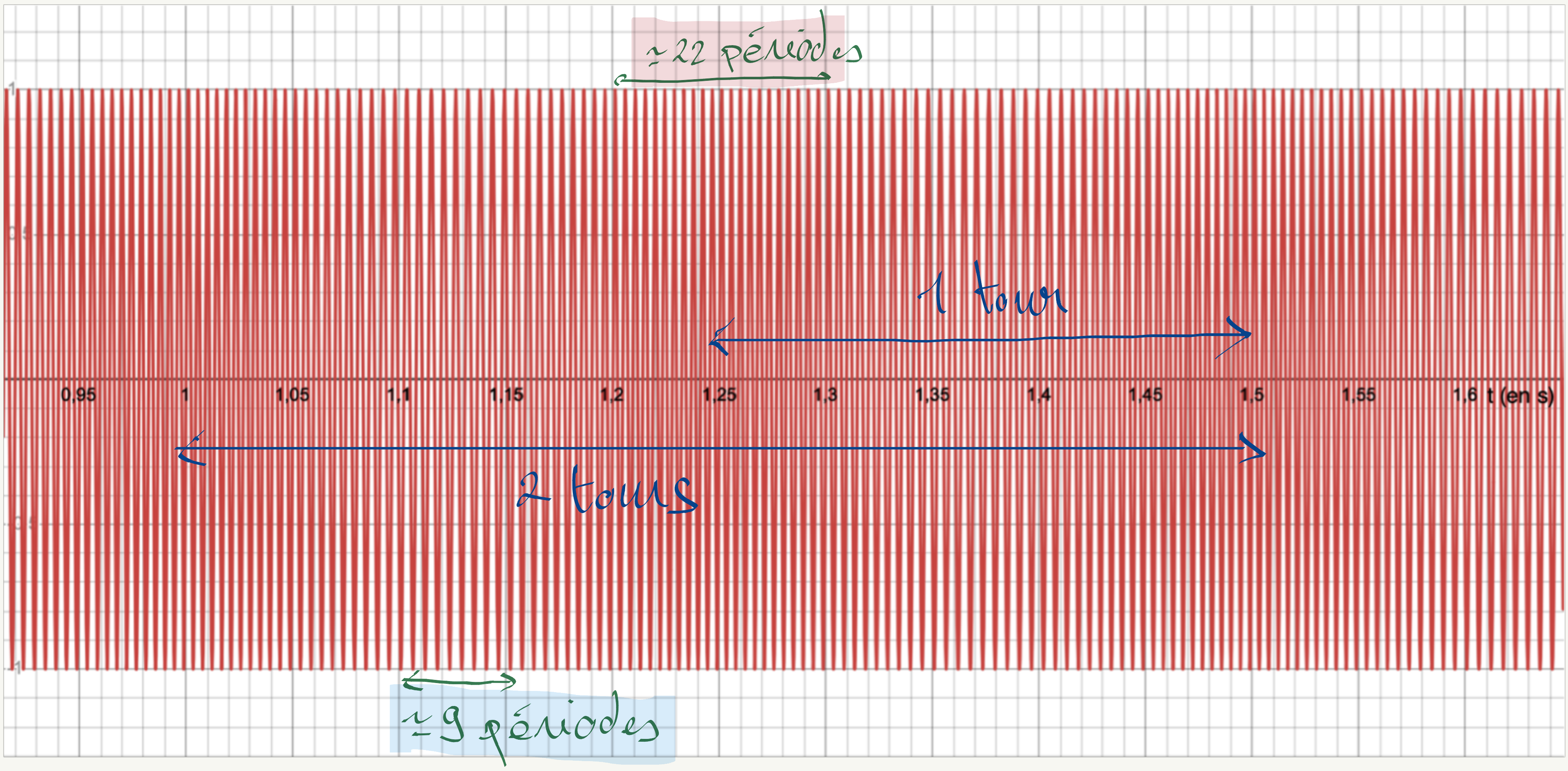
La FRONDE



On constate que le signal reçu a une fréquence qui s'accroît (les pics sont + rapprochés) puis se réduit (pics plus écartés) alternativement.

Ces variations de la fréquence reçue sont dues à l'effet Doppler. En effet, pendant son tour, l'émetteur se rapproche puis s'éloigne du récepteur, faisant varier la fréquence reçue. Au maximum, l'émetteur se rapproche et s'éloigne à la vitesse v du buzzer dans son mouvement de rotation.

Cette variation régulière de la fréquence permet de mesurer sur le signal reçu la durée d'un tour = 0,25 s.

On peut aussi tenter de déterminer la fréquence maximale (correspondant au rapprochement) et la fréquence minimale (pour l'éloignement) :

$$f_{max} \simeq \frac{22}{0{,}10\,s} \simeq 2{,}2.10^2\,Hz$$

$$f_{min} \simeq \frac{9}{0{,}050\,s} \simeq 1{,}8.10^2\,Hz$$

Pendant le rapprochement, la variation de fréquence théorique est donnée par :

200 Hz (fréquence du buzzer)

$$\Delta f_{rap} = f_{max} - f_E = f_E \times \frac{v}{c-v}$$

Et pendant l'éloignement :

$$\Delta f_{éloi} = f_{min} - f_E = - f_E \times \frac{v}{c+v}$$

Dans l'approximation donnée dans l'énoncé, on reconnait la formule de Δf_{rap} et celle de $\Delta f_{éloi}$ et on voit que le résultat permet d'obtenir v.

$$f \times \frac{v}{c-v} - \left(-f\,\frac{v}{c+v}\right) \approx 2f\,\frac{v}{c}$$

De plus, on peut bien supposer ici que l'émetteur va très lentement par rapport au son dans l'air (on a bien $v \ll c$).

$\Rightarrow \quad \Delta f_{rap} - \Delta f_{éloi} \simeq 2f\frac{v}{c}$

⚠ Ce n'est que parce que $v \ll c$ qu'on a $\Delta f_{éloi} = -\Delta f_{rap}$

Or $\Delta f_{rap} \simeq 20\,Hz$ et $\Delta f_{éloi} \simeq -20\,Hz$

$\Rightarrow \quad 2f_E\frac{v}{c} \simeq 40\,Hz$

Pour être rigoureux sur les chiffres significatifs, il faudrait écrire $4 \times 10^1\,Hz$

$\Rightarrow \quad v \simeq \dfrac{343\,m.s^{-1} \times 40\,Hz}{2 \times 200\,Hz} \simeq 34\,m.s^{-1}$

ou plutôt $3 \times 10^1\,m.s^{-1}$

On valide bien que $v \ll c$

Or on a déterminé qu'un tour prenait 0,25 s.

$\Rightarrow \quad \omega = 2\pi \times \dfrac{1}{0{,}25} \simeq 25\,rad.s^{-1}$

et comme $v = \omega \times R$

$\Rightarrow \quad R = \dfrac{v}{\omega} = \dfrac{34}{25} \simeq 1{,}4\,m$ (ou $\simeq 1\,m$ en toute rigueur)

Rq : • la valeur de R semble un peu élevée par rapport au dessin mais rien ne nous dit qu'il est à l'échelle.

• la valeur de v trouvée vaut plus de 100 km/h, ça ne paraît pas impossible mais c'est bizarrement élevé. Cela a permis d'avoir des Δf suffisant sur le graphe.

Un autre méthode possible aurait été de partir non pas des formules de Δf mais de celles de f_R dans le cas du rapprochement et de l'éloignement

On a démontré que : (voir activité démonstration)

rapprochement : $f_R = f_E \times \frac{1}{1-\frac{v}{c}} = f_E \times \frac{c}{c-v} = f_{max}$

éloignement : $f_R = f_E \times \frac{1}{1+\frac{v}{c}} = f_E \times \frac{c}{c+v} = f_{min}$

Chacune de ces formules permet de déterminer v mais il est plus précis d'utiliser les deux mesures à la fois en calculant leur quotient :

$$Q = \frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{f_E \times \frac{c}{c-v}}{f_E \times \frac{c}{c+v}}$$

$$= \frac{c+v}{c-v}$$ ne dépend plus de f_E !

$$\Rightarrow (c-v) \times Q = c+v$$
$$c \times Q - c = v + v \times Q$$
$$c \times (Q-1) = v \times (Q+1)$$

⚠ Il faut être à l'aise sur ce type de calcul algébrique

$$v = c \times \frac{Q-1}{Q+1} = 343 \times \frac{\frac{220}{180}-1}{\frac{220}{180}+1}$$

On retrouve les 34 m.s⁻¹ !