

Document 1 : quelques définitions

La probabilité $P(M)$ d'être atteint d'une maladie peut être interprétée le pourcentage de chances d'être malade avant de prendre en compte des observations (par exemple le résultat d'un test de dépistage). On l'appelle la **prévalence**. C'est une **probabilité a priori**.

La probabilité $P(M | +)$ d'être malade sachant qu'on réagit positivement au test et la probabilité $P(M | -)$ de ne pas être malade sachant qu'on réagit négativement au test de dépistage peuvent être interprétées comme le pourcentage de chances d'être malade après la prise en compte du résultat du test. On les appelle les **probabilités a posteriori**.

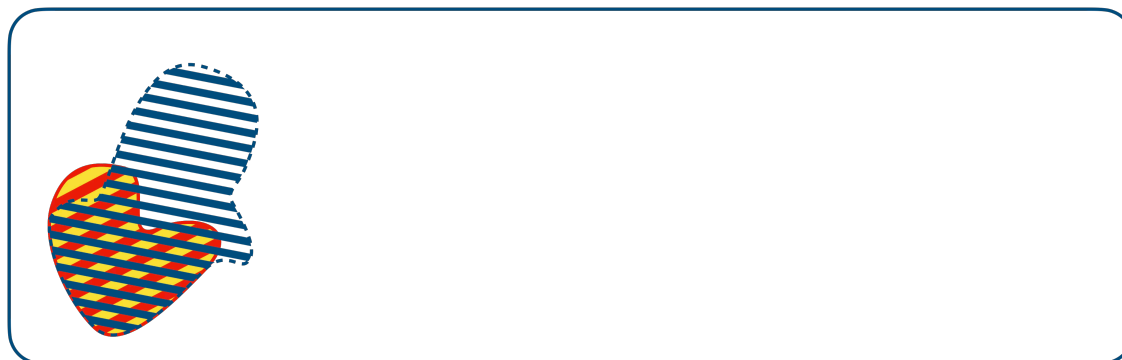
Des études cliniques permettent d'évaluer l'efficacité du test diagnostic en l'utilisant sur des personnes dont on sait déjà, par un autre moyen, si elles sont malades ou non. On note $P(+ | M)$ la probabilité que le test soit positif lorsque la personne est malade et $P(+ | \bar{M})$ la probabilité que le test soit positif si la personne n'est pas malade. Ce sont les **probabilités de l'effet** (résultat du test) **conditionnellement aux causes**.

Document 2 : théorème de Bayes

Le théorème permet de calculer la **probabilité a posteriori de la cause** (être malade ou non) **à partir des probabilités de l'effet observé** (les chances de test positif lorsqu'on est malade et lorsqu'on ne l'est pas), en prenant en compte la probabilité a priori de la cause (prévalence) :

$$P(M | +) = \frac{P(+ | M) \times P(M)}{P(+ | M) \times P(M) + P(+ | \bar{M}) \times P(\bar{M})}$$

Autrement dit, le théorème de Bayes permet de réviser le pourcentage de chances a priori d'être malade en fonction des observations.



Document 3 : sensibilité et spécificité d'un test

- La **sensibilité** d'un test mesure sa capacité à donner un résultat positif lorsqu'une hypothèse est vérifiée = capacité à détecter un maximum de malades (avoir le moins possible de faux négatifs).
- La **spécificité** d'un test mesure sa capacité à donner un résultat négatif lorsque l'hypothèse n'est pas vérifiée = capacité à ne détecter que les malades (avoir le moins possible de faux positifs).

En notant VP et FP les vrais et les faux positifs, et VN et FN les vrais et faux négatifs, on a :

	Malade	Non malade
Test positif	VP	FP
Test négatif	FN	VN

$$\text{sensibilité} = \frac{VP}{VP + FN}$$

$$\text{spécificité} = \frac{VN}{VN + FP}$$

Document 4 : valeurs prédictives positives et négatives

- La valeur prédictive positive d'un test dans une population donnée, notée **VPP**, est la probabilité qu'un individu de cette population qui réagit positivement au test soit effectivement malade : $VPP = P(M | +)$
- De manière analogue, on définit la valeur prédictive négative du test dans une population donnée, notée **VPN**, comme la probabilité qu'un individu de cette population réagissant négativement au test soit sain : $VPN = P(\bar{M} | -)$

Document 5 : expérience

Le psychologue Gerd Gigerenzer présente le problème suivant dans un séminaire de statistique à des gynécologues en activité :

« Une femme de 50 ans sans symptôme passe une mammographie de routine. L'examen se révèle positif. Alarmée, elle veut savoir avec quelle certitude cela implique qu'elle a un cancer du sein.

À part le résultat du test, vous ne savez rien sur cette femme.

- La prévalence des cancers du sein est de 1% chez les femmes de cet âge.
- Pour 90% des femmes ayant un cancer du sein, la mammographie détecte une anomalie.
- Pour 9 % des femmes n'ayant pas de cancer du sein, la mammographie détecte une anomalie.

Parmi les femmes dont le test est positif, combien sont atteintes d'un cancer du sein environ ?

A : 9 sur 10 ; B : 8 sur 10 ; C : 1 sur 10 ; D : 1 sur 100 »

Plus de la moitié des docteurs présents ont choisi la réponse A, ce qui est très à côté de la plaque, et seulement 1 sur 5 ont choisi la bonne réponse...



1. À partir du dessin à la fin du doc. 2, définir **VP**, **VN**, **FP** et **FN** en termes d'aires. Puis définir la **sensibilité** et la **spécificité** comme des ratios de différentes aires.
2. À partir des données rapportées dans le doc. 5, préciser les caractéristiques (**sensibilité** et **spécificité**) d'une mammographie.

On suppose que 10 000 femmes de 40 ans ont effectué une mammographie.

3. Compléter le **tableau de contingence** ci-dessous sachant qu'un test positif correspond ici à une anomalie détectée :

	Test positif	Test négatif	Total
Malades			
Non malades			
Total			10 000

4. Une femme de 40 ans a subi une mammographie qui a détecté une anomalie.
Quelle est la probabilité qu'elle soit atteinte d'un cancer du sein ?
5. Calculer les valeurs prédictives positives et négatives (**VPP** et **VPN**) d'une mammographie chez les femmes de 40 ans à partir du tableau et du théorème de Bayes.

On constate ainsi qu'en bon bayésien, il ne faut pas considérer qu'un test détermine si on a une maladie, ni même qu'il détermine les chances d'avoir une maladie. Tout ce qu'il fait, c'est mettre à jour les chances d'avoir une maladie !

Auto-test d'intolérance au gluten

Il s'agit d'un test, accessible sans ordonnance, disponible en pharmacie ou sur internet pour s'auto-dépister la maladie cœliaque.

Cette maladie toucherait en France, au maximum, 1% de la population (bien que seulement 1 personne sur 1000 développe une forme symptomatique).

Document 6 : données de la notice

Ce test fonctionne selon le principe de l'immunochromatographie : à partir d'une goutte de sang prise au bout du doigt, il permet de mettre en évidence la présence des anticorps antitransglutaminase IgA.

Données de performance :

- **Sensibilité** : 95,7 %
- **Spécificité** : 97,1 %

6. Réaliser un tableau de contingence pour 20 000 personnes réalisant le test.
7. Déterminer la VPP à partir du tableau et conclure quant à la fiabilité de l'auto-test.

Document 7 : données de différents tests

Test	Sensibilité	Spécificité	Prévalence	VPP
Carence en fer	97,56 %	96,92 %	3 % des femmes en âge de procréer	49 %
autotest thyroïde	96,43 %	95,24 %	1,5 % population générale	24 %
test thyroïde en laboratoire	95 %	99 %	1,5 % population générale	60 %
Test diagnostic rapide paludisme	95 %	85 %	France : 0,1%	0,6 %
			Afrique : 90 %	98 %

8. Commenter.
9. Vous faites un test sensible à 99% et spécifique à 99% d'une maladie mortelle qui touche une personne sur 100 000. Faut-il tout de suite rédiger votre testament si le test s'avère positif ?