



线性表扩展及应用

学习目标

- 熟知双（向）链表存储和相关操作
- 掌握循环链表存储和相关操作
- 了解线性表的应用



双链表

循环链表



双链表

双链表的引入

🕒 从结点 p 出发，如何求得结点 p 的直接前驱？



🕒 如何快速求得结点 p 的前驱？

📌 **双链表**：单链表的每个结点再设置一个指向其前驱结点的指针域



双链表的存储结构定义



启示?



时空权衡——空间换取时间

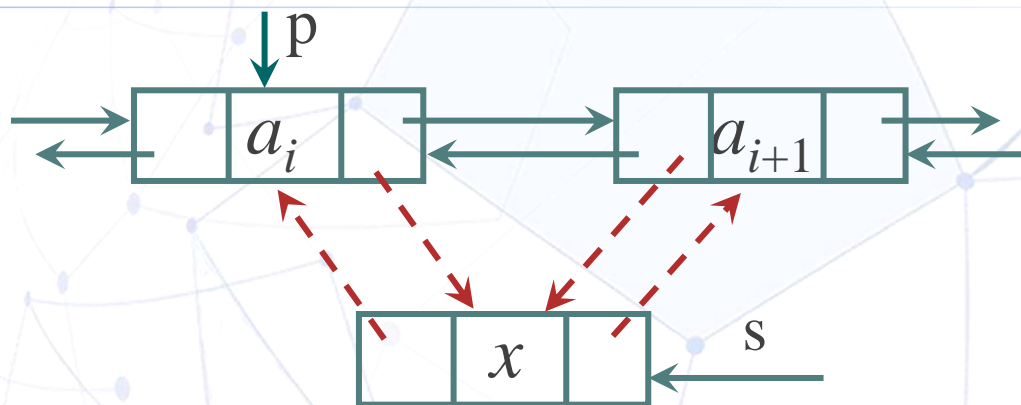


数据表示

```
template <typename DataType>
struct DulNode
{
    DataType data;
    DulNode< DataType> *prior, *next;
};
```



双链表的操作——插入



```
s = new DulNode;
```

```
s->prior = p;
```

```
s->next = p->next;
```

```
p->next->prior = s;
```

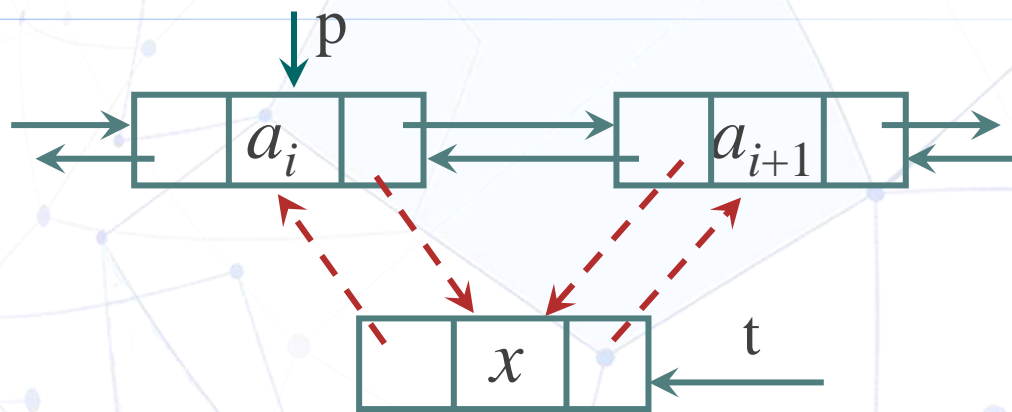
```
p->next = s;
```



注意指针修改的**相对**顺序

双链表的操作——插入

也可以按这种次序插入



代码 2-3 在双向链表中 p 所指结点后面插入 t 所指的结点 DLLInsert(p, t)

输入：双向链表中某结点指针 p ，待插入结点的指针 t

输出：插入完成后的双向链表 $list$

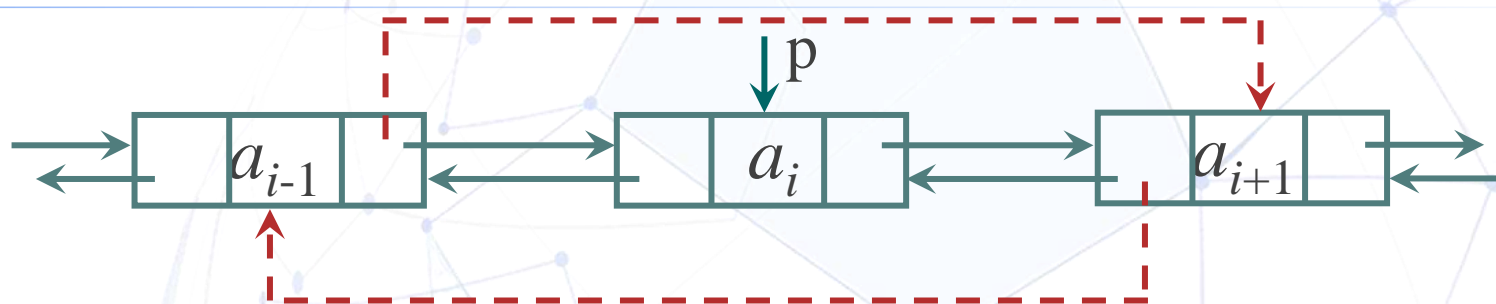
1 $p.next.prior \leftarrow t$

2 $t.next \leftarrow p.next$

3 $p.next \leftarrow t$

4 $t.prior \leftarrow p$

双链表的操作——删除



$(p \rightarrow \text{prior}) \rightarrow \text{next} = p \rightarrow \text{next};$

$(p \rightarrow \text{next}) \rightarrow \text{prior} = p \rightarrow \text{prior};$



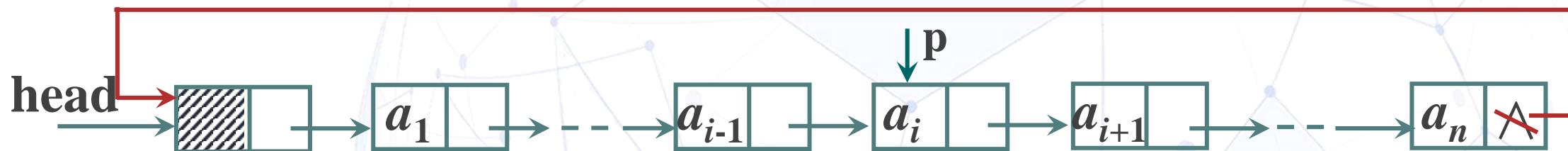
结点 p 的指针是否需要修改? \Rightarrow delete(p);



循环链表

循环链表的引入

在单链表中，从结点 p 出发通过指针后移，能够求得结点 p 的直接前驱吗？



🕒 如何求得结点 p 的前驱？

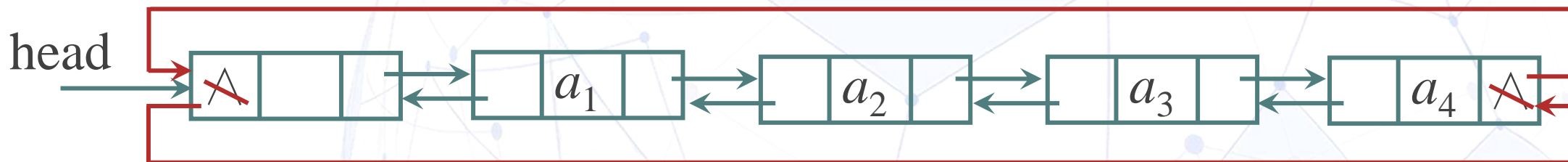
📌 循环链表：将链表的首尾相接

📌 循环单链表：将终端结点的指针由空指针改为指向头结点

循环链表的引入



双链表可以循环吗？



循环链表：将链表的首尾相接

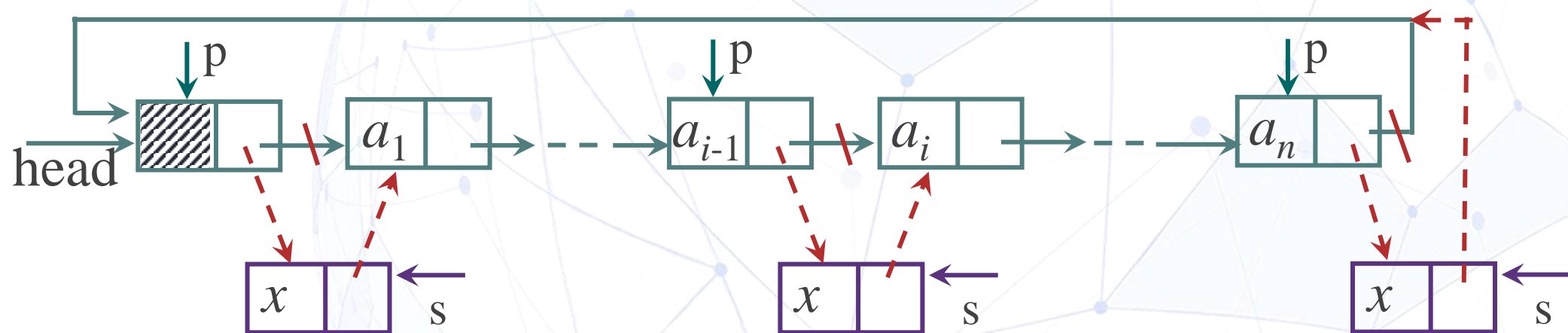


循环双链表：将终端结点的next指针由空指针改为指向头结点，
将头结点的prior指针由空指针改为指向终端结点

循环单链表的实现



循环单链表的插入操作——表头、表中间、表尾?



```
s = new Node;  
s->data = x;  
s->next = p->next;  
p->next = s;
```

循环单链表的实现



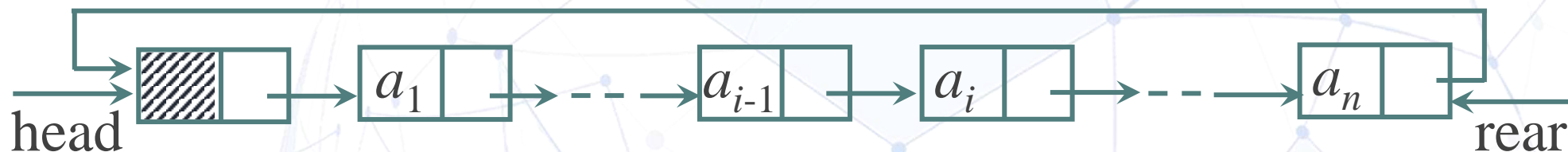
与单链表插入操作的区别？

$p \rightarrow \text{next} \neq \text{nullptr} \rightarrow p \rightarrow \text{next} \neq \text{first}$

```
int Insert(int i, DataType x)
{
    Node *p = first; int count = 0;
    while (p->next != first && count < i - 1)
    {
        p = p->next;
        count++;
    }
    if (p == nullptr) throw "位置错误，插入失败";
    else {
        s = new Node; s->data = x;
        s->next = p->next; p->next = s;
    }
}
```

循环单链表的变化

🕒 如何查找开始结点和终端结点？



开始结点: head->next

终端结点: $O(n)$



开始结点: rear->next->next

终端结点: rear

🕒 循环单链表由头指针指示 OR 由**尾指针指示**？

存储结构是否合理，取决于运算是否方便，时间性能是否提高

扩展

静态链表

顺序表的动态分配

静态链表

用数组存放线性表中的元素，但并不按照元素顺序在数组中依序存放，而是给每个数组元素增加一个域，用于指示线性表中下一个元素的位置（即它在数组中的下标）

- 物理存储空间上依赖于数组
- 元素逻辑链接关系是采用了链表的思想

<i>data</i>		g	d	a	e	b	f		h	c	
<i>next</i>	3	8	4	5	6	9	1		0	2	
下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



(a,b,c,d,e,f,g,h)

```
template <typename DataType>
struct SNode
{
    DataType    data;    //数据域
    int next;    //指针域（也称为游标），注意不是
};
```

```
const int MaxSize = 100;
template <typename DataType>
class StaList
```

```
{
    public:
```

```
    [methods]
```

```
    private:
```

```
    SNode SList[MaxSize]; //静态链表数组
```

```
    int first, avail; //游标，头指针和空闲头指针
```

```
};
```

	data	next
avail → 0		1
1		2
2		3
3		4
4		5
5		6
6		7
7		8
8		9
9		-1

(a) 未使用

	data	next
first →		-1
avail →		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		-1

(b) 空链表

	data	next
first →		3
avail →		2
		4
	a_1	5
		7
	a_2	6
	a_3	-1
		8
		9
		-1

(c) 某一时刻状态

图 2-29 静态链表的存储示意图

顺序表的动态存储

顺序表的静态存储，由于存储空间不能扩充，一旦数组空间占满，再执行插入操作就会发生上溢出；顺序表的**动态分配方式**是在程序执行过程中通过动态存储分配，一旦数组空间占满，另外再分配一块更大空间，用来替换原来的存储空间。

```
const int MaxSize = 100;
template <typename DataType>
class SeqList
{
    public:
        [methods]
    private:
        DataType data[MaxSize];
        int last;
};
```

```
const int InitSize = 100; //顺序表的初始长度
const int IncrSize=10; //每次扩展长度
template <typename DataType>
class SeqList
{
    public:
        SeqList();
    private:
        DataType *data; //动态申请数组空间的首地址
        int maxSize; //当前数组的最大长度
        int last; //线性表最后一个元素位置
};
```

```
const int InitSize = 100;
const int IncrSize=10;
template <typename DataType>
class SeqList
{
    public:
        SeqList();
    private:
        DataType *data;
        int maxSize;
        int last;
};
```

```
template <typename DataType>
SeqList< DataType>::SeqList()
{
    data=new DataType[InitSize];
    maxSize=InitSize;
    last=0;
};
```

```
template <typename DataType>
SeqList< DataType>::insert(int i, DataType x)
{
    if (i<1 || i>last+1) throw(“插入位置异常”);
    if(last+1==maxSize) {
        //发生上溢出，扩充存储空间
        DataType *oldData=data;
        maxSize+=IncrSize;
        data=new DataType[maxSize];
        for(int j=0; j<=last;j++)
            data[j]=oldData[j];
        delete[] oldData;
    }

    for(int j=last; j>=i; j--)
        data[j]=data[j-1];
    data[i-1]=x;
    last++;
};
```

线性表的应用

一元多项式运算

一元多项式及其运算

- 一元多项式: $f(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$
- 主要运算: 多项式相加、相减、相乘等

$$\begin{array}{r} P1 = 3X^5 + 4X^4 - X^3 + 2X - 1 \\ + P2 = 2X^4 + X^3 - 7X^2 + X \\ \hline P = 3X^5 + 6X^4 - 7X^2 + 3X - 1 \end{array}$$

主要思路: 相同指数的项系数相加, 其余部分进行拷贝。

方法1：采用顺序存储结构直接表示一元多项式

用数组a存储多项式的相关数据：数组分量a[i]表示项 x^i 的系数

$$\begin{aligned} P1 &= 3X^5 + 4X^4 - X^3 + 2X - 1 \\ + P2 &= \quad \quad 2X^4 + X^3 - 7X^2 + X \end{aligned}$$

$a[i]$	-1	2	0	-1	4	3
下标 i	0	1	2	3	4	5

$a[i]$	0	1	-7	1	2	0
下标 i	0	1	2	3	4	5

优点：每项的指数隐藏在其系数所在的数组下标

多项式相加容易

稀疏多项式？

方法2：采用顺序存储结构表示多项式的非零项

- 每个非零项 $a_i x^i$ 涉及两个信息：指数 i 和系数 a_i
- 可以将一个多项式看成是一个 (a_i, i) 二元组的集合。

$$\{(a_n, n), (a_{n-1}, n-1), \dots, (a_0, 0)\}$$

$$P_1(x) = 9x^{12} + 15x^8 + 3x^2$$

系数	9	15	3	-
指数	12	8	2	-
数组下标i	0	1	2

$$P_2(x) = 26x^{19} - 4x^8 - 13x^6 + 82$$

系数	26	- 4	- 13	82	-
指数	19	8	6	0	-
数组下标i	0	1	2	3

- 克服了稀疏，但是操作不方便，比如在计算时遇到合并系数为0时，需要移动数据

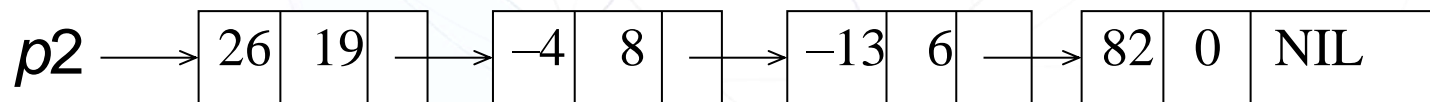
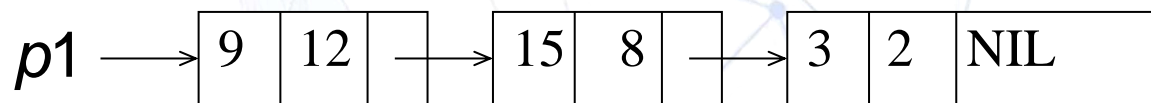
方法3：采用链表结构来存储多项式的非零项

链表表示多项式：链表结点对应一个非零项，包括：系数、指数、指针域

系数	指数	指针
----	----	----

$$P_1(x) = 9x^{12} + 15x^8 + 3x^2$$

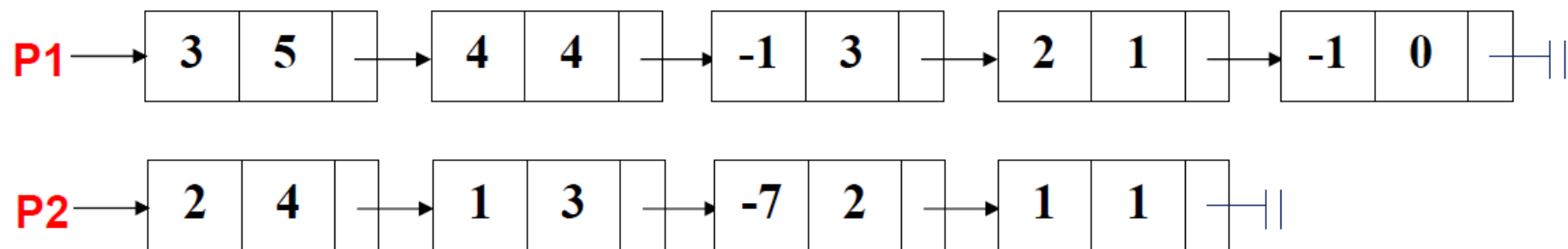
$$P_2(x) = 26x^{19} - 4x^8 - 13x^6 + 82$$



一元多项式加法

$$\begin{array}{r} P1 = 3X^5 + 4X^4 - X^3 + 2X - 1 \\ + P2 = \quad \quad 2X^4 + X^3 - 7X^2 + X \end{array}$$

采用不带头结点的单向链表，按照指数递减的顺序排列各项

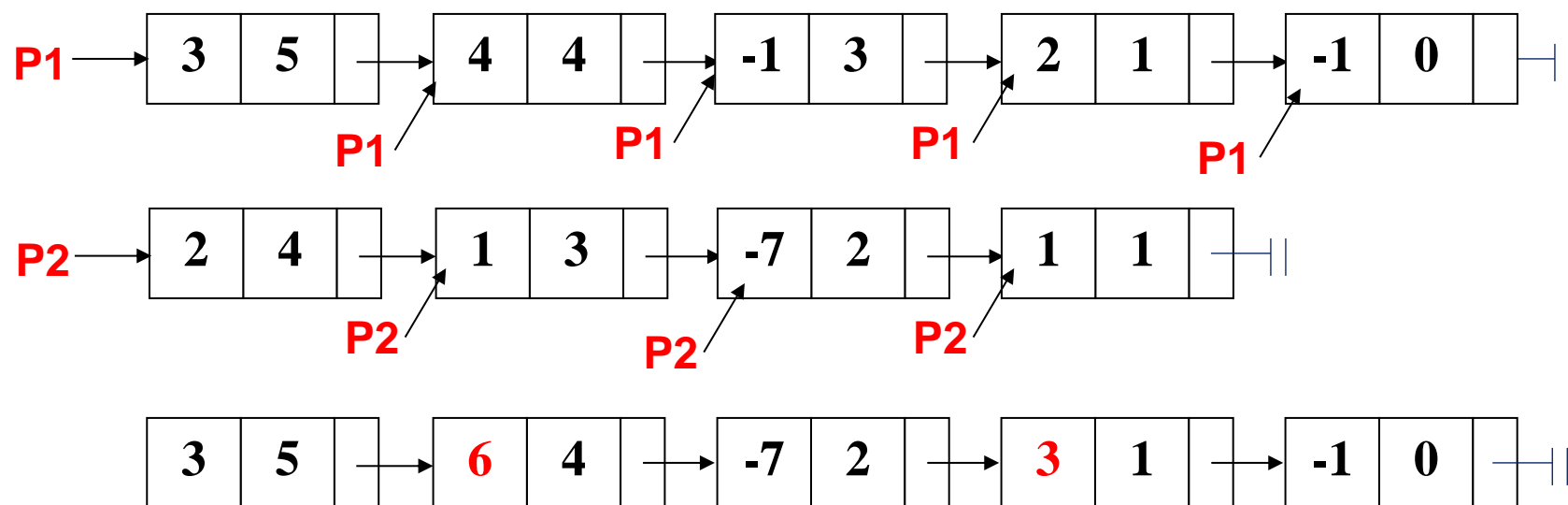


```
struct PolyNode {  
    int coef; // 系数  
    int expon; // 指数  
    PolyNode *next; // 指向下一个节点的指针  
};  
PolyNode *Polynomial;  
Polynomial P1, P2;
```

一元多项式的加法

p1和p2分别指向两个多项式第一个结点，不断循环比较p1和p2所指的各结点，做不同处理

- $P1.expon == P2.expon$, 插入求和结点, $P1 = P1.next$; $P2 = P2.next$
- $P1.expon > P2.expon$, 插入P1, $P1 = P1.next$;
- $P1.expon < P2.expon$, 插入P2, $P2 = P2.next$;
- 当某一多项式处理完时, 将另一个多项式的所有结点依次复制到结果多项式中去

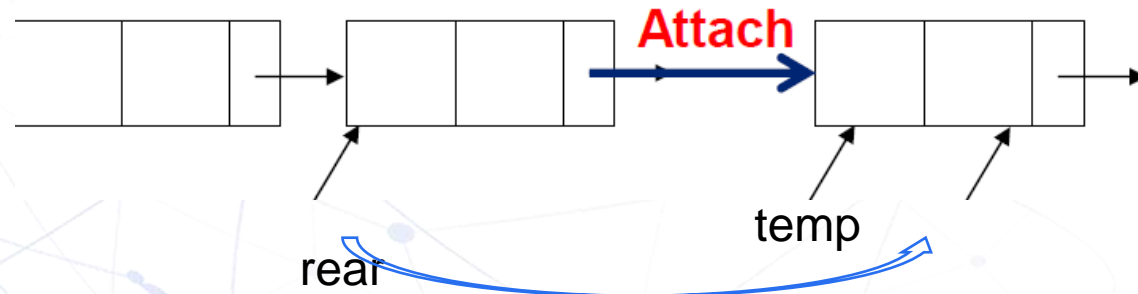


```
void Polynomial::add(Polynomial B,  
Polynomial *C)  
{  
    PolyNode *front, *rear, *temp;  
  
    front = C->first;  
    rear = front; //尾插法建立单链表  
    int sum;  
  
    PolyNode *p1 = this->first->next;  
    PolyNode *p2 = B.first->next;
```

```
    while (p1 != nullptr && p2 != nullptr)  
    {  
        if (p1->expon > p2->expon) {  
            //P1 attach_To_C  
            p1 = p1->next; //第1种情况  
        }  
        else if (p1->expon < p2->expon) {  
            //P2 attach_To_C  
            p2 = p2->next; //第2种情况  
        }  
        else  
        {  
            sum = p1->coef + p2->coef; //第3种情况  
            if (sum != 0) {  
                //sum attach_To_C  
            }  
            p1 = p1->next;  
            p2 = p2->next;  
        }  
    }  
    while (p1) { //remaining P1 attach_To_C }  
    while (p2) { //remaining P2 attach_To_C }  
}
```

attach_To_C

```
temp = new PolyNode;  
temp->coef = p1->coef;  
temp->expon = p1->expon;  
temp->next = nullptr;  
rear->next = temp;  
rear = temp;
```



课堂小结

线性表的链式存储特定

链式存储的常用操作

