Atterrissage fusée

1. On utilise la modélisation donnée au graphique pour trouver $v_y(t_1)$ et $v_y(t_2)$

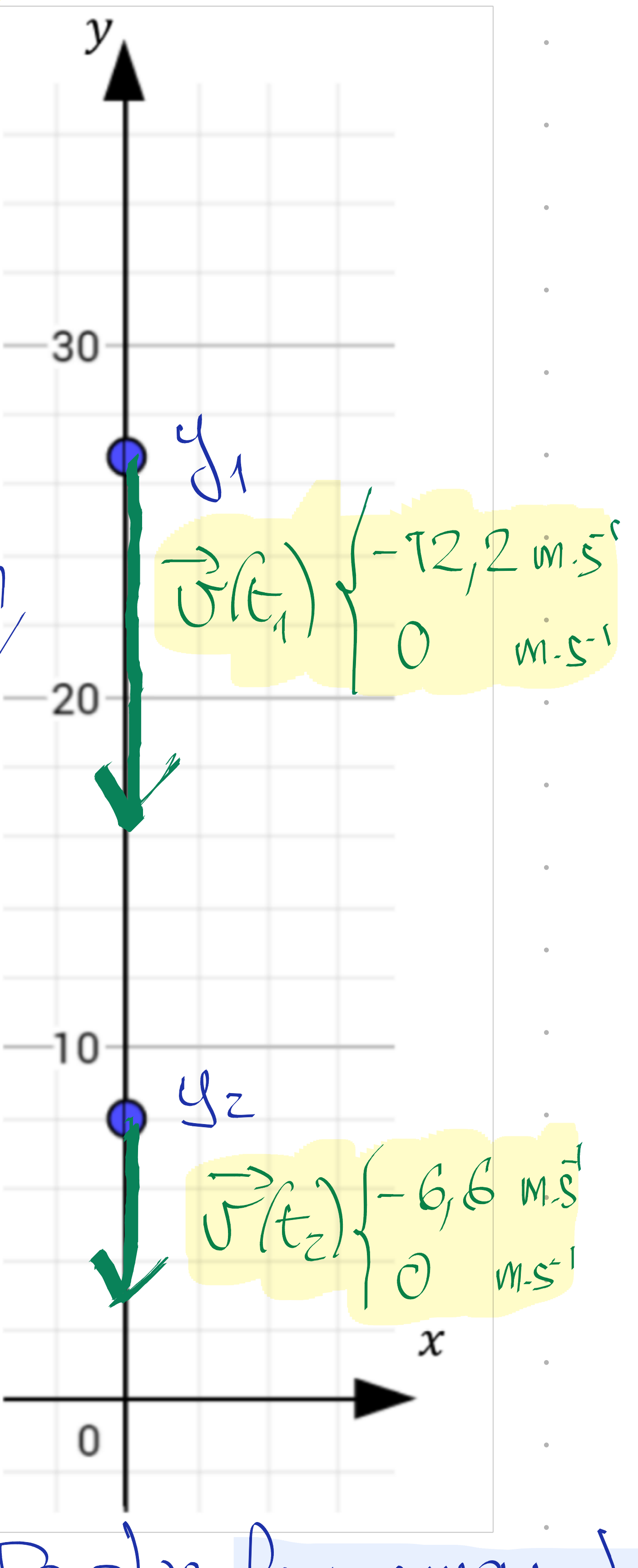
$$v_y(t) = 2{,}80\,t - 13{,}6$$

$$\Rightarrow \quad v_y(t_1) = 2{,}80 \times 0{,}50 - 13{,}6$$
$$= 1{,}4 - 13{,}6$$
$$= -12{,}2 \text{ m.s}^{-1} \rightsquigarrow 2{,}0 \text{ cm}$$

$v_x(t_1) = 0 \text{ m.s}^{-1}$

$$\text{et} \quad v_y(t_2) = 2{,}80 \times 2{,}5 - 13{,}6$$
$$= 7{,}0 - 13{,}6$$
$$= -6{,}6 \text{ m.s}^{-1}$$

$v_x(t_2) = 0 \text{ m.s}^{-1}$ ↳ 1,1 cm



2. Pour obtenir l'accélération, on dérive $v_y(t)$:

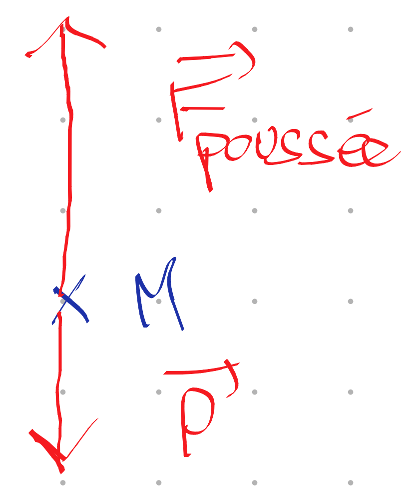
$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = 2{,}80 \text{ m.s}^{-2} > 0$$

L'accélération est constante et sa projection sur l'axe Oy est positive, ce qui signifie que l'accélération est vers le haut !

Comme la vitesse est négative, le mouvement est uniformément accéléré vers le haut et donc uniformément ralenti.

De plus, le mouvement est rectiligne (vertical).

3. Modélisons le 1er étage de la fusée par un point matériel M :



$$\|\vec{F}_{poussée}\| > \|\vec{P}\|$$

La force de poussée des moteurs l'emporte sur le poids puisque la force résultante vaut le produit de la masse par l'accélération d'après la 2e loi de Newton et doit donc être dirigée vers le haut (puisque $a_y > 0$).

4. Pour obtenir $y(t)$, on primitive $v_y(t)$:

$$y(t) = \frac{1}{2}\,2{,}80\,t^2 - 13{,}6\,t + C$$

On détermine C grâce au graphe 2 de $y(t)$.
On lit $y(0) = 33$ m

$$\Rightarrow C = 33 \text{ m}$$

$$y(t) = \underbrace{1{,}40}_{m.s^{-2}}\,t^2 - \underbrace{13{,}6}_{m.s^{-1}}\,t + \underbrace{33}_{m}$$

5. Le système touche le sol à l'instant t_s tel que

$$y(t_s) = 0$$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}40\, t_s^2 - 13{,}6\, t_s + 33 = 0$

Il faut résoudre le trinôme du second degré

$$\Delta = 13{,}6^2 - 4 \times 1{,}40 \times 33$$
$$\simeq 0{,}16 > 0$$

$$t_{s_1} = \frac{13{,}6 - \sqrt{0{,}16}}{2 \times 1{,}40} \simeq 4{,}7\,s \qquad t_{s_2} = \frac{13{,}6 + \sqrt{0{,}16}}{2 \times 1{,}40} \simeq 5{,}0\,s$$

Calculons les vitesses selon Oy en ces 2 instants :

$v_y(t_{s_1}) = -0{,}44\ m.s^{-1}$

on écarte cette solution car elle correspond à une fusée en train de repartir vers le haut

$v_y(t_{s_2}) = +0{,}40\ m.s^{-1}$

Et $v(t_{s_2}) = v_y(t_{s_2})$ puisque le mouvement est vertical.

6. $v(t_s) < 6\ m.s^{-1}$ $\Rightarrow$ l'atterrissage s'effectue bien en douceur.