Christopher Ryan Russell Clark
MP6104 PDS
Tarea 3

1. **Supresor del habla**
   a) Presente para el sistema LTI TD:
      - Diagrama de bloques

$$x[n] \longrightarrow \boxed{Z^{-d}} \longrightarrow y[n]$$

      - Función de transferencia

$$Y[z] = H[z]X[z]$$

$$Y[z] = z^{-d}X[z]$$

$$H[z] = z^{-d}$$

      - Ecuación de diferencias

$$y[n] = x[n-d]$$

      - Repuesta al impulso

$$h(n) = \delta(n-d)$$

   b) Provea una expresión que convierta el retraso D de milisegundos a número de muestra.

$$d = \frac{D \times f_s}{1000 \ ^{ms}/_{sec}}$$

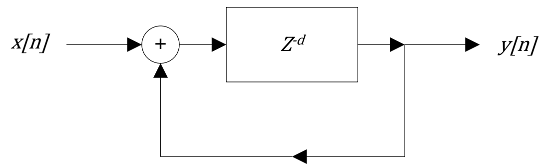
   c) Escriba programa en GNU/Octave o Python que:
      - Captura su voz del micrófono
      - Reciba un valor de retraso D en milisegundos
      - Implemente TD que introduzca dicho retraso a la señal.
      - Reproduzca la señal resultante a los audífonos.

      Octave no es adecuado para el procesamiento de audio continuo, ya que no es posible capturar y reproducir simultáneamente (a diferencia de Matlab que si tiene un toolkit que ofrece esta funcionalidad). El código de Python se adaptó de una respuesta en stackoverflow en https://stackoverflow.com/questions/46386011/real-time-audio-signal-processing-using-python. El retraso en las muestras se calcula utilizando la tasa de muestreo y el tiempo de retraso deseado, y luego se capturan las ventanas de este número de muestras. La reproducción comienza inmediatamente después del muestreo, al mismo tiempo que comienza la captura de las siguientes ventanas, implementando efectivamente el retraso. Esto es más eficiente en términos de memoria y efectivamente lo mismo que tratar de calcular la convolución con un impulso retrasado. una desventaja es que la calidad del audio se degrada en tamaños de ventana pequeños correspondientes a retrasos cortos.

d) ¿Cuál es el valor de D en milisegundos que fue mas efectivo para suprimir el habla?

e) ¿Por qué dicho sistema solo puede ser operado utilizando audífonos?

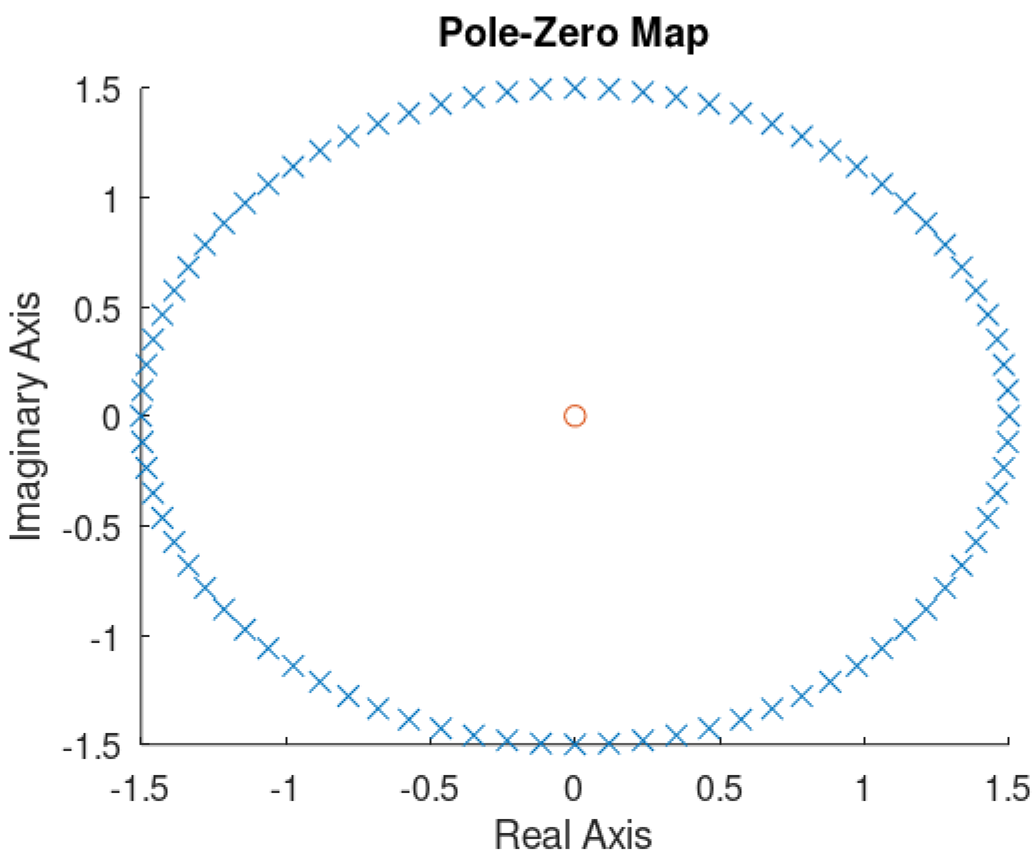
El uso de audífonos evita que el micrófono capte el sonido de salida, lo que crearía una ruta de retroalimentación dentro del sistema y podría generar inestabilidad.



2. La vuelta al mundo en 80 polos

Un sistema LTI que distribuye homogéneamente 80 polos sobre el circulo unitario con el primero de ellos ubicado en 1. Para dicho sistema:

- Presente el diagrama de polos y ceros del sistema.



- Presente la función de transferencia del sistema.

$$H(z) = \frac{z^{80}}{\prod_{k=0}^{79}\left(z - e^{2\pi ik/80}\right)}$$

- Presente la ecuación de diferencias del sistema.

  No veo la manera de encontrar un método general para extraer la ecuación en diferencias de la forma de polo-cero de la función de transferencia. Sospecho que supondría una descomposición en fracciones parciales, tras agrupar los polos conjugados para reducir el número de coeficientes a calcular de 80 coeficientes complejos a 40 componentes reales.

- ¿Cómo se puede generalizar este sistema a N polos?

$$H(z, N) = \frac{z^{N}}{\prod_{k=0}^{N-1}\left(z - e^{2\pi ik/N}\right)}$$

- ¿Cómo se puede variar la distancia *d* de los polos al círculo unitario?

  La distancia se puede variar incluyendo un término de ganancia en la función de transferencia.

- Clasifique el mismo en términos de causalidad y si es FIR y IIR.

  El grado del numerador de la función de transferencia es menor que el grado del denominador, por lo que el sistema es causal.

  Como hay polos que no se encuentran en el origen, el sistema es IIR.

- Clasifique el mismo en términos de estabilidad, para diferentes valores de *d.*

  Una ganancia superior a 1 sitúa los polos fuera del círculo unitario, haciéndolo inestable, mientras que una ganancia inferior a 1 los sitúa dentro del círculo unitario produciendo una respuesta amortiguada. Con una ganancia de 1, el sistema es marginalmente estable.

3. El resonador bicuadrática

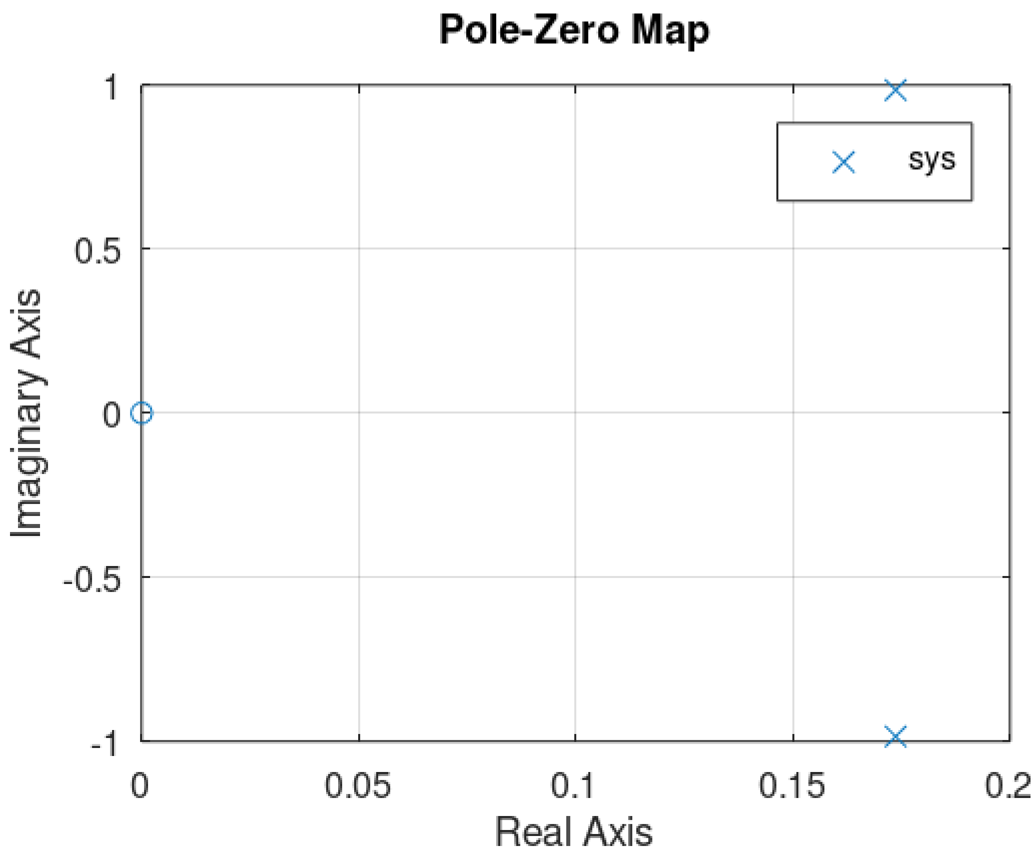
Diseñe un sistema que genere la siguiente señal y(n) dada por:

$$y(n) = r^n \sin(\omega_0 n) u(n)$$

utilizando un sistema LTI de segundo orden.

Para dicho sistema:

- Presente el diagrama de polos y ceros del sistema.
  Ceros: 0
  Polos: $re^{\pm i\omega_0}$
  Abajo $r = 1$, $\omega_0 = 440\pi/180$



- Presente la función de transferencia del sistema.

$$H(z) = \frac{rz^{-1}\sin\omega_0}{1 - 2rz^{-1}\cos\omega_0 + r^2z^{-2}}$$

- Presente la ecuación de diferencias del sistema.

$$y[n] = r\sin\omega_0\, x[n-1] - 2r\cos\omega_0\, y[n-1] - r^2y[n-2]$$

- Clasifique el mismo en términos de causalidad y si es FIR o IIR.

  Causal, IIR

- Clasifique el mismo en términos de estabilidad para diferentes valores de r.

  Estable para $r < 1$, marginalmente estable en $r = 1$

- ¿Qué señal de entrada permite la oscilación?

$$x(n) = \delta(n)$$

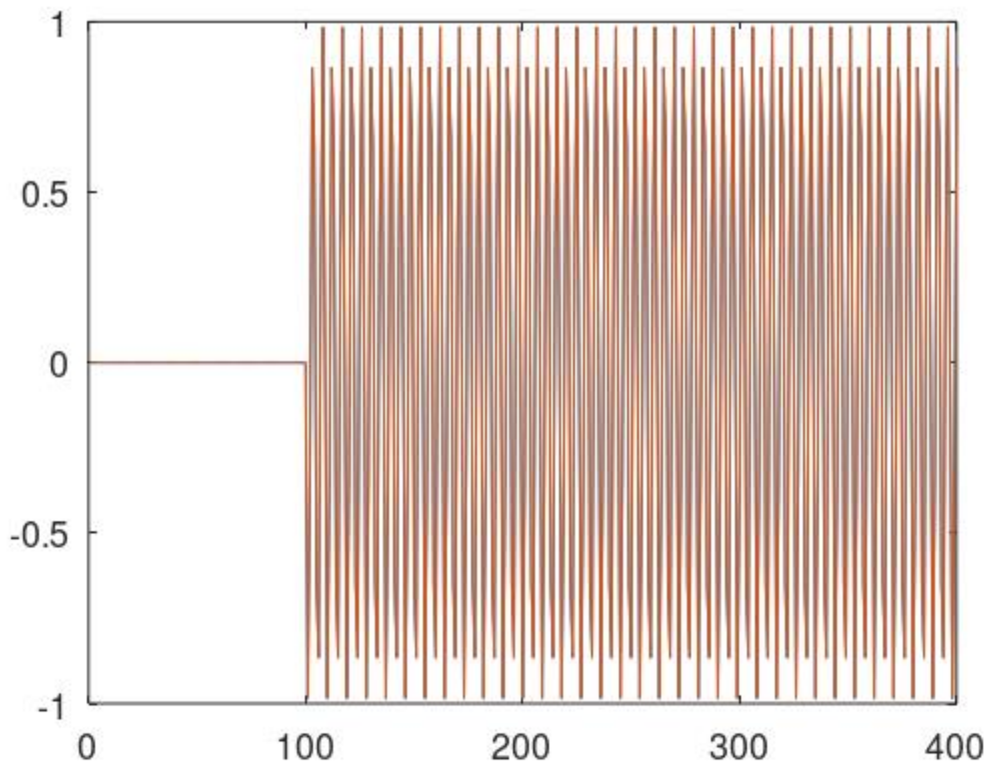
- ¿Qué valor de r permite una oscilación (teórica) estable (constante)?

$$r = 1$$

- ¿Se recomienda esta técnica para implementar osciladores digitales? Justifique.

  La estabilidad del sistema depende de la estabilidad numérica de la implementación. Pequeños errores de redondeo pueden llevar al sistema a la inestabilidad o amortiguamiento. Un sistema practico requiere control de retroalimentación para mantener la estabilidad en todas condiciones.

- Implemente en GNU/Octave o Python dicho sistema para F0=440 Hz.



4. Transformada Z

Calcule la Transformada Z directa o inversa (según corresponda) para las siguientes señales:

- Transformada Z de:

$$x(n) = \left\{3, 0, 0, 0, 0, \underset{\uparrow}{6}, 1, 4\right\}$$

$$X(z) = 3z^5 + 6 + z^{-1} + 4z^{-2}$$

- Transformada Z de:

$$x(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & si\ n \geq 5 \\ 0, & si\ n \leq 4 \end{cases}$$

$$x(n) = u(n-5)\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$X(z) = \sum_{n=5}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n} z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+5} z^{-(n+5)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{n+5}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{n} \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{5}$$

$$= \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{5} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{n}$$

$$= \left(\frac{1}{2} z^{-1}\right)^{5} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}$$

$$= \frac{1}{32} \frac{z^{-5}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}$$

- Señal causal cuya Transformada Z es:

$$H(z) = \frac{1}{(1 - 2z^{-1})(1 - z^{-1})^{2}}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{z-2}{z}\right)\left(\frac{z-1}{z}\right)^{2}}$$

$$= \frac{z^{3}}{z^{3}\left(\frac{z-2}{z}\right)\left(\frac{z-1}{z}\right)^{2}}$$

$$= \frac{z^{3}}{(z-2)(z-1)^{2}}$$

$$\frac{H(z)}{z} = \frac{A}{(z-2)} + \frac{B}{(z-1)} + \frac{C}{(z-1)^{2}}$$

$$H(z) = \frac{4z}{(z-2)} + \frac{3z}{(z-1)} + \frac{1z}{(z-1)^{2}}$$

$$h(n) = 4u(n)2^{n} - 3u(n) - nu(n)$$

$$h(n) = u(n)(4 \times 2^{n} - 3 - n)$$

- Transformada Z de:

$$x(n) = r^{\mathrm{n}} \sin(\omega_{0} n) u(n)$$

$$X(z) = \frac{rz^{-1}\sin\omega_0}{1 - 2rz^{-1}\cos\omega_0 + r^2 z^{-2}}$$