
Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Estatística

Segundo relatório da disciplina de demografia II - Roraima

Gabriel de Jesus Pereira

abril, 2025

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Recursos computacionais	2
2	Metodologia	3
2.1	Técnica de sobrevivência de Brass	3
2.2	Técnica de Brass para estimar a fecundidade	4
2.3	Modelando taxa de fecundidade marital	5
2.4	Modelo relacional de Gompertz	6
3	Resultados	7
3.1	Técnica de sobrevivência de Brass	7
3.2	Técnica de Brass para a fecundidade	7
3.3	Modelando taxa de fecundidade marital	7
3.4	Modelo relacional de Gompertz	7
4	Exercícios do Mortpak	8
4.1	Questão 1)	8
4.2	Questão 2)	9
4.3	Questão 3)	9
4.4	Questão 4)	9

1 Introdução

1.1 Recursos computacionais

2 Metodologia

2.1 Técnica de sobrevivência de Brass

A técnica de sobrevivência de Brass, proposta por William Brass, é um método indireto utilizado para estimar níveis de mortalidade infantil e na infância em populações com dados vitais incompletos ou de baixa qualidade. O método baseia-se em informações obtidas a partir de censos ou pesquisas domiciliares, onde as mulheres são questionadas sobre número de filhos nascidos vivos e número de filhos sobreviventes na data do censo por grupos de idade das mulheres, em diferentes faixas etárias reprodutivas.

Para sua aplicação, o método de Brass pressupõe algumas características. Por exemplo, A fecundidade específica por idade tem sido aproximadamente constante no passado recente, coeficientes de mortalidade infantil e na infância têm sido aproximadamente constantes, não há acentuada associação entre mortalidade infantil e idade da mãe ou entre os coeficientes de mortalidade das mães e dos seus filhos, taxas de subenumeração para crianças sobreviventes e não sobreviventes são aproximadamente iguais. Por último, O “padrão etário” de mortalidade para idades jovens segue aproximadamente os padrões das tábuas-modelo

o princípio do método é que, conhecendo o número de filhos nascidos e o número de filhos sobreviventes, é possível calcular a proporção de filhos falecidos para cada grupo etário de mães. Essa proporção reflete indiretamente o nível de mortalidade infantil, já que mulheres mais velhas, por exemplo, tiveram filhos há mais tempo, e portanto o risco acumulado de morte é maior entre seus filhos.

A fórmula básica usada é:

$$D_i = 1 - \frac{FV_i}{FNV_i},$$

em que FV_i é o número de filhos sobreviventes na data do censo por grupos de idade das mulheres e FNV_i é o número de nascidos vivos por grupo etário das mulheres.

Utilizando-se a relação entre a proporção de filhos mortos, D_i , e a probabilidade de morrer da tábua de vida, q_x , Brass estabeleceu um conjunto de multiplicadores, k_i , que podem ser calculados a partir de interpolação linear a partir da tabela padrão a seguir:

2. Multiplicadores									
Medida estimada	Idade das mães	Multiplicadores							
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$q(1)$	15/20	0,859	0,890	0,928	0,977	1,041	1,129	1,254	1,425
$q(2)$	20/25	0,938	0,959	0,983	1,010	1,043	1,082	1,129	1,188
$q(3)$	25/30	0,948	0,962	0,978	0,994	1,012	1,033	1,055	1,081
$q(5)$	30/35	0,961	0,975	0,988	1,002	1,016	1,031	1,046	1,063
$q(10)$	35/40	0,966	0,982	0,996	1,011	1,026	1,040	1,054	1,069
$q(15)$	40/45	0,938	0,955	0,971	0,988	1,004	1,021	1,037	1,052
$q(20)$	45/50	0,937	0,953	0,969	0,986	1,003	1,021	1,039	1,057
Guias p/seleção das colunas	P1/P2	0,387	0,330	0,268	0,205	0,143	0,090	0,045	0,014
	Id. média	24,7	25,7	26,7	27,7	28,7	29,7	30,7	31,7
	Id. mediana	24,2	25,2	26,2	27,2	28,2	29,2	30,2	31,2

Fonte: W. Brass et al. (1968).

Figura 2.1: Tabela para determinação de multiplicadores k_i .

Agora, com esses valores k_i , pode-se converter os valores observados D_i em estimativas de q_x , ou seja, probabilidade de morte entre o nascimento e idades exatas:

$$q_x = k_i D_i.$$

Tendo estimado o conjunto de probabilidades de morte q_x , obtém-se, por diferença, a probabilidade de sobrevivência entre o nascimento e idades exatas, I_x :

$$I_x = I - q_x.$$

2.2 Técnica de Brass para estimar a fecundidade

O objetivo da técnica de Brass estimar a fecundidade é estimar a fecundidade em países cujos dados de registro civil não permitem um cálculo razoável do seu nível.

Um de seus pressupostos para aplicação do método é que a fecundidade tenha sido aproximadamente constante no passado recente. Além desse pressuposto, é necessário também que os coeficientes específicos de fecundidade por idade da mulher, tais como os obtidos através de perguntas diretas, são corretos quanto ao padrão etário da fecundidade e o nível de fecundidade é corretamente medido através do número de filhos tidos (nascidos vivos) informados pelas mulheres mais jovens (usualmente do grupo etário 20-25) – ou seja, através da parturição média dessas mulheres.

Para utilizar a técnica de Brass, será necessário calcular os nascidos vivos no ano anterior ao censo por mulher, que é denotado por f_i , total de nascidos vivos por mulher P_i . A partir de f_i , calcula-se a fecundidade acumulada no começo do intervalo $F'_i = 5 \sum_{j=0}^{i-1} f_j$. Uma das outras componentes que compõe o método são os fatores de multiplicação W_i , que são valores tabelados e que podem ser calculados por interpolação linear a partir do intervalo que f_1/f_2 estão definidos na tabela a seguir:

Tabela 18 — Fatores de multiplicação para cálculo da fecundidade acumulada na técnica de Brass.

<i>Idade</i>	<i>Fatores</i>							
15/20	1.120	1.310	1.615	1.950	2.305	2.640	2.925	3.170
20/25	2.555	2.690	2.780	2.840	2.890	2.925	2.960	2.985
25/30	2.925	2.960	2.985	3.010	3.035	3.055	3.075	3.095
30/35	3.055	3.075	3.095	3.120	3.140	3.165	3.190	3.215
35/40	3.165	3.190	3.215	3.245	3.285	3.325	3.375	3.435
40/45	3.325	3.375	3.435	3.510	3.610	3.740	3.915	4.150
45/50	3.640	3.895	4.150	4.395	4.630	4.840	4.985	5.000
f_1/f_2	0.36	0.113	0.213	0.330	0.460	0.605	0.764	0.939
\bar{m}	31,7	30,7	29,7	28,7	27,7	26,7	25,4	24,7

Fonte: W. Brass et al. (1968).

Figura 2.2: Valores tabelados para cálculo de fatores de multiplicação W_i .

Após encontrar os fatores de multiplicação W_i , basta calcular a fecundidade acumulada média com $F_i = F_i + W_i f_i$. Por fim, encontram-se os coeficientes específicos corrigidos $f' = f_i P_2 / F_2$.

2.3 Modelando taxa de fecundidade marital

O modelo de fecundidade marital de Coale-Trussell é uma das abordagens clássicas para estudar o comportamento reprodutivo de mulheres casadas, oferecendo uma maneira prática de estimar e interpretar padrões de fecundidade observados com base em uma curva-padrão e parâmetros de ajuste. Sua aplicação é especialmente útil em estudos demográficos comparativos entre diferentes regiões ou ao longo do tempo.

O modelo parte da ideia de que a fecundidade marital observada pode ser representada como uma modificação de um padrão considerado “natural” ou “biológico” de fecundidade. A fórmula principal é:

$$f(a) = G(a) r(a),$$

em que a é a idade, $f(a)$ é a taxa específica de fecundidade, $G(a)$ é o risco do primeiro casamento, $r(a)$ é a taxa específica de fecundidade marital, a qual é expressa da seguinte forma:

$$r(a) = Mn(a) e^{mv(a)},$$

em que M é o nível de fecundidade e m é o padrão de fecundidade. $n(a)$ é a fecundidade marital natural e $v(a)$ é a fecundidade fixa.

Por fim, a partir da expressão de $r(a)$ pode ser definida uma regressão linear da seguinte forma:

$$\ln(r(a)/n(a)) = \ln(M) + mv(a)$$

Além disso, vale ressaltar que a fecundidade marital e natural e a fecundidade fixa são derivadas por experiência de alguns países, principalmente europeus. A imagem a seguir mostra os valores que foram considerados para esse trabalho:

Table 14.1 Five-year $n(a)$ and $v(a)$ for Coale-Trussell fertility model

Age group (a)	$n(a)$	$v(a)$
20-24	0.460	0.000
25-29	0.431	-0.316
30-34	0.396	-0.814
35-39	0.321	-1.048
40-44	0.167	-1.424
45-49	0.024	-1.667

Source: Coale and Trussell (1974: 188)

Figura 2.3: Valores tabelados de $n(a)$ e $v(a)$ para aplicação do método de Coale-Trussell.

2.4 Modelo relacional de Gompertz

O modelo relacional de Gompertz é uma metodologia demográfica amplamente utilizada para descrever e ajustar padrões de fecundidade, especialmente quando os dados observados apresentam problemas de cobertura ou qualidade. Sua principal utilidade está em permitir comparações entre diferentes populações ou períodos por meio de uma curva-padrão acumulada de fecundidade.

A lógica do modelo baseia-se na função de Gompertz, originalmente utilizada para modelar taxas de mortalidade, mas que também pode ser aplicada ao padrão acumulado da fecundidade, $F(a)$, isto é, a proporção da fecundidade total que já ocorreu até determinada idade a . O modelo assume a seguinte forma funcional:

$$\text{Gompit}(F(a)) = \ln[-\ln(1 - F(a))] = \alpha + \beta \text{Gompit}(F_s(a))$$

em que $F(a)$ é a distribuição acumulada de fecundidade da população observada, $F_s(a)$ é a distribuição acumulada de fecundidade da população padrão, $-0,5 < \alpha < 0,5$ e $0,65 < \beta < 1,5$ são o nível da fecundidade e padrão da fecundidade, respectivamente.

Para aplicar o modelo, é necessário calcular a distribuição proporcional das taxas específicas de fecundidade $p(a)$, obter a distribuição acumulada $F(a)$, aplicar a transformação $\text{Gompit} \ln[-\ln(1 - F(a))]$, ajustar uma regressão linear entre os gompits da população observada e os da curva padrão e, por fim, estimar os parâmetros α e β , que permitem reconstruir a curva ajustada ou fazer comparações com outras populações.

3 Resultados

3.1 Técnica de sobrevivência de Brass

3.2 Técnica de Brass para a fecundidade

$$\begin{aligned} 0.096731/0.134156 &= 0.721033721935657 \\ (0.764 - 0.721033721935657)/(0.764 - 0.605) &= 0.2702281639266858 \end{aligned}$$

3.3 Modelando taxa de fecundidade marital

3.4 Modelo relacional de Gompertz

4 Exercícios do Mortpak

IDADE	INTERVALO DE IDADE	SEXO	ANO	CÓD.	SIGLA	LOCAL	nMx	nAx	nqx	lx	ndx	nLx	Sx	Tx	ex
0	1	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.01407	0.08245	0.01389	100.000	1.389	98.725	0.98437	7.205.082	72.05
1	4	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00105	1.61111	0.00418	98.611	412	983.458	0.98675	7.106.357	72.06
5	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00032	2.35411	0.00158	98.199	155	490.582	0.98610	6.712.899	68.36
10	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00054	2.85978	0.00270	98.043	264	489.651	0.98455	6.222.317	63.47
15	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00179	2.80358	0.00891	97.779	872	486.980	0.98036	5.732.666	58.63
20	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00236	2.59108	0.01173	96.907	1.137	481.797	0.98709	5.245.686	54.13
25	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00284	2.57405	0.01409	95.770	1.350	475.577	0.98435	4.763.890	49.74
30	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00346	2.55135	0.01718	94.421	1.822	468.132	0.98208	4.288.313	45.42
35	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00376	2.53989	0.01862	92.799	1.728	459.742	0.98008	3.820.181	41.17
40	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00436	2.57024	0.02155	91.071	1.963	450.584	0.97596	3.360.439	36.90
45	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00550	2.60677	0.02714	89.108	2.419	439.750	0.96809	2.909.855	32.66
50	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.00768	2.63720	0.03713	86.689	3.271	425.716	0.95362	2.470.105	28.49
55	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.01148	2.61367	0.05585	83.418	4.659	405.972	0.93681	2.044.388	24.61
60	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.01486	2.61567	0.07178	78.759	5.653	380.317	0.91072	1.638.416	20.80
65	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.02220	2.61453	0.10961	73.106	8.035	346.363	0.87131	1.258.099	17.21
70	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.03248	2.59613	0.15065	65.071	9.803	301.790	0.81538	911.736	14.01
75	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.05092	2.58457	0.22673	55.268	12.531	246.073	0.72291	609.947	11.04
80	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.08112	2.51914	0.33763	42.727	14.430	177.889	0.60052	263.873	8.51
85	5	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.12563	2.41347	0.47409	28.308	13.420	106.827	0.42561	185.984	6.57
90	+	Homens	2010	14	RR	Roraima	0.18807	5.31707	1.00000	14.887	14.887	79.157	-	79.157	5.32

(a) Tábua de vida para o sexo masculino.

IDADE	INTERVALO DE IDADE	SEXO	ANO	CÓD.	SIGLA	LOCAL	nMx	nAx	nqx	lx	ndx	nLx	Sx	Tx	ex
0	1	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.01341	0.08973	0.01324	100.000	1.324	98.794	0.98550	7.795.521	77.96
1	4	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00076	1.50244	0.00303	98.676	299	393.956	0.99736	7.696.727	78.00
5	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00033	2.31438	0.00164	98.377	161	491.451	0.99846	7.302.770	74.23
10	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00033	2.65541	0.00163	98.216	160	490.702	0.99754	6.811.320	69.35
15	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00069	2.69878	0.00346	98.055	340	489.496	0.99603	6.320.617	64.46
20	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00095	2.53652	0.00425	97.716	416	487.154	0.99561	5.831.122	59.67
25	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00083	2.56206	0.00416	97.300	405	485.513	0.99512	5.343.567	54.92
30	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00116	2.62183	0.00578	96.895	560	483.144	0.99336	4.858.055	50.14
35	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00151	2.60142	0.00754	96.335	727	479.834	0.99159	4.374.911	45.41
40	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00191	2.64284	0.00953	95.609	911	475.895	0.98794	3.894.977	40.74
45	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00306	2.68344	0.01520	94.698	1.439	470.156	0.98090	3.419.081	36.11
50	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00476	2.66897	0.02354	93.259	2.195	461.178	0.97089	2.948.925	31.62
55	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.00722	2.66021	0.03552	91.064	3.234	447.752	0.95621	2.487.747	27.32
60	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.01104	2.67220	0.05381	87.830	4.726	428.147	0.92944	2.039.995	23.23
65	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.01843	2.61054	0.08827	83.103	7.336	397.937	0.90496	1.611.849	19.40
70	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.02182	2.60151	0.10367	75.766	7.865	359.999	0.86713	1.213.912	16.02
75	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.03733	2.64859	0.17157	67.913	11.652	312.167	0.77947	853.913	12.57
80	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.06467	2.58916	0.27967	56.261	15.735	243.326	0.65460	541.746	9.63
85	5	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.10776	2.47430	0.42352	40.527	17.164	159.282	0.46625	298.420	7.96
90	+	Mulheres	2010	14	RR	Roraima	0.16791	5.95556	1.00000	23.363	23.363	139.138	-	139.138	5.96

(a) Tábua de vida para o sexo feminino.

4.1 Questão 1)

Ver no Mortpak qual é o melhor modelo ao comparar os Modelos das Nações Unidas aos de Coale-Demeny (Função COMPAR);

TITLE: Questão 1)														
Sex: Males														
Data Type: (x)														
Implied Life Expectancy at Birth														
Age Group	Empirical (x)	United Nations Models					Coale-Demeny Models							
		Latin Am	Chikan	So. Asian	Far East	General	West	North	East	South	e(t) > 80.0			
0	100000	79.4	78.8	79.8	72.7	77.4	73.9	78.0	74.1	e(t) > 80.0	77.4	77.5	e(t) > 80.0	
1	98611	76.9	71.4	77.6	69.4	74.0	70.6	72.3	69.3	74.3				
5	92139	76.2	70.7	75.7	70.2	73.9	73.1	74.2	70.9	73.5				
10	90043	69.6	65.5	66.5	66.5	68.2	69.1	72.3	67.7	67.8				
15	97779	60.6	68.4	63.1	59.9	60.2	63.2	67.8	61.5	58.9				
20	98907	62.5	60.5	61.1	61.1	61.3	64.0	69.3	62.9	60.5				
25	96770	62.2	61.3	61.4	60.7	60.8	62.2	67.0	60.3	58.5				
30	94421	61.2	61.8	61.7	60.6	60.4	61.3	65.0	58.6	58.4				
35	92799	63.5	64.3	63.4	63.4	63.0	65.5	60.8	60.8	59.5				
40	91071	65.4	66.7	65.4	66.4	65.6	65.2	66.5	63.6	62.1				
45	89100	67.3	68.7	64.2	68.9	67.9	68.0	66.9	66.9	64.2				
50	86859	68.2	70.0	67.6	71.6	69.7	69.8	69.2	70.1	68.2				
55	82416	69.0	71.1	69.4	72.6	71.0	71.6	69.7	72.0	69.7				
60	78758	72.4	74.6	74.4	76.7	74.7	74.9	71.7	75.3	70.1				
65	73106	72.8	74.9	74.9	77.3	75.2	76.2	72.5	75.5	70.5				
70	65071	75.1	76.6	77.2	78.8	77.2	79.1	75.4	76.7	74.5				
75	55268	75.4	76.6	77.1	79.0	77.6	e(t) > 80.0	77.3	e(t) > 80.0	78.7				
80	42727													
Average absolute deviation from the median														
Ages 0 to 10		1.1	2.7	1.4	1.1	1.2	1.1	1.0	1.6	2.7				
Ages 10 and over		4.3	5.3	5.5	6.2	5.3	5.3	3.0	6.1	5.2				
Ages 0 and over		5.1	5.2	5.9	5.4	5.5	4.9	3.5	5.6	5.9				
Medn(0-10)-Medn(10+)		9.1	3.7	12.2	2.5	6.0	4.6	7.5	3.5	9.2				

TITLE: Questão 1)														
Sex: Females														
Data Type: (x)														
Implied Life Expectancy at Birth														
Age Group	Empirical (x)	United Nations Models					Coale-Demeny Models							
		Latin Am	Chikan	So. Asian	Far East	General	West	North	East	South	e(t) > 80.0			
0	100000	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	75.8	77.4	77.4	77.5	e(t) > 80.0			
1	98676	e(t) > 80.0	78.2	e(t) > 80.0	76.2	79.6	74.3	76.4	74.4	74.4				
5	93377	76.1	75.1	76.4	72.6	76.2	74.1	75.9	73.2	73.7				
10	92216	74.1	71.6	71.0	71.1	73.2	73.1	75.7	72.1	72.2				
15	90565	70.2	69.3	67.2	70.4	70.4	71.7	74.3	70.2	69.6				
20	97716	71.2	70.5	66.9	71.3	71.1	72.4	75.4	71.2	70.6				
25	97500	73.6	72.5	68.6	73.6	75.1	73.8	76.7	72.5	72.2				
30	96895	73.2	72.5	67.9	73.1	72.7	73.3	75.3	71.9	71.1				
35	96326	73.9	73.2	68.3	72.9	73.2	73.6	74.8	72.2	70.5				
40	95905	74.1	74.0	68.1	73.7	74.0	74.7	75.4	73.3	71.5				
45	94989	74.2	74.4	69.7	76.0	74.2	74.8	74.9	73.3	69.7				
50	93259	74.3	74.0	71.2	76.4	74.3	74.8	75.1	73.5	69.4				
55	91044	73.8	74.6	71.1	76.9	74.9	75.3	75.8	73.8	69.8				
60	87830	74.7	75.4	75.2	77.8	75.8	76.1	74.9	74.7	70.2				
65	83103	75.2	76.1	75.8	e(t) > 80.0	76.1	77.1	75.4	75.8	70.0				
70	75760	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0				
75	67913	79.2	79.4	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0	e(t) > 80.0				
80	56261													
Average absolute deviation from the median														
Ages 0 to 10		0.7	2.3	1.2	2.2	2.2	1.3	0.6	0.5	1.4	2.1			
Ages 10 and over		1.7	3.2	3.4	2.6	2.0	2.6	1.7	1.9	2.0				
Ages 0 and over		2.3	2.4	4.2	2.5	2.4	1.6	1.2	1.9	2.8				
Medn(0-10)-Medn(10+)		6.0	4.0	9.4	0.4	5.3	-0.4	1.1	1.1	8.2				

4.2 Questão 2)

Considerar apenas os Modelos das Nações Unidas e ver qual é o melhor (Função COMPAR);

4.3 Questão 3)

Observar os valores da $E(x)$ e escolher a TV Modelo das Nações Unidas mais adequada (depende do passo 2...);

4.4 Questão 4)

Usar o sistema logito de tábuas de vida de dois parâmetros de Brass e considerar os seguintes padrões: Modelo Geral de Brass; MAB e o resultado do passo 3.