Ejercicio 1

Si definimos $P(S_i) = \frac{Cantidad\ de\ resultados\ que\ cumplen\ s_i}{Cantidad\ de\ resultados\ posibles}$. Entonces, demuestre que $P(S_i)$ cumple con los axiomas de Kolgomorov.

Recuerde dejar en claro sus argumentos y toda asumpción con la que trabaje..

1) P(S) no puede ser negativo, no puede haber cantidad negativa de resultados posibles. No puede haber cantidad negativa de resultados que cumplen con S_i

2) Existe el evento seguro para P(S); y es cuando la cantidad de resultados que cumplen S_i es igual a la cantidad de resultados posibles.

3)

Ejercicio 2

Sean A y B eventos. Demuestre que

- $P(A) = P(A \mid B)P(B) + P(A \mid B')P(B')$
  - Puede resultarles útil la Ley de Probabilidad Total
- $P(A \mid B) = P(B \mid A)P(A) / P(B)$
  - Recuerde: $P(AB) = P(A|B)\ P(B)$, con A y B dependientes.

Recuerde dejar en claro sus argumentos y toda asumpción con la que trabaje.

Ejercicio 3

Suponga que tiene 3 monedas, pero de estas 2 son monedas no-justas, y la otra sí es una moneda justa. Cuando lanza las primeras dos monedas (las no-justas) muestran cara con una probabilidad de 0.7 y 0.2. Entonces, suponga que elige una de estas tres monedas de forma aleatoria (cada moneda tiene una probabilidad igual de ser elegida). [C = cara, E = escudo]]

a. ¿Cuál es la probabilidad de P(CEE)? i.e, el primer lanzamiento es cara y los otros dos son escudo
b. Asuma que los tres lanzamientos son CEE, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda usada sea la moneda justa?

a) P(CEE) = p(cara) * p(escudo) * p(escudo)

P(cara)=p(elegir justa y de cara) + p(no justa y de cara) + p(no justa2 y de cara)

P(cara) =(1/3 * 0.5) + (1/3 * 0.7) + (1/3 * 0.2)

P(cara) = 0.166 + 0.233 + 0.06666
p(cara) = 0.4656

p(escudo) = p(elegir justa y de escudo) + (p no justa y escudo) + p(no justa2 y de escudo) = complemento de p(cara) = 0.5344

P(CEE) = 0.4656*0.5344*0.5344 = 0.1329

Ejercicio 4

Usted y 2 personas más están compitiendo por una posición de liderazgo en la empresa donde labora. Las probabilidades de cada uno para ganar dicha posición son 0.5, 0.2, y 0.3 para usted y las otras dos personas respectivamente. Además, las probabilidades respectivas de promover aumentos de ganar la posición son 0.5, 0.45 y 0.6. ¿Cuál es la probabilidad de que se promueva un aumento tras decidirse la posición mencionada?

P(aumento|ascenso) = P(p1*a1) + P(p2*a2)+ P(p3*a3)

= 0.5*0.5 + 0.2*0.45 + 0.3*0.6

= 0.25+ 0.09 + 0.24

= 0.58

Hay una probailidad de 58% de que se de un aumento tras esta restructuracion.

Ejercicio 5

Suponga que en un escenario totalmente ficticio existe un virus conocido como el virus T. Se ha descubierto que este existe en el 0.5% de la población, y a la vez se ha desarrollado una prueba que es efectiva detectando el 97% de las veces si una persona está infectada. Pero, esta prueba da un falso positivo el 0.1% de las veces. Considerando esto conteste

a. Si una persona resulta con una prueba positiva para el virus T, ¿cuál es la probabilidad de realmente tener dicho virus?
a. Si un grupo de 5 personas se han tratado de refugiar y para ello han hecho una prueba cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 resulten positivos? Si dado el caso estos tres resulten positivos en la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 tengan el virus?

A) P(true positive) = true positives / (true positives + false positives)

p(true positive) = (0.005*0.97) / ((0.005*0.97)+(0.995*0.001))
= 0.00485 / 0.00485 + 0.000995

=0.00485 / 0.005845

=0.8297
tiene una probailidad del 82.97% de en realidad tener el virus T

B) suponinedo que cada prueba es independiente.
suponiendo que tienen que ser exactamente 3 resultados positivos . 4 o 5 positivos no interesan.
Escenarios posibles: PPPNN, PPNPN, PNPPN,NPPPN….
P(positive) = P(true positive) + p(false positive)

p(positive) = ((0.005*0.97)+(0.995*0.001))
p(positive)= 0.005845
p(negative) = 1 - 0.005845 = 0. 994155

dado que el orden de los positivos y negativos no importa mientras sean exactamente 3 p y 2 n, P(3p+2n) = P(p) * P(p) * P(p) * P(n)* P(n) =
P(3p +2n)= (0.005845)^3 * (0.994155)^2
P(3p+2n)=0.000020%

Ahora dado que 3 dieron positivos.

Suponiendo que los resultados son independientes.
P(al menos 2 true+) = P(2 true+)+P(3 true+)
dado que no importa el orden de los resultados de las pruebas.

P(true+) = 0.8297
P(false+) = 1 - 0.8297= 0.1703

P(2 true+)= P(false+) * P(true+)* P(true+)
P(2 true+) = 0.1703 * 0.8297*0.8297 = 0.1172

P(3 true+) = 0.8297*0.8297*0.8297 = 0.5711

P(al menos 2 true+)= 0.5711+0.1172 = 0.6883 = 68.83%
Dado que 3 personas dieron positivas, hay una probabilidad del 68.83% de que al menos 2 tienen el virus.