

# **Relatório (escolher o nome depois)**

**Universidade Federal da Paraíba - CCEN**

Gabriel de Jesus Pereira

20 de agosto de 2024

# Introdução

O estado do Rio de Janeiro, localizado na região Sudeste do Brasil, é um dos estados mais importantes do país, tanto em termos econômicos quanto culturais. Com uma área de aproximadamente 43.696 km<sup>2</sup>, o Rio de Janeiro é o terceiro menor estado brasileiro, mas também é um dos mais populosos. De acordo com o censo de 2022, 16.055.174 pessoas viviam no estado do Rio de Janeiro.

Apesar de sua grandeza e importância, o estado do Rio de Janeiro também enfrenta desafios significativos, como problemas relacionados à segurança pública, desigualdade social, e dificuldades econômicas. No entanto, o estado continua a ser um pilar fundamental na construção da identidade e do desenvolvimento do Brasil.

Assim, esse trabalho tem como objetivo analisar variáveis demográficas de mortalidade, natalidade e população do estado do Rio de Janeiro entre o ano de 2010 a 2020. Além disso, o trabalho também pretende testar diferentes métodos para projeção de população por sexo e comparar com as projeções reais disponibilizadas pelo IBGE.

# Metodologia

## Recursos computacionais

As análises a seguir foram realizadas utilizando a linguagem de programação Python (VAN ROSSUM; DRAKE JR, 1995) com a biblioteca pandas (TEAM, 2020) para manipulação de dados e matplotlib para visualização de dados (HUNTER, 2007). Além disso, os documentos do relatório foram feitos com o Quarto (ALLAIRE *et al.*, 2022), um sistema de escrita e publicação científica, e os códigos utilizados estão disponíveis no GitHub (J. PEREIRA, 2024).

## Obtenção dos dados

Os dados demográficos utilizados neste estudo foram obtidos de duas fontes principais. Os dados de óbitos e nascimentos vivos foram extraídos do TABNET, uma ferramenta desenvolvida pelo DATASUS. O TABNET é um tabulador genérico de domínio público que permite a rápida organização dos dados conforme a consulta desejada, enquanto o DATASUS oferece informações valiosas para a análise da saúde pública e de variáveis demográficas, auxiliando na elaboração de programas de ações de saúde. Os dados populacionais do estado do Rio de Janeiro foram obtidos a partir de projeções do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). As informações sobre óbitos são provenientes do Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM), e os dados de nascimentos vivos são do Sistema de Informações sobre Nascidos Vivos (SINASC). Vale destacar que as projeções do IBGE referem-se à data de 1º de julho, e as projeções utilizadas abrangem os anos de 2011 a 2020. Além disso, o ano de 2050 foi selecionado para comparação com os métodos de projeção final. Para a comparação das diferentes técnicas de projeção, também foram utilizados os dados do IBGE referentes aos censos de 2000 e 2010.

A análise abrange o período de 2010 a 2020, delimitando os dados de população, mortalidade e natalidade a esse intervalo. Os dados de mortalidade estão detalhados por município no estado do Rio de Janeiro. As projeções populacionais do IBGE incluem faixas etárias e são segmentadas por sexo, permitindo uma análise detalhada da pirâmide etária do estado. Além disso, os dados de natalidade são categorizados por diferentes

intervalos de nascimentos vivos, oferecendo uma visão aprofundada dos padrões de natalidade na região.

## Análise Exploratória de Dados

A análise exploratória de dados é uma etapa fundamental em qualquer estudo que utilize a estatística como principal ferramenta de análise. Ela permite identificar padrões de comportamento nos dados e descobrir relações entre as variáveis estudadas. Assim, após a coleta e organização dos dados, a primeira etapa deste estudo foi a análise exploratória de dados. Essa etapa possibilitou a análise dos comportamentos de natalidade, mortalidade e crescimento populacional. Para identificar esses diferentes comportamentos, foram elaborados gráficos e tabelas.

## Estatísticas para análise demográfica

As estatísticas utilizadas nesse trabalho para análise da população do estado do Rio de Janeiro descrevem a situação da população em relação a mortalidade, natalidade e o crescimento populacional. O crescimento populacional relaciona as duas últimas informações, podendo ter duas principais descrições: População Fechada ou População Aberta. No caso da população fechada, a estrutura populacional sofre alteração apenas pelos nascimentos e óbitos, portanto, não é afetada por migrações externas. Um exemplo de população fechada é a Coreia do Norte, um dos países mais fechados do mundo, tanto culturalmente quanto populacionalmente. Não obstante, uma população aberta inclui as características das populações fechadas, mas é impactada também pela dinâmica migratória, como é o caso do estado do Rio de Janeiro. Dessa forma, o crescimento populacional de uma população aberta pode ser expresso por

$$P_n - P_0 = N_t - O_t + I_t - E_t \quad (0.1)$$

em que  $P_0$  e  $P_n$  denotam a população inicial em um tempo 0 e final em um tempo  $t = n$ , respectivamente.  $N_t$  e  $O_t$  representam o número de nascidos vivos e óbitos. E, como a população é aberta, ela será impactada pela dinâmica de migração. Portanto, a imigração e emigração em um tempo  $t$  são representadas por  $I_t$  e  $E_t$ , respectivamente. A diferença entre o número de nascidos vivos e óbitos

$$N_t - O_t$$

é chamada de crescimento natural, e a diferença entre o número de imigrantes e emigrantes

$$I_t - E_t$$

em um território é chamada de migração líquida.

A expressão da Equação 0.1 pode ser dividida por uma quantidade  $P_m$ , que representa o número de anos-pessoas vividos na população em um intervalo de tempo  $t$ , obtendo a seguinte expressão

$$\frac{P_n - P_0}{P_m} = \frac{N_t}{P_m} - \frac{O_t}{P_m} + \frac{I_t}{P_m} - \frac{E_t}{P_m}$$

Cada termo da igualdade dividido por  $P_m$  entregam diferentes estatísticas para análise da população. As estatísticas serão explicadas nas próximas sessões.

## **Taxa bruta de crescimento (r)**

A taxa bruta de crescimento é a diferença entre a população final em um tempo  $t = n$  e a população inicial em um tempo  $t = 0$ , dividido por  $P_m$ . Essa estatística indica a intensidade de crescimento anual da população residente. A sua expressão é dada da seguinte forma

$$r = \frac{P_n - P_0}{P_m}$$

A taxa bruta de crescimento é impactada por todas as dinâmicas populacionais, número de nascidos vivos, óbitos e mudanças migratórias.

## **Taxa bruta de natalidade (TBN)**

A taxa bruta de natalidade expressa o número de nascidos vivos por mil habitantes, ocorridos na população geral, em determinado período. A sua definição matemática é dada por

$$TBN = \frac{N_t}{P_m} 1000$$

Essa taxa é influenciada pela estrutura da população, por sexo e idade e condicionada por fatores socioeconômicos de um país. Não obstante, entender essa taxa significa dimensionar a frequência de nascimentos vivos em determinada população para, por exemplo, ter um planejamento de assistência materno-infantil, planejar políticas de saúde e educação.

## **Taxa bruta de mortalidade (TBM)**

A estatística de taxa bruta de mortalidade mede a quantidade de óbitos em uma população específica durante um período de tempo, em relação a população total. A

sua fórmula é expressa por

$$TBM = \frac{O_t}{P_m} 1000$$

em que  $O_t$  é o número de óbitos em um tempo  $t$ . Além disso, a TBM é expressa em número de mortes por mil habitantes. Este indicador é importante para avaliar a saúde de uma população, a eficácia dos sistemas de saúde e para planejar políticas de saúde pública.

### **Taxa de crescimento natural (r)**

A taxa de crescimento natural é a diferença entre o TBN e o TBM, sendo expresso da seguinte forma:

$$TCN = TBN - TBM$$

Se a TCN for positiva, isso indica que a população está crescendo naturalmente; se for negativa, indica que a população está diminuindo.

### **Taxa bruta de imigração (TBI)**

A taxa bruta de imigração mede o número de pessoas que imigram para uma determinada região durante um tempo  $t$ , em relação à população total dessa área ou país. Ela é calculada como a divisão entre o número de imigrantes que chegaram à área e a população total no meio do período, expressa por mil habitantes por ano. Assim, tem-se

$$TBI = \frac{I_t}{P_m} 1000$$

Esse indicador é importante para avaliar o impacto da imigração sobre o crescimento populacional e para planejar políticas relacionadas a integração social, mercado de trabalho e outras áreas afetadas pela chegada de novos residentes.

### **Taxa bruta de emigração**

A taxa bruta de emigração é uma estatística demográfica que mede o número de pessoas que emigram, ou seja, deixam uma determinada área ou país para viver em outro lugar durante um período de tempo, em relação à população total dessa área ou país. A fórmula básica para calcular a taxa bruta de emigração é:

$$TBE = \frac{E_t}{P_m} 1000$$

A taxa bruta de emigração é expressa em número de emigrantes por mil habitantes por ano. Este indicador é usado para analisar a saída de pessoas de uma região e entender os impactos dessa saída na população, na economia e em outros aspectos sociais. Um exemplo de utilização da taxa bruta de emigração é o conflito entre Rússia e Ucrânia. A TBE pode ser utilizada para avaliar a perda de mão de obra que um país enfrenta durante o período de guerra devido à emigração para outros países.

## **Taxa líquida de migração**

A taxa líquida de migração é a diferença entre a TBE e TBI, durante um período determinado de tempo. Essa taxa reflete o saldo migratório, ou seja, o impacto líquido da migração sobre o tamanho da população de uma região. Dessa forma, tem-se a seguinte expressão:

$$TLM = TBE - TBI$$

A TLM é expressa em número de pessoas por mil habitantes por ano. Um valor positivo indica que a imigração supera a emigração, resultando em um aumento populacional devido à migração. Um valor negativo indica que a emigração supera a imigração, resultando em uma diminuição populacional.

Este indicador é útil para entender as dinâmicas migratórias de uma região e para planejar políticas públicas que respondam às mudanças populacionais provocadas pela migração.

## **Taxa média geométrica de crescimento anual**

A Taxa média geométrica de crescimento anual é uma medida que mostra, em percentual, quanto uma população cresceu ao ano durante o período indicado. Essa estatística demográfica é influenciada pela dinâmica de natalidade, mortalidade e migrações. Assim, a sua expressão é dada por

$$TGCA = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

em que  $n$  denota o número de anos no período. Se o TGCA for negativo, é um indicativo que a população está decrescendo, caso contrário, está crescendo.

## Tempo de duplicação de uma população

No tempo de duplicação de uma população é pressuposto que a população será o dobro em um tempo final  $n$ . Dessa forma,  $P_n/P_0 = 2$  e, fazendo o logaritmo da expressão anterior, temos  $\ln(P_n/P_0) = 0.693$ . Assim, tem-se a expressão final do tempo de duplicação de uma população

$$\frac{0.693}{r}$$

em que  $r$  denota uma taxa de crescimento. Portanto, o tempo de duplicação é interpretado como quanto tempo levará para uma população atingir o dobro do tamanho inicial.

## Projeções populacionais

O resultado final deste trabalho consiste na comparação entre diferentes métodos de projeção populacional. Foram utilizados quatro métodos: aritmético, geométrico, exponencial e logístico. As projeções obtidas foram, em seguida, comparadas com as projeções do IBGE. A projeção foi realizada com base nos dados dos censos populacionais de 2000 e 2010, segmentados por sexo. A partir desses dados, projetou-se a população de 2020 com cada um dos métodos e, em seguida, utilizando a projeção de 2020, estimou-se a população de 2050.

A projeção populacional de um país é crucial para o planejamento econômico, social e ambiental. Ela fornece estimativas sobre o crescimento e a distribuição da população ao longo do tempo, permitindo que governos e instituições tomem decisões informadas sobre políticas públicas, alocação de recursos, infraestrutura, saúde, educação e previdência social. Além disso, ajuda a antecipar desafios demográficos, como o envelhecimento da população, e a desenvolver estratégias para enfrentá-los. Portanto, essa seção terá como objetivo descrever cada um dos métodos de projeção populacional utilizados nesse trabalho.

### Método Aritmético

O primeiro método aplicado para a projeção da população, foi o método aritmético. O método aritmético assume que a taxa de mudança entre duas datas será constante durante o intervalo de tempo. Assim, matematicamente ele é definido como

$$P_n = P_0 + (P_0 r) t$$



em que  $P_{\{0\}}$  é a população inicial num instante 0,  $P_n$  é a população em um instante  $n$ ,  $r$  é a taxa de crescimento e  $t$  é a quantidade de tempo entre 0 e  $t$ . Portanto, manipulando a equação, podemos obter a taxa de crescimento  $r$ :

$$r = \frac{P_n - P_0}{(P_0 t)}$$

Dessa forma, com a taxa de crescimento obtida, basta fazer a previsão para o ano que se deseja considerando o intervalo de tempo  $t$ .

## Método Geométrico

Para se selecionar o método de projeção, é necessário considerar diversos fatores, um deles é a distância que se deseja fazer a estimação, e o outro o ritmo de crescimento. O ritmo pode ser geométrico. Caso o ritmo seja geométrico, a projeção do método geométrico é definido da seguinte forma:

$$P_n = P_0 (1 + r)^t$$

em que  $P_n$ ,  $P_0$ ,  $t$  e  $r$  representam as mesmas variáveis do método anterior. Assim, manipulando a equação anterior, conseguimos obter a taxa de crescimento  $r$ :

$$r = 10^{\frac{1}{t} \log\left(\frac{P_n}{P_0}\right)} - 1$$

Além disso, caso queira saber o tempo que uma população irá dobrar o seu tamanho em um tempo, basta considerar  $P_n = 2P_0$ . Portanto, obtemos a seguinte expressão ao manipular a equação de projeção:

$$t = \frac{\log 2}{\log(1 + r)}$$

## Método Exponencial

O método exponencial pode ser útil quando se projeta a população e é assumido um crescimento contínuo na taxa de crescimento entre duas datas.

$$P_n = P_0 e^{r_e t}$$

Assim, utilizando a expressão de sua curva, podemos obter a taxa de crescimento de forma semelhante aos métodos anteriores:

$$r_e = \frac{1}{t} \log\left(\frac{P_n}{P_0}\right)$$

## Método Logístico

Por último, foi aplicado o método logístico. Diferente dos outros métodos, o método logístico não assume taxa de crescimento constante durante o intervalo de projeção. Ele descreve uma situação em que cresce rapidamente durante o primeiro momento do intervalo. No segundo momento, entretanto, se aproxima ou se iguala à zero.

O método logístico, assume três condições. A primeira é que se tenha o conhecimento de três populações referentes a três momentos diferentes e equidistantes ( $P_0, P_1, P_2$ ). A segunda assume que a população sempre apresente crescimento. Por fim, a condição de inflexão da curva deve ser satisfeita através de  $P_1^2 > P_0 P_2$ . Com as condições satisfeitas, a projeção da população pode ser feita utilizando a seguinte equação:

$$P_n = \frac{P_s}{1 + ce^{Kt}}$$

em que  $P_s$  é a estimativa da população assumida como limite,  $P_n$  é a população estimada para o ano  $n$ ,  $c$  é uma constante a ser estimada que representa o intervalo de tempo entre  $P_0$  e 0, ponto de saturação.  $k$ , assim como  $c$ , também é uma constante a ser estimada.  $t$  é a diferença entre o ano para o qual se deseja estimar a população e o ano do primeiro censo, tomado como referência:  $t = t' - t_0$ . Assim, definem-se as quantidades:

$$P_s = \frac{2P_0 P_1 P_2 - P_1^2 (P_0 + P_2)}{P_0 P_2 - P_1^2}$$

$$c = \frac{P_s - P_0}{P_0}$$

$$k = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \left[ \frac{P_0 (P_s - P_1)}{P_1 (P_s - P_0)} \right]$$

Como foi dito anteriormente,  $P_0, P_1$  e  $P_2$  representam as populações em três instantes de tempo equidistantes.

# Resultados

## Descritiva dos dados

A análise exploratória dos dados de mortalidade, natalidade e projeções populacionais do estado do Rio de Janeiro começou com o entendimento da estrutura dos dados disponíveis. Para isso, a distribuição dos dados foi analisada por meio de histogramas, como mostrado na Figura 1. No primeiro gráfico à esquerda, observa-se a distribuição dos nascidos vivos no estado do Rio de Janeiro. Nota-se um crescimento no número de nascidos vivos até o ano de 2015; contudo, após 2015, esses números diminuem rapidamente, atingindo sua maior redução em 2020.

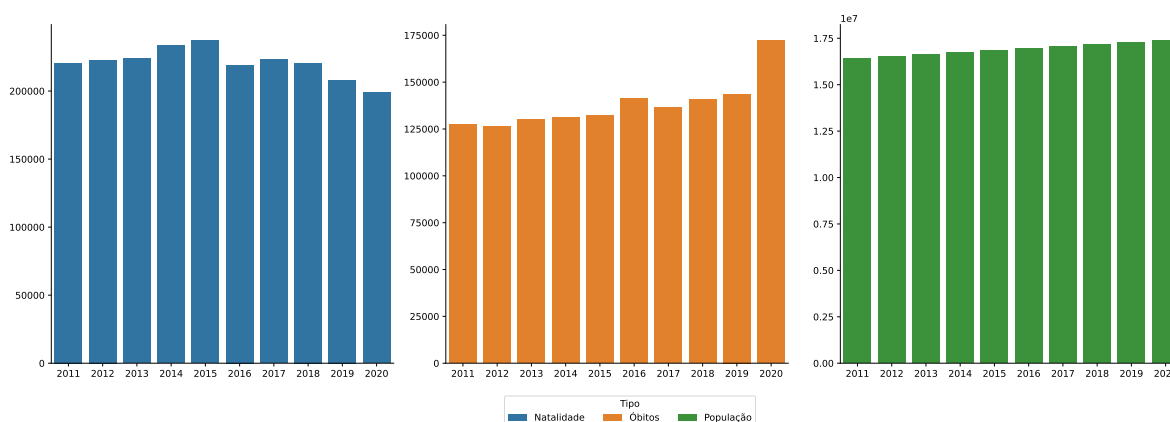


Figura 1: Gráficos de barra que mostram os nascidos vivos, óbitos e população do estado do Rio de Janeiro entre 2011 a 2020.

Analisando agora o histograma em cor laranja, que representa a distribuição dos óbitos, observa-se uma tendência de aumento constante no número de mortes. Embora não seja possível determinar com precisão a causa desse aumento, é importante considerar os diversos problemas sociais e de segurança pública enfrentados pelo estado do Rio de Janeiro. No entanto, ao observar o ano de 2020, destaca-se que esse período coincide com o auge da pandemia de Covid-19 no estado, o que provavelmente explica o aumento significativo no número de óbitos registrado naquele ano. Por fim, o gráfico verde, que representa a distribuição da população do estado, mostra uma tendência praticamente constante. É importante notar que, apesar da queda na natalidade e

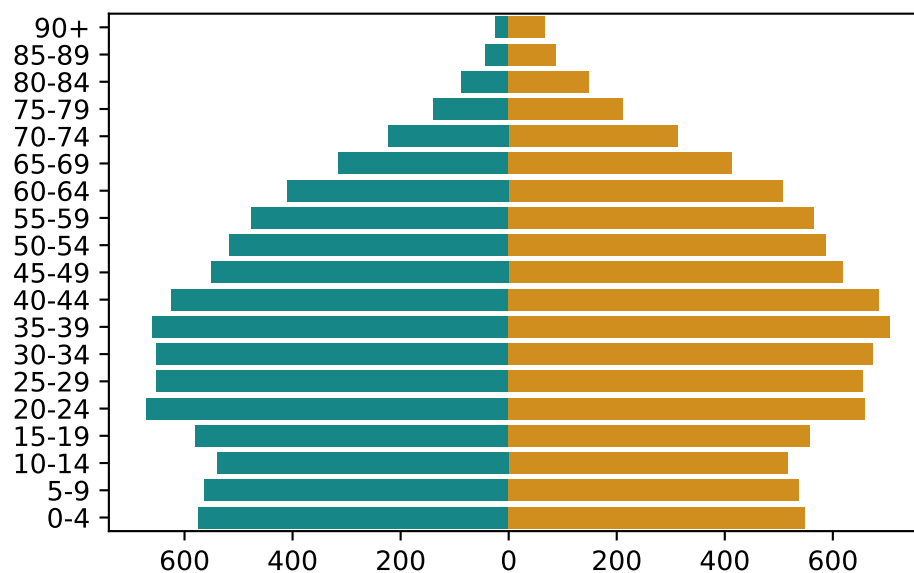
óbitos, o crescimento populacional pode estar sendo significativamente influenciado pela dinâmica migratória.

Os dois gráficos da figura Figura 2 são as pirâmides etárias do estado do rio de janeiro. A pirâmide etária abaixo é do ano de 2010 e a de cima é a de 2020. É possível ver claramente o envelhecimento da população. Isso pode acontecer por diversos motivos. No caso do estado do Rio de Janeiro, um dos motivos bastantes impactantes parece ser a queda da natalidade, o que já havia sido observado no gráfico de barras anterior.

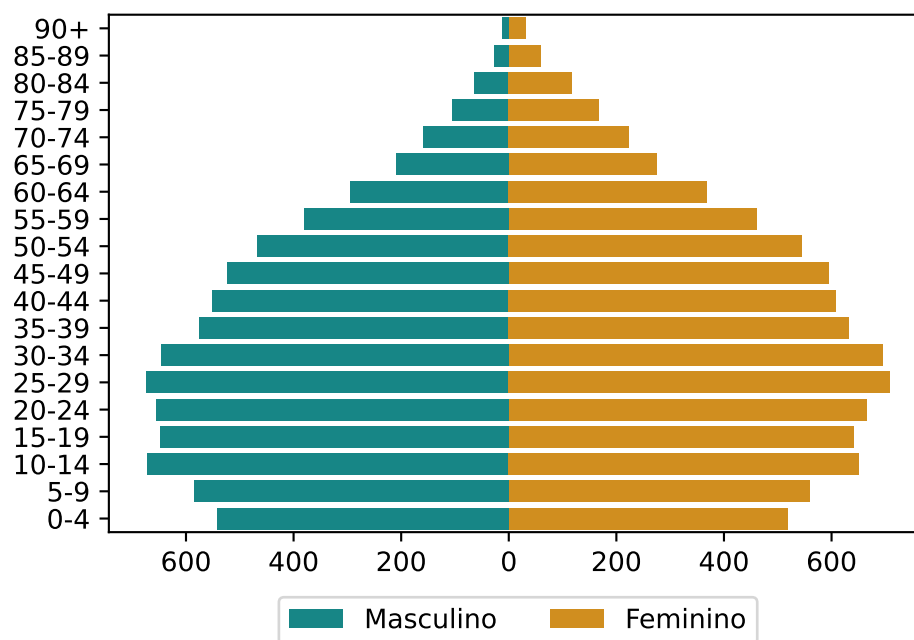
Tabela 1

População e indicadores de crescimento demográfico	Estrutura conciliatória
População 2011	16405508.000000
População 2020	17366189.000000
Incremento total	960681.000000
Óbitos entre 2011 e 2020	1381145.000000
Nascimentos entre 2011 e 2020	2208305.000000
Óbitos médios entre 2011 e 2020	138114.500000
Nascimentos médios entre 2011 e 2020	220830.500000
População média entre 2011 e 2020	16889009.600000
Taxa bruta de natalidade	13.075397
Taxa bruta de mortalidade	8.177774
Taxa de crescimento natural	4.897623
Taxa média geométrica de crescimento anual (%)	76.664140

De acordo com a tabela de população e indicadores de crescimento demográfico, a taxa bruta de natalidade no estado do Rio de Janeiro é de 13,075 nascimentos por mil habitantes, enquanto a taxa de mortalidade é de 8 óbitos por mil habitantes, resultando em um crescimento natural de 4,89. Além disso, a taxa média de crescimento populacional no estado do Rio de Janeiro é de 76,66%.



(a)



(b)

Figura 2: Gráfico de pirâmide etária que mostra a distribuição da população (em milhares) por sexo, de acordo com os grupos de idade. O gráfico na Figura 2a representa a distribuição referente ao ano de 2020, enquanto o gráfico na Figura 2b refere-se ao ano de 2010.

# Projeção da população do estado do Rio de Janeiro para 2050

Nesta sessão, serão apresentados os resultados das diferentes técnicas de projeção da população do estado do Rio de Janeiro para 2050. Para isso, foram utilizados inicialmente os dados populacionais dos censos de 2000 e 2010, a partir dos quais foi projetada a população do estado em 2020. Com as estimativas populacionais desses três anos, foi então projetada a população para o ano de 2050. Abaixo é a tabela com a população do Rio de Janeiro, por sexo, do censo de 2000 e 2010. A população de 2020 precisou ser projetada pois não ocorreu o censo em 2020, apenas em 2022.

Tabela 2

Ano	Masculino	Feminino
2000	6900335	7490947
2010	7625679	8364250

## Resultados do método aritmético

Em cada um dos métodos aplicados, foi calculado a taxa de crescimento  $r$  para o sexo masculino e feminino. Assim, temos as seguintes taxas de crescimento masculino e feminino, respectivamente ( $t = 10$ ):

$$r_M = \frac{7.625.679 - 6.900.335}{(6.900.335 \cdot 10)} = 0,0105$$

$$r_F = \frac{8.364.250 - 7.490.947}{(7.490.947 \cdot 10)} = 0,0116$$

em que  $r_F$  é a taxa de crescimento para o feminino e  $r_M$  é a taxa para o masculino.

Agora, com as duas taxas de crescimento calculadas, podemos fazer a projeção para o ano de 2020 utilizando a população de 2010, que é a mais próxima.

$$P_{2020-masculino} = 7.625.679 + (7.625.679 \cdot 0,0105) \cdot 10 = 8.427.270$$

$$P_{2020-feminino} = 8.364.250 + (8.364.250 \cdot 0,0116) \cdot 10 = 9.339.364$$

Com a projeção de 2020, basta fazer a projeção de 2050 utilizando a mesma taxa de crescimento obtido para o sexo masculino e feminino. Dessa forma, o resultado da projeção do sexo masculino e feminino para o ano de 2050, utilizando a projeção de 2020 como a data mais próxima, será:

$$P_{2050-masculino} = 11.084.823$$

$$P_{2050-feminino} = 12.605.745$$

## Resultados do método geométrico

O método geométrico foi aplicado de forma semelhante ao método anterior. Primeiro foi estimado a taxa de crescimento de cada sexo para depois projetar a população de 2020. Com a população de 2020 projetada, foi utilizado a sua projeção para projetar o ano de 2050. Assim, temos as seguintes taxas de projeção de cada sexo:

$$r_M = 10^{\frac{1}{10} \log(\frac{7.625.679}{6.900.335})} - 1 = 0,0100$$

$$r_F = 10^{\frac{1}{10} \log(\frac{8.364.250}{7.490.947})} - 1 = 0,0110$$

Agora basta projetar a população de 2020:

$$P_{2020-masculino} = 7.625.679 (1 + 0,01)^{10} =$$

$$P_{2020-feminino} = 9.339.364 (1 + 0,011)^{10}$$

Com a projeção de 2020 de cada sexo, podemos então fazer a projeção para 2050, obtendo os seguintes resultados:

$$P_{2050-masculino} = 11.373.966$$

$$P_{2050-feminino} = 13.001.341$$

Pela tabela abaixo e a tabela anterior do método aritmético, podemos ver claramente que não há muita diferença entre as projeções (as projeções foram arredondadas para cima). No entanto, a projeção da geométrica para o ano de 2050 superestima a população, enquanto a aritmética tem um crescimento menos acelerado. Além disso, o tempo que é levado para dobrar a população do sexo masculino e feminino é, respectivamente, 69,66 e 63,35 anos.

## Resultados do método exponencial

Como nos métodos anteriores, começamos estimando a taxa de crescimento  $r_e$ :

$$r_{e,M} = \frac{1}{10} \ln \left( \frac{7.625.679}{6.900.335} \right) = 0,0099$$

$$r_{e,F} = \frac{1}{10} \ln \left( \frac{8.364.250}{7.490.947} \right) = 0,0110$$

É importante perceber que todos os métodos obteram uma taxa de crescimento extremamente próximas, o que pode ser uma das principais causas para as projeções estarem tão próximas. Agora, com as taxas calculadas, fazemos a projeção para o ano de 2020:

$$P_{2020-masculino} = 7.625.679 \cdot e^{0,0099 \cdot 10} = 8.427.270$$

$$P_{2020-feminino} = 8.364.250 \cdot e^{0,0110 \cdot 10} = 9.339.364$$

Utilizando as projeções de 2020 para o sexo masculino e feminino, podemos projetar para o ano de 2050. Dessa forma, a projeção para o sexo masculino e feminino para o ano de 2050 foi 11.373.966 e 13.001.341, respectivamente.

## Resultados do método logístico

O método logístico não cumpriu com a condição de inflexão da curva  $P_1^2 > P_0 P_2$ , o que acabou gerando alguns resultados inesperados ao fazer a projeção utilizando esse método. No entanto, o foi aplicado. É importante salientar que foram utilizados os dados do censo de 2000, 2010 e a projeção feita com os outros métodos para o ano de 2020. Assim, esses foram os dados utilizados para a aplicação do método logístico. Portanto, utilizando os valores de 2000, 2010 e 2020 das tabelas anteriores, obtemos as seguintes estimativas para as constantes

$$P_{s-masculino} = -748386452196,1002 \quad c_{masculino} = -108457,5390 \quad k_{masculino} = 0,0019$$

$$P_{s-feminino} = -2662492726548.4253 \quad c_{feminino} = -355429.0555 \quad k_{feminino} = -0.0022$$

Já é possível ver as inconsistências nos  $P_s$  estimados pois o método não cumpre com a suposição  $P_1^2 > P_0 P_2$ . Assim, chegamos a seguinte projeção para o ano de 2050, que pode ser observado na tabela abaixo.



A tabela abaixo contém a informação de projeção para o ano de 2050. Podemos ver que a projeção para o ano de 2050 acaba sendo menor que o ano de 2020. A causa é o não cumprimento da condição de inflexão da curva, o que acaba fazendo com que  $P_s$  seja negativo e projetando a população para baixo.

Tabela 3

Ano	Masculino	Feminino
2000	6900335.000000	7490947.000000
2010	7625679.000000	8364250.000000
2020	8427270.000000	9339364.000000
2050	7625679.000000	8364250.000000

# Conclusão

Durante o trabalho, foi possível observar as mudanças demográficas no estado do Rio de Janeiro. Um dos resultados mais evidentes é o rápido envelhecimento da população em comparação com a de 2010, além da queda na taxa de natalidade. Verificou-se que a taxa bruta de natalidade no estado é de 13,075 nascimentos por mil habitantes, enquanto a taxa de mortalidade é de 8 óbitos por mil habitantes.

Em relação aos diferentes métodos de projeção empregados, o método logístico foi o que mais se aproximou das projeções do IBGE para o ano de 2050, apesar de não cumprir todas as suposições. Além disso, os demais métodos também chegaram a valores bastante próximos, devido às suas taxas de crescimento semelhantes. A comparação pode ser visualizada na tabela abaixo.

Tabela 1

Ano	Masculino	Feminino	Metodo
2000	6900335.000000	7490947.000000	Logístico
2010	7625679.000000	8364250.000000	Logístico
2020	8427270.000000	9339364.000000	Logístico
2050	7625679.000000	8364250.000000	Logístico
2000	6900335.000000	7490947.000000	Exponencial
2010	7625679.000000	8364250.000000	Exponencial
2020	8427270.000000	9339364.000000	Exponencial
2050	11373966.000000	13001341.000000	Exponencial
2000	6900335.000000	7490947.000000	Aritmético
2010	7625679.000000	8364250.000000	Aritmético
2020	8427270.000000	9339364.000000	Aritmético
2050	11084823.000000	12605745.000000	Aritmético
2000	6900335.000000	7490947.000000	Geométrico
2010	7625679.000000	8364250.000000	Geométrico
2020	8427270.000000	9339364.000000	Geométrico
2050	11373966.000000	13001341.000000	Geométrico
2020	8306271.000000	9059918.000000	Projeção - IBGE
2050	8790956.000000	9419780.000000	Projeção - IBGE

ALLAIRE, J. J. *et al.* Quarto. 2022. Disponível em: <<https://quarto.org>>.

HUNTER, J. D. [Matplotlib: A 2D graphics environment](#). **Computing in Science & Engineering**, 2007. v. 9, n. 3, p. 90–95.

J. PEREIRA, G. De. Códigos da análise demográfica para o primeiro relatório da disciplina de demografia. 2024. Disponível em: <[https://github.com/cowvin0/UFPB/tree/main/demografia/primeiro\\_bloco](https://github.com/cowvin0/UFPB/tree/main/demografia/primeiro_bloco)>.

TEAM, T. Pandas Development. **pandas-dev/pandas: Pandas**. Zenodo. Disponível em: <<https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>>.

VAN ROSSUM, G.; DRAKE JR, F. L. **Python reference manual**. [S.l.]: Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam, 1995.