

Inventée à la fin du XVIII^e siècle par les frères Montgolfier, la montgolfière est la première machine ayant permis à l'Homme de voler.



Données

- masses molaires atomiques : $M(\text{O}) = 16 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{N}) = 14 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- conversion d'une température θ exprimée en degré Celsius en une température T en Kelvin :
 $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273^{\circ}\text{C}$;
- valeur de la pesanteur terrestre : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- la poussée d'Archimède $\vec{\pi}_A$ est une force, verticale et dirigée vers le haut, que subit tout objet plongé dans un fluide. Pour un objet de volume V totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ , la valeur π_A de la poussée d'Archimède a pour expression :
$$\pi_A = \rho \cdot V \cdot g$$
- caractéristiques de l'air extérieur au niveau du sol :
 - masse volumique : $\rho_{\text{ext}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
 - température : $\theta_{\text{ext}} = 21^{\circ}\text{C}$;
 - Pression atmosphérique : $p_{\text{atm}} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$;
- la montgolfière étudiée est constituée d'une enveloppe de volume V invariable égal à $2,5 \times 10^3 \text{ m}^3$ et d'une nacelle de volume négligeable par rapport à celui de l'enveloppe.
- la masse m_{ens} de l'ensemble comprenant la nacelle, l'enveloppe, le système de chauffage et les passagers est égale à 500 kg.

1. Montrer que la valeur de la masse molaire M_{air} de l'air est voisine de $29 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2. En exploitant l'équation d'état des gaz parfaits, exprimer littéralement la masse m_{int} de l'air contenu à l'intérieur de l'enveloppe en fonction de la pression p_{int} de l'air à l'intérieur, du volume V de l'enveloppe, de la masse molaire M_{air} de l'air, de la constante R des gaz parfaits et de la température T_{int} de l'air situé à l'intérieur de l'enveloppe.

3. Exprimer le poids total du système {montgolfière + air intérieur}, noté P_{total} , en fonction des masses m_{ens} et m_{int} .

4. Calculer la valeur de la poussée d'Archimède π_A qui s'exerce sur le système {montgolfière + air intérieur}, au niveau du sol.

5. Montrer que l'expression de la valeur de la température minimale T_{min} de l'air à l'intérieur de l'enveloppe pour que la montgolfière puisse décoller est :

$$T_{min} = \frac{p_{int} \cdot V \cdot M_{air}}{R \cdot \left(\frac{\pi_A}{g} - m_{ens} \right)}$$

6. Calculer la valeur de T_{min} . On admet que la pression p_{int} de l'air à l'intérieur de l'enveloppe est égale à la pression atmosphérique $p_{atm} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.