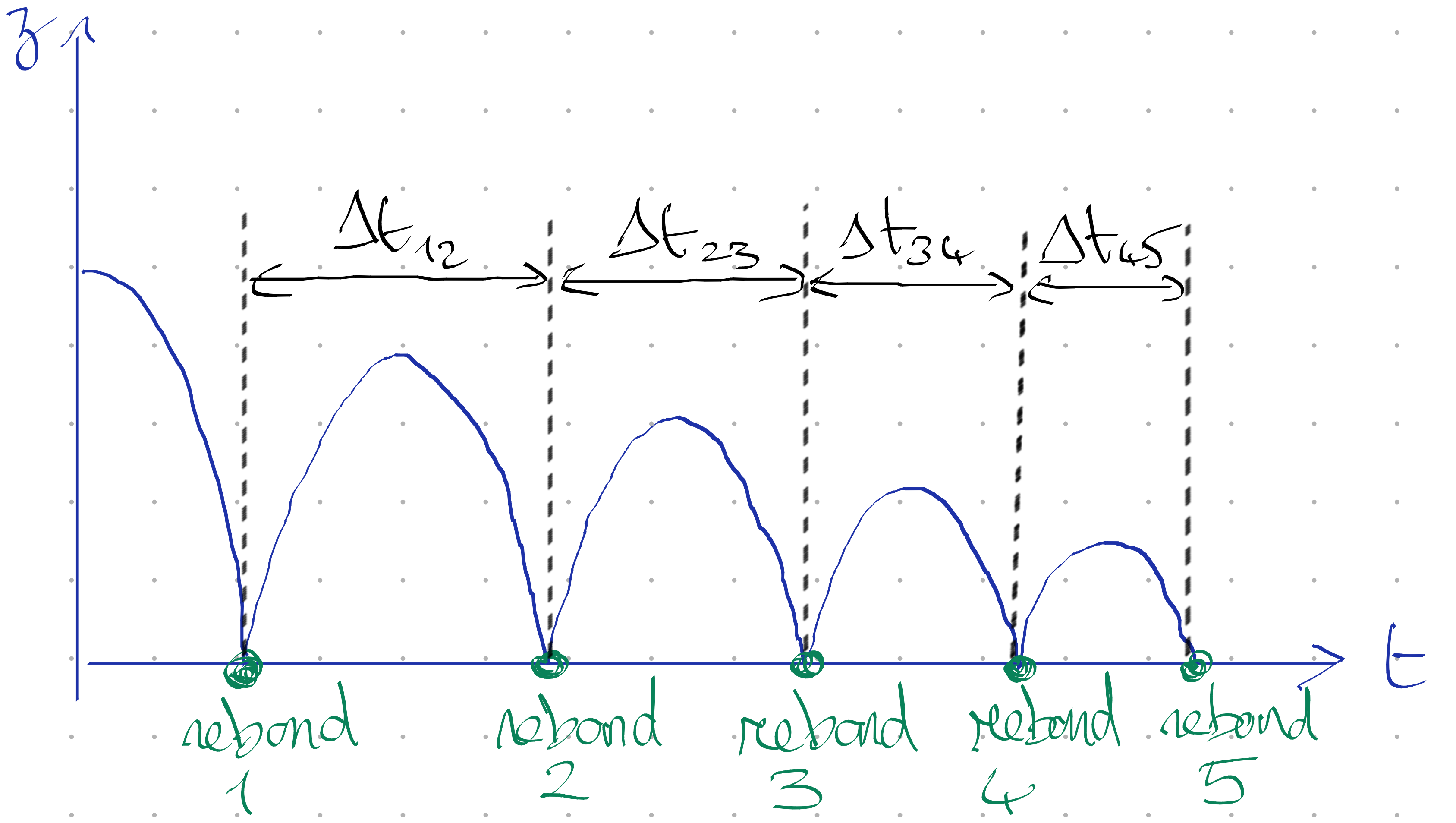
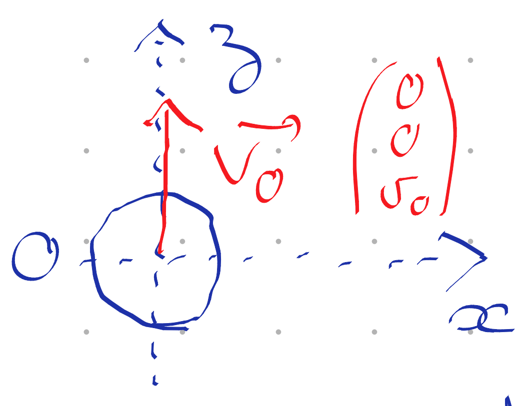


Entre le rebond 1 et le rebond 2, la balle est considérée en chute libre.

Posons $t_1 = 0$ à l'instant du rebond 1.

On sait aussi qu'à t_1, la vitesse initiale de la balle est verticale vers le haut.



$$\vec{OM_0} = \vec{OM}(t=0) \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$$

Obtenons les équations horaires du mouvement :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_{0x} = 0 \\ v_y(t) = v_{0y} = 0 \\ v_z(t) = -gt + v_{0z} = -gt + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 = 0 \\ y(t) = y_0 = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + \cancel{z_0} \end{cases}$$

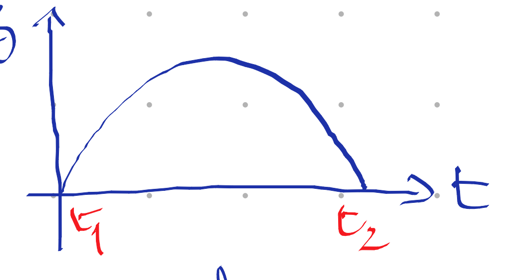
$\Delta t = t_2 - t_1$ où t_1 et t_2 sont les instants où le ballon touche le sol.

$\Rightarrow$ On retrouve t_1 et t_2 en cherchant les racines de $z(t)$ (les instants où $z(t)=0$)

$$z(t) = 0 \iff -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = 0 \iff t \times \left(-\frac{1}{2}gt + v_0\right) = 0$$

2 solutions : $\begin{cases} * \; t_1 = 0 \\ * \; -\frac{1}{2}gt_2 + v_0 = 0 \Rightarrow t_2 = 2\frac{v_0}{g} \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2v_0}{g}$$



Par conséquent, si on connaît Δt, on en déduit v_0 :

$$v_0 = \frac{\Delta t \times g}{2}$$

Et connaissant v_0, on peut en déduire la hauteur max du rebond en utilisant la conservation de l'énergie mécanique :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh_{max}$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{\Delta t \times g}{2}\right)^2}{g} = \frac{g\,\Delta t^2}{8}$$

Cette formule obtenue pour la hauteur max du rebond 1 est généralisable à celle de tout rebond : si on connaît la durée d'un rebond, on déduit h_{max} grâce à $\frac{\Delta t^2 g}{8}$.
C'est presque de la sorcellerie !..