一、选择题

1. 关于 A->Φ的函数,下列____D____是正确的

A. 不存在

B. 有一个空函数Φ

C. 仅当 A 非空时才能有函数

D. 仅当 A 为空时才能有函数

2. 设 R_3 是集合 A 到集合 B 上的二元关系， R_1, R_2 是集合 B 到集合 C 上的二元关系，则以下____B____是错误的.

A. $(R_1 \cup R_2)\circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$

B. $(R_1 \cap R_2)\circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cap (R_2 \circ R_3)$

C. $R_1[A \cup B] = R_1[A] \cup R_1[B]$

D. $(R_1 \circ R_3)^{-1} = R_3^{-1} \circ R_1^{-1}$

3. 下面说法____A____是错误的

A. 不存在既自反又反自反的关系

B. 存在即对称又反对称的关系

C. 存在即不对称又不反对称的关系

D. 由一个有序对构成的二元关系一定是一个传递关系。

4. R_1 R_2 是集合 A 上的二元关系，则以下____A____是正确的

A. 若 $R_1 \cap R_2$ 自反，则 R_1 和 R_2 均自反；

B. 若 $R_1 \cap R_2$ 对称，则 R_1 和 R_2 均对称；

C. 若 R_1 和 R_2 传递，则 $R_1 \cup R_2$ 传递；

D. 若 R_1 和 R_2 反对称，则 $R_1 \cup R_2$ 反对称；

5. R 是集合 A 上的二元关系，下面说法____C____是错误的。

A. $tsr(R)=trs(R)$

B. rts(R)=tsr(R)

C. str(R)=rts(R)

D. rts(R)=trs(R)

6.. Z 代表整数集合，“≤”是 Z 上的小于等于二关系，下面说法____C____是错误的。

A. (Z, ≤)是偏序集

B. $(Z, \le)$是全序集
C. $(Z, \le)$是良序集
D. $(Z, \le)$是一条链

7..A是一个有限集合，$(A, \le)$是一个偏序集，则下面说法 __B__ 是错误的。
A. $(A, \le)$是全序集当有仅当$(A, \le)$是良序集
B. 集合A的任意非空子集B一定存在上确界
C. 集合A的任意非空子集B一定存在极大元
D. $(B, \le)$可能存在多条链

8. 对于集合A上的二元关系R，若$B \subseteq A$, $C \subseteq A$, $R \uparrow B$代表关系R在集合B上受限，则下列 __D__ 是正确的

A. $R[B \cap C] = R[B] \cap R[C]$

B. $R[B] - R[C] = R[B - C]$

C. $B \subseteq A \Leftrightarrow R[B] \subseteq R[A]$

D. $R \uparrow (B \cup C) = R \uparrow B \cup R \uparrow C$

9. 设函数$g: A \to B$，$f: B \to C$，则下列 __D__ 是正确的

A. 若g是满射，f是单射，则$f \circ g$是单射

B. 若g是满射，f是单射，则$f \circ g$是满射

C. 若g是满射，f是单射，则$f \circ g$是双射

D. 若$f \circ g$是单射，且 g 是满射，则f是单射。

10. 设R是集合A上反自反、对称、传递的二元关系，且$|A| \ge 2$。定义二元关系$\overline{R} = A \times A - R$，则对于关系$\overline{R}$，错误的是 __D__

A. $\overline{R}$是自反的

B. $\overline{R}$是对称的

C. $\overline{R}$不是反对称的

D. $\overline{R}$是传递的

二、选择题

1. 设 R,S 是集合 $A=\{1,2,3,4\}$ 上的关系，且

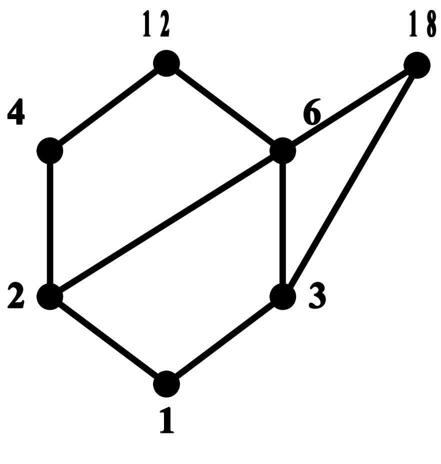
$$M(R)=\begin{bmatrix}0&1&1&0\\1&1&0&1\\0&0&1&1\\1&0&0&1\end{bmatrix},M(S)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&1&1&0\\1&1&0&1\end{bmatrix},\text{，则}M(S\circ R)=\underline{\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&0&1\\1&1&1&1\\1&1&0&1\end{bmatrix}}$$

2. 设 R 是集合 $A=\{1,2,3\}$上的关系，且 $M(R)=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix}$，则 R 的传输闭包的关系矩阵

为 $\underline{M(t(R))=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&0&1\\1&0&1\end{bmatrix}}$

3. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2\}$，则 A 上的等价关系有__2__个，B 上的等价关系有 5 个。

4. 请画出 $A=\{1,2,3,4,6,12,18\}$上的整除关系的哈斯图。



5. 有限集合 A 上的等价关系中，等价类最多的关系是__恒等关系__，等价类最少的关系是__全关系__。

三、简答题

1. 设有限集合 A 中有 n 个元素，有限集合 B 中有 m 个元素。那么 A 到 B 上的二元关系有多少个？A 到 B 上的函数有多少个？

答：A 到 B 上的二元关系有 2^{mn} 个，A 到 B 上的函数有 m^n 个。

2. 设 R 是集合 A 上的等价关系，在什么条件下，自然映射 $f: A \to A/R$ 有反函数。并求出其反函数。

答：当 R 是恒等关系时，$f: A \to A/R$ 有反函数。这时对于任意的 $a \in A$，有 $f(a) = \{a\}$ 其反函数为对于任意的 $\{a\} \in A/R$，$f^{-1}(\{a\}) = a$。

四、证明题

1. 若 R 是非空集合 A 上的二元关系。试证明 $R \cap R^{-1}$ 是包含于 R 的最大的对称关系。

证明：设 R’是任意一个包含于 R 的对称关系，对于任意的 $\langle x, y\rangle \in R'$

(1) $R' \subseteq R$，所以，有 $\langle x, y\rangle \in R$

(2)由于 R’对称，所以 $\langle x, y\rangle \in R'$，则 $\langle y, x\rangle \in R'$，进而 $\langle y, x\rangle \in R$，故 $\langle x, y\rangle \in R^{-1}$

所以 $\langle x, y\rangle \in R \cap R^{-1}$。即 $R' \subseteq R \cap R^{-1}$，得证。

2. 设 R 是非空集合 A 上的二元关系。证明：如果 R 自反、传递，则 $R \circ R = R$。

证明：

(1) 对于任意 $\langle x, z\rangle \in R \circ R$，一定存在 $z \in A$，使得 $\langle x, y\rangle \in R$ 且 $\langle y, z\rangle \in R$。由于 R 传递，所以 $\langle x, z\rangle \in R$。因此，$R \circ R \subseteq R$。

(2) 对于任意的 $\langle x, z\rangle \in R$，由于 R 自反，所以 $\langle z, z\rangle \in R$，所以 $\langle x, z\rangle \in R \circ R$，可得 $R \subseteq R \circ R$。