

机场的出租车问题

摘要

近年来随着出租车市场的快速发展，出租车的经营模式也关系到各参与方的切身利益。本文针对机场出租车问题，结合相关数据，建立出租车司机收益模型、收益差值模型、时间消耗评估模型、优先权排队规则模型，给出司机的选择策略，使得出租车司机的收益更佳。

针对问题一，为了研究影响出租车司机决策的因素，选择一个出租车报价作为参考依据，建立出租车司机收益模型。拟合得到行驶路程与收益的关系符合二次函数关系，然后分析得到出租车司机排队等待载客和直接放空返回市区拉客两种情况下的总收益函数，并利用循环遍历算法，得到收益函数图像。最后得出司机的决策为：若等待时间较长，就选择直接放空回到市区拉客；若司机所在机场距离市区路程较远，就选择排队等候乘客，载客回到市区。

针对问题二，为收集国内出租车的相关数据及出租车司机的选择方案，首先利用爬虫程序获得一段时间内机场出租车的相关数据，将出租车司机的等待时间考虑其中，建立收益差值模型，得出出租车司机直接放空返回市区拉客下的收益函数及司机等待时间下的收益模型，接着运用差值函数得出司机在实际数据情况下新的决策选择是在机场等待载客。然后利用数据画出图形，分析对相关因素的依赖性，最后运用 SPSS 软件检验模型的合理性。

针对问题三，为了设置“上车点”，首先根据运动学相关公式，得到不同摩擦条件下，汽车的刹车距离与车速的关系图像，然后采用循环遍历算法得到出租车在“乘车区”的最高限速为 27 码，即可保证车辆与乘客的安全。接着考虑多种因素对“上车点”位置的影响，分别分析一个“上车点”、两个“上车点”以及多个“上车点”的设置方案，利用线性规划的方法，建立时间消耗的评估模型，求得消耗时间的最小值，最后得出乘车点需根据出租车和乘客到达的综合时间花费进行规划，使得总的乘车效率更高。

针对问题四，为了给短途载客出租车设计可行的“优先”安排方案，搜集相关信息建立优先权排队规则模型。首先根据实际情况求出两类出租车的平均逗留时间，进而构造相关的效用函数，求出“蓄车池”所能容纳的两种类型车的最大进入率。然后考虑到具有优先权的出租车对没有优先权的出租车进入“蓄车池”的影响，得出不同条件下两类车的均衡进入率，最后根据两类出租车的不同到达率，得出不同情况下具有“优先权”的出租车进入“蓄车池”的决策方案。

关键词： 排队论 动态规划 网络爬虫 循环遍历算法 收益差值模型 时间消耗评估模型

一 问题重述

1.1 问题的背景

随着我国经济发展水平的迅速提高,近年来出租车行业日益发展,出租车是关系民生,服务城市的“窗口”行业,为人们提供了快捷、舒适的服务,很大程度的方便了人们的出行,为整个社会提供了个性化的运输服务,被称为“城市流动的风景区”和“城市名片”。对于出租车司机从市区到机场接送客“是否等待”问题,往往有很多因素影响司机的决策。

1.2 问题的提出

大多数乘客下飞机后要去市区(或周边)的目的地,出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客(出发)与接客(到达)通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择:

(A)前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候,依“先来后到”排队进场载客,等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少,需要付出一定的时间成本。

(B)直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。

在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关,比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。如果乘客在下飞机后想“打车”,就要到指定的“乘车区”排队,按先后顺序乘车,机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”。同时安排一定数量的乘客上车。在实际中,还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素,其关联关系各异,影响效果也不尽相同。

根据题中所给出的信息,对本文提出以下四个问题,并结合实际情况建立数学模型进行求解和分析。

问题一: 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理,综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益,建立出租车司机选择决策模型,并给出司机的选择策略。

问题二: 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据,给出该机场出租车司机的选择方案,并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

问题三: 在某些时候,经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道,管理部门应如何设置“上车点”,并合理安排出租车和乘客,在保证车辆和乘客安全的条件下,使得总的乘车效率最高。

问题四: 机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关,乘客的目的地有远有近,出租车司机不能选择乘客和拒载,但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”,使得这些出租车的收益尽量均衡,试给出一个可行的“优先”安排方案。

二 问题分析

2.1 问题一的分析

对于此问题,要分析研究影响出租车司机进行决策的因素,建立决策模型并给出司机最终的选择策略。选择以司机收益为标准,建立模型使得收益尽量大。首先对司机行驶路程与所获收益进行二次拟合得到二者的关系函数,分情况讨论题中给出的两种选择得到不同的收益函数,建立司机的收益模型,利用动态规划的思路分析相关因素对模型结果的影响,最终给出司机的决策方案。

2.2 问题二的分析

为解决问题二，首先选定某一机场并利用爬虫程序获得一段时间内机场出租车的相关数据，将出租车司机的等待时间加入考虑范围，利用排队论模型的知识重新得到两种情况下的收益函数关系，以二者差值的正负来判断哪一种选择情况下收益较大。并根据得到的机场数据画出相应图像，分析对相关因素的依赖性以及利用 SPSS 检验模型是否合理，最终得到司机的选择方案。

2.3 问题三的分析

对于此问题，将消耗时间作为乘车效率的判断标准，消耗时间最小时乘车效率最高。考虑多种因素对“上车点”位置选择的影响，分情况进行讨论。首先分析在两条并行车道中不同通行方式下的“上车点”设置方案，并考虑机场出站口带来的影响，结合出租车和出站口分别与“上车点”之间的距离关系建立时间消耗的评估模型，需要考虑的是出站口的数量问题，如果出站口不止一个，可以根据相对应的客流量权重计算出加权平均出站点的坐标值，转换为单出站点问题进行分析。

2.4 问题四的分析

此问题将对某些短途载客之后返回机场的出租车施行“优先”安排的方案，建立“优先权排队规则”模型，使得出租车不再像以往那样按照先来后到顺序在“蓄车池”内排队等候载客，而是根据载客行驶里程及目的地远近的实际情况实施多次往返载客，达到出租车司机的利益尽量均衡的目的。

三 问题假设

1. 假设收集到的数据真实可靠。
2. 假设出租车司机在市区载客时的客源是不间断的。
3. 假设出租车不考虑载客范围，且无差别载客。
4. 忽略出租车限号等特殊原因对司机载客造成的影响。
5. 忽略天气对路面的影响。
6. 出租车拥有足够的油量从机场返回市区。
7. 机场没有黑车载客的情况。
8. 机场交通设施的多样化对出租车客源的影响不大。

四 符号说明

| 符号 | 符号说明 |
|-------|---------------------|
| d | 出租车离开机场到达市区的路程 |
| v | 出租车行驶速度 |
| t | 司机决策开始直至终止经历的时间 |
| Y | 出租车司机在机场载客的收益 |
| Y_1 | 出租车司机放空返回市区载客的收益 |
| f_1 | 动态规划中司机放空时的收益函数 |
| f_2 | 动态规划中司机直接在机场载客的收益函数 |

| | |
|-----------|---------------------|
| λ | 单位时间内进入机场的车辆数 |
| μ | 单位时间内离开机场的车辆数 |
| L | 司机排队等待的队伍长度 |
| L_q | 平均队伍长度 |
| W_q | 平均等待时间 |
| y_3 | 收益差值模型中司机放空的收益 |
| y_4 | 收益差值模型中司机在机场等待载客的收益 |
| μ' | 路面摩擦系数 |
| v_h | 乘客平均步行速度 |
| v_c | 出租车在“乘车区”的最高限速 |
| s | 出租车刹车距离 |
| C_1 | 出租车的加权时间消费 |
| C_2 | 乘客的加权时间消费 |
| C | 总的时间消费 |

五 模型建立与求解

5.1 问题一——出租车司机收益模型

5.1.1 模型建立

由于出租车司机需要在到达机场后做出决策，可以考虑司机做出决策选择后的时间与对应的收益情况来衡量出租车司机的方案选择。对于出租车司机的收益，根据路程尝试不同的拟合函数，选择拟合度较高的函数作为出租车司机的决策评估参考。另外需要得知机场与市区之间的大致行驶距离，市区到机场的路程可以认为是一段高速公路，作为另一主要参考。

查阅相关资料^[1]，得出每公里油耗约为 0.6 元。在选择出租车价格参考时，因为上海市作为一线城市，具有经济发达、出租车拥有量多的优点，所以有代表性，可以选择作为参考依据进行定量分析。因此得到出租车参考价格^[2]为：

- 1) 当行车路程小于 3km 时，需支付 10 元；
- 2) 路程介于 3~10km 之间时，超出 3km 的部分按照 2 元/km 进行计费；
- 3) 路程超过 10km 时，超出部分按照 3 元/km 计费。

由此可以得到出租车司机收益与行驶路程的关系函数为：

$$s = \begin{cases} 10, & x \leq 3 \\ 2x + 4, & 3 < x \leq 10 \\ 3x - 6, & x > 10 \end{cases} \quad (1)$$

出租车司机在行驶过程中还将产生燃油消耗，综合考虑出租车收费与燃油费用支出，得到出租车司机收益与路程的总关系函数：

$$S = \begin{cases} 10 - 0.6x, & x \leq 3 \\ 1.4x + 4, & 3 < x \leq 10 \\ 2.4x - 6, & x > 10 \end{cases} \quad (2)$$

由于出租车价格按照每公里计费，所以出租车的收益是离散化的，对出租车行驶路程公里数与获得的收益进行拟合，拟合曲线不能明确选定，因此尝试多种选择观察拟合效果的好坏。

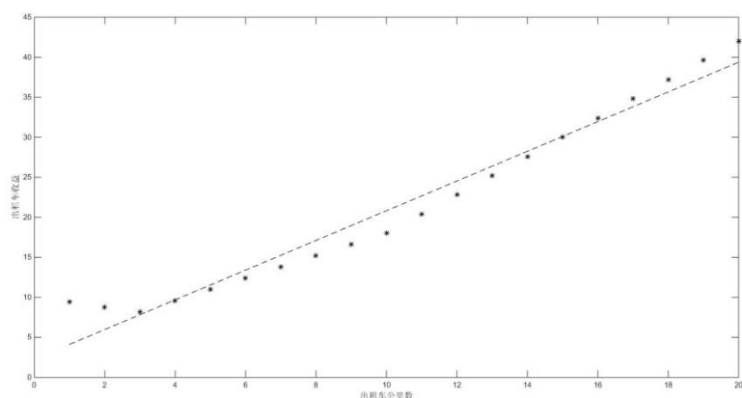


图 5.1.1 一次拟合曲线

当采用一次函数进行拟合时，得出的拟合效果如上图，可以看出整条曲线与分散点的重合度较弱，因此尝试其它拟合方式。

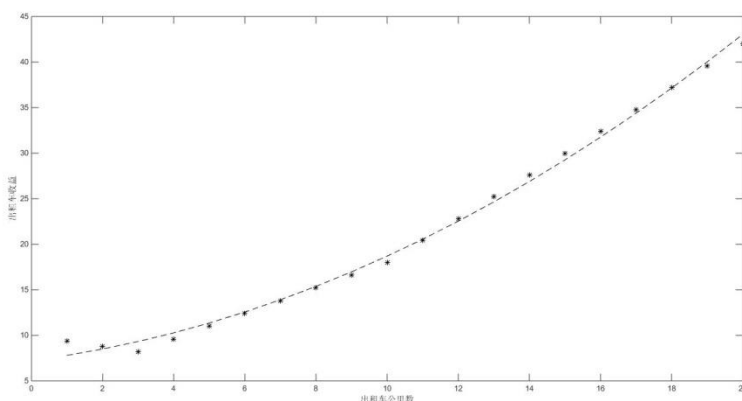


图 5.1.2 二次拟合曲线

继续采用二次函数的拟合，得出如上图所示的拟合曲线，显然此次拟合与一次拟合相比效果更佳，故采用本拟合函数，得到行驶路程与司机收益的拟合曲线：

$$y_+ = 0.644x^2 + 0.5020x + 7.2342 \quad (3)$$

1. 出租车司机排队等待载客返回市区

1) 当司机排队去载客时，移动距离较小，可以近似认为不产生油费的消耗，所得收益为 0。当司机载到客时，由于大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，可以近似认为乘客的乘车路程是机场到市区的车程，司机的收益为机场到市区的行驶路程中所得收益减去承担的油费。

2) 当司机送达乘客时，由于司机在市区（或周边地区），可以认为司机选择继续载客回到机场，客源是源源不断的，收益为拟合出的收益函数减去油费消耗。要分析司机

排队载客的收益，首先可以分析司机立即载客返程的函数表达。当司机处于返程高速路时，收益为：

$$y_2 = 0.644vt^2 + 0.5020vt + 7.2342, \quad t \leq \frac{d}{v} \quad (4)$$

当司机到达市区后，认为客源为源源不断的，总收益函数为：

$$y_2' = 0.644[v'(t - \frac{d}{v})]^2 + 0.5020v'(t - \frac{d}{v}) + 7.2342 + 0.644d^2 + 0.5020d + 7.2342, \quad t > \frac{d}{v} \quad (5)$$

因此，司机在机场载客时的总收益函数为

$$Y = \begin{cases} 0.644t^2 + 0.5020t + 7.2342, & t \leq \frac{d}{v} \\ 0.644[v'(t - \frac{d}{v})]^2 + 0.5020v'(t - \frac{d}{v}) + 7.2342 + 0.644d^2 + 0.5020d + 7.2342, & t > \frac{d}{v} \end{cases} \quad (6)$$

2. 出租车直接放空返回市区拉客

当司机选择直接返回市区时，在到达市区前，将其看作收益为负（需要考虑行驶过程中的燃油消耗费用）。到达市区后，可以认为载客时客源充足，司机会持续处于载客状态，那么获得的净收益为拟合出的收益函数减去所需承担的油费。

通常高速公路最高限速在 $110 \sim 120 \text{ km/h}$ 之间，行车时间 $t = \frac{d}{v}$ ，可以认为司机的行车速度为 110 km/h (1.83 km/min)，时间以分为单位，在此阶段，司机的收益为

$$y_1 = -1.83vt, \quad t \leq \frac{d}{v} \quad (7)$$

当司机到达市区后，可以认为平均行车速度为 30 km/h ，司机的收益符合拟合得到的收益函数 (3)，总收益为

$$y_1' = y_+ - 1.83d \quad (8)$$

即

$$y_1' = 0.644[(t - \frac{d}{v})v']^2 + 0.5020(t - \frac{d}{v})v' + 7.2342 - 1.83d, \quad t > \frac{d}{v} \quad (9)$$

因此，司机空载的总收益函数为

$$Y_1 = \begin{cases} -1.83vt, & t \leq \frac{d}{v} \\ y = 0.644[(t - \frac{d}{v})v']^2 + 0.5020(t - \frac{d}{v})v' + 7.2342 - 1.83d, & t > \frac{d}{v} \end{cases} \quad (10)$$

得到上述两种情况下的司机收益模型，对于在机场的出租车，首先计算司机立即载客返回市区（或周边地区）的收益情况，然后通过动态规划的思路，逆向分析司机的等待时间对收益情况的影响。当时间较大时，可以认为司机最终就在市区载客，通过比较两种方案在时间较大时的总收益大小，即可做出决策。

5.1.2 出租车司机收益模型的求解

通过以上分析，得到了出租车司机到达机场后直接放空返回市区拉客时的收益函数，为了研究收益的变化，以时间 t 和到司机到达市区行驶的路程 d 为自变量，收益 Y 为因变量，采用循环遍历算法，得出收益函数图。

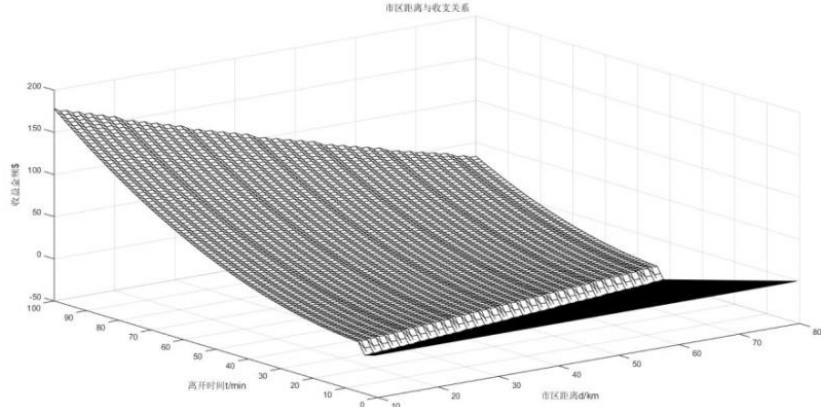


图 5.1.3 放空返回市区时的收益图像

通过观察图像可以看出，到市区的行驶路程越短，司机获得收益的速度越快，而在未到达市区前，司机处于亏损状态。

接下来分析司机选择在机场载客时的收益，依然以时间 t 和到市区的距离 d 为自变量，收益 y 为因变量，采用循环遍历算法，得出收益函数图像。

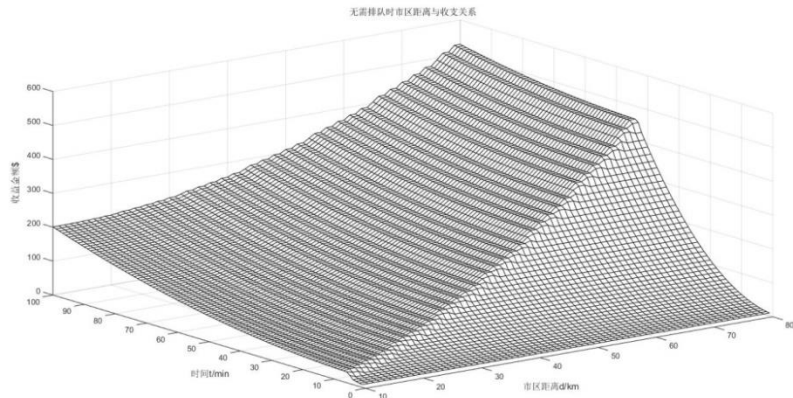


图 5.1.4 在机场载客时的收益图像

可以看出，离市区的行驶路程越远，司机的收益越高，且收益大小随着时间的增加而增大。相对于到达市区后的收益情况，在载客回到市区的这一段路程中，收益增长趋势更快。

在动态规划^[3]中，设 $f_1(d, t)$ 为司机空载时的收益函数， $f_2(d, t)$ 为司机立即载客时的收益函数， $f(d, t_w)$ 为司机的决策方案函数， t_n 为选取的可比较的较大的时间点， t_w 为司机所需等待的分钟数，当 $f(d, t_w)$ 取值为1时表示选择空载，当 $f(d, t_w)$ 取值为-1时表示排队载客。采取动态规划的方法，得到等待 t_w 分钟时载客收益情况，即

$$f_2'(d, t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_0 \\ f_2(d, t_n - t), & t > t_0 \end{cases} \quad (11)$$

可以得出特定参量下 $f(d, t_w)$ 的取值，采取如下的动态转移方程：

$$f(i, j) = \begin{cases} 1, & f_1(d, t_n) \geq f_2(d, t_n - j) \\ -1, & f_1(d, t_n) < f_2(d, t_n - j) \end{cases} \quad (12)$$

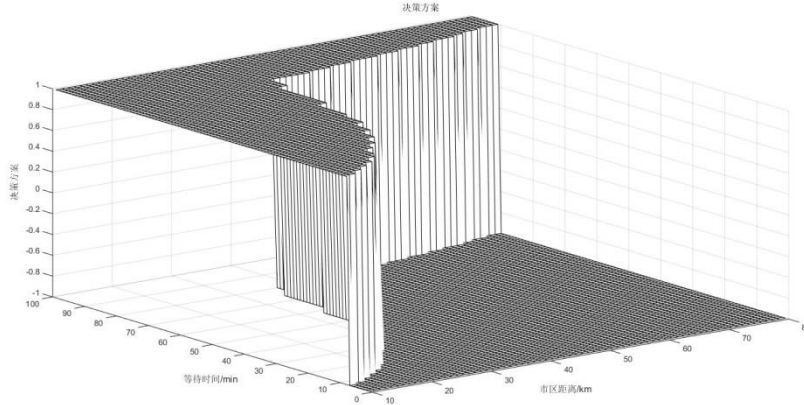


图 5.1.5 两种情况下的收益对比

再次采取循环遍历的算法，可以得出上图的决策方案函数，自变量为到达市区的行驶路程 d 与所需等待的时间 t ，上方的阴影部分为放空直接返回市区的情况，下方的阴影部分为选择排队载客的情况。可以看出当行驶路程固定时，等待时间越长，选择空载返回的趋势越大；当等待时间固定时，行驶路程越大，选择排队等候的趋势越大。

因此给出出租车司机的选择决策，当司机离开机场行驶到市区时的路程固定时，在司机可以观察得到飞机航班到达时间与“蓄车池”车辆数来判断自己需要等待的时间的大概长短时，若等待时间较长，就选择直接放空回到市区拉客；当司机所在机场距离市区路程较远，行驶距离也较大时，那么选择排队等候乘客，载客回到市区。

5.2 问题二——收益差值模型

5.2.1 模型的准备

1. 排队论^[3]

对于出租车接客到机场后不直接空车返回而是等待载客回市区的情况，出租车为了成功接到乘客而加入排队等待的“系统”中去，在载客后离开此“系统”，且每个出租车到达机场的时间和成功载客的时间是不固定的，即是随机的，因此这样的随机服务系统又称为排队系统，可以利用排队论。

在系统中，记当系统达到平衡时状态为 n 的概率为 P_n ，在平衡状态下，单位时间内重新到来的平均出租车数量为 λ_n ，载客完成离开的平均出租车数量为 μ_n 。

1) 输入过程的泊松分布

对于进入机场的出租车而言，满足三个特性：平稳性，即在某段时间间隔 $[t, t + \Delta t]$ 内到达机场的出租车数量只与这段时间的长短有关，与这段时间什么时候开始无关；无后效性，在某段时间间隔 $[t, t + \Delta t]$ 内到达一定数量出租车的概率与在这段时间之前到达了多少出租车无关；普通性，在足够小的时间间隔 Δt 内只能最多到达一辆出租车，不可能同时到达两辆及以上的出租车。因此，出租车在 t 时间内到达机场 k 辆的概率满足泊松分布^[4]：

$$p_k(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad (k=1, 2, \dots) \quad (13)$$

2) 服务时间的负指数分布

大多数出租车在载客“服务”的过程中，时间较短，且出租车在输入过程中满足泊松分布，因此服务时间服从负指数分布^[4]：

$$p'(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (t \geq 0) \quad (14)$$

不论出租车对某个乘客的服务时间多久，对之后的乘客的服务时间依然服从与原概率分布一样的负指数分布。

2. 数据的获取

在选取机场时，由于郑州作为省会，且位于此地的新郑机场是省内唯一的一个民用机场，因此具有较强的代表性，可以选取此机场进行数据分析。

利用相关爬虫程序^[5]获得新郑机场在 9 月 13 日下午 17:30 至 15 日上午 11:00 期间不同时间点前半小时内为一个时间单位，机场内代运车辆数以及单位时间内进入和离开机场的车辆数汇总如下表（部分）：

表 5.2.1 机场内相关车辆数（部分）

| 时间 | 场内代运车辆/辆 | 前半小时进场车辆/辆 | 前半小时离场车辆/辆 |
|---------------------|----------|------------|------------|
| 2019-09-13 17:31:13 | 110 | 33 | 19 |
| 2019-09-13 17:32:14 | 110 | 30 | 18 |
| 2019-09-13 17:33:14 | 111 | 30 | 17 |
| 2019-09-13 17:34:15 | 112 | 28 | 17 |
| 2019-09-13 17:35:15 | 112 | 26 | 17 |
| 2019-09-13 17:36:16 | 113 | 24 | 17 |
| 2019-09-13 17:37:16 | 110 | 25 | 15 |
| 2019-09-13 17:38:16 | 107 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:39:17 | 110 | 27 | 18 |
| 2019-09-13 17:40:17 | 111 | 29 | 18 |
| 2019-09-13 17:41:18 | 112 | 29 | 18 |
| 2019-09-13 17:42:19 | 112 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:43:19 | 112 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:44:29 | 112 | 24 | 18 |
| 2019-09-13 17:45:29 | 112 | 24 | 18 |
| 2019-09-13 17:46:12 | 113 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:47:12 | 113 | 28 | 17 |
| 2019-09-13 17:48:13 | 114 | 27 | 17 |
| 2019-09-13 17:49:13 | 115 | 27 | 17 |
| 2019-09-13 17:50:14 | 115 | 27 | 17 |
| ... | ... | ... | ... |

5.2.2 模型的建立

对出租车等待载客而言，相当于是单服务台等待系统，在排队系统的平稳状态下，可以得到等待时排队的队伍长度为：

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n = \sum_{n=0}^{\infty} n(1-\rho)\rho^n = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \quad (15)$$

平均排队长度为：

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)P_n = L - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \quad (16)$$

根据 Little（利特尔）公式可以得到出租车的平均等待时间为：

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)\mu} \quad (17)$$

式中， λ 是单位时间内流入系统即到达机场的出租车数量， μ 是单位时间内服务完成即成功载客离开机场的出租车数量， $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ 是单位时间内出租车平均到达率与服务率的比值，其中的 c 是指在系统中服务台的数量，在这个问题中为 1，因此 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ 反映了系统的繁忙程度^[6]。

对于出租车司机直接放空返回市区拉客的情况，司机获得的收益为载客的收益减去路程中燃油的费用消耗，查阅资料得知，郑州的出租车起步价为 8 元，一公里增价 1.5 元，油耗费用仍以每公里 0.6 元计算，那么可以得到此情况下的司机收益函数为：

$$y_3 = 0.9(tv - d) + 8 \quad (18)$$

式中， t 为司机决策开始一直到终止的时间， v 为出租车的速度， d 为司机从机场回到市区行驶的路程。

对于司机在机场等待载客的情况，在这个问题中，司机的收益情况考虑载客回到市区这一段路程的收益，因为要排队等待乘客，利用排队论相关知识考虑司机等待时间的求解进而得到这一收益模型：

$$y_4 = 0.9(t - W_q)v + 8 \quad (19)$$

5.2.3 收益差值模型的求解

通过数据可以得到单位时间内到达机场和离开机场的出租车数量，在这里我们用全部数据的平均值来进行计算，即有 $\lambda = 40.00$ ， $\mu = 34.45$ ，根据公式 (17) 和公式 (19) 得到司机在机场等待载客时的收益函数为：

$$y_4 = 0.9(t + 0.18)v + 8 \quad (20)$$

将两种情况下的收益函数进行相减，观察其差值的正负以此来判断哪一种收益函数值相对较大。对于公式 (19) 空载返回市区的收益函数中的变量 d ，由于选取的是郑州这一城市，假设司机在从机场回到市区的行驶过程中完全不载客，且为了燃油消耗最小选择最近的路程，那么 d 的数值为 40.5km。出租车司机的速度在某一范围内变化，根据《郑州市交通工程规划管理技术规定》知道车辆速度限制在 $20\text{km/h} \sim 80\text{km/h}$ ，将其代入收益函数作差后的差值函数中：

$$y_3 - y_4 = 0.9(tv - 40.5) - 0.9(t + 0.18)v \quad (21)$$

当速度取限速范围内的最小值 20km/h 时，收益函数作差所得的差值函数的值是负值，因此在限速范围内速度取任一值，差值函数的求解所得值都将是负值，即说明司机空载直接返回市区时的收益小于在机场等待拉客的收益。因此，做出司机在实际数据情况下新的决策选择：在机场等待载客。

5.2.4 模型检验

1. 出租车到达机场的泊松分布检验

在以上分析中，应用了排队论的知识，其中出租车到达机场的概率服从泊松分布，因此对得到的实际数据首先计算得到不同的频率，其次利用 SPSS 进行泊松分布的检验，判断模型是否合理。

计算得到进入机场到达的出租车的频率表（部分）为：

表 5.2.2 进入机场的车辆数频率（部分）

| | 频率 | 百分比 | 有效百分比 | 累积百分比 |
|----|-------|-----|-------|-------|
| 有效 | 19.00 | 2 | .4 | .4 |
| | 20.00 | 10 | 2.2 | 2.7 |
| | 21.00 | 25 | 5.6 | 8.3 |
| | 22.00 | 9 | 2.0 | 10.3 |
| | 23.00 | 12 | 2.7 | 12.9 |
| | 24.00 | 11 | 2.5 | 15.4 |
| | 25.00 | 17 | 3.8 | 19.2 |
| | 26.00 | 10 | 2.2 | 21.4 |
| | 27.00 | 14 | 3.1 | 24.6 |
| | 28.00 | 8 | 1.8 | 26.3 |
| | 29.00 | 14 | 3.1 | 29.5 |
| | ... | ... | ... | ... |

用 SPSS 对上述数据进行泊松分布的检验，得到如下结果：

表 5.2.3 单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验

| | 进入机场的 车辆数频率 | |
|-------------------------------|----------------|-------|
| N | 448 | |
| Poisson 参数 ^{a, b} 均值 | 40.3460 | |
| | 绝对值 | .312 |
| 最极端差别 正 | .312 | |
| | 负 | -.164 |
| Kolmogorov-Smirnov Z | 6.593 | |
| 渐近显著性(双侧) | .904 | |

原假设是数据符合泊松分布，SPSS 拟合后得到上表的数据，其中显著性大于 0.05，因此是服从泊松分布的。也就是说，使用排队论知识处理进入机场的出租车数据得到的司机收益模型是可以得到实施的，即模型合理。

2. 出租车载客“服务”时间的负指数分布检验

出租车的服务时间为 $\frac{1}{\mu}$ ， μ 为单位时间内成功载客离开的出租车司机，服务时间服从参数为 μ 的负指数分布，依然利用 SPSS 对其进行检验：

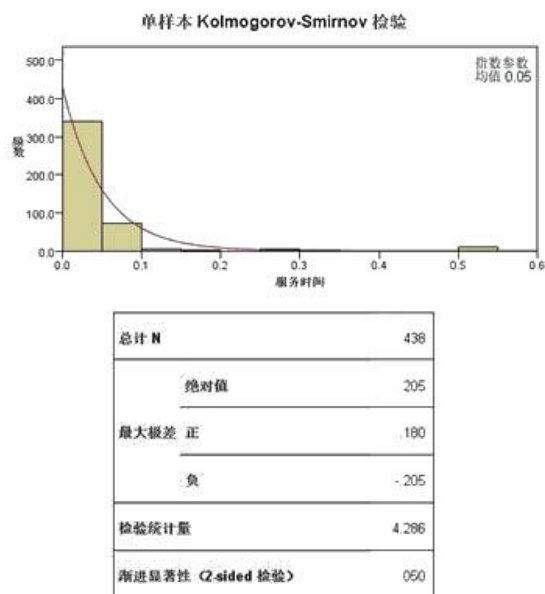


图 5.2.1 SPSS 对负指数分布的检验结果

原假设是数据服从负指数分布，SPSS 拟合后得到如上的结果。由图像可以看出曲线与数据较为贴合，且表格中显著性数字也满足大于等于 0.05，因此模型合理。

3. 乘客数量与时间的影响

对获得的实际数据，利用 SPSS 软件绘制散点图观察不同时间段机场内出租车数量的变化，分别得到如下图像：

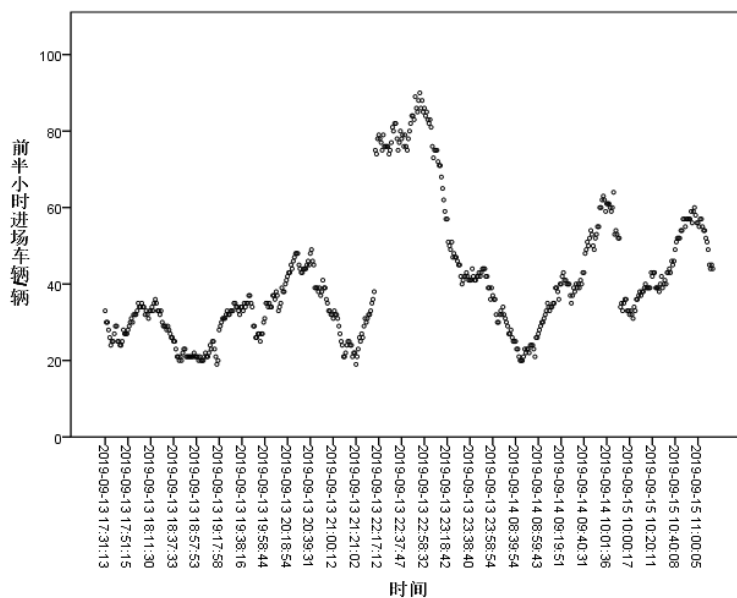


图 5.2.2 不同时间段进入机场的出租车数量变化

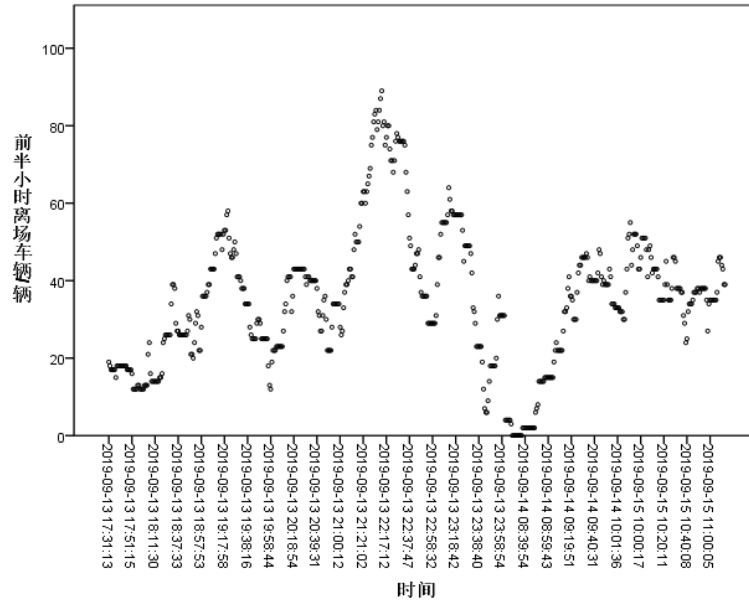


图 5.2.3 不同时间段离开机场的出租车数量变化

观察图像，可以看出两个图像之间有相似的增减趋势，当机场内出租车进入数量增多时，相对离开的出租车数量也增多，分析其原因，是乘客数量增多时，多数出租车司机选择等待载客回市区，这样获得的收益相对较多，因此进入机场和离开机场的出租车数量同样增多或减少。

从时间方面分析，不论是进入机场的还是离开机场的出租车数量，大约每隔一个小时就会出现一个高峰期，且数量最多的时候出现在晚上 22:00 左右，分析原因，由于晚上时间较晚，其余交通方式均已关闭，而乘坐出租车的乘客数量便有所增加，司机的收益也相对增多。

5.3 问题三——时间消耗的评估模型

5.3.1 模型建立

首先需要确定出租车在载客路段的车速，车速应当使刹车距离尽可能小以保证乘客安全。假设轮胎与地面之间的摩擦系数为 μ' ，则摩擦力带来的加速度为 $a = \mu'g$ 。设出租车末速度为 v_1 ，初始速度为 v_0 ，刹车距离为 s ，根据运动学相关公式得：

$$v_1^2 - v_0^2 = 2as$$

即

$$s = \frac{v^2}{2g\mu'} \quad (22)$$

由于仅需考虑刹车制动距离，且机场多为沥青路，故选择沥青路面的滑动摩擦系数作为参考，其磨损的与新的摩擦系数分别为 0.6 和 0.9，得到不同摩擦系数条件下，汽车的刹车距离与车速的关系图像。

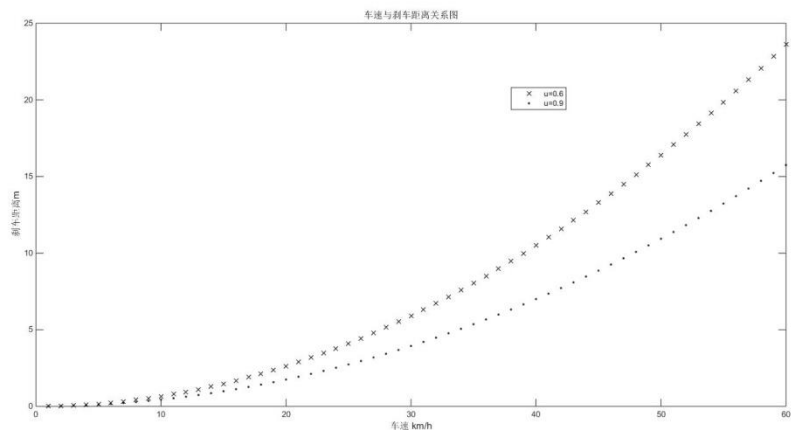


图 5.3.1 汽车刹车距离与车速的关系图像

观察图像可以看出车速越快，汽车刹车距离的增长趋势越大。通过查阅相关文献^[4]得知国家规定的安全刹车距离约为 5m，采用循环遍历算法，可以得出当 $\mu' = 0.6$ 时的安全车速不得超过 27 码。当 $\mu' = 0.9$ 时，安全车速不得超过 33 码。在最坏情况的考量下，机场应该选取不超过 27 码作为出租车在“乘车区”的限速，以此保证车辆与乘客的安全。

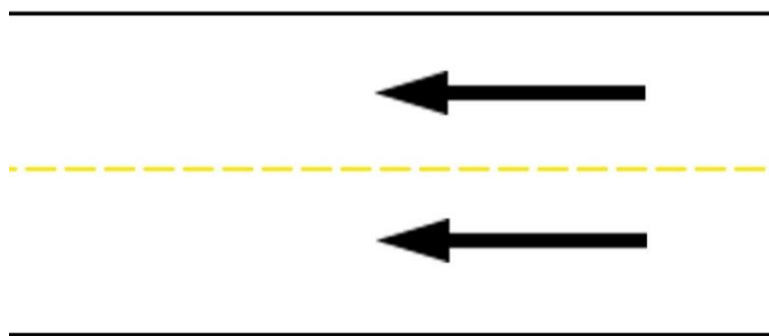


图 5.3.2 并行车道示意图

如上图所示为机场“乘车区”的两条并行车道，分析最佳“上车点”时，只能从一侧路边上车或可从两侧路边上车对方案的选取有一定的影响，因此分开进行讨论分析。

1. 当只能从一侧路边上车时，车道数对于出租车排队现象影响不大，又由于安全车速的限制，可以在两条车道中预留一条快速车道，方便出租车快速离开。

1) 只设置一个“上车点”

这种情况下，乘客只能排一个队，为方便乘客快速乘车，“上车点”应该设置在尽可能离机场出站口近的地方。设 l_1 为从机场出站口到“上车点”的距离， l_2 为出租车从“排队区”到“上车点”的距离。人的平均步行速度 $v_h \approx 1.5m/s$ ，出租车在“乘车区”的限制最高时速 $v_c = 27km/h \approx 7.5m/s$ 。通过计算，得到乘客距离“上车点”的路程与花费时间的关系图像以及出租车距离“上车点”路程与耗时的关系图像：

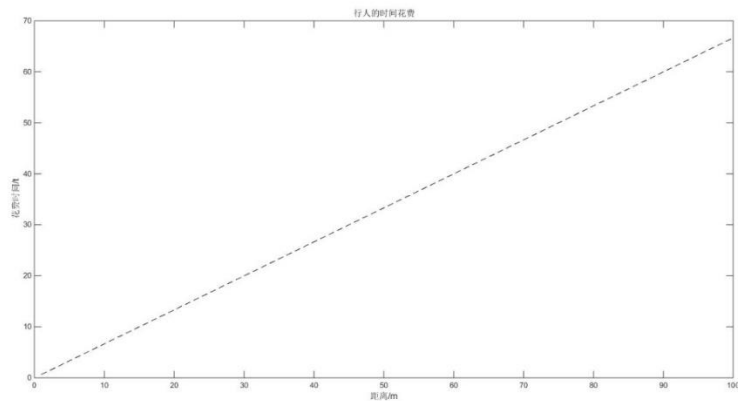


图 5.3.3 乘客与“上车点”的距离和时间花费的关系

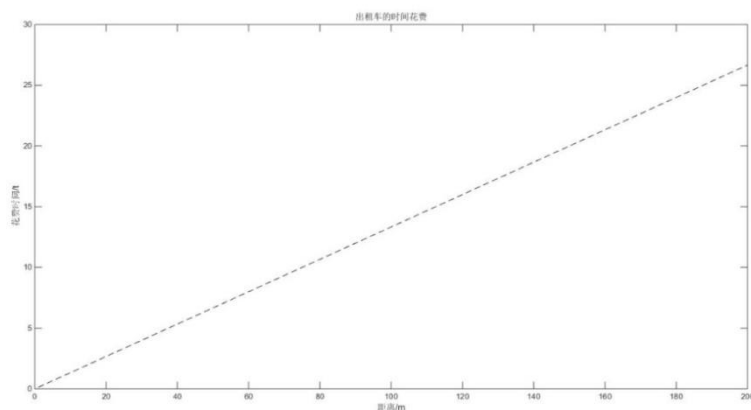


图 5.3.4 出租车与“上车点”的距离和时间花费的关系

此时，乘客耗时与出租车耗时之和最小时即为最佳“上车点”设置方案。可以转化为数学问题：已知线段和平面上一点，求平面上另一点，使得该点到线段的起始端点的距离与该点到平面上一点的距离之和最小。由于乘客步行和出租车的速度不等，所以该问题不完全等价，需要加权计算。

2) 当乘客从道路中间上车时，可以设置两个“上车点”。

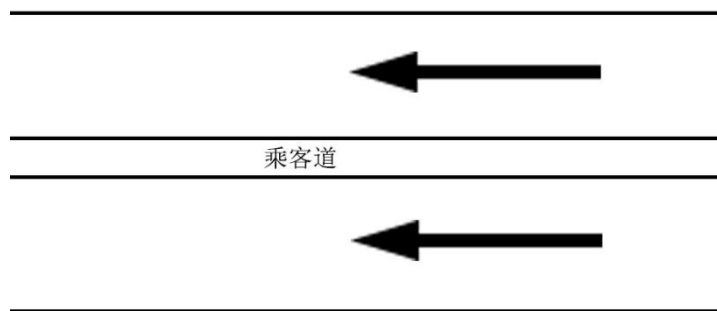


图 5.3.5 道路简化示意图

此种情况下，在乘客所在道路左右两侧各设置一个“上车点”，将乘客分为两个队伍进行排队，依然考虑让两个“上车点”尽可能近，使得总的时间花费最小。可以把两个“上车点”当作同一个“上车点”对待，利用（1）中的方法，对此时的“上车点”进行选取。如果需要对短程出租车给与优先权，则可以只设置一个“上车点”，其中一条车道用于排队车辆，另一条车道用于短程出租车的免排队优先接送车道。

3) 设置多个“上车点”

首先可以把多个“上车点”看作一个“上车点”，则其坐标为多个“上车点”坐标

的平均值，然后利用平均“上车点”坐标向路边散播“上车点”。同时需要考虑安全距离，将安全距离定为 5m。

设“上车点”平均值为 $(\bar{x}, 0)$ ，需要分配 n 个“上车点”。

当 n 为奇数时，上车点坐标为：

$$(\bar{x} - \frac{5(n-1)}{2} + 5i, 0) \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (27)$$

如果“上车点”的横坐标出现小于 0 的情况，则无法向 x 负半轴布置“上车点”，若此时剩余 m 个上车点，则剩余上车点的坐标分布为：

$$(\bar{x} + \frac{5(n-1)}{2} + 5i, 0) \quad (i=1, 2, 3, \dots, m) \quad (28)$$

当 n 为偶数时，上车点坐标为：

$$(\bar{x} - \frac{5n}{2} + 5i, 0) \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (29)$$

同样，如果“上车点”的横坐标出现小于 0 的情况，则无法向 x 负半轴布置“上车点”，若此时剩余 m 个上车点，则剩余上车点的分布为：

$$(\bar{x} + \frac{5n}{2} + 5i, 0) \quad (i=1, 2, 3, \dots, m-1) \quad (30)$$

2. 当可以在道路两侧都设置“上车点”时，为了防止单向车道的堵塞问题，考虑在“上车点”设置外凸的临时停车位。

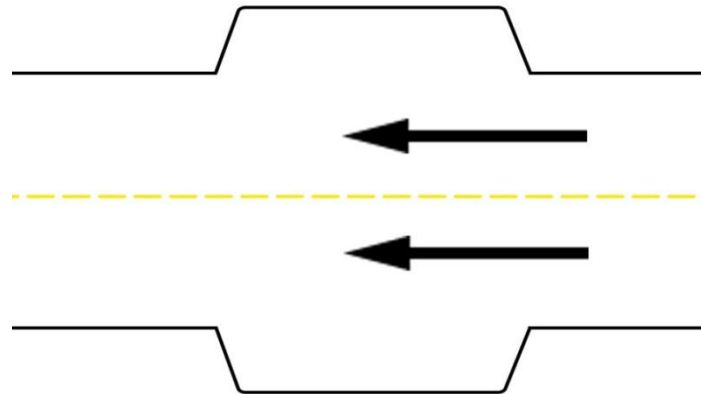


图 5.3.6 两侧设置“上车点”时的道路简化示意图

在道路两旁增加侧方停车位作为“上车点”，可以方便双车道的灵活使用。对于本道路通行方案，在有多个出站口时优势较为明显，同时出站口应该分布在道路的两侧。

1) 对道路两侧的“上车点”的规划，可以先只分析单侧的道路“上车点”规划方案，然后采取类似的方法对另一侧道路“上车点”进行规划。

计算单侧“上车点”时，可以采用 K-means 聚类算法，先计算出本侧出站口的聚类中心，然后通过聚类中心作为出站口的参考量，通过加权时间评估函数进行计算最佳的“上车点”。考虑到每个出站口的客流量不一样，因此采用聚类算法的效果不佳，可以采取加权平均值的计算方法。

2) 由于上述分析中采取了多出站点归并的思路，存在一定的局限性，会导致个别出站点的乘客离“上车点”较远。因此可以分点进行分析，每个“上车点”应该尽量离对应的出站口近，各出站口之间也可以互相利用对方的“上车点”进行乘车，以方便游客。假设机场的规划限制为可以建 r 个“上车点”，则第 i 个出站口可以分配得到的出站口个数为

$$n_i = \frac{nh_i}{\sum_{i=1}^n h_i}$$

其中， n_i 为四舍五入后的整数。分别将每个出站口代入总的时间消费函数 C ，利用线性规划的方法，计算出改出站口的最佳“上车点”组。如果存在两个出站口的“上车点”重叠的现象，则继续向两侧间隔 5m 扩建一个“上车点”以缓解乘客排队压力。

5.3.2 模型求解

当只能从一侧乘车时，以车道方向为 x 正半轴，垂直于车道面向出站口的方向为 y 正半轴，建立如下的平面直角坐标系。其中 O 为原点， A 为乘客出站口， B 为“上车点”。由于乘客与出租车的速度不同，可以将速度作为加权值。

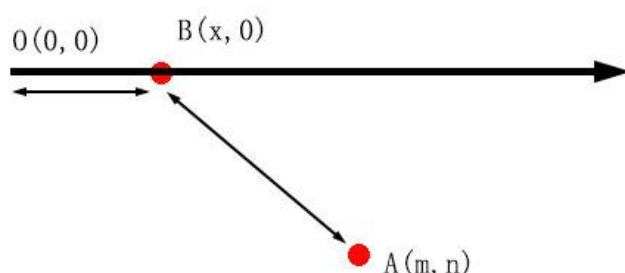


图 5.3.7 问题简化图像

令出租车与“上车点”之间的距离为 x_1 ，因此出租车的加权时间消费为：

$$C_1 = 7.5x_1 \quad (23)$$

令乘客与“上车点”之间的距离为：

$$x_2 = \sqrt{(m-x_1)^2 + n^2} \quad (24)$$

得到乘客的加权时间消费为：

$$C_2 = 1.5\sqrt{(m-x_1)^2 + n^2} \quad (25)$$

因此，总的消耗时间的函数为：

$$C = 7.5x_1 + 1.5\sqrt{(m-x_1)^2 + n^2} \quad (26)$$

采用线性规划的方法，仅需使得总消费函数 C 取得最小值即可，当 C 最小时的 x 值就是最佳“上车点”与出租车进入“乘车区”口的距离。对模型进行验证，当出站口位于点 (39,4) 时，可以计算出此时的时间消费函数并画出对应的函数图像。

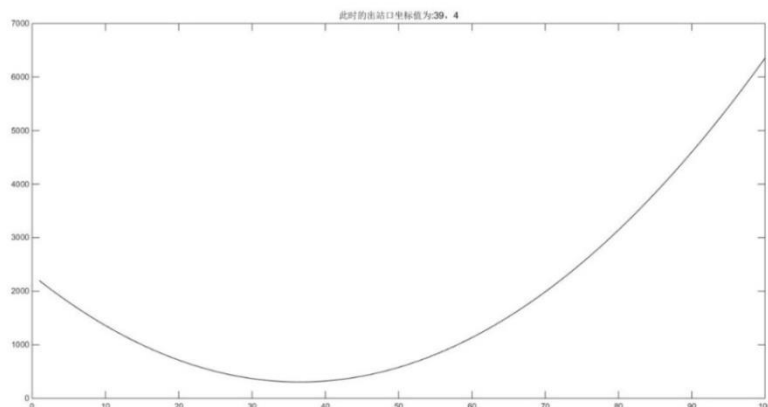


图 5.3.8 出站口坐标为 (39, 4) 时的时间消费函数图像

如上图所示，可以看出函数图像波谷位于 30~40m 之间，即时间消费取得最小值。

当可以在道路两侧都设置“上车点”时，首先需要参考每个站点的实际客流量，算出加权的客流中心点。假设有 n 个出站口，第 i 个出站口的平均客流量为 h_i （单位为“人/min”），第 i 个出站口的坐标为 (x_i, y_i) ，时间花销值坐标为：

$$(x_i, y_i) = (h_i x_i - h_i x, h_i y_i) \quad (31)$$

花销加权均值坐标为：

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n h_i}, \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \right) \quad (32)$$

在得到加权均值坐标后，可以将问题转换为只有一个出站口的问题，由于只考虑了单侧车道，所以可以视为单侧上车，由此问题就转换为了当只能单侧上车且只有一个出站口的问题。

因此应安排出租车的时速不得超过 27 km/h，这样可以保证出租车和乘客的安全。乘车点需根据出租车和乘客到达的综合时间花费进行规划，使得总的乘车效率较高，若有多个出站口，还需要结合每个出站口的客流量进行规划。

5.4 问题四——优先权排队规则模型

5.4.1 模型建立

本问题将对某些短途出租车设计“优先”安排的方案，使其具有一定的优先权实现多次往返载客，对其建立“优先权排队规则”模型，使满足条件的出租车不再像以往那样按照“先来后到”在“蓄车池”内排队等候载客，而是根据载客行驶里程及目的地远近的实际情况实施多次往返载客，使得出租车司机的利益尽量达到均衡的现象。

优先权排队规则是指在任一排队系统中，排队和排队规则决定了该系统的排队环境以及顾客对该系统的满意程度。优先权排队是排队规则的一种，它赋予某些出租车司机可以得到优先服务的权力，打破了先到先服务的排队规则。优先权排队在服务行业得到了快速发展，特别是互联网时代的到来，各种预约系统的出现，使得优先权排队广受欢迎，得到了一定的认可。比如饭店聚餐，提前预约的顾客可得到提前服务，去医院看病，提前预约的病人可优先得到就诊，对于机场某些短途载客出租车，可让其具有“优先权”排队等待，避免一部分出租车因送客路程较短导致收益不均的现象。

在进行方案设计时，考虑短途载客的出租车司机返回后不按照先来后到进行排队，而是优先进行排队。由于具有优先权的出租车司机到达机场时也需要考虑已经在排队等待的出租车数量和下一批出租车放进来的时间，所以具有“优先权”的出租车司机到达机场时的等待时间由两部分组成，分别是正在排队等候的出租车的等待时间以及下一批出租车被放行进入的时间。

即

$$W_{q_1} = \frac{p\bar{s}}{1 + p_1} - \frac{\omega}{\sigma(\sigma - \omega)} - \frac{\lambda_1}{\sigma(\sigma - \lambda_1)} \quad (33)$$

式中， W_{q_1} 表示出租车在机场中的平均排队等待时间， p 表示收益价格， p_1 表示具有优先权的车的收益价格， λ_1 表示具有优先权的出租车到达率， λ_2 表示不具有优先权的出租车的到达率， ω 表示总的出租车的到达率， σ 表示出租车在“蓄车池”内的停留时间， \bar{s} 表示出租车在“蓄车池”外的停留时间。

当没有优先权的出租车到达机场时，若记 $W_{s1 \sim 2}$ 表示有优先权 and 没有优先权的出租车

在机场中时每一位司机的平均逗留时间，可假设第一类为具有优先权的出租车，第二类为不具有优先权的出租车。

则

$$W_{s2} = \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) \frac{1}{\sigma - (\lambda_1 + \lambda_2)} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 \sigma - \lambda_1} \quad (34)$$

$$W_{q2} = W_{s2} - \frac{1}{\sigma} - \frac{\omega \sigma + \lambda_1 \sigma - \lambda_1 \omega}{\lambda_2 \sigma - \omega} \quad (35)$$

式中， W_{s2} 表示出租车的平均停留时间， W_{q2} 表示出租车的平均等待时间，可假设两种类型的出租车的预期效用值分别为：

$$u_1(\lambda_1 + p) = \sigma_1 - p - d_1(W_{q1}(\omega) + \sigma^{-1}) - W_1 - p - d_1 W_{q1}(\omega) \quad (36)$$

$$u_2 = d_i(W_{q2}(\omega) + \sigma^{-1}) \quad (37)$$

式中， u_1 为具有优先权的出租车可进入“蓄车池”， u_2 为不具有优先权的出租车进入“蓄车池”。当 $u_i \geq 0$ 时，具有优先权的出租车可进入“蓄车池”，当 $u_i = 0$ 时，具有优先权的出租车可随时进入“蓄车池”，因第一类出租车为优先权，所以第二类出租车是否进入第一类出租车中去排队将会受到“优先权”的影响。

5.4.2 模型的求解

由于第一类出租车具有优先权，第二类出租车不具有优先权，令 $u_1 = u_2$ 得：

$$\hat{\lambda} = \frac{\sigma(d_1 \lambda_1 - \sigma(\sigma - \lambda_2)(W_1 - P - W_2) - d_2 \lambda_1)}{d_1 \lambda_1(\sigma - \lambda_1)[\sigma(W_1 - P - W_2) - d_2]} \quad (38)$$

构造函数 $F(\omega) = u_1 - u_2$ ，对 $F(\omega)$ 求导，可得到 $F'(\omega) > 0$ ，由于 $\omega < \hat{\lambda}$ ，且 $F(\hat{\lambda}) = 0$ ；又因为 $F(\omega)$ 为增函数，所以可得到 $F(\omega) < 0$ ，即 $u_1 < u_2$ ，根据 u_1 ， u_2 之间的相对大小，可以判断两类出租车进入“蓄车池”的意愿强弱。若 $u_1 < u_2$ ，那么不具有优先权的出租车进入“蓄车池”的意愿更强，否则，具有优先权的出租车进入“蓄车池”的意愿更强。

因为 $u_1(\lambda_1, P)$ 关于 λ_1 递减且 $u_1 = 0$ 时， $\lambda_1 = \lambda(P)$ ，根据 u_1 和0之间的相对大小，可以判定 λ_1 和 $\lambda_1(P)$ 之间的相对大小。当 $0 < \lambda_1 < \lambda_1(P)$ 时，具有优先的出租车进入“蓄车池”，否则不进入。

通过 $(\theta_1^{EQ}(P), \theta_2^{EQ}(P))$ 来定义不同到达率情况下两类出租车在理想条件下进入“蓄车池”的均衡概率。

给出定义，当 $\lambda_1 > \hat{\lambda}$ ，即 $u_1 > u_2$ 时，可以将两类出租车的效用值大小进行比较，分为以下三种情况：

- 1) 当 $u_1 < 0, u_2 < 0$ 时，两类出租车都不进入“蓄车池”进行等待；
- 2) 当 $u_1 > 0, u_2 > 0$ 时，第二类出租车选择不进入“蓄车池”，且当 $\lambda_1 \geq \lambda_1(P)$ 时，出租车的均衡进入率为 $(\theta_1^{EQ}(P), \theta_2^{EQ}(P)) = (\lambda_1(P) / \lambda_1, 0)$ ；当 $\lambda_1 \leq \lambda_1(P)$ 时，出租车的均衡进入率为 $(\theta_1^{EQ}(P), \theta_2^{EQ}(P)) = (1, 0)$ ；

3) 当 $u_1 > 0, u_2 \geq 0$ 时, 第一类和第二类出租车都可选择进入“蓄车池”, 但第二类出租车的进入率取决于第一类出租车的进入率, 在这种情况下又可以分析得到:

(a) 当 $\lambda_1 < \lambda_{\max} < \lambda_1(P)$ 或 $\lambda_1 < \lambda_1(P) < \lambda_{\max}$ 时, 出租车的均衡进入率为:

$$(\theta_1^{BQ}(P), \theta_2^{BQ}(P)) = (1, (\lambda_{\max} - \lambda_1) / \lambda_2) \quad (39)$$

(b) 当 $\lambda_{\max} < \lambda_1 < \lambda_1(P)$ 时, 出租车的进入率为:

$$(\theta_1^{BQ}(P), \theta_2^{BQ}(P)) = (\lambda_{\max} / \lambda_1, 0) \quad (40)$$

5.4.3 结果分析

当某一类型的出租车在完成接送乘客后所得效益小于零时, 此时出租车没有进入“蓄车池”的意愿, 故 1) 情况下两类出租车都不选择进入。因为 $u_1 > u_2$, 相对于第二类出租车来说, 第一类出租车进入“蓄车池”的意愿更强, 所以让第一类出租车优先进入“蓄车池”。

在 2) 的情况下, 第二类出租车没有进入“蓄车池”的意愿, 只考虑第一类车, 当第一类出租车的进入率大于“蓄车池”可容纳的车时, 第一类车部分进入, 否则全部进入。

在 3) 的情况下, 第一类和第二类出租车都有选择进入的意愿, 当第一类出租车的到达率没达到“蓄车池”可容纳的最大进入率时, 或已达到“蓄车池”可容纳的该类出租车最大进入率, 但未达到总的最大进入率时, 即“蓄车池”还有能力容纳第二类车时, 再考虑第二类出租车的进入。在 3) (a) 情况下, 由于第一类出租车的到达率即未达到“蓄车池”可容纳的该类出租车的最大进入率, 又未达到总的最大进入率, 所以第一类出租车全部进入, 第二类出租车部分进入。在 3) (b) 情况下, 第一类出租车的到达率小于第一类出租车进入的临界值而大于总的最大进入率, 所以第一类出租车部分进入, 第二类出租车不进入。

六 模型评价与改进

6.1 模型评价

1. 针对变量太多的问题, 通过固定一部分变量, 降低了算法变量的维度, 且在问题一中采用了动态规划的方法, 用动态转移方程处理出租车排队等待时间, 综合考虑了出租车油费的消耗, 更为客观。

2. 对于问题三中不同的车道使用方案, 分情况讨论分析能够灵活的处理“上车点”分配问题, 对于出站口的距离对乘客的影响以及复杂的多个出站口的情况, 综合考虑了出站口的客流量影响。

3. 各城市的出租车收费存在差异, 在采取固定的收益函数时不具备普遍性, 出站口和“上车点”可能不处于同一平面, 复杂的空间结构对于乘客到达“上车点”的时间花销需要额外考虑。

6.2 模型改进

对于出租车司机的收益模型, 综合考虑各城市的出租车收益、油费的差异, 为收益函数添加修正值。假设修正值为 δ , 则修正后的收益函数为

$$h = 0.644vt^2 + 0.5020vt + 7.2342 + \delta, \quad t \leq \frac{d}{v}$$

对整体价格进行修正, 以应对高速收费站、车速对油耗的影响。若修正值为 ε , 则最终收益函数为

$$H = \begin{cases} 0.644t^2 + 0.5020t + 7.2342 + \delta, t \leq \frac{d}{v} \\ 0.644[v'(t - \frac{d}{v})]^2 + 0.5020v'(t - \frac{d}{v}) + 7.2342 + 0.644d^2 + 0.5020d + 7.2342 + \delta - \varepsilon, t > \frac{d}{v} \end{cases}$$

对问题三中时间消耗模型，考虑空间结构复杂的出站口的情况，例如有楼梯、引流护栏的情况，空间会影响行人的速度，1.5m/s 不再适用乘客的速度，需要对乘客的速度进行修正，若路面对乘客速度影响的速度系数为 $k(k > 0)$ ，设加入空间结构后的平均速度为 \bar{v} ，则

$$k = \frac{\bar{v}}{1.5}$$

当 k 取 1 时表示不影响，当 k 大于 1 时表示速度变快，当 k 小于 1 时表示速度变慢，另需加入高速对乘客时间花销影响的修正值 δ ，则修正后的最终时间消耗函数为

$$C_2' = 1.5k\sqrt{(m-x_1)^2 + n^2} + \delta$$

七 参考文献

- [1] 燃油消耗费用. <http://www.zhihu.com/question/46410843>. 2019. 9. 14.
- [2] 上海出租车价格. <http://www.chemao.com/question/qail87910.html>. 2019. 9. 14.
- [3] 刁在筠, 刘桂真, 戎晓霞, 王光辉. 运筹学[M]. 第四版. 高等教育出版社. 2016.
- [4] 王明慈, 沈恒范. 概率论与数理统计[M]. 第二版. 高等教育出版社. 2007.
- [5] 范传辉. Python 爬虫开发与项目实战[M]. 机械工业出版社. 2017.
- [6] 王爱. 基于排队论的银行服务窗口优化方法研究[D]. 河北工业大学. 2014.

附录

Q1_1.m

%以上海市为参考, 3km 内 10 元, 3~10km 之间 2 元/km, 10km 以上 3 元/km

cost=0.6;%每公里油耗价格

t=1:20;

y=zeros(1, size(t, 1));

for i=1:3

 y(1, i)=10-cost*i;

end

for i=3:10;

 y(1, i)=10+2*(i-3)-cost*i;

end

for i=10:20

 y(1, i)=y(1, 10)+3*(i-10)-cost*(i-10);

end

figure(1)

plot(t, y, 'k*');

xlabel('出租车公里数')

ylabel('出租车收益')

hold on

a=polyfit(t, y, 1);

plot(t, a(1)*t+a(2), 'k--');

a %y=1.8549t+2.2737

figure(2)

plot(t, y, 'k*');

xlabel('出租车公里数')

ylabel('出租车收益')

hold on

a=polyfit(t, y, 2);

plot(t, a(1)*t.^2+a(2)*t+a(3), 'k--');

a %y=0.0644x^2+0.5020x+7.2342

Q1_2.m

cost=0.6; %每公里油耗

v_h=110/60; %高速最高 110km/h, 换成 km/min

v_a=30/60; %平均车速

L=5; %车长不超过 5m

d=10:80; %机场与市区距离 10~80km

t=1:100; %1~100min

n=1:20; %排队可作为第 n 批进入载客

C=8; %拟定出租车载客起步价

f=@(x)0.0644*x^2+0.5020*x+7.2342; %收入拟合函数

f1=zeros(size(d, 2), size(t, 2));

for i=1:size(d, 2)

```

st=fix(d(1,i)/v_h);
for j=1:st
    f1(i,j)=-0.6*v_h*j;
end
for j=st:100
    f1(i,j)=f1(i,st)+f((j-st)*v_a);
end
end
figure(1);
mesh(d,t,f1','EdgeColor','k');
title('市区距离与收支关系');
xlabel('市区距离 d/km');
ylabel('离开时间 t/min');
zlabel('收益金额$');

f2=zeros(size(d,2),size(t,2));
for i=1:size(d,2)
    st=fix(d(1,i)/v_h);
    for j=1:st
        f2(i,j)=f(j*v_h);
    end
    for j=st:100
        f2(i,j)=f2(i,st)+f((j-st)*v_a);
    end
end
figure(2)
mesh(d,t,f2','EdgeColor','k');
title('无需排队时市区距离与收支关系');
xlabel('市区距离 d/km');
ylabel('时间 t/min');
zlabel('收益金额$');

t_w=1:99;
f3=zeros(size(d,2),size(t_w,2));
for i=t_w
    for j=1:size(d,2)
        if f1(j,100)>f2(j,100-i)
            f3(j,i)=1;
        else
            f3(j,i)=-1;
        end
    end
end
figure(3);

```

```

mesh(d, t_w, f3, 'EdgeColor', 'k');
title(' 决策方案')
xlabel(' 市区距离/km');
ylabel(' 等待时间/min');
zlabel(' 决策方案');

```

Q2. py

```

,,,

```

如需运行本程序，需要保证同目录文件夹下存在 XZ_Air.xlsx 文件，且存在名为 Sheet1 的表

运行本程序需要联网，运用了 requests, openpyxl 两个第三方库

如果没有安装第三方库，需要使用 pip install xxx 的形式在命令行中安装名为 xxx 的库

此程序利用正则表达式对返回页面进行数据提取

```

,,,

```

```

#coding=utf-8
import requests
import time
import re
import openpyxl

```

#请求头

```

myheader = {
    "User-Agent": "Mozilla/5.0 (Windows NT 10.0; Win64; x64; rv:67.0)
Gecko/20100101 Firefox/67.0",
    "Host": "www.whalebj.com"
}

```

#请求地址

```

link = 'http://www.whalebj.com/xzjc/default.aspx'

```

#xls 存储函数

```

def xlswrite(datas):
    wb = openpyxl.load_workbook('XZ_Air.xlsx') #读入存储文件
    ws = wb['Sheet1'] #存储表名
    row = ws.max_row #获取现有行数
    print('r:' + str(row)) #打印行数
    row = row + 1 #行数加1

```

#存储本行数据

```

j = 0
for data in datas:
    idx = str(chr(ord('A') + j)) + str(row)
    ws[idx] = data

```



```

        j = j + 1

    #保存文件
    wb.save('XZ_Air.xlsx')

#读取 web 数据函数
def get_d():
    r = requests.get(link, headers=myheader, timeout=10)
    data = []

    #正则匹配相关数据
    matchObj = re.search(r'[0-9]+--[0-9]+--[0-9]+ [0-9]+:[0-9]+:[0-9]+',
r.text)
    data.append(matchObj[0])
    matchObj1 = re.findall(r'[0-9]+(=? )', r.text)

    #添加剩余数据
    for i in range(3):
        data.append(matchObj1[i+1])

    #打印数据
    print(data)

    #写入 xls 文档
    xlswrite(data)

#进入循环
while(1):
    get_d()

    #时间间隔(s)
    time.sleep(59.5)

Q3_1.m
flag=0;
g=9.8; %重力加速度
f=@(u,v) (v/3.6).^2./(2*g.*u); %计算刹车距函数
u=[0.6 0.9]; %摩擦系数
v=[1:60]; %车速模拟范围
ok1=[]; %车距 1 数组
ok2=[]; %车距 2 数组
s=zeros(2,size(v,2));
for i=1:2
    for j=1:size(v,2)

```

```

s(i,j)=f(u(1,i),v(1,j));
if s(i,j)<5
    if i==1
        ok1=[ok1 v(1,j)];
    else
        ok2=[ok2 v(1,j)];
    end
end
end
end
plot(v,s(1,:), 'kx');
hold on
plot(v,s(2,:), 'k. ');
legend('u=0.6','u=0.9')
xlabel('车速 km/h')
ylabel('刹车距离 m')
title('车速与刹车距离关系图')
fprintf('u=0.6 时, 刹车距不超过 5m 的最大车速: %.2f\n',ok1(1,size(ok1,2)));
fprintf('u=0.9 时, 刹车距不超过 5m 的最大车速: %.2f\n',ok2(1,size(ok2,2)));

```

Q3_2.m

```

vh=1.5;    %乘客速度
vc=7.5;    %汽车速度
l1=1:100;  %行人长度模拟范围
l2=1:200;  %汽车长度模拟范围
t1=l1/vh;
t2=l2/vc;

```

```

figure(1)
plot(l1,t1,'k--');
xlabel('距离/m');
ylabel('花费时间/t');
title('行人的时间花费');

```

```

figure(2)
plot(l2,t2,'k--');
xlabel('距离/m');
ylabel('花费时间/t');
title('出租车的时间花费');

```

Q3_3.m

```

f=@(m,n,x) 7.5.*x+1.5*((m-x).^2+n^2); %时间加权花销函数
x=1:100;
for i=1:100

```

```

for j=1:50
    y=f(i, j, x);
    plot(x, y, 'k-');
    title(['此时的出站口坐标值为:', num2str(i), ', ', ', ', num2str(j)]);
    pause(0.001);
end
end
end

```

XZ_Air.xlsx

| 时间 | 场内代运车辆 /辆 | 前半小时进场车辆 /辆 | 前半小时离场车辆 /辆 |
|---------------------|--------------|----------------|----------------|
| 2019-09-13 17:31:13 | 110 | 33 | 19 |
| 2019-09-13 17:32:14 | 110 | 30 | 18 |
| 2019-09-13 17:33:14 | 111 | 30 | 17 |
| 2019-09-13 17:34:15 | 112 | 28 | 17 |
| 2019-09-13 17:35:15 | 112 | 26 | 17 |
| 2019-09-13 17:36:16 | 113 | 24 | 17 |
| 2019-09-13 17:37:16 | 110 | 25 | 15 |
| 2019-09-13 17:38:16 | 107 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:39:17 | 110 | 27 | 18 |
| 2019-09-13 17:40:17 | 111 | 29 | 18 |
| 2019-09-13 17:41:18 | 112 | 29 | 18 |
| 2019-09-13 17:42:19 | 112 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:43:19 | 112 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:44:29 | 112 | 24 | 18 |
| 2019-09-13 17:45:29 | 112 | 24 | 18 |
| 2019-09-13 17:46:12 | 113 | 25 | 18 |
| 2019-09-13 17:47:12 | 113 | 28 | 17 |
| 2019-09-13 17:48:13 | 114 | 27 | 17 |
| 2019-09-13 17:49:13 | 115 | 27 | 17 |
| 2019-09-13 17:50:14 | 115 | 27 | 17 |
| 2019-09-13 17:51:15 | 117 | 28 | 16 |
| 2019-09-13 17:52:15 | 118 | 29 | 12 |
| 2019-09-13 17:53:16 | 119 | 30 | 12 |
| 2019-09-13 17:54:16 | 120 | 31 | 12 |
| 2019-09-13 17:55:18 | 120 | 30 | 12 |
| 2019-09-13 17:56:19 | 122 | 32 | 13 |
| 2019-09-13 17:57:20 | 122 | 32 | 13 |
| 2019-09-13 17:58:21 | 123 | 32 | 12 |
| 2019-09-13 17:59:22 | 125 | 33 | 12 |
| 2019-09-13 18:00:22 | 127 | 35 | 12 |
| 2019-09-13 18:01:23 | 127 | 34 | 12 |
| 2019-09-13 18:02:24 | 126 | 34 | 13 |
| 2019-09-13 18:03:25 | 127 | 35 | 13 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-13 18:04:25 | 127 | 34 | 13 |
| 2019-09-13 18:05:25 | 125 | 34 | 21 |
| 2019-09-13 18:06:26 | 123 | 32 | 24 |
| 2019-09-13 18:07:28 | 125 | 33 | 16 |
| 2019-09-13 18:08:28 | 125 | 32 | 14 |
| 2019-09-13 18:09:29 | 127 | 31 | 14 |
| 2019-09-13 18:10:29 | 131 | 33 | 14 |
| 2019-09-13 18:11:30 | 131 | 33 | 14 |
| 2019-09-13 18:12:30 | 132 | 34 | 14 |
| 2019-09-13 18:13:30 | 132 | 33 | 14 |
| 2019-09-13 18:14:31 | 134 | 35 | 14 |
| 2019-09-13 18:15:32 | 133 | 36 | 15 |
| 2019-09-13 18:16:33 | 134 | 35 | 15 |
| 2019-09-13 18:17:33 | 134 | 33 | 16 |
| 2019-09-13 18:18:33 | 129 | 33 | 24 |
| 2019-09-13 18:19:33 | 128 | 32 | 25 |
| 2019-09-13 18:20:34 | 127 | 33 | 26 |
| 2019-09-13 18:21:34 | 127 | 30 | 26 |
| 2019-09-13 18:22:35 | 128 | 29 | 26 |
| 2019-09-13 18:23:35 | 128 | 29 | 26 |
| 2019-09-13 18:24:36 | 129 | 29 | 26 |
| 2019-09-13 18:25:36 | 122 | 28 | 34 |
| 2019-09-13 18:26:37 | 118 | 29 | 39 |
| 2019-09-13 18:27:37 | 117 | 28 | 39 |
| 2019-09-13 18:34:32 | 120 | 27 | 38 |
| 2019-09-13 18:35:32 | 120 | 26 | 29 |
| 2019-09-13 18:36:33 | 120 | 26 | 27 |
| 2019-09-13 18:37:33 | 120 | 25 | 27 |
| 2019-09-13 18:38:34 | 121 | 25 | 26 |
| 2019-09-13 18:39:35 | 121 | 23 | 26 |
| 2019-09-13 18:40:36 | 123 | 21 | 26 |
| 2019-09-13 18:41:38 | 123 | 21 | 26 |
| 2019-09-13 18:42:39 | 123 | 20 | 26 |
| 2019-09-13 18:43:39 | 124 | 21 | 26 |
| 2019-09-13 18:44:39 | 126 | 20 | 26 |
| 2019-09-13 18:45:40 | 126 | 22 | 27 |
| 2019-09-13 18:46:40 | 123 | 23 | 31 |
| 2019-09-13 18:47:41 | 123 | 23 | 30 |
| 2019-09-13 18:48:41 | 123 | 21 | 21 |
| 2019-09-13 18:49:42 | 123 | 21 | 21 |
| 2019-09-13 18:50:43 | 124 | 21 | 20 |
| 2019-09-13 18:51:44 | 120 | 21 | 24 |
| 2019-09-13 18:52:46 | 119 | 21 | 29 |
| 2019-09-13 18:53:49 | 118 | 21 | 32 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-13 18:54:49 | 118 | 21 | 31 |
| 2019-09-13 18:55:52 | 118 | 22 | 22 |
| 2019-09-13 18:56:52 | 115 | 21 | 22 |
| 2019-09-13 18:57:53 | 110 | 21 | 28 |
| 2019-09-13 18:58:54 | 102 | 21 | 36 |
| 2019-09-13 18:59:55 | 102 | 20 | 36 |
| 2019-09-13 19:00:44 | 102 | 21 | 36 |
| 2019-09-13 19:01:45 | 102 | 20 | 36 |
| 2019-09-13 19:02:45 | 102 | 20 | 37 |
| 2019-09-13 19:03:46 | 102 | 20 | 39 |
| 2019-09-13 19:04:48 | 103 | 21 | 39 |
| 2019-09-13 19:05:49 | 100 | 22 | 43 |
| 2019-09-13 19:06:49 | 100 | 21 | 43 |
| 2019-09-13 19:07:50 | 101 | 21 | 43 |
| 2019-09-13 19:08:50 | 102 | 22 | 43 |
| 2019-09-13 19:09:51 | 101 | 24 | 47 |
| 2019-09-13 19:10:52 | 99 | 23 | 51 |
| 2019-09-13 19:11:52 | 98 | 25 | 52 |
| 2019-09-13 19:12:52 | 98 | 25 | 52 |
| 2019-09-13 19:13:56 | 98 | 23 | 52 |
| 2019-09-13 19:14:56 | 98 | 21 | 52 |
| 2019-09-13 19:15:57 | 98 | 19 | 48 |
| 2019-09-13 19:16:57 | 94 | 20 | 52 |
| 2019-09-13 19:17:58 | 97 | 28 | 53 |
| 2019-09-13 19:18:58 | 98 | 29 | 53 |
| 2019-09-13 19:19:58 | 97 | 30 | 57 |
| 2019-09-13 19:21:00 | 96 | 31 | 58 |
| 2019-09-13 19:22:01 | 96 | 31 | 51 |
| 2019-09-13 19:23:02 | 96 | 31 | 47 |
| 2019-09-13 19:24:03 | 98 | 32 | 46 |
| 2019-09-13 19:25:04 | 98 | 33 | 46 |
| 2019-09-13 19:26:05 | 95 | 32 | 48 |
| 2019-09-13 19:27:05 | 92 | 32 | 50 |
| 2019-09-13 19:28:06 | 92 | 33 | 47 |
| 2019-09-13 19:29:07 | 92 | 33 | 41 |
| 2019-09-13 19:30:08 | 92 | 33 | 41 |
| 2019-09-13 19:31:09 | 93 | 35 | 41 |
| 2019-09-13 19:32:10 | 94 | 35 | 40 |
| 2019-09-13 19:33:10 | 95 | 34 | 38 |
| 2019-09-13 19:34:11 | 95 | 34 | 38 |
| 2019-09-13 19:35:13 | 95 | 33 | 38 |
| 2019-09-13 19:36:13 | 95 | 32 | 34 |
| 2019-09-13 19:37:15 | 98 | 34 | 34 |
| 2019-09-13 19:38:16 | 98 | 34 | 34 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-13 19:39:16 | 98 | 33 | 34 |
| 2019-09-13 19:40:17 | 102 | 35 | 28 |
| 2019-09-13 19:41:18 | 103 | 34 | 26 |
| 2019-09-13 19:42:20 | 104 | 35 | 25 |
| 2019-09-13 19:43:21 | 104 | 35 | 25 |
| 2019-09-13 19:44:23 | 105 | 37 | 25 |
| 2019-09-13 19:45:24 | 105 | 37 | 25 |
| 2019-09-13 19:46:24 | 100 | 35 | 29 |
| 2019-09-13 19:47:25 | 97 | 34 | 30 |
| 2019-09-13 19:48:28 | 97 | 29 | 30 |
| 2019-09-13 19:49:28 | 98 | 29 | 29 |
| 2019-09-13 19:50:33 | 98 | 26 | 25 |
| 2019-09-13 19:51:34 | 98 | 26 | 25 |
| 2019-09-13 19:52:35 | 98 | 27 | 25 |
| 2019-09-13 19:53:36 | 99 | 27 | 25 |
| 2019-09-13 19:54:38 | 99 | 25 | 25 |
| 2019-09-13 19:55:39 | 100 | 27 | 25 |
| 2019-09-13 19:56:41 | 100 | 27 | 18 |
| 2019-09-13 19:57:42 | 102 | 30 | 13 |
| 2019-09-13 19:58:44 | 103 | 31 | 12 |
| 2019-09-13 19:59:48 | 101 | 35 | 19 |
| 2019-09-13 20:00:50 | 100 | 35 | 22 |
| 2019-09-13 20:01:51 | 101 | 34 | 22 |
| 2019-09-13 20:02:53 | 103 | 35 | 22 |
| 2019-09-13 20:03:55 | 102 | 34 | 23 |
| 2019-09-13 20:04:57 | 102 | 34 | 23 |
| 2019-09-13 20:05:42 | 105 | 37 | 23 |
| 2019-09-13 20:06:43 | 106 | 37 | 23 |
| 2019-09-13 20:07:44 | 107 | 36 | 23 |
| 2019-09-13 20:08:45 | 109 | 38 | 23 |
| 2019-09-13 20:09:46 | 107 | 37 | 27 |
| 2019-09-13 20:10:47 | 107 | 33 | 32 |
| 2019-09-13 20:11:48 | 107 | 34 | 34 |
| 2019-09-13 20:12:48 | 101 | 35 | 40 |
| 2019-09-13 20:13:49 | 103 | 39 | 41 |
| 2019-09-13 20:14:51 | 103 | 38 | 41 |
| 2019-09-13 20:15:52 | 103 | 38 | 41 |
| 2019-09-13 20:16:52 | 104 | 40 | 32 |
| 2019-09-13 20:17:54 | 99 | 41 | 36 |
| 2019-09-13 20:18:54 | 95 | 42 | 43 |
| 2019-09-13 20:19:56 | 96 | 43 | 43 |
| 2019-09-13 20:20:56 | 96 | 43 | 43 |
| 2019-09-13 20:21:57 | 97 | 45 | 43 |
| 2019-09-13 20:22:59 | 97 | 44 | 43 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-13 20:24:00 | 98 | 46 | 43 |
| 2019-09-13 20:25:02 | 100 | 47 | 43 |
| 2019-09-13 20:26:07 | 100 | 48 | 43 |
| 2019-09-13 20:27:11 | 102 | 48 | 43 |
| 2019-09-13 20:28:13 | 104 | 48 | 43 |
| 2019-09-13 20:29:11 | 104 | 45 | 41 |
| 2019-09-13 20:30:13 | 103 | 44 | 39 |
| 2019-09-13 20:31:16 | 102 | 43 | 41 |
| 2019-09-13 20:32:16 | 103 | 43 | 41 |
| 2019-09-13 20:33:17 | 105 | 44 | 40 |
| 2019-09-13 20:34:19 | 106 | 44 | 40 |
| 2019-09-13 20:35:21 | 107 | 44 | 40 |
| 2019-09-13 20:36:23 | 108 | 45 | 40 |
| 2019-09-13 20:37:26 | 111 | 46 | 40 |
| 2019-09-13 20:38:29 | 112 | 45 | 40 |
| 2019-09-13 20:39:31 | 113 | 48 | 38 |
| 2019-09-13 20:40:33 | 113 | 49 | 32 |
| 2019-09-13 20:41:35 | 113 | 46 | 31 |
| 2019-09-13 20:42:37 | 112 | 45 | 27 |
| 2019-09-13 20:43:40 | 109 | 39 | 27 |
| 2019-09-13 20:44:40 | 108 | 39 | 31 |
| 2019-09-13 20:45:42 | 107 | 39 | 35 |
| 2019-09-13 20:46:44 | 107 | 38 | 36 |
| 2019-09-13 20:47:46 | 109 | 39 | 30 |
| 2019-09-13 20:48:48 | 109 | 37 | 22 |
| 2019-09-13 20:49:52 | 111 | 38 | 22 |
| 2019-09-13 20:50:54 | 114 | 41 | 22 |
| 2019-09-13 20:51:55 | 114 | 39 | 22 |
| 2019-09-13 20:52:56 | 110 | 39 | 28 |
| 2019-09-13 20:53:57 | 101 | 36 | 34 |
| 2019-09-13 20:54:59 | 102 | 35 | 34 |
| 2019-09-13 20:56:02 | 102 | 33 | 34 |
| 2019-09-13 20:57:05 | 102 | 33 | 34 |
| 2019-09-13 20:58:06 | 102 | 32 | 34 |
| 2019-09-13 20:59:09 | 102 | 32 | 34 |
| 2019-09-13 21:00:12 | 103 | 31 | 28 |
| 2019-09-13 21:01:14 | 106 | 33 | 26 |
| 2019-09-13 21:02:17 | 105 | 32 | 27 |
| 2019-09-13 21:03:20 | 101 | 32 | 33 |
| 2019-09-13 21:04:22 | 94 | 31 | 37 |
| 2019-09-13 21:05:26 | 91 | 29 | 39 |
| 2019-09-13 21:06:30 | 91 | 27 | 39 |
| 2019-09-13 21:07:32 | 92 | 25 | 40 |
| 2019-09-13 21:08:37 | 89 | 24 | 43 |

| | | | |
|---------------------|----|----|----|
| 2019-09-13 21:09:40 | 89 | 21 | 43 |
| 2019-09-13 21:10:41 | 90 | 21 | 41 |
| 2019-09-13 21:11:46 | 91 | 22 | 41 |
| 2019-09-13 21:12:48 | 86 | 24 | 48 |
| 2019-09-13 21:13:49 | 78 | 25 | 52 |
| 2019-09-13 21:14:51 | 77 | 25 | 50 |
| 2019-09-13 21:15:52 | 72 | 24 | 50 |
| 2019-09-13 21:16:53 | 72 | 24 | 50 |
| 2019-09-13 21:17:56 | 69 | 21 | 54 |
| 2019-09-13 21:18:58 | 64 | 22 | 60 |
| 2019-09-13 21:19:59 | 65 | 22 | 60 |
| 2019-09-13 21:21:02 | 62 | 19 | 63 |
| 2019-09-13 21:22:07 | 63 | 21 | 63 |
| 2019-09-13 21:23:09 | 62 | 23 | 60 |
| 2019-09-13 21:24:11 | 56 | 26 | 63 |
| 2019-09-13 21:25:13 | 54 | 25 | 65 |
| 2019-09-13 21:26:14 | 54 | 27 | 67 |
| 2019-09-13 21:27:16 | 52 | 26 | 69 |
| 2019-09-13 21:28:19 | 46 | 29 | 75 |
| 2019-09-13 21:29:21 | 44 | 31 | 77 |
| 2019-09-13 21:30:25 | 40 | 30 | 81 |
| 2019-09-13 21:31:28 | 40 | 31 | 83 |
| 2019-09-13 21:32:31 | 38 | 32 | 84 |
| 2019-09-13 21:33:33 | 39 | 32 | 79 |
| 2019-09-13 21:34:35 | 36 | 33 | 81 |
| 2019-09-13 21:35:38 | 36 | 35 | 84 |
| 2019-09-13 21:36:41 | 35 | 36 | 87 |
| 2019-09-13 21:37:44 | 34 | 38 | 89 |
| 2019-09-13 22:14:10 | 22 | 75 | 80 |
| 2019-09-13 22:15:11 | 21 | 74 | 81 |
| 2019-09-13 22:16:12 | 24 | 78 | 75 |
| 2019-09-13 22:17:12 | 21 | 79 | 77 |
| 2019-09-13 22:18:13 | 15 | 78 | 80 |
| 2019-09-13 22:19:13 | 16 | 77 | 80 |
| 2019-09-13 22:20:14 | 16 | 75 | 74 |
| 2019-09-13 22:21:15 | 19 | 79 | 71 |
| 2019-09-13 22:22:19 | 20 | 76 | 71 |
| 2019-09-13 22:23:19 | 21 | 76 | 68 |
| 2019-09-13 22:24:21 | 17 | 76 | 71 |
| 2019-09-13 22:25:22 | 17 | 76 | 76 |
| 2019-09-13 22:26:23 | 11 | 74 | 78 |
| 2019-09-13 22:27:26 | 12 | 75 | 77 |
| 2019-09-13 22:28:28 | 15 | 77 | 76 |
| 2019-09-13 22:29:29 | 19 | 81 | 76 |

| | | | |
|---------------------|----|----|----|
| 2019-09-13 22:30:32 | 20 | 80 | 76 |
| 2019-09-13 22:31:34 | 24 | 82 | 76 |
| 2019-09-13 22:32:36 | 25 | 82 | 76 |
| 2019-09-13 22:33:40 | 26 | 78 | 75 |
| 2019-09-13 22:34:42 | 27 | 75 | 68 |
| 2019-09-13 22:35:44 | 31 | 77 | 63 |
| 2019-09-13 22:36:46 | 35 | 80 | 57 |
| 2019-09-13 22:37:47 | 36 | 78 | 51 |
| 2019-09-13 22:38:48 | 37 | 79 | 49 |
| 2019-09-13 22:39:50 | 38 | 76 | 43 |
| 2019-09-13 22:40:52 | 42 | 79 | 43 |
| 2019-09-13 22:41:55 | 42 | 76 | 43 |
| 2019-09-13 22:42:57 | 42 | 75 | 44 |
| 2019-09-13 22:44:00 | 41 | 78 | 47 |
| 2019-09-13 22:45:03 | 41 | 80 | 47 |
| 2019-09-13 22:46:05 | 45 | 82 | 48 |
| 2019-09-13 22:47:07 | 48 | 84 | 41 |
| 2019-09-13 22:48:08 | 48 | 84 | 37 |
| 2019-09-13 22:49:10 | 51 | 83 | 36 |
| 2019-09-13 22:50:12 | 57 | 89 | 36 |
| 2019-09-13 22:51:15 | 58 | 86 | 36 |
| 2019-09-13 22:52:18 | 58 | 85 | 36 |
| 2019-09-13 22:53:21 | 61 | 88 | 36 |
| 2019-09-13 22:54:23 | 62 | 90 | 29 |
| 2019-09-13 22:55:26 | 60 | 86 | 29 |
| 2019-09-13 22:56:28 | 61 | 88 | 29 |
| 2019-09-13 22:57:31 | 63 | 85 | 29 |
| 2019-09-13 22:58:32 | 66 | 86 | 29 |
| 2019-09-13 22:59:34 | 69 | 84 | 29 |
| 2019-09-13 23:00:37 | 71 | 85 | 29 |
| 2019-09-13 23:01:39 | 73 | 83 | 31 |
| 2019-09-13 23:02:42 | 68 | 82 | 39 |
| 2019-09-13 23:03:44 | 68 | 83 | 46 |
| 2019-09-13 23:04:48 | 68 | 81 | 46 |
| 2019-09-13 23:05:50 | 65 | 76 | 52 |
| 2019-09-13 23:06:53 | 62 | 73 | 55 |
| 2019-09-13 23:07:55 | 65 | 75 | 55 |
| 2019-09-13 23:08:57 | 66 | 75 | 55 |
| 2019-09-13 23:09:23 | 66 | 75 | 55 |
| 2019-09-13 23:10:25 | 66 | 72 | 55 |
| 2019-09-13 23:11:27 | 65 | 71 | 57 |
| 2019-09-13 23:12:29 | 59 | 71 | 64 |
| 2019-09-13 23:13:30 | 59 | 68 | 61 |
| 2019-09-13 23:14:33 | 58 | 65 | 58 |

| | | | |
|---------------------|----|----|----|
| 2019-09-13 23:15:37 | 59 | 62 | 58 |
| 2019-09-13 23:16:39 | 59 | 59 | 57 |
| 2019-09-13 23:17:41 | 60 | 57 | 57 |
| 2019-09-13 23:18:42 | 60 | 57 | 57 |
| 2019-09-13 23:19:43 | 60 | 51 | 57 |
| 2019-09-13 23:20:45 | 62 | 50 | 57 |
| 2019-09-13 23:21:47 | 62 | 49 | 57 |
| 2019-09-13 23:22:48 | 65 | 51 | 57 |
| 2019-09-13 23:23:48 | 65 | 47 | 57 |
| 2019-09-13 23:24:49 | 69 | 48 | 53 |
| 2019-09-13 23:25:51 | 69 | 47 | 45 |
| 2019-09-13 23:26:52 | 68 | 47 | 49 |
| 2019-09-13 23:27:55 | 69 | 46 | 49 |
| 2019-09-13 23:28:56 | 71 | 45 | 49 |
| 2019-09-13 23:29:21 | 72 | 45 | 49 |
| 2019-09-13 23:30:22 | 72 | 42 | 49 |
| 2019-09-13 23:31:23 | 76 | 40 | 47 |
| 2019-09-13 23:32:23 | 77 | 41 | 42 |
| 2019-09-13 23:33:25 | 78 | 42 | 33 |
| 2019-09-13 23:34:26 | 78 | 42 | 32 |
| 2019-09-13 23:35:27 | 79 | 43 | 29 |
| 2019-09-13 23:36:31 | 79 | 42 | 23 |
| 2019-09-13 23:37:39 | 79 | 41 | 23 |
| 2019-09-13 23:38:40 | 81 | 41 | 23 |
| 2019-09-13 23:39:43 | 83 | 41 | 23 |
| 2019-09-13 23:40:44 | 87 | 44 | 23 |
| 2019-09-13 23:41:45 | 88 | 42 | 19 |
| 2019-09-13 23:42:45 | 88 | 41 | 12 |
| 2019-09-13 23:43:46 | 89 | 41 | 7 |
| 2019-09-13 23:44:46 | 90 | 42 | 6 |
| 2019-09-13 23:45:45 | 92 | 42 | 6 |
| 2019-09-13 23:46:45 | 92 | 43 | 9 |
| 2019-09-13 23:47:45 | 90 | 42 | 14 |
| 2019-09-13 23:48:44 | 87 | 43 | 18 |
| 2019-09-13 23:49:45 | 88 | 44 | 18 |
| 2019-09-13 23:50:45 | 89 | 44 | 18 |
| 2019-09-13 23:51:46 | 89 | 44 | 18 |
| 2019-09-13 23:52:47 | 90 | 42 | 18 |
| 2019-09-13 23:53:46 | 89 | 42 | 20 |
| 2019-09-13 23:54:46 | 81 | 39 | 30 |
| 2019-09-13 23:55:48 | 74 | 39 | 36 |
| 2019-09-13 23:56:53 | 72 | 36 | 31 |
| 2019-09-13 23:57:52 | 76 | 39 | 31 |
| 2019-09-13 23:58:54 | 76 | 37 | 31 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-13 23:59:54 | 76 | 36 | 31 |
| 2019-09-14 00:01:01 | 79 | 36 | 31 |
| 2019-09-14 08:23:03 | 108 | 32 | 4 |
| 2019-09-14 08:24:02 | 108 | 30 | 4 |
| 2019-09-14 08:25:00 | 109 | 30 | 4 |
| 2019-09-14 08:25:59 | 111 | 32 | 4 |
| 2019-09-14 08:26:59 | 113 | 33 | 4 |
| 2019-09-14 08:27:58 | 114 | 32 | 3 |
| 2019-09-14 08:28:57 | 115 | 34 | 0 |
| 2019-09-14 08:29:56 | 115 | 32 | 0 |
| 2019-09-14 08:30:55 | 115 | 31 | 0 |
| 2019-09-14 08:31:54 | 115 | 30 | 0 |
| 2019-09-14 08:32:57 | 115 | 29 | 0 |
| 2019-09-14 08:33:56 | 115 | 27 | 0 |
| 2019-09-14 08:34:55 | 116 | 27 | 0 |
| 2019-09-14 08:35:55 | 117 | 28 | 0 |
| 2019-09-14 08:36:54 | 117 | 26 | 0 |
| 2019-09-14 08:37:56 | 115 | 25 | 2 |
| 2019-09-14 08:38:54 | 115 | 25 | 2 |
| 2019-09-14 08:39:54 | 114 | 25 | 2 |
| 2019-09-14 08:40:53 | 113 | 23 | 2 |
| 2019-09-14 08:41:53 | 113 | 23 | 2 |
| 2019-09-14 08:42:53 | 113 | 21 | 2 |
| 2019-09-14 08:43:51 | 114 | 20 | 2 |
| 2019-09-14 08:44:51 | 111 | 20 | 2 |
| 2019-09-14 08:45:49 | 109 | 20 | 2 |
| 2019-09-14 08:46:49 | 110 | 21 | 2 |
| 2019-09-14 08:47:47 | 111 | 23 | 2 |
| 2019-09-14 08:48:46 | 107 | 22 | 6 |
| 2019-09-14 08:49:46 | 103 | 23 | 7 |
| 2019-09-14 08:50:45 | 103 | 23 | 8 |
| 2019-09-14 08:51:44 | 100 | 22 | 14 |
| 2019-09-14 08:52:47 | 103 | 24 | 14 |
| 2019-09-14 08:53:46 | 104 | 24 | 14 |
| 2019-09-14 08:54:45 | 105 | 24 | 14 |
| 2019-09-14 08:55:44 | 106 | 23 | 14 |
| 2019-09-14 08:56:44 | 105 | 21 | 15 |
| 2019-09-14 08:57:43 | 110 | 26 | 15 |
| 2019-09-14 08:58:43 | 112 | 26 | 15 |
| 2019-09-14 08:59:43 | 114 | 27 | 15 |
| 2019-09-14 09:00:44 | 115 | 28 | 15 |
| 2019-09-14 09:01:43 | 116 | 29 | 15 |
| 2019-09-14 09:02:43 | 117 | 30 | 15 |
| 2019-09-14 09:03:42 | 117 | 30 | 15 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-14 09:04:42 | 115 | 31 | 19 |
| 2019-09-14 09:05:41 | 114 | 32 | 22 |
| 2019-09-14 09:06:41 | 113 | 33 | 24 |
| 2019-09-14 09:07:44 | 115 | 35 | 22 |
| 2019-09-14 09:08:44 | 115 | 34 | 22 |
| 2019-09-14 09:09:45 | 115 | 33 | 22 |
| 2019-09-14 09:10:44 | 115 | 34 | 22 |
| 2019-09-14 09:11:43 | 115 | 34 | 22 |
| 2019-09-14 09:12:43 | 113 | 35 | 27 |
| 2019-09-14 09:13:44 | 109 | 35 | 32 |
| 2019-09-14 09:14:45 | 112 | 39 | 32 |
| 2019-09-14 09:15:45 | 113 | 39 | 33 |
| 2019-09-14 09:16:45 | 109 | 38 | 38 |
| 2019-09-14 09:17:50 | 106 | 36 | 41 |
| 2019-09-14 09:18:51 | 108 | 40 | 36 |
| 2019-09-14 09:19:51 | 108 | 40 | 36 |
| 2019-09-14 09:20:51 | 110 | 42 | 35 |
| 2019-09-14 09:21:53 | 110 | 43 | 30 |
| 2019-09-14 09:22:55 | 111 | 41 | 30 |
| 2019-09-14 09:23:56 | 112 | 41 | 30 |
| 2019-09-14 09:24:57 | 106 | 40 | 37 |
| 2019-09-14 09:25:58 | 104 | 40 | 42 |
| 2019-09-14 09:26:59 | 104 | 40 | 44 |
| 2019-09-14 09:28:02 | 104 | 37 | 44 |
| 2019-09-14 09:29:04 | 104 | 35 | 46 |
| 2019-09-14 09:30:06 | 107 | 37 | 46 |
| 2019-09-14 09:31:09 | 109 | 39 | 46 |
| 2019-09-14 09:32:12 | 109 | 38 | 46 |
| 2019-09-14 09:33:14 | 111 | 40 | 47 |
| 2019-09-14 09:34:17 | 111 | 39 | 46 |
| 2019-09-14 09:35:19 | 114 | 40 | 40 |
| 2019-09-14 09:36:21 | 113 | 39 | 41 |
| 2019-09-14 09:37:24 | 116 | 41 | 40 |
| 2019-09-14 09:38:26 | 117 | 40 | 40 |
| 2019-09-14 09:39:27 | 119 | 43 | 40 |
| 2019-09-14 09:40:31 | 120 | 43 | 40 |
| 2019-09-14 09:41:35 | 124 | 48 | 40 |
| 2019-09-14 09:42:42 | 123 | 49 | 40 |
| 2019-09-14 09:43:43 | 119 | 51 | 42 |
| 2019-09-14 09:44:46 | 115 | 50 | 48 |
| 2019-09-14 09:45:50 | 116 | 52 | 47 |
| 2019-09-14 09:46:54 | 118 | 54 | 41 |
| 2019-09-14 09:47:58 | 118 | 53 | 39 |
| 2019-09-14 09:49:01 | 117 | 50 | 40 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-14 09:50:04 | 119 | 49 | 39 |
| 2019-09-14 09:51:07 | 123 | 52 | 39 |
| 2019-09-14 09:52:09 | 125 | 53 | 39 |
| 2019-09-14 09:53:12 | 128 | 55 | 39 |
| 2019-09-14 09:54:15 | 125 | 55 | 43 |
| 2019-09-14 09:55:18 | 126 | 60 | 41 |
| 2019-09-14 09:56:20 | 127 | 60 | 34 |
| 2019-09-14 09:57:24 | 130 | 62 | 34 |
| 2019-09-14 09:58:26 | 132 | 63 | 34 |
| 2019-09-14 09:59:30 | 132 | 62 | 33 |
| 2019-09-14 10:00:34 | 133 | 59 | 33 |
| 2019-09-14 10:01:36 | 135 | 61 | 33 |
| 2019-09-14 10:02:39 | 136 | 61 | 33 |
| 2019-09-14 10:03:43 | 137 | 61 | 32 |
| 2019-09-14 10:04:44 | 138 | 60 | 32 |
| 2019-09-14 10:05:46 | 139 | 59 | 32 |
| 2019-09-14 10:06:51 | 141 | 60 | 30 |
| 2019-09-14 10:07:54 | 145 | 64 | 30 |
| 2019-09-14 21:20:58 | 140 | 53 | 37 |
| 2019-09-14 21:21:57 | 138 | 54 | 43 |
| 2019-09-14 21:22:58 | 134 | 53 | 51 |
| 2019-09-14 21:23:59 | 134 | 52 | 52 |
| 2019-09-14 21:25:00 | 131 | 52 | 55 |
| 2019-09-15 09:52:37 | 129 | 34 | 44 |
| 2019-09-15 09:53:35 | 128 | 35 | 48 |
| 2019-09-15 09:54:32 | 125 | 33 | 52 |
| 2019-09-15 09:55:30 | 128 | 35 | 52 |
| 2019-09-15 09:56:27 | 129 | 36 | 52 |
| 2019-09-15 09:57:25 | 130 | 36 | 49 |
| 2019-09-15 09:58:22 | 132 | 33 | 43 |
| 2019-09-15 09:59:19 | 135 | 33 | 43 |
| 2019-09-15 10:00:17 | 132 | 32 | 46 |
| 2019-09-15 10:01:14 | 129 | 33 | 51 |
| 2019-09-15 10:02:11 | 129 | 32 | 51 |
| 2019-09-15 10:03:04 | 129 | 31 | 51 |
| 2019-09-15 10:04:02 | 131 | 34 | 51 |
| 2019-09-15 10:05:00 | 131 | 33 | 48 |
| 2019-09-15 10:06:13 | 133 | 36 | 41 |
| 2019-09-15 10:07:13 | 128 | 36 | 48 |
| 2019-09-15 10:08:13 | 128 | 37 | 49 |
| 2019-09-15 10:09:13 | 125 | 38 | 46 |
| 2019-09-15 10:10:12 | 125 | 37 | 42 |
| 2019-09-15 10:11:13 | 124 | 38 | 43 |
| 2019-09-15 10:12:12 | 125 | 38 | 43 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-15 10:13:12 | 126 | 39 | 43 |
| 2019-09-15 10:14:12 | 126 | 40 | 43 |
| 2019-09-15 10:15:12 | 126 | 39 | 41 |
| 2019-09-15 10:16:12 | 128 | 39 | 35 |
| 2019-09-15 10:17:11 | 129 | 39 | 35 |
| 2019-09-15 10:18:11 | 129 | 39 | 35 |
| 2019-09-15 10:19:11 | 132 | 43 | 35 |
| 2019-09-15 10:20:11 | 132 | 42 | 35 |
| 2019-09-15 10:21:11 | 132 | 43 | 39 |
| 2019-09-15 10:22:10 | 129 | 43 | 45 |
| 2019-09-15 10:23:10 | 129 | 39 | 39 |
| 2019-09-15 10:24:10 | 129 | 39 | 35 |
| 2019-09-15 10:25:10 | 132 | 39 | 35 |
| 2019-09-15 10:26:10 | 133 | 38 | 35 |
| 2019-09-15 10:27:10 | 133 | 40 | 38 |
| 2019-09-15 10:28:09 | 127 | 42 | 46 |
| 2019-09-15 10:29:09 | 129 | 39 | 46 |
| 2019-09-15 10:30:09 | 130 | 40 | 45 |
| 2019-09-15 10:31:09 | 132 | 41 | 38 |
| 2019-09-15 10:32:09 | 132 | 40 | 38 |
| 2019-09-15 10:33:09 | 135 | 43 | 38 |
| 2019-09-15 10:34:09 | 137 | 43 | 38 |
| 2019-09-15 10:35:09 | 137 | 44 | 37 |
| 2019-09-15 10:36:09 | 139 | 43 | 37 |
| 2019-09-15 10:37:09 | 140 | 46 | 31 |
| 2019-09-15 10:38:08 | 141 | 45 | 29 |
| 2019-09-15 10:39:09 | 143 | 46 | 24 |
| 2019-09-15 10:40:08 | 146 | 49 | 25 |
| 2019-09-15 10:41:08 | 143 | 51 | 32 |
| 2019-09-15 10:42:08 | 142 | 52 | 34 |
| 2019-09-15 10:43:08 | 143 | 52 | 34 |
| 2019-09-15 10:44:08 | 145 | 52 | 34 |
| 2019-09-15 10:45:08 | 146 | 54 | 35 |
| 2019-09-15 10:46:07 | 146 | 54 | 37 |
| 2019-09-15 10:47:07 | 149 | 57 | 37 |
| 2019-09-15 10:48:07 | 149 | 57 | 37 |
| 2019-09-15 10:49:07 | 150 | 55 | 38 |
| 2019-09-15 10:50:07 | 151 | 57 | 38 |
| 2019-09-15 10:51:07 | 150 | 57 | 37 |
| 2019-09-15 10:52:07 | 149 | 57 | 38 |
| 2019-09-15 10:53:07 | 149 | 57 | 38 |
| 2019-09-15 10:54:06 | 149 | 59 | 38 |
| 2019-09-15 10:55:06 | 149 | 56 | 38 |
| 2019-09-15 10:56:06 | 153 | 59 | 38 |

| | | | |
|---------------------|-----|----|----|
| 2019-09-15 10:57:06 | 156 | 60 | 35 |
| 2019-09-15 10:58:06 | 156 | 58 | 27 |
| 2019-09-15 10:59:05 | 151 | 56 | 34 |
| 2019-09-15 11:00:05 | 152 | 56 | 35 |
| 2019-09-15 11:01:05 | 153 | 55 | 35 |
| 2019-09-15 11:02:05 | 154 | 57 | 35 |
| 2019-09-15 11:03:05 | 155 | 57 | 35 |
| 2019-09-15 11:04:05 | 156 | 55 | 35 |
| 2019-09-15 11:05:05 | 156 | 54 | 35 |
| 2019-09-15 11:06:05 | 155 | 54 | 37 |
| 2019-09-15 11:07:04 | 150 | 52 | 45 |
| 2019-09-15 11:08:04 | 149 | 51 | 46 |
| 2019-09-15 11:09:04 | 149 | 49 | 46 |
| 2019-09-15 11:10:04 | 149 | 45 | 44 |
| 2019-09-15 11:11:04 | 146 | 44 | 43 |
| 2019-09-15 11:12:04 | 147 | 45 | 39 |
| 2019-09-15 11:13:03 | 147 | 44 | 39 |