

9.4

1-1, 1-2:

(5) a) 设 P : 王强身体很好. Q : 王强成绩很好.符号化: $P \wedge Q$ b) 设 P : 小李看书 Q : 小李听音乐.符号化: $P \wedge Q$ c) 设 P : 气候很好. Q : 气候很热.符号化: $P \vee Q$ d) 设 P : a 和 b 是偶数 Q : $a+b$ 是偶数符号化: $P \rightarrow Q$ e) 设 P : 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. Q : 四边形 $ABCD$ 的对边平符号化: $P \leftrightarrow Q$ ~~f) 设 P : 停机的原因是在于语法错误. Q : 停机的原因是在于~~~~程序错误. 符号化: $P \vee Q$.~~~~设 P : 语法错误 Q : 程序错误 R : 停机.~~ ~~$(P \vee Q) \rightarrow R$.~~

1-3

5) a) 设 P : 你给我写信 Q : 信在途中丢失

$$(\neg P) \leftrightarrow Q$$

b) 设 P : 张三去 Q : 李四去 R : 他去.

$$\neg(P \vee Q) \rightarrow R$$

c) 设 P : 我们划船 Q : 我们跑步.

$$\neg(P \wedge Q)$$

d) 设 P : 你来了 Q : 你唱歌 R : 你伴奏.

$$P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$$

1-4

(2) c) $Q \rightarrow (P \vee Q)$.

P	Q	$P \vee Q$	$Q \rightarrow (P \vee Q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

1-4

(7) (c) 证明: $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee B)$$

$$\neg(\neg A \vee B) \Leftrightarrow \neg\neg A \wedge \neg B \Leftrightarrow A \wedge \neg B \quad (\text{左})$$

$$(f) A \rightarrow (B \vee C) \Leftrightarrow \neg A \vee (B \vee C)$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \vee C \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B) \vee C \Leftrightarrow (A \wedge \neg B) \rightarrow C.$$

$$(g) (A \rightarrow D) \wedge (B \rightarrow D) \Leftrightarrow (\neg A \vee D) \wedge (\neg B \vee D)$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee D \wedge \neg B) \vee D \quad (\text{右})$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B \vee D) \vee D \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow D$$

$$\Leftrightarrow (A \vee B) \rightarrow D.$$

1-5.

$$(1) (a) \text{ 证明: } (P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge (\neg P \vee Q)) \rightarrow Q$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \vee (P \wedge Q) \rightarrow Q \Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \vee \neg(P \wedge Q) \vee Q$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \vee \neg P \vee (Q \vee Q) \Leftrightarrow F \vee \neg P \vee T \Leftrightarrow T$$

$$(c) \text{ 证明: } ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R) \Leftrightarrow$$

$$\neg((\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R)) \vee (P \vee R) \Leftrightarrow$$

$$\neg((\neg P \vee Q \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee Q \wedge R)) \vee (P \vee R) \Leftrightarrow$$

假定 $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R))$ 为 T , 则 $P \rightarrow Q$ 为 T , $Q \rightarrow R$ 为 T
 $\therefore P \rightarrow R$ 为 T .

$$(d) (b). (P \rightarrow Q) \rightarrow Q \Rightarrow P \vee Q.$$

$$\text{则 } (P \rightarrow Q) \rightarrow Q \rightarrow P \vee Q.$$

设 $P \vee Q$ 为 F , 则 P 为 F , Q 为 F .

故 $P \rightarrow Q$ 为 T , $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$ 为 F ,

\therefore 为 T .

(e). 设 $R \rightarrow Q$ 为 F , 则 R 为 T , Q 为 F .

$$(Q \rightarrow (P \wedge \neg P)) \Leftrightarrow Q \rightarrow F \Leftrightarrow T.$$

$$(R \rightarrow (R \rightarrow F)) \Leftrightarrow F.$$

$$(T \rightarrow F) \rightarrow F \Leftrightarrow F \rightarrow F \Leftrightarrow T.$$

1-7

$$(2) (b). P \rightarrow ((Q \wedge R) \rightarrow S) \Leftrightarrow$$

$$\neg P \vee (\neg(Q \wedge R) \vee S) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee \neg R \vee S.$$

$$(3) (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee \neg(\neg P \vee Q)$$

$$(\neg P \wedge Q \vee P) \wedge (\neg P \wedge Q \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee P) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee P).$$

$$(4) (a) P \vee (\neg P \rightarrow (Q \vee (\neg Q \rightarrow R))) \Leftrightarrow$$

$$P \vee P \vee (Q \vee (Q \vee R)) \Leftrightarrow P \vee Q \vee R. = M_0.$$

②

主合取范式: M_0 主析取范式: $\Sigma_{0,1,2,3,4,5,6,7}$

$$(e). P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P)) \Leftrightarrow \neg P \vee (P \wedge (\neg Q \vee P))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee P) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee P) \Leftrightarrow T \wedge (T \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow T. \text{ 主析取范式: } \Leftrightarrow \Sigma_{0,1,2,3}.$$

$$(f) (Q \rightarrow P) \wedge (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \wedge (\neg P \wedge Q).$$

$$\Leftrightarrow (\neg Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg P \wedge Q) \Leftrightarrow (F \wedge \neg P) \vee (F \wedge Q)$$

$$\Leftrightarrow F. \text{ 主析取范式: } \Leftrightarrow \Sigma_{0,1,2,3}.$$

J) (a) 证明:

$$\text{左: } (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

$$\Leftrightarrow A \rightarrow (B \wedge C) \Leftrightarrow \neg A \vee (B \wedge C)$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

1-8.

(1) (b). (1) $(H \vee G) \rightarrow J$	P
(2) $(H \vee G)$	P
(3) J	(1)(2) T, I
(4) $J \rightarrow (M \vee N)$	(3) P
(5) $M \vee N$	(3)(4) T, I

(1) (1) $B \wedge C$	P
(2) B	(1) T, I
(3) C	(1) T, I
(4) $B \vee \neg C$	(2) T, I
(5) $\neg C$ $C \vee \neg B$	(3) T, I
(6) $C \rightarrow B$	(4)(5) T, I

$$(7) B \rightarrow C$$

$$(5) T, I.$$

$$(8) B \rightarrow C$$

$$(6) (7) T, E.$$

$$(9) (B \rightarrow C) \rightarrow (H \vee G) \quad P$$

$$(4) H \vee G$$

$$(8) (9) T, I.$$

$$(2) (1) \text{ 假设 } \neg (A \rightarrow (B \rightarrow F)) \quad P.$$

$$(2) A$$

$$(1) T, I.$$

$$(3) \neg (B \rightarrow F)$$

$$(1) T, I.$$

$$(4) B$$

$$(3) T, I$$

$$(5) \neg F$$

$$(3) T, I$$

$$(6) A \rightarrow (B \rightarrow C) \quad P.$$

$$(1) B \rightarrow C$$

$$(2) (6) T, I.$$

$$(8) C$$

$$(4) (7) T, I.$$

$$(9) \neg F \rightarrow (D \wedge \neg E) \quad P$$

$$(10) (D \wedge \neg E)$$

$$(5) (9) T, I.$$

$$(11) D$$

$$(10) T, I$$

$$(12) \neg E$$

$$(10) (11) T, I.$$

$$(13) C \wedge D$$

$$(8) (11) T, I$$

$$(14) (C \wedge D) \rightarrow E$$

P.

$$(15) E$$

(13)(14) T, I

$$(16) E \wedge \neg E$$

矛盾, 44(15)

$$(17) (1) A$$

P (附加前提)

$$(2) \neg A \vee B$$

P.

$$(3) B$$

(1)(2) T, I

$$(4) C \rightarrow \neg B$$

P

$$(5) \neg C$$

(3)(4) T, I

$$(6) A \rightarrow \neg C$$

CP.

$$(7) (1) A$$

P (附加前提)

$$(2) A \vee B$$

(1) T, I

$$(3) A \vee B \rightarrow C \wedge D$$

P

$$(4) C \wedge D$$

(2)(3) T, I

$$(5) D$$

(4) T, I

$$(6) D \vee E$$

(5) T, I

$$(7) D \vee E \rightarrow F$$

P

$$(8) F$$

(6)(7) T, I

$$(9) A \rightarrow F$$

CP