



离散数学

2022年秋季学期





1

课程介绍

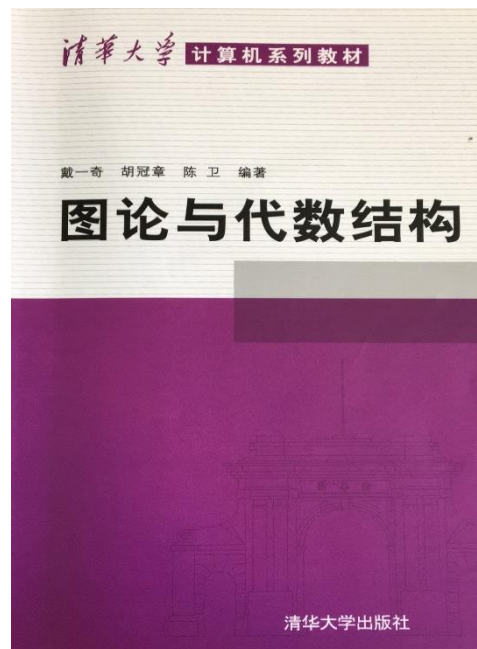
2

图论导论

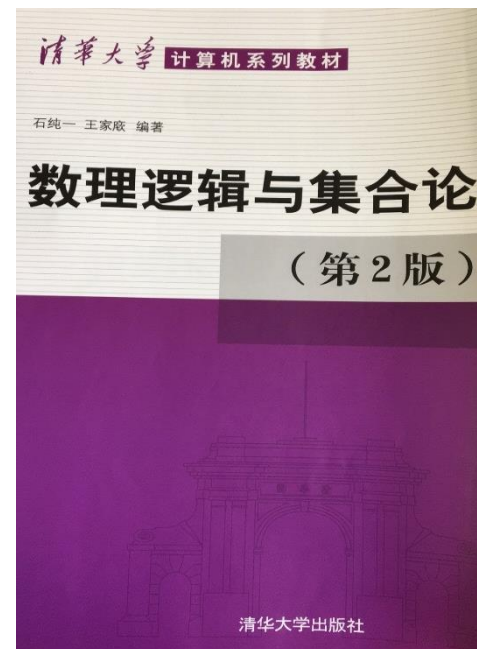


课程介绍

教材



戴一奇，胡冠章，陈卫
《图论与代数结构》



石纯一，王家廐
《数理逻辑与集合论》

参考教材

Discrete Mathematics and Its Applications, K. H. Rosen, McGraw Hill.



课程介绍

时间：周二 9-10节(1-16周) 16点、周五 7-8节(单周) 14点

10月8日 9-10节

地点：闵行校区-上院-203

	九月		十月					十一月				十二月				一月		
星期一	12	19	26	3	10	17	24	31	7	14	21	28	5	12	19	26	2	9
星期二	13	20	27	4	11	18	25	1	8	15	22	29	6	13	20	27	3	10
星期三	14	21	28	5	12	19	26	2	9	16	23	30	7	14	21	28	4	11
星期四	15	22	29	6	13	20	27	3	10	17	24	1	8	15	22	29	5	12
星期五	16	23	30	7	14	21	28	4	11	18	25	2	9	16	23	30	6	13
星期六	17	24	1	8	15	22	29	5	12	19	26	3	10	17	24	31	7	14
星期日	18	25	2	9	16	23	30	6	13	20	27	4	11	18	25	1	8	15
周数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
学期	秋季学期																	



考核方式

图论考试 (20%)

期末考试 (40%)

平时成绩 (40%)

预习作业 (约15%)

课后作业 (约20%)

考勤及课堂表现 (约5%)

课后答疑

地点: 电院 4号楼1楼 E谷

时间: 周二晚

或线上



授课内容

Part 1: 图论

- 授课内容：图的概念、道路与回路、欧拉图、哈密顿图、树
- 进度安排：12学时

Part 2: 数理逻辑

- 授课内容：命题逻辑的等值与推理、谓词逻辑的等值与推理
- 进度安排：20学时

Part 3: 集合论

- 授课内容：集合论、关系、函数
- 进度安排：16学时



离散数学

什么是离散数学？

离散数学 (discrete mathematics) 是以可枚举的数量或形状作为研究对象的数学分支。

- 离散: 研究的对象与对象之间有清晰明确的界限。可枚举的对象与若干自然数可以有一一对应的关系。

与离散对象相对应的是连续对象，如实数集。微积分就是研究连续函数的数学分支。



- 通过离散数学的学习来培养离散建模能力。
- 推理过程、计算机执行都是一步一步的，不是连续的。
- 计算机只能处理可枚举的信息，离散数学在计算机科学中应用广泛。
- 学习目标：严格的数学证明技巧、抽象的逻辑推理能力。
- Discrete Math is the **foundation** of EE&CS.
 - 数据结构、算法设计、操作系统、编程语言
 - 数字电路、电路拓扑、自动控制
 - 密码学、信息论、通信理论
 - 专家系统、知识图谱、神经网络



1

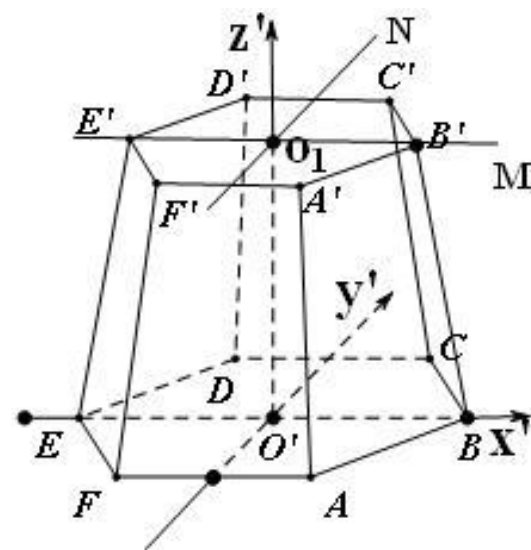
课程介绍

2

图论导论



图论导论





What is Graph Theory

- 图论是现代数学的重要分支，以结点和连接结点的边构成的图形为研究对象。
 - **结点**表示事物
 - **边**表示事物之间的联系
 - 互连节点的集合

- 图论对事物及事物之间的联系有丰富的建模手段，在自然科学和社会科学的许多领域都有广泛应用。

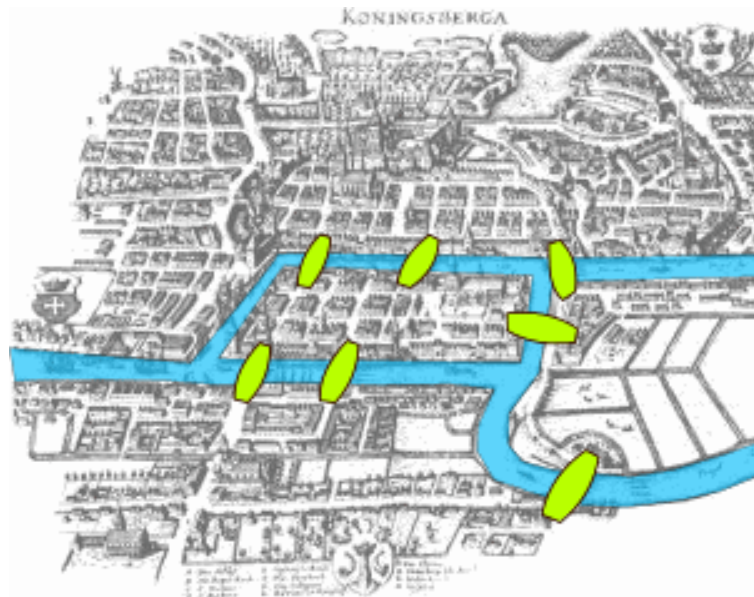


图论起源

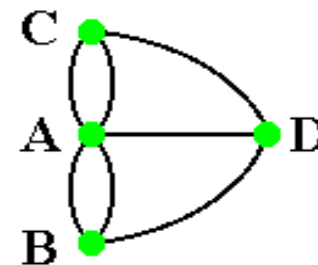
□ 哥尼斯堡七桥问题

东普鲁士的哥尼斯堡城位于普雷格尔河畔，河中有两座小岛，七座桥将岛跟岛及两岸连接起来。

问题：游人从任一地出发，能否做到穿过每座桥一次且仅一次后回到出发点？



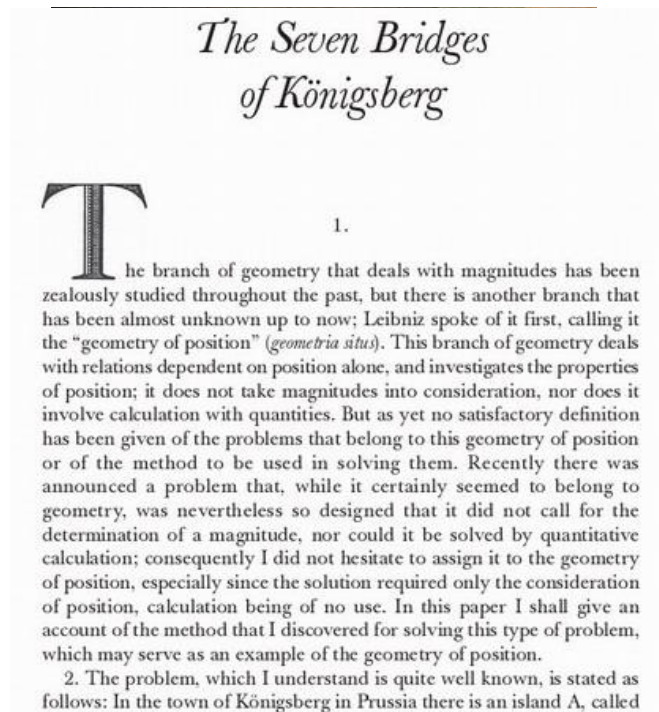
把每一块陆地考虑成一个点，连接两块陆地的桥以边表示。别用A、B、C、D四个点表示为哥尼斯堡的四个区域。





图论起源

□ 欧拉于1736年解决了哥尼斯堡七桥问题，标志着图论的开端



Leonhard Paul Euler
(1707-1783)

欧拉在交给彼得堡科学院的《哥尼斯堡7桥问题》的论文中，阐述了他的解题方法。为后来的数学新分支——**拓扑学**的建立奠定了基础。

欧拉通过对七桥问题的研究，圆满地回答了哥尼斯堡居民提出的问题，而且得到并证明了更为广泛的有关一笔画的三条结论，常称之为 **欧拉定理**。

对于一个连通图，通常把从某结点出发一笔画成所经过的路线叫做欧拉道路。把一笔画成回到出发点的欧拉道路叫做欧拉回路。具有欧拉回路的图叫做**欧拉图**。判断定理将在第二章给出。



图论导论

图论起源

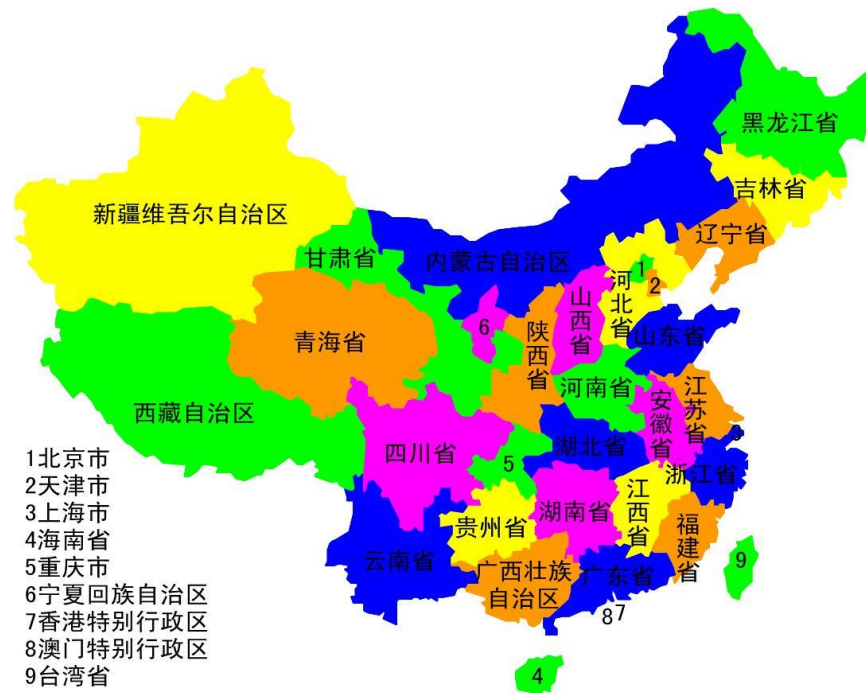
□ 四色问题(世界三大数学猜想之一)

地图只需几种颜色即可保证**相邻**区域
具有**不同**颜色



数学描述

将平面任意地细分为不相重叠的区域，
每一个区域总可以用1, 2, 3, 4这四个
数字之一来标记，而不会使相邻的两个
区域得到相同的数字。

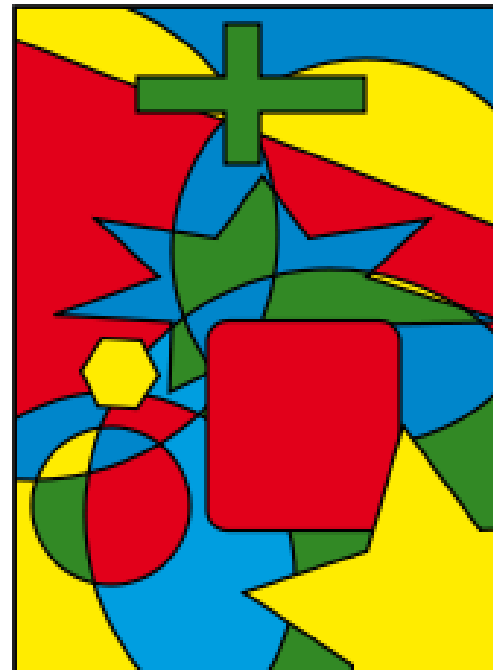




图论起源

□ 四色问题(世界三大数学猜想之一)

- 1852年，伦敦大学的古德里在研究地图着色工作时，发现任何一张平面地图只用四种颜色就能使具有共同边界的国家着上不同的颜色。即任意相邻两个的区域颜色不同。
- 1872年，英国最著名的数学家凯利正式向伦敦数学学会提出了四色问题。此后四色猜想成了数学界关注的问题。
- 1976年，美国数学家 Kenneth Appel 与 Wolfgang Haken 在计算机上，用了1200小时，作了100亿判断，终于完成了四色定理的证明。
- 不过不少数学家并不满足于计算机证明，他们认为应该有一种简捷明快的书面证明方法。





图论应用

图论问题

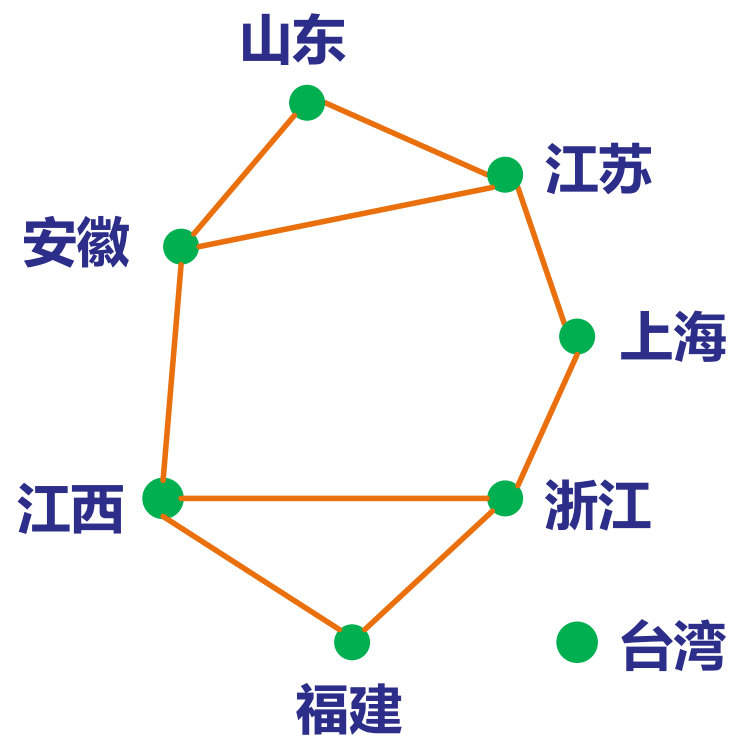
- 图着色
- 图匹配
- 图覆盖
- 路径搜索
- 网络流
- ...

应用领域

- CS: graph structures/algorithms
- EE: circuits design
- Communication: topology
- Chemistry: compound structure
- Management: traffic flow
- Social Science: social networks

图论应用

华东地区七省一市地图



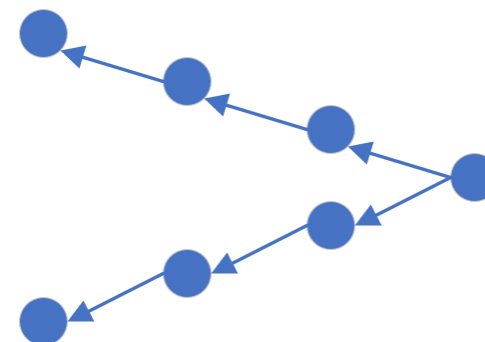


图论应用

椋鸟群



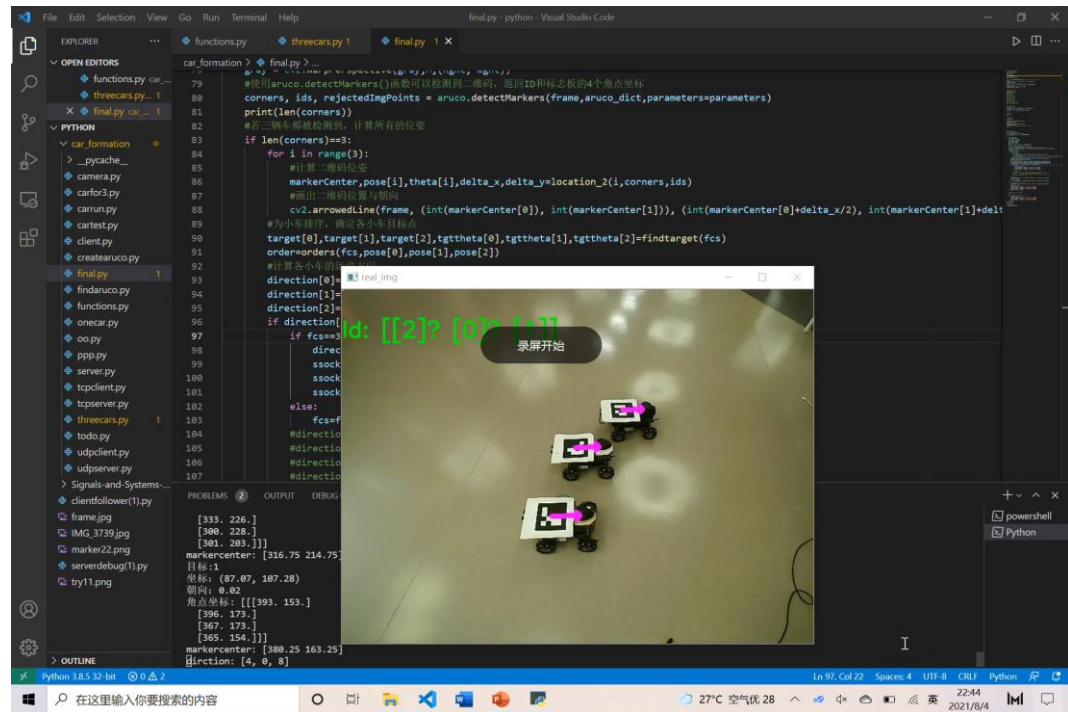
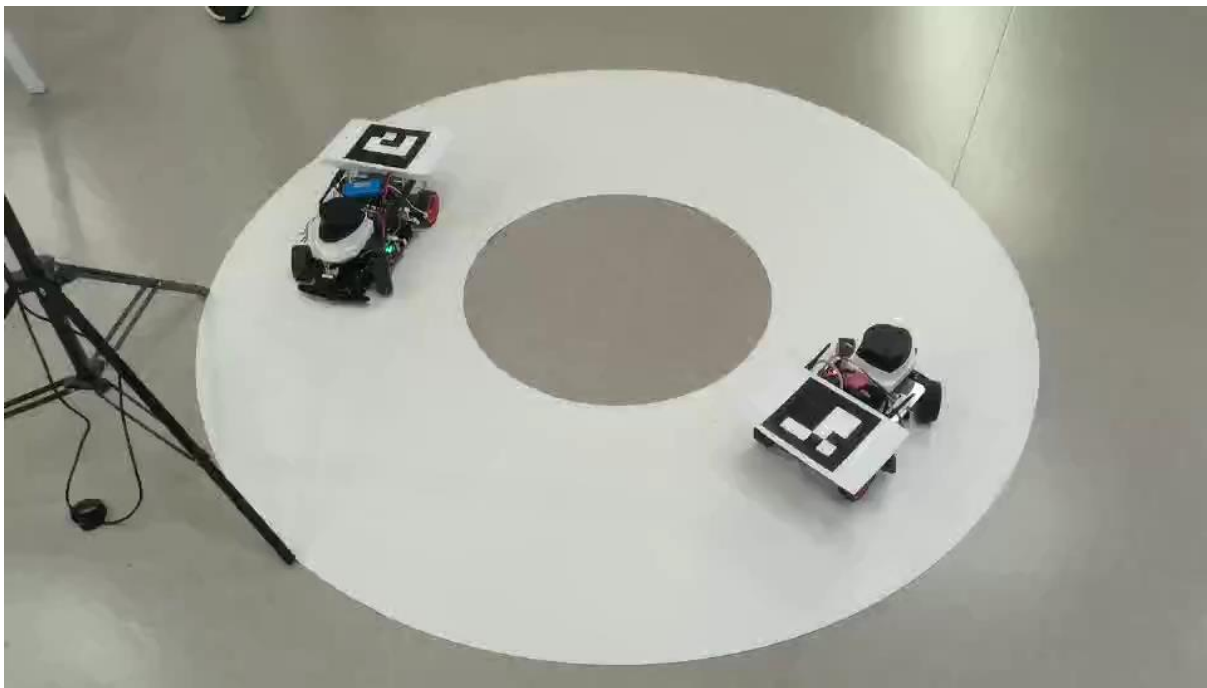
复杂网络与群体智能

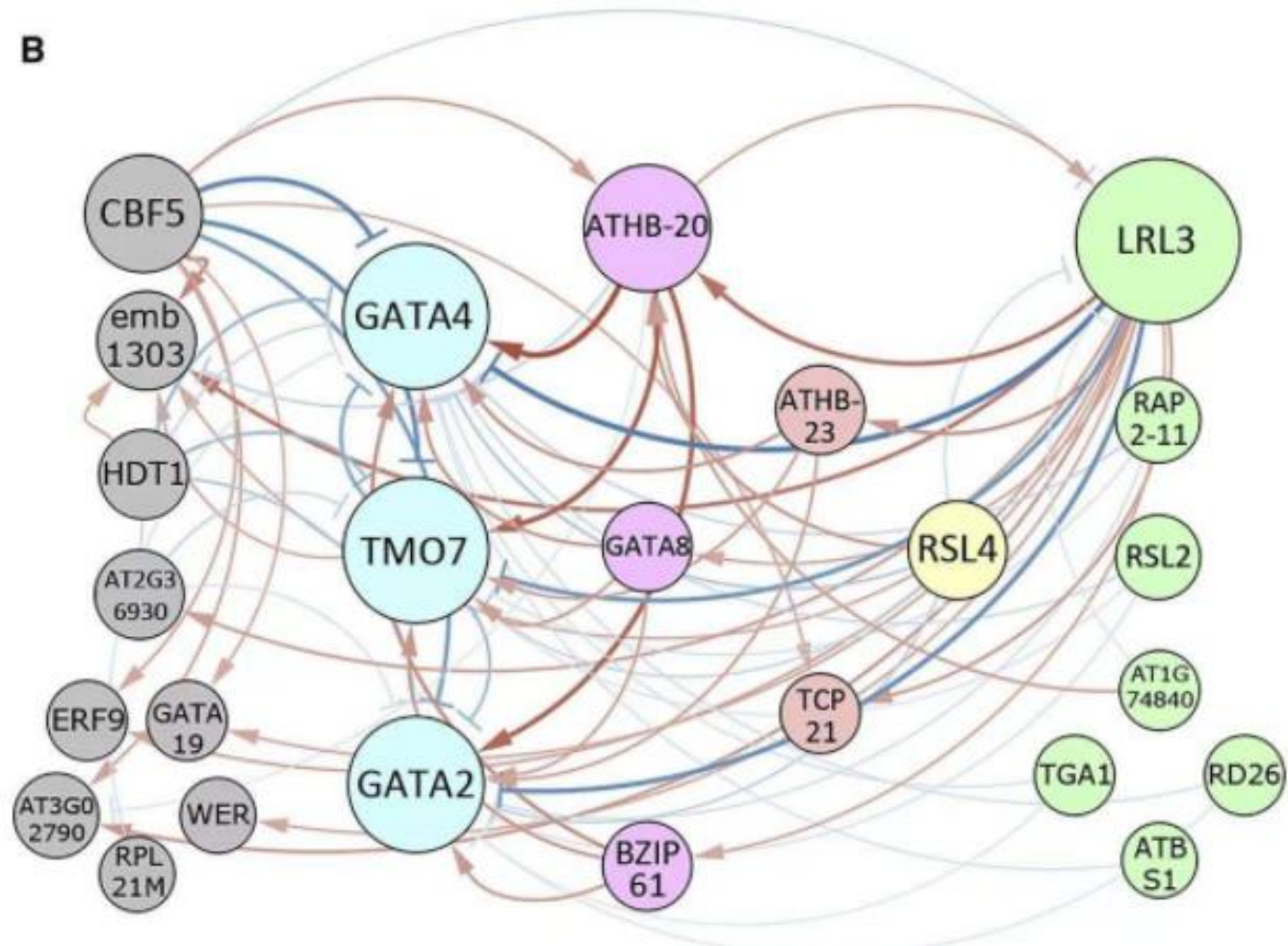




图论导论

图论应用

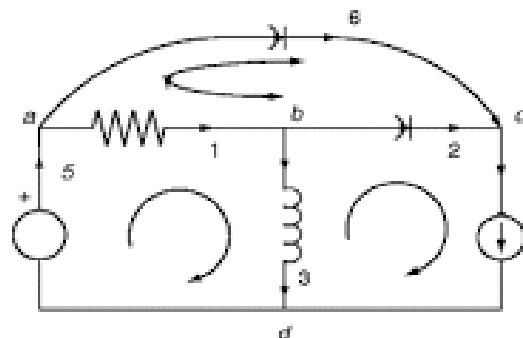
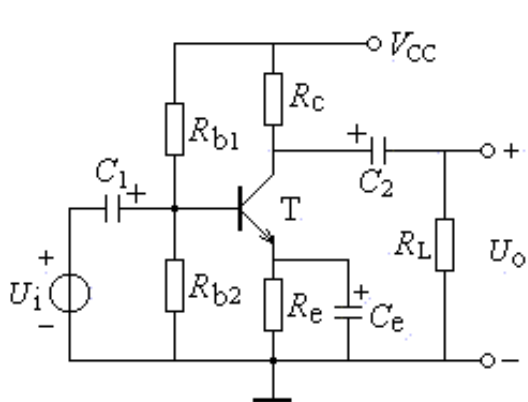




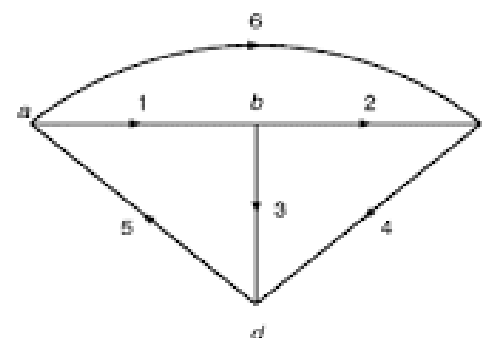


图论应用

□ 基希霍夫 (Kirchhoff) 电路网络的研究



(A) An Electrical Network N



(B) Directed Graph Representation of N

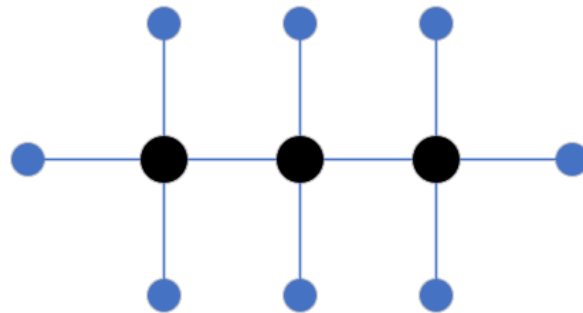
□ 对有机化学中同分异构体个数的计算



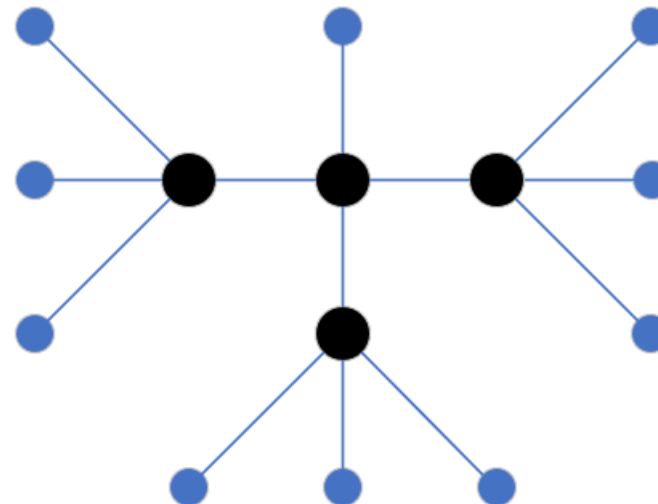
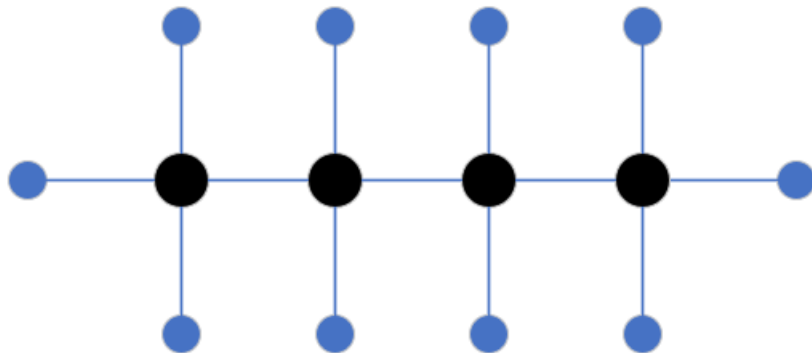


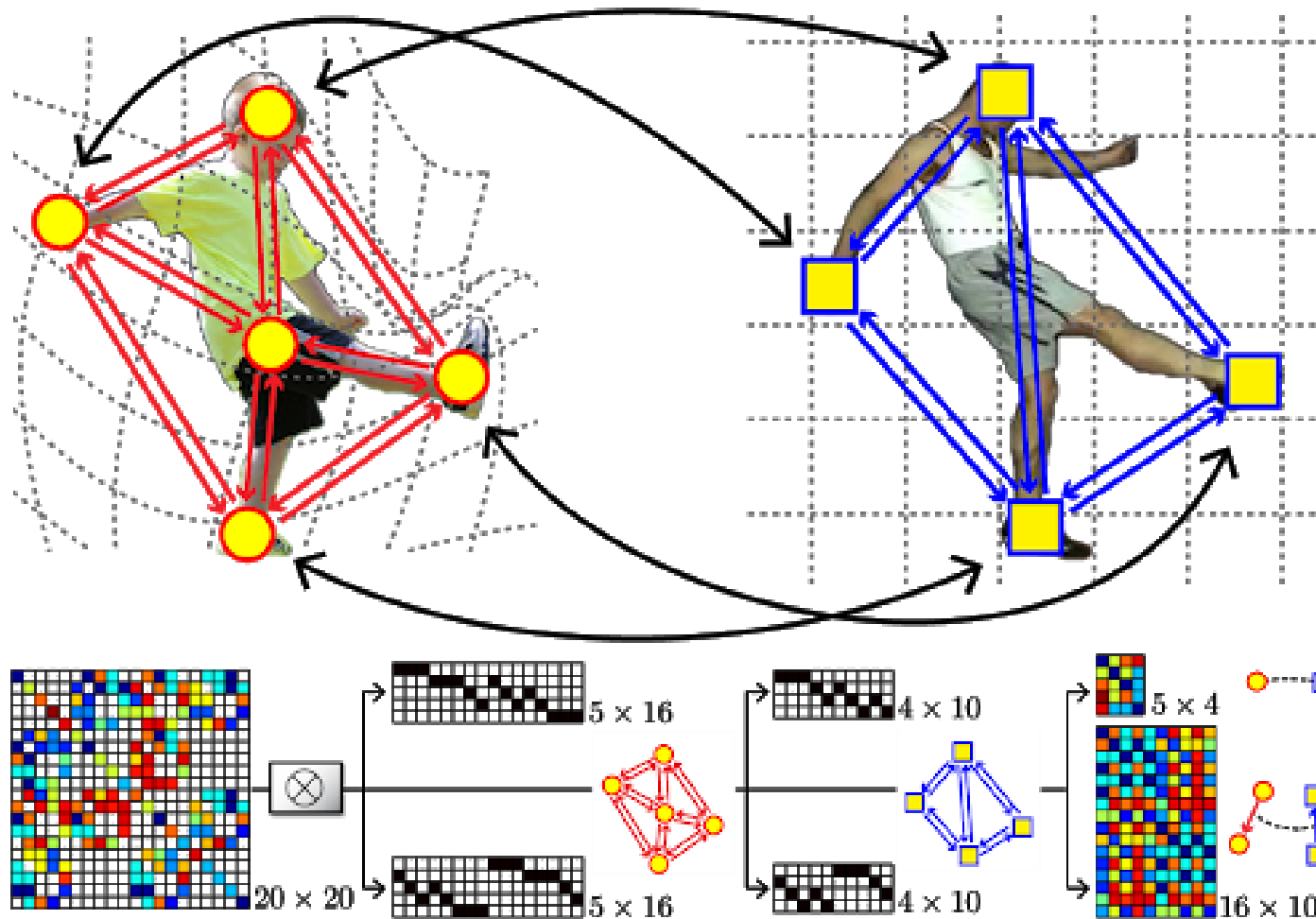
图论应用

丙烷 C_3H_8



丁烷（同分异构体） C_4H_{10}



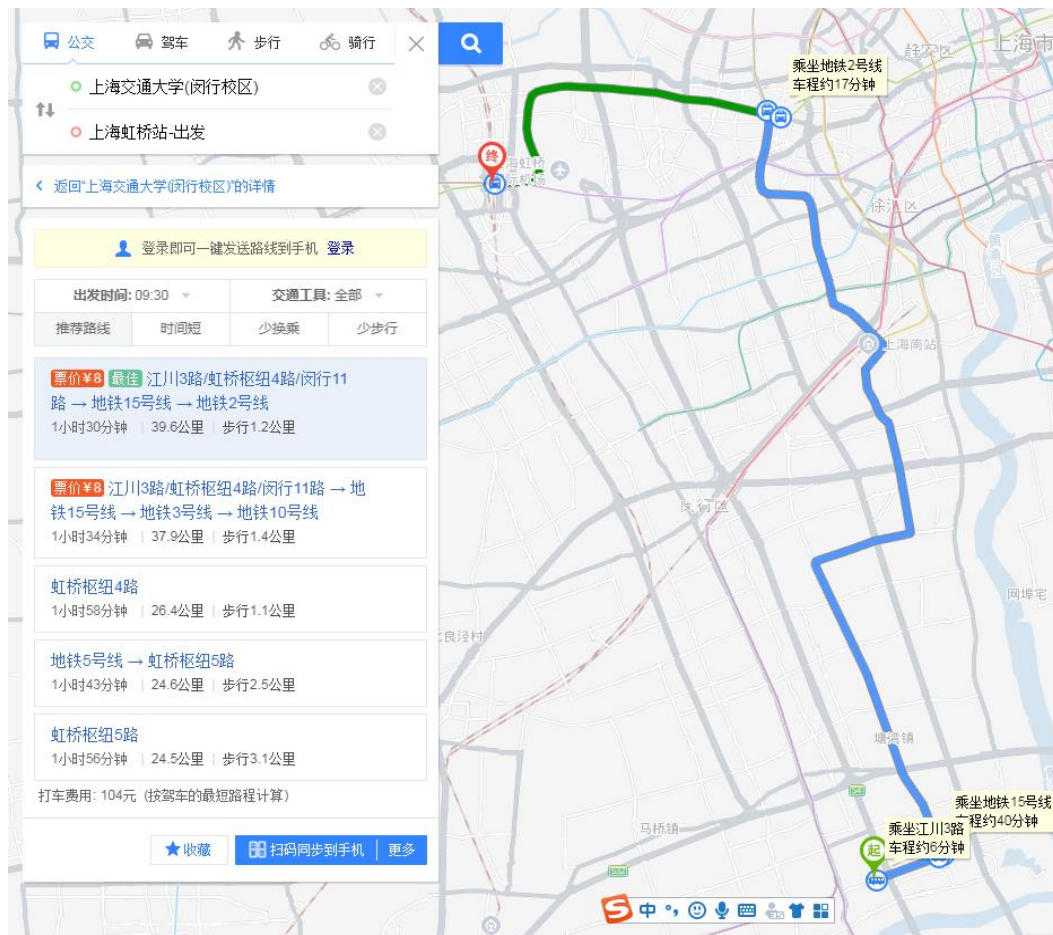
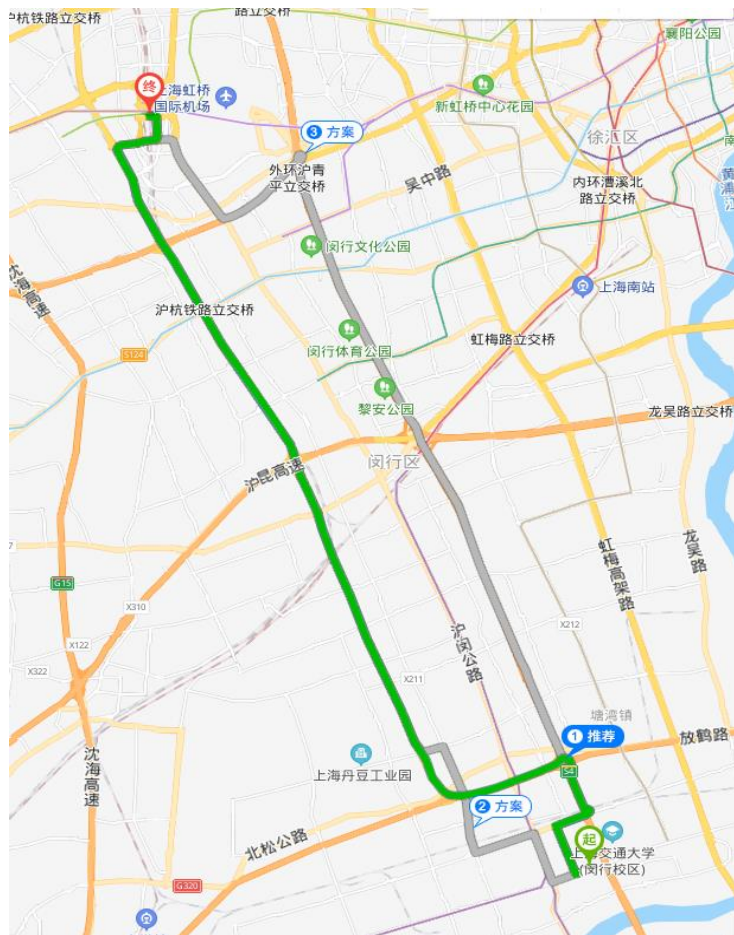


图像匹配算法 – 基于图论



图论导论

图论应用



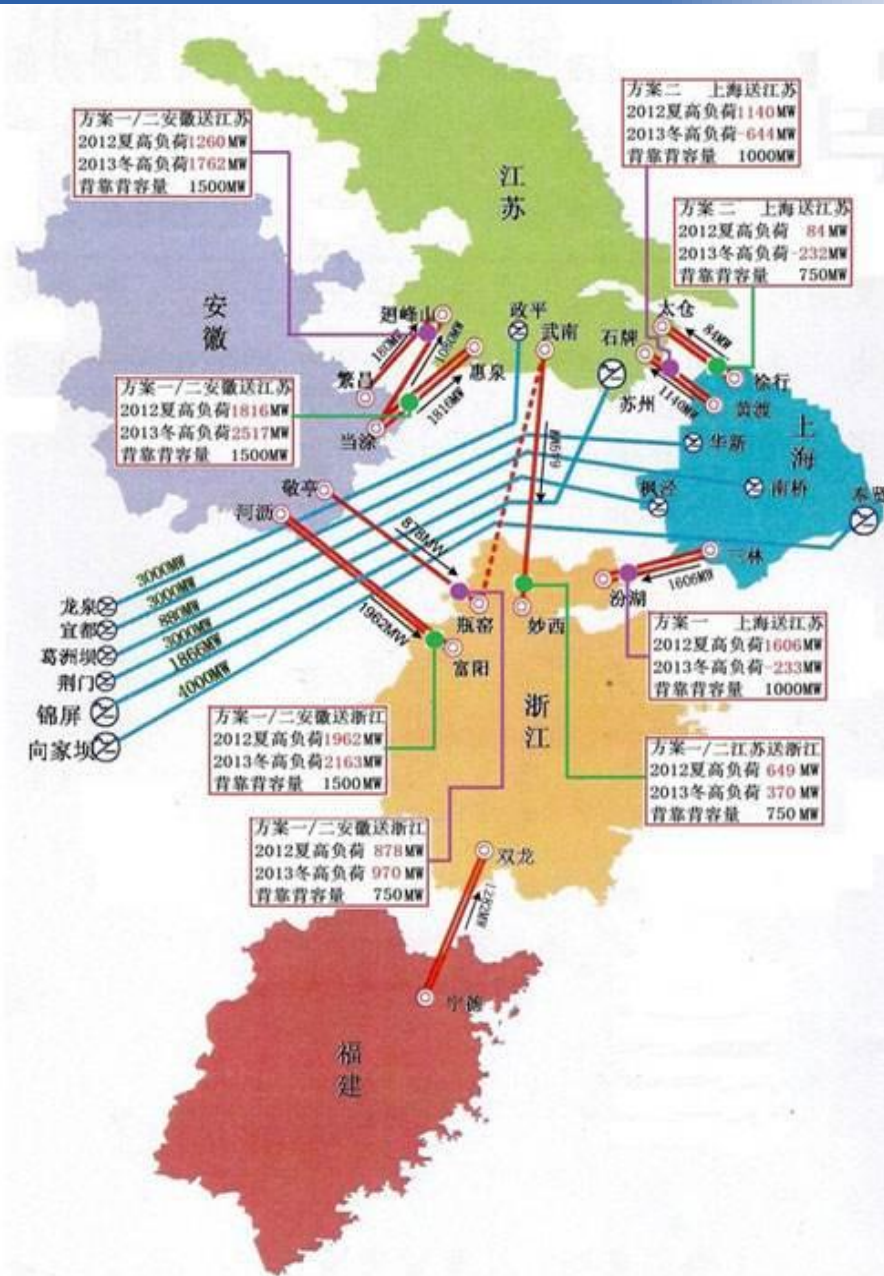
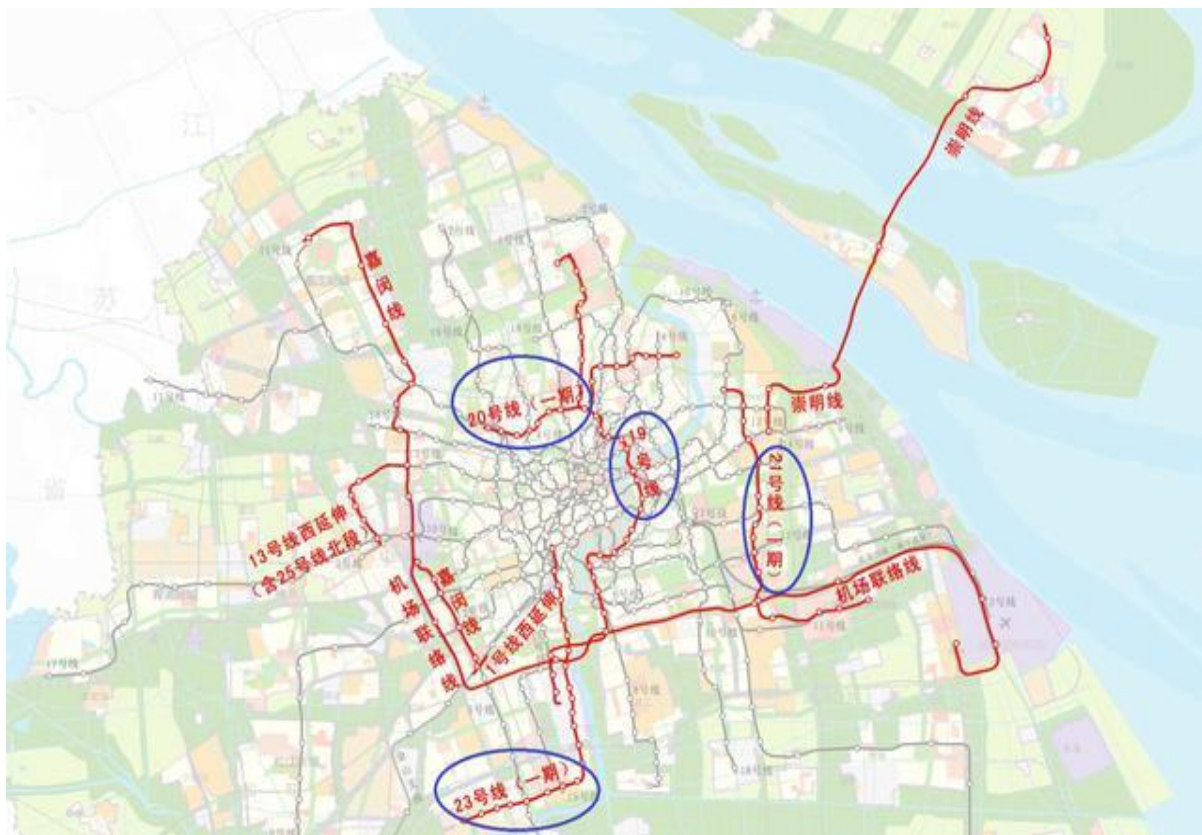
最短路径搜索：导航规划



图论导论

图论应用

网络流：电网、交通





Received: 8 November 2017 | Revised: 30 April 2018 | Accepted: 2 July 2018
DOI: 10.1002/rnc.4291



RESEARCH ARTICLE

WILEY

Semi-global leader-following output consensus of heterogeneous multi-agent systems with input saturation

Liangren Shi^{1,2} | Yuanlong Li² | Zongli Lin³

$$(1) \begin{cases} \dot{w} = Sw, \\ y_0 = -Qw, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i \sigma_\Delta(u_i) + W_i w, \\ y_i = C_i x_i, \\ e_i = C_i x_i + Qw, \end{cases}$$

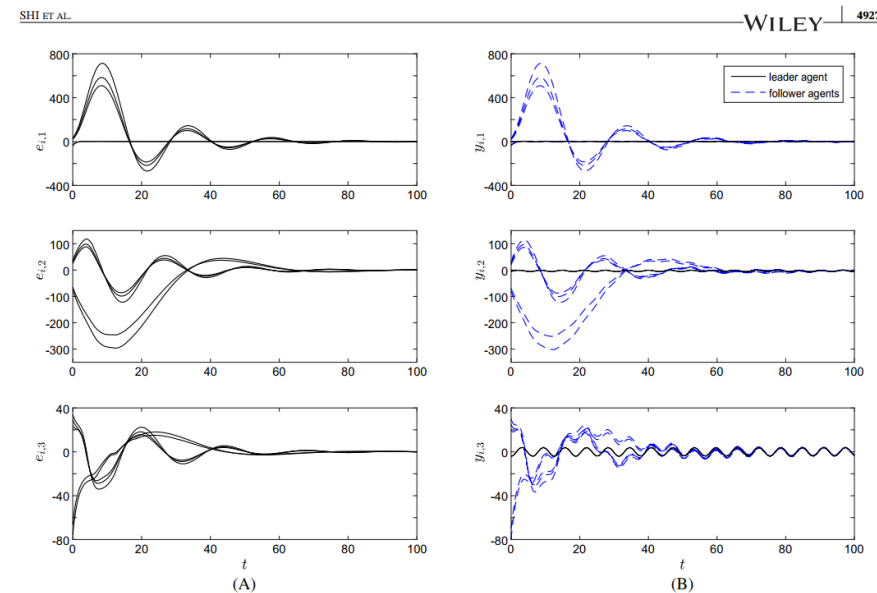
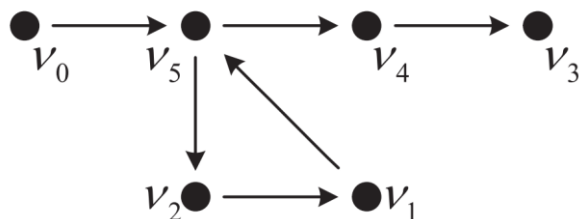


FIGURE 4 Simulation results under the state feedback protocols (10) with $\varepsilon = 0.0001$. A, The output consensus errors e_i , $i \in [1, 5]$; B, The output trajectories of the leader agent y_0 and the follower agents y_i , $i \in [1, 5]$ [Colour figure can be viewed at wileyonlinelibrary.com]



谢 谢

