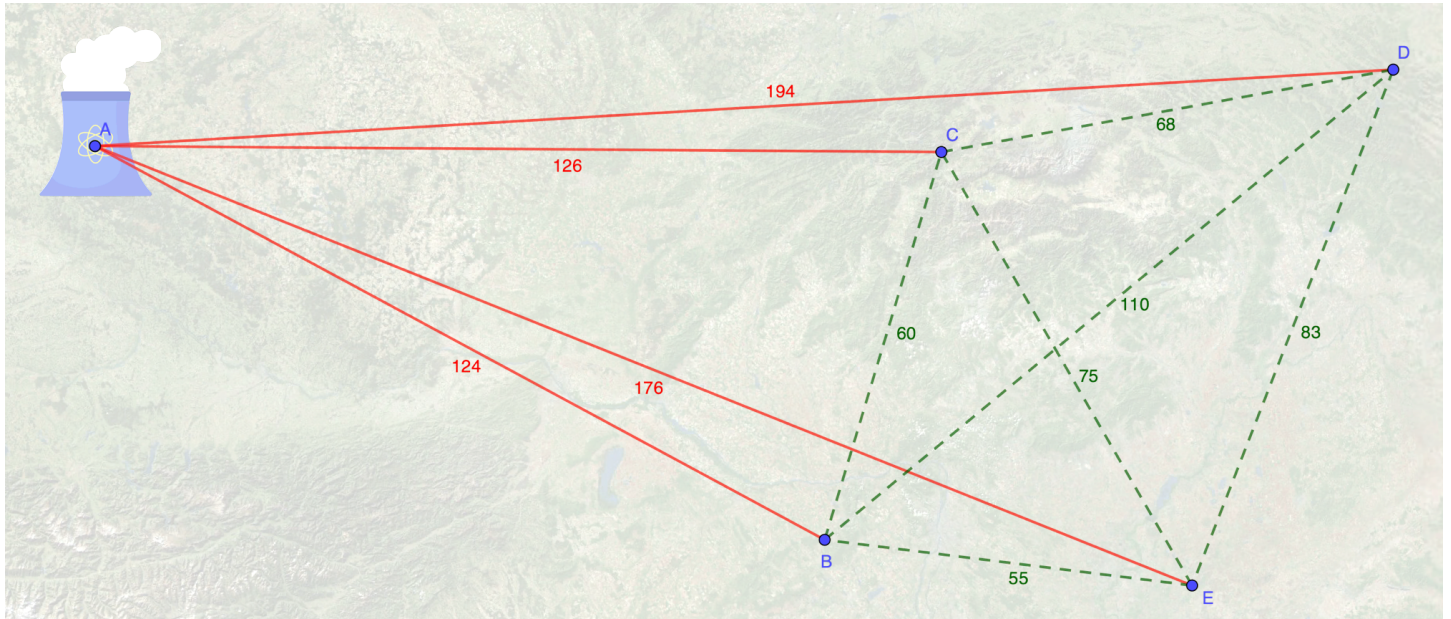


Vous avez en charge la planification du réseau électrique permettant de relier les 4 villes B, C, D et E à la centrale A. Les distances en km ainsi que le type de ligne (en rouge : ligne THT 400 kV et en vert pointillé : ligne THT 225 kV) sont indiqués sur le schéma suivant :



Commençons par déterminer la résistance par km des deux types de ligne.

- À l'aide du tableau suivant et de vos connaissances, expliquez pourquoi on utilise l'alliage almélec (principalement composé d'aluminium) dans les câbles des lignes haute tension.

Caractéristique	Cuivre	Almélec	Aluminium	Acier
Résistivité à 20 °C ($10^{-8} \Omega \cdot m$)	1,72	3,26	2,82	~15
Coefficient de température ($10^{-3} K^{-1}$)	4,1	3,6	4	-
Masse volumique ($kg \cdot m^{-3}$)	8 890	2 700	2 700	7 800
Contrainte à la rupture en traction (MPa)	380 à 450	320 à 380	150 à 190	1 410 à 1 450
Module d'élasticité (MPa)	câble : 105 000 fil : 120 000	câble : 60 000	câble : 60 000 fil : 65 000	câble : 185 000 fil : 200 000
Coefficient de dilatation linéique ($10^{-6} K^{-1}$)	17	23	23	11,5

Source: Lignes aériennes : matériels. Conducteurs et câbles de garde par André CHANAL et Jean-Pierre LÉVÊQUE. Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique

La formule donnant la résistance d'un câble de section s , de résistivité ρ et de longueur ℓ est :

$$R = \frac{\rho \ell}{s}$$

Le câble en almélec utilisé pour les deux types de ligne a une section de 500 mm^2 .

- Montrer que la résistance de ces câbles est de $0,065 \Omega/\text{km}$.

La puissance transportée depuis la centrale est de 400 MW (et on va supposer pour simplifier que chacune des lignes transporte cette puissance).

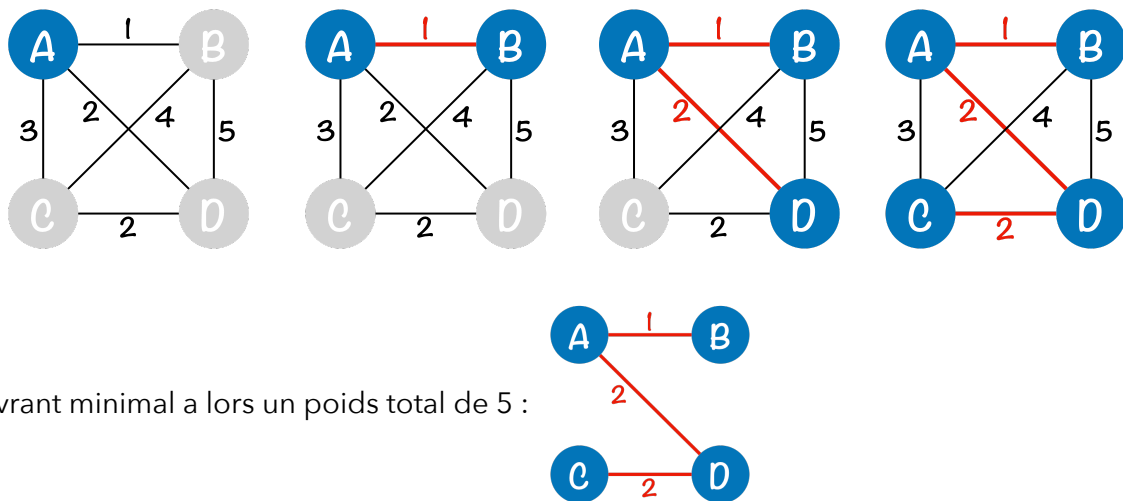
3. Déterminer la puissance perdue par effet Joule dans chacune des lignes.

On va enfin s'atteler à la tâche principale : trouver comment relier chaque ville de manière à ce que les pertes soient minimales. Il suffit pour cela d'obtenir « l'arbre couvrant minimal » du graphe dessiné plus haut et l'algorithme de Prim va nous y aider.

L'algorithme de Prim est un algorithme glouton dont le principe est le suivant :

- on part d'un sous-ensemble contenant un sommet unique ;
- à chaque itération, on agrandit ce sous-ensemble en prenant l'arête incidente à ce sous-ensemble de coût minimum.

Exemple d'exécution sur un petit graphe à 4 sommets en partant du sommet A :



L'arbre couvrant minimal a lors un poids total de 5 :

4. À l'aide de l'algorithme de Prim, déterminer l'arbre couvrant minimal du graphe présenté au départ où le poids des arêtes n'est plus la longueur de la ligne électrique mais la valeur des pertes par effet Joule de cette ligne calculée à la question 3.

5. En déduire la valeur des pertes totales pour cette infrastructure optimisée.