6-1.

(7) a) 证明：格 $\langle A, \le \rangle$ 中有两元素 a, b.

证：$a \wedge b = b \Leftrightarrow a \vee b = a$

① 若 $a \wedge b = b$，则 $a \vee b = a \vee (a \wedge b) = a$.（吸收性）.

② 若 $a \vee b = a$，则 $(a \vee b) \wedge b = b$ （吸收性）.

得证.

~~b) 证明~~

18 证明：① 若 $a \le b \le c$，则 $a \le b, a \le c, b \le c$.

则由 $a \le b \Rightarrow a \vee b = b$.

由 $b \le c \Rightarrow b \wedge c = b$.

$\therefore a \vee b = b \wedge c$

② $(a \wedge b) \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee b = b$.

$(a \vee b) \wedge (a \vee c) = b \wedge (a \vee c) = b \wedge c = b$.

故得证.

6-2.

(5) 证明：$\langle A, \le \rangle$ 是分配格. $a, b \in A$. 且 $a \le b$.

$f(x) = (x \vee a) \wedge b$.

对任意 $x \in A$，有 $a \le x \vee a$，$(a \vee x) \wedge b \ge a \wedge b \ge a$

又 $(x\vee a)\wedge b\leq b$.

$\therefore a\leq f(x)\leq b \Rightarrow f(x)\in B$.

$\therefore$ f 是从 a 到 b 的一个映射.

对任意 $x, y\in A$，有

$f(x\vee y) = (x\vee y\vee a)\wedge b = (x\wedge b)\vee(y\wedge b)\vee(a\wedge b)$

$f(x)\vee f(y) = ((x\vee a)\wedge b)\vee((y\vee a)\wedge b)$

$= (x\vee y\vee a)\wedge b = f(x\vee y)$.

同理：$f(x\wedge y) = f(x)\wedge f(y)$.

$\therefore$ f 是一个从 A 到 B 的同态映射.

No

Date

6-3.

(1) a) a的补元素：b

f的补元素：无

b) 不是分配格. 有同构子格

c) 不是有补格. f没有补元素

(2) a) 证明：<A, ≤>是有界格，$x, y \in A$.

$\because$ $x \vee y = 0$ ∴ x和y的全上界为0.

$\because$ 0也是x和y全下界.

$\therefore$ $x \wedge y = 0 \Rightarrow x = y = 0$.

b) 证明：$\because$ $x \wedge y = 1$ ∴ x和y的全下界为1.

$\because$ 1是A的全上界

$\therefore$ $x = y = 1$.