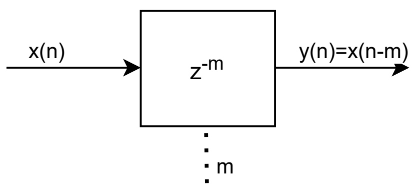

Figura 1: Diagrama del sistema T_D

Donde m es un entero positivo configurable que depende los D milisegundos que se quiere retrasar.

II. Se tiene que la transformada Z es $Y(z) = z^{-m}X(z)$ con ROC en todo el plano z excepto $z = 0$. La función de transferencia es entonces $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-m}$

III. Ecuación de diferencias: $y(n) = x(n-m)$

IV. Respuesta al impulso $h(n) = \delta(n-m)$

b. $m = samplerate * (D/1000)$

c. Ver prob1.py

d. En valores cercanos a 1000 ms se dificulta más continuar el habla

e. Es necesario utilizar audífonos debido al eco que se introduce desde los altavoces al micrófono

2.

Se propone que el sistema tenga la funcion de transferencia

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-N}}$$

El sistema tiene N polos uniformemente distribuidos con esto se resuelve el caso particular N=80 y en general para cualquier N. La Figura 2 muestra el diagrama de polos y ceros para N=80.

Dado que $Y(z) = H(z)X(z)$ se puede determinar la ecuación de diferencias del sistema de la siguiente manera:

$$Y(z) = \frac{1}{1 - z^{-N}}X(z)$$

$$Y(z) - Y(z)z^{-N} = X(z)$$

$$Y(z) = z^{-N}Y(z) + X(z)$$

por lo tanto la ecuacion de diferencias es:

$$y(n) = y(n-N) + x(n)$$

El sistema es causal ya que no depende de entradas futuras. No es FIR ya que es recursivo, es IIR ya que la ecuación de diferencias es lineal y tiene coeficientes constantes.

Para cambiar la distancia de los polos al circulo unitario se debe hacer $H(z) = \frac{1}{(1+d)^N - z^{-N}}$. Si $d > 0$ el sistema es inestable ya que tendrá polos fuera del círculo, si $d < 0$ el sistema es estable y si $d = 0$ el sistema oscila.

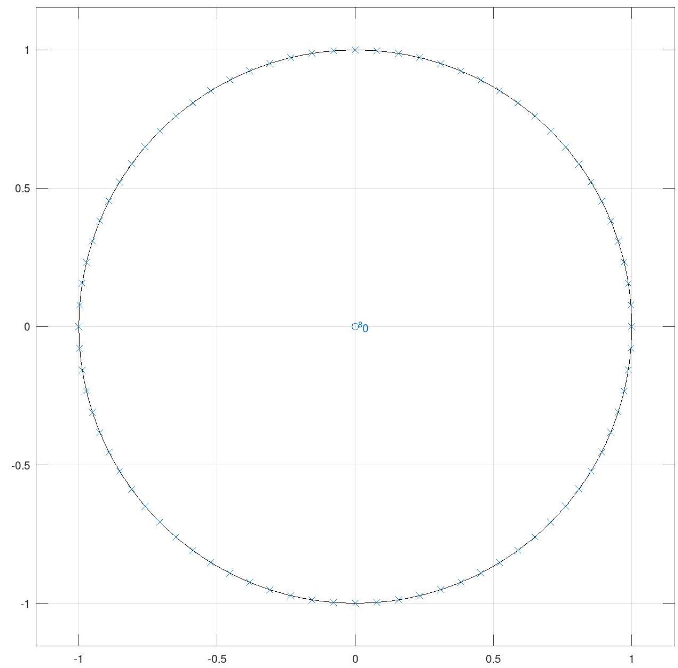

Figura 2: Diagrama de polos y ceros del sistema

3.

Utilizando tablas de transformadas se tiene que:

$$Y(z) = H(z) = \frac{rz^{-1}\sin w_0}{1 - 2rz^{-1}\cos w_0 + r^2 z^{-2}}$$

El diagrama de polos y ceros se obtiene usando la función zplane de octave

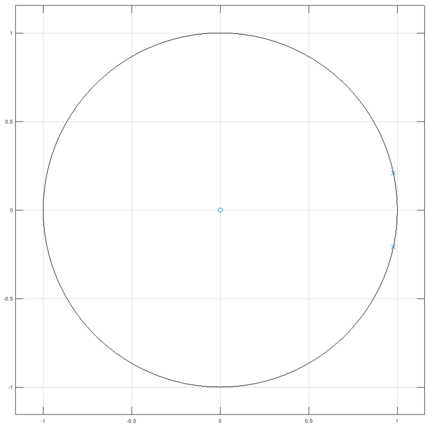

Figura 3: Diagrama de polos del sistema

$$Y(z) - 2rz^{-1}\cos w_0 Y(z) + r^2 z^{-2} Y(z) = rz^{-1}\sin w_0$$

Con lo que se extrae que la ecuación de diferencias es:

$$y(n) = 2r\cos w_0 y(n-1) - r^2 y(n-2) + r\sin w_0 \delta(n-1)$$

La entrada del sistema debe ser $r\sin w_0 \delta(n)$ para que el sistema se comporte como oscilador. Se requiere que r sea 1 para que teóricamente el sistema oscile establemente.

En cuanto a la estabilidad en términos de r, si $r > 0$ el sistema es inestable ya que con cada valor de r^n la salida se multiplica exponencialmente y diverge. Para $|r| < 1$ el sistema es estable y converge a 0 ya que el factor r^n se reduce exponencialmente, para valores de $r = 1$ el sistema oscila.

El sistema es recursivo y con ecuacion de diferencias lineal de coeficientes constantes, por tanto es IIR y además es causal, ya que no depende de entradas futuras.

No se recomienda generar el oscilador de esta manera ya que un error de precisión puede sacar el sistema de oscilación ya sea a diverger o a converger a 0.

El sistema puede representarse mediante el diagrama de bloques de la Figura 4, este diagrama se utiliza de base para implementar el sistema en Python (ver codigo prob3.py)

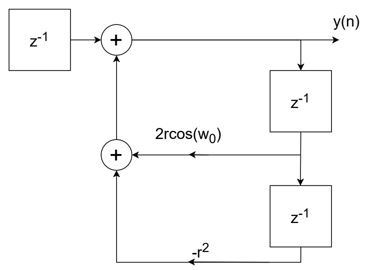

Figura 4: Diagrama de bloques del sistema

4.

I. $X(z) = 3z^5 + 6 + z^{-1} + 4z^{-2}$ ROC = todo el plano z excepto 0 e ∞

II.

$$X(z) = \sum_{n=5}^{\infty} (\frac{1}{2})^n z^{-n} = \sum_{n=5}^{\infty} (\frac{1}{2}z^{-1})^n$$

Sea $a = (\frac{1}{2}z^{-1})^n$, entonces $X(z) = a^5 + a^6 + a^7 + ... = a^5(1 + a + a^2 + ...)$

$$X(z) = \left(\frac{1}{2}z^{-1}\right)^5 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}z^{-1}\right)^n$$

$$X(z) = \frac{\left(\frac{1}{2}z^{-1}\right)^5}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Con ROC= $|z| > 1/2$

III. Utilizando fracciones parciales. Se expresa la transformada en términos de exponentes positivos de z, multiplicando la expresión por $\frac{z^3}{z^3}$

$\frac{X(z)}{z} = \frac{z^2}{(z-2)(z-1)^2}$, que tiene expansión $\frac{X(z)}{z} = \frac{A}{z-2} + \frac{B}{z-1} + \frac{C}{(z-1)^2}$

$A = (z-2)\frac{X(z)}{z}|_{z=2} = 4$

$C = (z-1)^2\frac{X(z)}{z}|_{z=1} = -1$

$B = \frac{d}{dz}[(z-1)^2\frac{X(z)}{z}]|_{z=1} = -3$

por lo tanto

$X(z) = \frac{4}{(1-2z^{-1})} + \frac{-3}{1-z^{-1}} + \frac{-z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$. Con ROC $|z| > 2$

Utilizando tablas de transformadas

$x(n) = 4(2)^n u(n) - 3u(n) - nu(n) = (4(2) - 3 - n)u(n)$

IV. Utilizando tablas de transformadas

$$X(z) = \frac{rz^{-1}\sin w_0}{1 - 2rz^{-1}\cos w_0 + r^2 z^{-2}}$$

Con ROC $|z| > |r|$