
Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Estatística

**Uso de Aprendizado de Máquina na Modelagem Preditiva dos
Valores de Imóveis na Cidade de João Pessoa**

Gabriel de Jesus Pereira

maio, 2025

Gabriel de Jesus Pereira

Uso de Aprendizado de Máquina na Modelagem Preditiva dos Valores de Imóveis na Cidade de João Pessoa

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Estatística, do Departamento de Estatística, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza, da Universidade Federal da Paraíba, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Rafael Diniz Marinho

**João Pessoa
maio, 2025**



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ESTATÍSTICA



ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

"Uso de Aprendizado de Máquina na Modelagem Preditiva dos Valores de Imóveis na Cidade de João Pessoa"

Gabriel de Jesus Pereira

Ao quinto dia do mês de Maio de 2025 às 08h00m, de modo presencial, no Laboratório Rui Barbosa do Departamento de Estatística, realizou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do(a) discente Gabriel de Jesus Pereira, matrícula 20200121424, com a Banca Examinadora composta pelos professores: Dr. Pedro Rafael Diniz Marinho, Presidente/Orientador (Departamento de Estatística - UFPB), Dr. Eufrásio de Andrade Lima Neto, Examinador (Departamento de Estatística - UFPB), Dr. Luiz Medeiros de Araújo Lima Filho, Examinador (Departamento de Estatística - UFPB) e Dra. Tarciana Liberal Pereira, Examinadora Suplente (Departamento de Estatística - UFPB). Iniciando-se os trabalhos, o presidente da Banca Examinadora cumprimentou os presentes, comunicou aos mesmos a finalidade da reunião e passou a palavra ao candidato para que se fizesse, oralmente, a exposição do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado *"Uso de Aprendizado de Máquina na Modelagem Preditiva dos Valores de Imóveis na Cidade de João Pessoa"*. Concluída a apresentação, a Banca Examinadora iniciou a arguição do(a) candidato(a). Encerrados os trabalhos de arguição os examinadores reuniram-se para avaliação e deram o parecer final sobre a apresentação e defesa oral do(a) candidato(a), tendo sido atribuída à sua apresentação a nota dez (10,00), na disciplina de TCC II, resultante da média aritmética das notas atribuídas pelos membros da Banca Examinadora. A aprovação do(a) discente está condicionada a entrega da versão final do Trabalho de Conclusão de Curso com a inserção da ficha catalográfica e, as alterações sugeridas pelos examinadores, à Coordenação do Curso de Bacharelado em Estatística no prazo de 7 dias corridos após a defesa.

Documento assinado digitalmente



PEDRO RAFAEL DINIZ MARINHO
Data: 05/05/2025 14:28:17-0300
Verifique em <https://validar.itи.gov.br>

Documento assinado digitalmente



EUFRASIO DE ANDRADE LIMA NETO
Data: 05/05/2025 15:05:48-0300
Verifique em <https://validar.itи.gov.br>

Dr. Pedro Rafael Diniz Marinho
(Professor Orientador)

Dr. Eufrásio de Andrade Lima Neto
(Professor Examinador)

Documento assinado digitalmente



LUIZ MEDEIROS DE ARAUJO LIMA FILHO
Data: 05/05/2025 14:46:13-0300
Verifique em <https://validar.itи.gov.br>

Documento assinado digitalmente



GABRIEL DE JESUS PEREIRA
Data: 05/05/2025 23:17:30-0300
Verifique em <https://validar.itи.gov.br>

Dr. Luiz Medeiros de Araujo Lima Filho
(Professor Examinador)

Gabriel de Jesus Pereira
(Discente)

João Pessoa, 05 de Maio de 2025.

Dedico este trabalho à minha família, aos meus pais, à minha avó, ao meu irmão e à minha noiva. Agradeço por cada conselho, pelo incentivo constante e por sempre serem as pessoas mais especiais da minha vida. Aos meus pais, agradeço por serem tão presentes, por nunca medirem esforços para oferecer o melhor a mim e ao meu irmão. Vocês são o meu maior orgulho. Sem o apoio e amor de vocês, nada disso teria sido possível.

Agradecimentos

Aos meus pais, Simone Evangelista Pereira e Antônio Francisco Pereira, e à minha segunda mãe, minha avó Célia Evangelista São Pedro, agradeço profundamente por todo o incentivo aos estudos, pelos momentos de alegria compartilhados, pelos conselhos e, sobretudo, por nunca medirem esforços para oferecer o melhor a mim e ao meu irmão. Agradeço, em especial, à minha avó por todas as oportunidades de vida que me proporcionou, por despertar em mim o amor pela música e por cada brincadeira e conselho que marcaram a minha infância.

Agradeço ao meu irmão, Bruno de Jesus Pereira - meu melhor amigo - pela amizade incondicional. Sou grato por sempre me convidar para passar o tempo juntos, pelas risadas, pelos momentos de diversão e pela tranquilidade que isso trouxe ao meu dia a dia. Agradeço também pelo incentivo durante a graduação, pelas horas em que nos divertimos jogando - mesmo que por pouco tempo -, pelas conversas sobre teorias de jogos e pelas conversas sobre filmes, que tornaram essa jornada muito mais leve e especial.

À Ataline Soares Batista, agradeço por ser a melhor pessoa que poderia estar ao meu lado - desde o ensino médio e, hoje, como minha noiva. Obrigado por tornar meus dias mais leves, pelos momentos de diversão e descontração. Ter você ao meu lado me fez uma pessoa melhor em todos os aspectos da vida: mais feliz, mais criativo e com ainda mais vontade de seguir em frente. Você é meu maior incentivo em muitas das escolhas que faço ou desejo fazer. Sou grato pelas longas conversas, pelas brincadeiras, pelos assuntos sobre cultura, livros e filmes de guerra. Obrigado por todos esses sete anos incríveis ao seu lado. Eu te amo.

Ao meu orientador, Pedro Rafael Diniz Marinho, agradeço por me acompanhar desde o início da graduação, sempre demonstrando grande interesse em ensinar e compartilhando materiais que enriqueceram meu aprendizado. Sou profundamente grato pelos conselhos valiosos, que me ajudaram a tomar decisões mais acertadas em diversos aspectos da minha vida e contribuíram significativamente para meu crescimento pessoal. Agradeço, ainda, pela dedicação a este trabalho, pela constante disposição em esclarecer dúvidas, indicar caminhos e, assim, contribuir para que eu me tornasse um estatístico melhor. Obrigado por tudo, professor!

Ao professor Jonas Otaviano Praça de Souza, meu sincero agradecimento por ter me aceitado como bolsista PIBIC em duas ocasiões. Sou muito grato por todas as oportunidades que me foram oferecidas ao longo da graduação, desde o momento em que ingressei na universidade. Agradeço por me inserir em um grupo de estudos tão incrível como o GEAFS, onde tive a chance de conviver com pessoas que contribuíram imensamente para o meu aprendizado, além de conhecer mais de perto o processo de pesquisa e o ambiente acadêmico. Muito obrigado, também, por me proporcionar oportunidades de aplicar, na prática, os conhecimentos adquiridos ao longo do curso.

Agradeço ao professor Ulisses Umbelino dos Anjos pelos conselhos e pela constante disposição em ajudar. Embora tenha sido por pouco tempo, o senhor sempre demonstrou ser uma pessoa extraordinária e generosa.

Agradeço imensamente a todos os professores do departamento pelas aulas ao longo da graduação. Um agradecimento especial aos professores Cláudio Javier Tablada, Rodrigo Bernardo da Silva e Tarciana Liberal Pereira de Araújo, por todas as aulas de Probabilidade e por contribuírem de forma significativa para a minha formação. Meu muito obrigado ao professor Pedro Rafael Diniz Marinho, pelas valiosas recomendações de materiais de programação, pelas conversas sempre enriquecedoras sobre programação e estatística, e por constantemente alimentar minha curiosidade e meu desejo de aprender mais. Agradeço também às professoras Juliana e Tatiene. À professora Juliana, por ter me ensinado Regressão com tanta clareza e por nunca deixar dúvidas quando precisei aplicar os conteúdos. À professora Tatiene, por oferecer uma base sólida em todas as disciplinas que cursei com ela, fazendo com que eu realmente aprendesse o conteúdo de forma profunda e não tivesse mais dúvidas.

Agradeço também ao amigo Jeferson, membro do grupo de estudos GEAFS, pela oportunidade de desenvolver meu primeiro artigo e por me ajudar a compreender melhor o funcionamento do processo de pesquisa - desde a formulação das perguntas até a etapa de análise.

Agradeço com carinho aos meus amigos da graduação Paulo Ricardo Segnafredo Campana, Rafael, Daniel, Jéssika e Nielson, cuja companhia nas conversas, brincadeiras e dias de jogos tornou essa jornada mais leve e divertida. Expresso um agradecimento especial ao meu amigo Paulo pelas conversas sobre programação, pelos estudos em conjunto e pela constante troca de conhecimentos, que foram extremamente enriquecedores para mim. Ao meu amigo Daniel, sou especialmente grato pelas longas conversas, pelos conselhos e pelas oportunidades durante a graduação. Sem você, eu não teria conquistado meu primeiro PIBIC.

Agradeço aos professores Eufrásio de Andrade Lima Neto, Luiz Medeiros de Araújo Lima Filho e Tarciana Liberal Pereira de Araújo por aceitarem compor a banca avaliadora. Meu agradecimento especial ao professor Pedro Rafael Diniz Marinho, por sua orientação dedicada e constante desde o início da graduação.

Resumo

A trajetória urbana do Brasil passou por mudanças significativas ao longo do século XX. Em 1940, apenas 31% da população vivia em áreas urbanas, mas esse número superou os 50% já em 1970 (WAGNER; WARD, 1980). O crescimento acelerado das cidades intensificou a demanda por habitação, impulsionando o surgimento de políticas públicas e mecanismos de financiamento, como o Sistema Financeiro de Habitação (SFH) e, posteriormente, o Sistema de Financiamento Imobiliário (SFI). Esse processo impactou diretamente o desenvolvimento do mercado imobiliário em diversas cidades, incluindo João Pessoa, capital da Paraíba, que vem se destacando nacionalmente. Até novembro de 2024, nos 12 meses anteriores, a cidade registrou uma valorização acumulada de 16,13% nos imóveis residenciais, posicionando-se entre as capitais com maior crescimento no setor. Diante desse cenário de expansão e valorização, este trabalho teve como objetivo desenvolver uma modelagem baseada em algoritmos de aprendizagem de máquina para a predição de valores de imóveis em João Pessoa, com base em dados coletados por meio de web scraping em sites do mercado imobiliário. Foram utilizadas técnicas de aprendizagem de máquina para construir e avaliar diferentes modelos preditivos, com destaque para o modelo final baseado no algoritmo de Gradient Boosting, que apresentou desempenho satisfatório, com R^2 de 85,42%, MAPE de 18,21% e RMSE de 227677,44. Além da modelagem, foram aplicadas técnicas interpretativas como SHAP, LIME, ICE e PDP para avaliar a importância das variáveis e padrão de comportamento na estimativa dos preços. Os resultados indicaram que a área do imóvel foi o fator que mais impactou a predição, seguido pela razão entre o número de quartos e a área, quantidade de vagas de garagem, coordenadas geográficas, número de quartos e valor médio do aluguel no bairro. Por fim, os dados e o modelo preditivo foram integrados a uma aplicação web, desenvolvida com o objetivo de auxiliar no processo de avaliação de imóveis em João Pessoa. A aplicação permite ao usuário realizar previsões com base nas características informadas, além de visualizar mapas e gráficos descritivos, oferecendo uma abordagem orientada por dados para o mercado imobiliário local.

Palavras-chave: Aprendizagem de máquina; modelagem; mercado imobiliário; aplicação web; João Pessoa.

Listas de Figuras

2.1	A Figura 2.1a exibe a página que está sendo raspada, enquanto a Figura 2.1b mostra a mesma página com um exemplo do uso das ferramentas de desenvolvedor do Firefox.	13
2.2	Dados obtidos a partir do web scraping.	17
3.1	Exemplo de estrutura de árvore de regressão. A árvore tem cinco folhas e quatro nós internos.	25
4.1	Visualização de K-Fold com 20 folds.	41
5.1	Proporção de valores ausentes por variáveis.	54
5.2	Variação da média do valor do m^2 dos imóveis de João Pessoa, área de estudo.	55
5.3	Distribuição das variáveis numéricas.	56
5.4	Comparação entre distribuição dos valores dos imóveis antes e depois da transformação logarítmica.	56
5.5	Gráfico de correlação de Spearman das variáveis independentes.	57
5.6	Resultados da tunagem da Random Forest.	58
5.7	Resultados da tunagem do Gradient Boosting.	59
5.8	Resultados da tunagem do LGBM.	60
5.9	Resultados da tunagem do XGBoost.	62
5.10	Valores previstos em função dos observados do algoritmo Random Forest e Gradient Boosting, respectivamente.	63
5.11	Valores previstos em função dos observados do algoritmo Light Gradient Boosting e Extreme Gradient Boosting, respectivamente.	64
5.12	Valores previstos em função dos observados do algoritmo Stacking.	64
5.13	Gráfico de ICE e PDP.	65
5.14	Impacto e importância das variáveis na predição a partir do método SHAP. .	66
5.15	Gráfico de dependência de valores SHAP para variáveis binárias.	67
5.16	Contribuições a partir do método LIME.	68
5.17	Página da aplicação com gráfico de barras do valor médio por tipo de imóvel, mapa de calor, histograma dos valores dos imóveis e gráfico do valor médio por bairro.	69
5.18	Tabela dos dados utilizados para predição dos valores de imóveis.	70
5.19	Controles para tipos de mapas.	70
5.20	A Figura 5.20a exibe o menu com os blocos para preenchimento das informações de imóveis, enquanto a Figura 5.20b demonstra as informações coletadas ao clicar no bairro de Altiplano.	71

Lista de Tabelas

3.1	Métricas de ajuste na base de teste obtidas a partir da avaliação de diversos modelos, utilizando validação cruzada K-Fold com K = 20.	24
5.1	Melhores hiperparâmetros para Random Forest.	58
5.2	Melhores hiperparâmetros para Gradient Boosting.	60
5.3	Melhores hiperparâmetros para Light Gradient Boosting.	61
5.4	Melhores hiperparâmetros para Extreme Gradient Boosting.	61
5.5	Métricas obtidas de cada algoritmo no conjunto de teste.	63

Lista de Algoritmos

3.1	Algoritmo para crescer uma árvore de regressão.	28
3.2	Algoritmo de uma Random Forest para regressão ou classificação.	31
3.3	Método Boosting aplicado a árvores de regressão.	32
3.4	Algoritmo de Gradient Tree Boosting.	34

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Objetivos	5
1.1.1	Objetivo Geral	5
1.1.2	Objetivos Específicos	5
1.2	Organização do Trabalho	5
2	Recursos Computacionais	7
2.1	Recursos utilizados para a coleta de dados	7
2.1.1	Exemplo de web scraping em Python	11
2.1.2	Exemplo de web scraping em R	16
2.2	Recursos utilizados para modelagem e visualização dos resultados	17
2.3	Recursos utilizados para a criação da aplicação final	20
2.4	Recursos utilizados para escrita de código e de documento	22
3	Algoritmos de Aprendizado de Máquina	24
3.1	Árvores de decisão	25
3.2	Métodos Ensemble	28
3.2.1	Bagging	29
3.2.2	Random Forest	30
3.2.3	Boosting Trees	31
3.2.4	Stacked generalization	33
3.2.5	Gradient Boosting	33
4	Metodologia	36
4.1	Obtenção dos dados	36
4.2	Análise exploratória de dados	37
4.3	Construção do modelo	38
4.3.1	Etapas de pré-processamento	39
4.3.2	Validação cruzada	40
4.4	Otimização de hiperparâmetros	43
4.4.1	Tree-Structured Parzen Estimator	44
4.4.2	Otimização de hiperparâmetros com Optuna	45
4.5	Interpretação dos algoritmos de aprendizagem de máquina	48
4.5.1	Individual Conditional Expectation (ICE)	48
4.5.2	Local interpretable model-agnostic explanations (LIME)	50
4.5.3	Shapley Additive Explanations (SHAP)	51
5	Resultados	54
5.1	Análise exploratória de dados	54
5.2	Tunagem dos modelos	57
5.2.1	Tunagem da Random Forest	57
5.2.2	Tunagem do Gradient Boosting	59

5.2.3	Tunagem do LGBM	60
5.2.4	Tunagem do XGBoost	61
5.3	Resultados dos modelos	62
5.4	Impacto e importância das variáveis na predição	65
5.5	Aplicação web	69
6	Conclusão	72
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	73

1 Introdução

Assim como em todos os países, a maior parte da história do Brasil foi marcada por uma predominância rural. Em 1940, apenas 31% da população vivia em áreas urbanas. No entanto, esse número cresceu rapidamente, ultrapassando 50% em 1970 (WAGNER; WARD, 1980). Essa tendência se manteve nas décadas seguintes, até que, em 2014, 85,1% da população brasileira já residia em regiões urbanas.

No Brasil, o processo de urbanização ocorreu de forma tardia e desordenada, quando comparada com os países pioneiros da Revolução Industrial, que tiveram todo um planejamento para suportar a grande transição demográfica que a população estava passando naquele momento. Um dos principais fatores que impulsionaram essa rápida urbanização, no Brasil, foram os chamados fatores de repulsão, característicos de nações em desenvolvimento. Esses fatores estão ligados às precárias condições de vida no meio rural, decorrentes da estrutura fundiária concentrada, dos baixos salários, desemprego e mecanização do campo. Como consequência, ocorreu o êxodo rural¹, que resultou no crescimento desordenado das grandes metrópoles e no agravamento de problemas urbanos, como déficit habitacional, precariedade nos serviços públicos e aumento das desigualdades sociais.

O êxodo rural no Brasil foi um processo gradual, mas ocorreu de forma acelerada quando comparado a outros países, atingindo seu auge entre 1960 e 1980. No entanto, foi durante o governo de Getúlio Vargas, na década de 1930, com o início do processo de industrialização, que surgiram as condições específicas para o aumento do êxodo rural, mas ainda era bastante limitado. Na década de 1950, o processo de urbanização se intensificou com a industrialização impulsivada pelo governo de Juscelino Kubitschek. Kubitschek implementou o Plano de Metas, que tinha como principal objetivo modernizar e desenvolver a infraestrutura do país. O Plano de Metas incluía investimentos estatais em setores estratégicos como agricultura, saúde, educação, energia, transporte, mineração e construção civil. Além dessas estratégias, o plano também previa a transferência da capital federal do Rio de Janeiro para Brasília, com o objetivo de promover a ocupação e o desenvolvimento do interior do país. Kubitschek acreditava que a construção da nova capital e o consequente desenvolvimento regional estimulariam a pesquisa e o progresso em diversas outras áreas (HOLSTON, 1989).

Com os incentivos gerados pelo processo de industrialização e urbanização no Brasil, a demanda por habitação aumentou significativamente. Nesse cenário, surgiu a necessidade de se estabelecer, ainda que tardivamente, um sistema imobiliário no país. A criação desse sistema foi iniciada pela Lei nº 4.380, de 21 de agosto de 1964, que instituiu o Sistema Financeiro de Habitação (SFH). O sistema propiciou diversas inovações, como a correção monetária, a criação do Banco Nacional da Habitação (BNH) e as Sociedades de Crédito Imobiliário (SCI). Além disso, a legislação estabeleceu, pela primeira vez, um mecanismo de crédito habitacional capaz de articular a oferta e a demanda de recursos necessários

¹Processo de transferência em larga escala da população do campo para as cidades.

para a realização de investimentos habitacionais.

O BNH tinha como objetivo oferecer incentivos ao mercado imobiliário, promovendo a poupança no país, além de atrair o mercado privado e regulamentar as condições de financiamento do Sistema Financeiro da Habitação (SFH), como garantias, prazos e taxas praticadas no sistema (ASSUMPÇÃO FILHO, 2011). As SCIs, subordinadas ao BNH, atuavam como agentes financeiros e eram restritas a operar exclusivamente no financiamento para construção, venda ou aquisição de bens destinados à habitação. Nesse período, foi criado o Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS), uma forma de poupança compulsória que, junto à caderneta de poupança, tornou-se a principal fonte de financiamento habitacional no Brasil. As captações voluntárias realizadas por meio das cadernetas de poupança compõem o Sistema Brasileiro de Poupança e Empréstimo (SBPE), que reúne as instituições responsáveis pela captação de recursos livres, como as Sociedades de Crédito Imobiliário e as Associações de Poupança e Empréstimo.

A partir da década de 80 com o aumento da inflação no país, o SFH começa a ser afetado, principalmente com as ações tomadas pelos governos para combater a inflação. Em 1985, o reajuste das prestações foi de 112% e a inflação acumulada já alcançava os 246%, porcentual aplicado na correção dos saldos devedores (ABECIP, 2007a). Acuado pela inflação, os governos passados deram início a uma série de planos heterodoxos.

O Plano Cruzado, implementado em 1986, converteu o valor das prestações pela média dos 12 meses anteriores e, em seguida, congelou os reajustes pelos 12 meses seguintes. Essa medida atingiu a totalidade dos contratos e resultou em uma redução de cerca de 40% no valor das prestações. No entanto, a longo prazo, essa política afetou os contratos e os deixou mais caros. Nos anos seguintes, novas medidas foram implementadas. Em 1987 e 1989, as prestações foram congeladas temporariamente pelo Plano Bresser e pelo Plano Verão, respectivamente.

No Governo Collor, a medida mais prejudicial ao SFH foi o Plano Collor I, de 1990, que bloqueou todos os ativos financeiros e 60% do saldo das cadernetas de poupança, a principal fonte de arrecadação para o setor. O saldo da poupança na época correspondia a US\$ 30 bilhões. Dos 40% restantes, cerca de metade foi retirado pelos depositantes, uma vez que a população ficou sem dinheiro disponível para arcar com despesas correntes (ABECIP, 2015). Como consequência, o saldo das cadernetas de poupança foi drasticamente reduzido, atingindo aproximadamente US\$ 7 a US\$ 8 bilhões. Essa medida agravou intensamente a situação das instituições financeiras, que, de repente, ficaram sem passivo e ficaram com o ativo integral.

De acordo com a ABECIP (2007b), durante o período de auge do SFH, entre 1978 e 1982, o investimento habitacional por habitante manteve-se em torno de R\$ 500. Contudo, com as políticas econômicas adotadas pelos governos para combater a inflação, o investimento em habitação recuou e retornou ao patamar de R\$ 300. Com a criação do Plano Real, em 1994, observou-se uma pequena recuperação, embora ele permanecesse abaixo dos R\$ 500 no auge.

Como consequência da crise econômica que marcou o período entre 1980 e 1990, o arrocho salarial, a queda do poder aquisitivo, as altas taxas de juros e a inflação contribuíram significativamente para o aumento da inadimplência no SFH. Em 1994, a taxa de

inadimplência estava próxima de 9%, enquanto em 2005 já havia se aproximado de 30% (COSTA FARIAS, 2010). Diante desse cenário, surgiram novos esforços e iniciativas para contornar a crise e reformular o modelo de financiamento habitacional no Brasil.

Após a experiência acumulada com o SFH, a principal medida para reformular o modelo de financiamento habitacional no Brasil foi a criação do Sistema de Financiamento Imobiliário (SFI), que não significou o fim do SFH. O SFI foi instituído em 1997, pela Lei nº 9.514, como um complemento ao SFH.

Os principais fundamentos do SFI são a securitização dos créditos imobiliários e a maior segurança jurídica dos contratos. Diferentemente do SFH, o novo sistema capta recursos diretamente no mercado por meio de operações realizadas por entidades autorizadas, como caixas econômicas, bancos comerciais, bancos de investimento, bancos com carteira de crédito imobiliário, sociedades de crédito imobiliário, associações de poupança e empréstimo e companhias hipotecárias. Essas entidades podem aplicar os recursos utilizando instrumentos financeiros introduzidos com o SFI, tais como o Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI), a Letra de Crédito Imobiliário (LCI) e a Cédula de Crédito Imobiliário (CCI). A segurança jurídica dos contratos passou a ser garantida pela introdução da alienação fiduciária, um mecanismo que trouxe maior confiança e eficiência ao processo de financiamento imobiliário. Assim, o SFI representa a efetiva modernização do mercado imobiliário no País.

O mercado imobiliário tem demonstrado grande potencial em diversas capitais brasileiras, com destaque para João Pessoa, capital da Paraíba, que se tornou um dos destinos mais procurados para se viver devido à sua qualidade de vida. João Pessoa foi fundada no atual bairro do Varadouro, às margens do Rio Sanhauá, por Martim Leitão e colonos vindos de Pernambuco, no dia 4 de novembro de 1585. Ao longo de sua história, a cidade recebeu três nomes antes de adotar sua nomenclatura atual, Nossa Senhora das Neves (1585), Frederickstadt (1634-1654) e Parahyba, nome que permaneceu até 1930. Em julho desse ano, a cidade foi renomeada como João Pessoa, em homenagem ao governador do estado da época. Durante o período colonial, a cidade era dividida em Cidade Alta e Cidade Baixa, interligadas por ladeiras (CAMPOS, 2014).

Atualmente, a cidade é detentora de um território de 211.475 km^2 e possui uma população de 833.932 habitantes, de acordo com o censo do IBGE 2022. Segundo o FIPE – FUNDAÇÃO INSTITUTO DE PESQUISAS ECONÔMICAS (2024), João Pessoa apresentou a maior valorização acumulada nos imóveis residenciais nos últimos 12 meses, até novembro de 2024, com uma variação de 16,13%. No mesmo período, considerando apenas o ano de 2024, a valorização acumulada foi de 15,15%, com o valor médio do metro quadrado residencial atingindo R\$ 6.867 no mês de novembro.

O crescimento do mercado imobiliário de João Pessoa traz consigo inúmeras necessidades de melhor precificação de imóveis. Avaliar corretamente o valor de um imóvel é crucial para uma série de finalidades, como a negociação justa entre compradores e vendedores e a determinação de valores tributários, como, por exemplo, o Imposto de Transmissão de Bens Imóveis (ITBI). Assim, a determinação do valor de um imóvel continua sendo um desafio, muitas vezes dependente de avaliações subjetivas ou métodos tradicionais que nem sempre refletem a complexidade dos fatores envolvidos.

Diante do cenário e dos desafios apresentados, este trabalho tem como objetivo analisar e modelar os valores de diversos tipos de imóveis na cidade de João Pessoa. Além disso, por meio do estudo e dos dados utilizados em seu desenvolvimento, busca-se identificar os principais fatores que influenciam os preços dos imóveis e criar modelos preditivos capazes de auxiliar no processo de avaliação imobiliária, com potencial aplicação em atividades como o cálculo do ITBI. Não obstante, o trabalho propõe analisar e descrever diferentes algoritmos de aprendizado de máquina, explorando suas características e desempenho no contexto proposto. Por fim, será desenvolvida uma aplicação computacional com múltiplas finalidades, visando servir como ferramenta para avaliação de imóveis e outros usos relacionados ao mercado imobiliário.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Realizar a predição dos valores dos imóveis na cidade de João Pessoa utilizando métodos de aprendizado de máquina.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar análise exploratória e visualização dos dados para identificar os bairros com imóveis mais valorizados, detectar variáveis com informações ausentes e avaliar as variáveis independentes mais correlacionadas com o valor do imóvel.
- Modelar os valores dos imóveis utilizando técnicas de aprendizado de máquina, como Random Forest, Gradient Boosting, Light Gradient Boosting e Stacking.
- Identificar, por meio de métodos de interpretação de modelos como SHAP, ICE e LIME, as variáveis que mais influenciam as previsões.
- Desenvolver uma aplicação web que permita a inserção das características dos imóveis e forneça estimativas de seus valores com base no modelo que obteve o melhor ajuste.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho é composto por seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório, que apresenta um panorama histórico do mercado imobiliário, a região de estudo e os objetivos finais da pesquisa. No Capítulo 2, são detalhadas as ferramentas computacionais utilizadas, as linguagens de programação empregadas, as bibliotecas adotadas e o processo de coleta de dados realizado por meio da técnica de raspagem de dados.

O Capítulo 3 descreve teoricamente os algoritmos utilizados na modelagem dos valores de imóveis, como Random Forest, Boosting, Gradient Boosting e, por fim, o algoritmo de Stacking, que combina os algoritmos anteriores para sua construção.

No Capítulo 4, é detalhado o processo de obtenção dos dados e a descrição das variáveis. Além disso, são explicadas as etapas de construção dos modelos, as transformações aplicadas às variáveis, e o processo de otimização dos hiperparâmetros por meio de validação cruzada e técnicas de otimização. Por fim, são descritas as técnicas de análise do comportamento

das predições, incluindo Individual Conditional Expectation (ICE), Local Interpretable Model-Agnostic Explanations (LIME) e Shapley Additive Explanations (SHAP).

O Capítulo 5 apresenta os resultados da análise exploratória, o ajuste dos modelos, a aplicação final, bem como os efeitos e a importância das variáveis na predição. Por fim, o Capítulo 6 discute os resultados obtidos ao longo do trabalho, destacando o desempenho dos modelos, as funcionalidades da aplicação e as relações e impactos das variáveis na predição dos valores dos imóveis.

2 Recursos Computacionais

Nesta seção, serão apresentados os recursos computacionais utilizados no desenvolvimento deste trabalho. As ferramentas selecionadas incluem linguagens de programação amplamente conhecidas, como **Python** e **R**, e sistemas de publicação técnica, como o **Quarto**. Cada uma dessas tecnologias será descrita em relação ao seu papel na modelagem, coleta e manipulação de dados, bem como na criação da aplicação final. Portanto, a primeira etapa será descrever as tecnologias utilizadas para a coleta dos dados.

2.1 Recursos utilizados para a coleta de dados

Uma das principais dificuldades no trabalho com dados do mercado imobiliário é a escassez de informações disponíveis na internet, o que exige a busca por alternativas para sua obtenção. Uma solução amplamente utilizada é a extração direta de informações de sites especializados, um processo conhecido como Web Scraping (raspagem de dados). Essa abordagem não se restringe ao setor imobiliário, sendo igualmente aplicável a outras áreas, como a obtenção de dados sobre automóveis, entre outros.

O web scraping é uma técnica utilizada para extrair informações de sites na internet, salvando-as em arquivos ou sistemas de banco de dados para realizar análise, construção de aplicações ou ter acesso a informações de difícil disponibilização. Geralmente a raspagem de dados é realizada utilizando o Hypertext Transfer Protocol (HTTP). O HTTP é o protocolo responsável por fazer toda a comunicação cliente-servidor contida na internet com base na definição de oito métodos de requisição: GET, HEAD, POST, PUT, DELETE, TRACE, OPTIONS e CONNECT. Cada método indica a ação a ser realizada no recurso especificado.

- GET: O método GET serve para requisitar uma representação do recurso especificado. Ou seja, ele serve para visualizar dados de um site.
- HEAD: O HEAD é bastante semelhante ao GET, mas ele retorna apenas metadados sobre um recurso no servidor, sem que o recurso seja retornado. Ele retorna todos os cabeçalhos associados a um recurso em uma determinada URL.
- POST: O método POST é utilizado para enviar dados ao servidor, geralmente com o objetivo de serem processados pelo recurso especificado. Um exemplo comum é o envio de informações por meio de formulários HTML¹, como dados de login ou de cadastro.
- PUT: O PUT é bastante semelhante ao POST, ele envia os dados de forma semelhante. No entanto, caso seja necessário atualizar um usuário diversas vezes, o método PUT

¹HTML (HyperText Markup Language) é a linguagem de marcação utilizada para estruturar e exibir conteúdo na web. Ele define elementos como títulos, parágrafos, links, imagens e tabelas, sendo a base para o desenvolvimento de páginas da internet.

vai sobrescrever os dados e ficará apenas um único registro atualizado. Para o método POST, serão criados diversos registros para cada requisição realizada.

- DELETE: Exclui o recurso.
- TRACE: O método TRACE é usado para diagnóstico, depuração e solução de problemas. Ele retorna um rastreamento de diagnóstico que registra dados do ciclo de forma que o cliente possa saber o que os servidores intermediários estão mudando em sua requisição.
- OPTIONS: O método OPTIONS retorna uma lista de quais métodos HTTP são suportados e permitidos pelo servidor.
- CONNECT: O CONNECT é usado para criar uma conexão com um recurso do lado do servidor. O alvo mais comum do método CONNECT é um servidor proxy, que um cliente deve acessar para sair da rede local.

Toda raspagem de dados inicia com o envio de uma requisição HTTP para adquirir recursos de um site. Geralmente, essa requisição utiliza o método GET, embora também possa empregar POST, especialmente quando há necessidade de enviar dados ao servidor. Se a requisição for bem-sucedida, o servidor retorna o recurso solicitado, que pode estar em formatos como HTML, XML, JSON ou arquivos multimídia. Após o recebimento do conteúdo, o processo de extração prossegue com a transformação e organização dos dados de forma estruturada.

Para realizar a raspagem de dados, foram utilizadas as linguagens de programação **R** (R CORE TEAM, 2024) e **Python** (VAN ROSSUM; DRAKE JR, 1995). **R** é uma linguagem voltada para computação científica e visualização de dados, desenvolvida pelos professores Ross Ihaka e Robert Gentleman. Ela foi criada inicialmente para ensinar introdução à estatística na Universidade de Auckland. A primeira versão do **R** foi lançada em 1993, e, em 1997, a linguagem tornou-se oficialmente parte do Projeto GNU.

Embora o R seja amplamente utilizado para computação científica e visualização de dados, a sua comunidade de desenvolvedores expandiu significativamente seu escopo ao longo do tempo. Atualmente, há inúmeros pacotes disponíveis que tornam o R útil em diversas áreas, como web scraping, desenvolvimento web, ciência de dados, bioinformática, entre outras aplicações. Em **R**, há diversos pacotes disponíveis para a realização de web scraping. Neste trabalho, foi utilizado o pacote **xml2** (WICKHAM; HESTER; OOMS, 2023) e o **rvest** (WICKHAM, 2024).

O pacote **xml2** foi inspirado no **jQuery**, uma biblioteca **JavaScript** projetada para facilitar tarefas como a manipulação de documentos HTML. Ele é especialmente útil para lidar com arquivos HTML e XML, oferecendo ferramentas eficientes para acessar, navegar e modificar os nós de documentos estruturados. Essas funcionalidades permitem, por exemplo, a extração de informações específicas de páginas web ou arquivos XML. Ainda que o **xml2** não possua suporte direto para compor requisições HTTP, ele se destaca por sua capacidade de interpretar a estrutura hierárquica de sites e organizar os dados extraídos de maneira estruturada e eficiente.

Embora o pacote **rvest** compartilhe algumas funcionalidades com o **xml2**, ele oferece diversas características adicionais que tornam o processo de web scraping ainda mais

simples. O **rvest** facilita o acesso direto a páginas web e a extração de informações com o uso de seletores CSS e XPath, permitindo a seleção precisa de elementos específicos da página. Uma funcionalidade particularmente interessante é o recurso **LiveHTML**, que possibilita a interação direta com a página, abrindo-a em um navegador para observar, em tempo real, as operações realizadas no site. Isso torna o processo de coleta de dados mais intuitivo, uma vez que se torna possível observar as operações que se deseja realizar em tempo real.

Apesar de os pacotes mencionados anteriormente oferecerem diversas possibilidades para realizar a raspagem de dados, muitas páginas possuem conteúdos dinâmicos que só podem ser acessados por meio de outros pacotes, capazes de carregar o restante do conteúdo da página em questão. Nesse contexto, foi utilizado o pacote **selenium** (THORPE, 2024), que realiza requisições HTTP enquanto simula a experiência de um usuário real. Ele permite automatizar interações com a página, como clicar em botões, rolar a página automaticamente, lidar com autenticação, cookies e redirecionamentos, além de simular navegadores como **Google Chrome**, **Firefox**, entre outros. Por fim, um dos pacotes que também foi utilizado para fazer requisições HTTP, mas que não teve o mesmo objetivo do **selenium**, foi o **httr** (WICKHAM, 2023).

Como mencionado anteriormente, **Python** também foi utilizado para realizar a raspagem de dados, embora tenha sido empregado em momentos subsequentes à utilização do **R**. **Python** (VAN ROSSUM; DRAKE JR, 1995) é uma linguagem de programação criada por Guido van Rossum, que iniciou seu desenvolvimento no final dos anos 1980 como sucessora da linguagem **ABC**. A primeira versão oficial do **Python** foi lançada em 1991. Trata-se de uma linguagem de alto nível, de propósito geral, que prioriza a simplicidade e a legibilidade do código, tornando-a amplamente adotada para diversas aplicações, incluindo análise de dados e automação de tarefas, além de ser amplamente utilizada para aprendizagem de máquina.

A linguagem de programação **Python** possui um ecossistema diversificado de bibliotecas para a realização de diversas tarefas, incluindo a raspagem de dados. Especificamente para essa finalidade, foi utilizada a biblioteca **Scrapy** (KOUZIS-LOUKAS, 2016), um framework voltado para web scraping e crawling que permite extrair dados de páginas da web de forma automatizada.

O **Scrapy** é uma ferramenta robusta e completa, com suporte nativo para diversos métodos HTTP. Ele foi projetado para ser rápido e eficiente, facilitando a criação de spiders - programas que navegam automaticamente por páginas web e extraem dados de forma estruturada. Além disso, o framework permite a exportação dos dados coletados para diversos formatos, como CSV, JSON ou bancos de dados, tornando-o uma solução ideal para projetos de coleta de informações em grande escala.

O framework também possui seletores XPath e CSS, que facilitam a localização e extração de informações específicas de páginas HTML. Uma funcionalidade especialmente interessante é sua capacidade de lidar com redirecionamentos de IP, permitindo superação de restrições impostas por alguns sites durante o processo de raspagem. Além disso, o **Scrapy** permite a criação de **pipelines**, que são etapas de processamento dos dados em tempo de execução. As **pipelines** são extremamente úteis para transformar, limpar e organizar as informações antes de serem salvas, garantindo que os dados extraídos já

estejam em um formato estruturado e pronto para análise ou armazenamento.

Os middlewares no **Scrapy** são componentes intermediários que permitem modificar e processar requisições e respostas em tempo de execução. Elas são fundamentais para personalizar o comportamento do framework durante o fluxo de raspagem. Existem dois tipos principais de middlewares no **Scrapy**: middlewares de requisição e middlewares de download.

As middlewares de requisição são utilizadas, por exemplo, para adicionar cabeçalhos personalizados às requisições ou alterar o agente do usuário (**User-Agent**) para evitar bloqueios por parte dos servidores. Uma API bastante interessante, que possui integração completa com o **Scrapy** e foi empregada neste trabalho, é a API gratuita oferecida pelos desenvolvedores da ScrapeOps, que permite o rotacionamento automático de cabeçalhos, como o **User-Agent**. Essa API está disponível em <https://scrapeops.io/> e pode ser acessada após a criação de uma conta.

Por outro lado, as middlewares de download têm a função de gerenciar o processo de download das páginas. Elas podem ser configuradas para evitar redirecionamentos indesejados, implementar atrasos entre requisições para evitar sobrecarregar os servidores e diminuir as chances de ser bloqueado. As middlewares tornam o **Scrapy** altamente flexível, permitindo ajustes específicos para atender às necessidades do projeto.

Embora o **Scrapy** ofereça uma ampla gama de funcionalidades, pode ser necessário recorrer a ferramentas externas para lidar com conteúdos dinâmicos presentes em algumas páginas web. O Scrapy possui integração com bibliotecas especializadas que facilitam o tratamento desse tipo de conteúdo. Uma dessas bibliotecas, utilizada neste trabalho, é o **scrapy-playwright**, que integra o poder do **Playwright** ao **Scrapy**.

O **Playwright** foi originalmente desenvolvido para realizar testes em aplicações web e executar tarefas de automação. No entanto, aqui ele foi empregado para interagir com o conteúdo dinâmico de páginas, como carregar elementos gerados por **JavaScript**. Sua utilização neste trabalho teve o mesmo propósito que o pacote **selenium** desempenhou na raspagem de dados feita com **R**, permitindo capturar dados que não seriam acessíveis diretamente via requisições HTTP convencionais. Além disso, ele também permite simular navegadores para acompanhar em tempo real o que cada requisição está alterando. Por fim, ao coletar os dados de imóveis, foi necessário realizar também a geocodificação dos endereços. Para isso, foi utilizado o pacote **tidygeocoder** (CAMBON et al., 2021) da linguagem **R**, que também serviu para os dados que estavam sendo coletados em **Python**.

Na próxima seção, apresenta-se um exemplo de como realizar web scraping em **R** e **Python**. Para isso, são utilizados alguns dos pacotes mencionados para a linguagem **R** e, no caso de **Python**, dá-se preferência ao **Scrapy**, a principal biblioteca empregada para a extração dos dados. Além disso, esta seção também abordará a estrutura de um HTML e o funcionamento dos seletores para a extração de elementos.

É importante destacar que os códigos desenvolvidos para a raspagem de dados podem deixar de funcionar com o tempo devido a possíveis mudanças na estrutura dos sites. Assim, eventuais ajustes no código poderão ser necessários.

2.1.1 Exemplo de web scraping em Python

Os exemplos de raspagem de dados em **R** e **Python** utilizarão o mesmo site. O objetivo é extrair informações sobre todos os pacotes de **R**, ordenados por data de publicação, disponíveis em: <https://cran.r-project.org/web/packages/index.html>. A partir desses dados, será gerado um arquivo `.csv` contendo as informações extraídas.

Para instalar o **Scrapy** e suas dependências, pode-se utilizar o **pip**, o gerenciador de pacotes do **Python**. Para isso, basta executar o comando `pip install Scrapy` no terminal.

Após a instalação do **Scrapy**, sua CLI² ficará disponível. A CLI disponibiliza diversas funcionalidades para o **Scrapy**, como inspecionar o conteúdo de uma página para identificar seletores com mais facilidade e, o mais importante, iniciar um projeto **Scrapy**.

Antes de iniciar a raspagem dos dados com o **Scrapy**, é necessário iniciar um projeto utilizando sua CLI. Para isso, basta executar o comando `scrapy startproject <nome_do_projeto>`. Esse comando gerará um diretório com todos os arquivos e configurações iniciais necessários para a extração de dados com o **Scrapy**. Por exemplo, ao executar o comando `scrapy startproject scraping_examples`, será criado um diretório com a seguinte estrutura:

```
scraping_examples/
|-- scraping_examples/
|   |-- __init__.py
|   |-- items.py                      # definição de tabelas
|   |-- middlewares.py                 # middlewares do projeto
|   |-- pipelines.py                   # pipelines do projeto
|   |-- __pycache__/
|       |-- __init__.cpython-310.pyc
|       |-- settings.cpython-310.pyc
|   |-- settings.py                   # configurações do projeto
|   |-- spiders/
|       |-- __init__.py
|       |-- __pycache__/
|           |-- __init__.cpython-310.pyc
|-- scrapy.cfg                         # parâmetros de configuração
```

Ao observar a estrutura do diretório, é possível identificar algumas funcionalidades essenciais já explicadas anteriormente. Por exemplo, o arquivo `middlewares.py` é utilizado para modificar como as requisições são feitas e como o **Scrapy** lida com as respostas. O arquivo `settings.py` contém todas as configurações do projeto, como a ativação de `pipelines` e `middlewares`, além de permitir ajustes como o `delay` entre requisições e outras configurações avançadas. O arquivo `items.py` é onde são definidas as estruturas dos dados que serão coletados. O `pipelines.py`, como mencionado anteriormente, é responsável pelo processamento dos dados coletados. Por fim, o arquivo `scrapy.cfg` é um arquivo de configuração usado para ajustar parâmetros relacionados ao deploy e outras configurações do projeto.

²CLI (Command Line Interface) é uma interface de linha de comando que permite a interação com um sistema operacional ou software por meio de comandos digitados em um terminal, sem o uso de interface gráfica.

Com a estrutura do projeto criada, o próximo passo é criar o primeiro spider do projeto. Para isso, utiliza-se o comando `scrapy genspider <nome_do_spider> <website>`. Neste exemplo, serão extraídas informações do site <https://cran.r-project.org/web/packages/index.html>. Ao executar o comando `scrapy genspider packagescraper <url>`, utilizando a url <https://cran.r-project.org/web/packages/index.html>, será gerado um arquivo dentro do diretório spiders com o nome `packagescraper.py`, que terá a seguinte estrutura:

```
import scrapy

class PackagescraperSpider(scrapy.Spider):
    name = "packagescraper"
    allowed_domains = ["cran.r-project.org"]
    start_urls = ["https://cran.r-project.org/web/packages/index.html"]

    def parse(self, response):
        pass
```

A classe `PackagescraperSpider` foi criada a partir do comando executado anteriormente e possui três atributos e um método. O atributo `name` define o nome do spider que será utilizado posteriormente para inicializar a raspagem dos dados. O `allowed_domains` é o atributo que indica para o **Scrapy** os domínios que podem ser acessados, nesse caso, `cran.r-project.org`. O atributo `start_urls` define a url inicial a ser acessada pelo spider. Por fim, o método `parse` é executado assim que uma resposta é obtida após a requisição ao site alvo, sendo responsável pelo processamento e extração dos dados desejados.

Para extrair dados do conteúdo HTML da página, é necessário utilizar os seletores `CSS` ou `XPath`. Nesse caso, será utilizado o seletor `CSS`. Para facilitar a seleção do conteúdo desejado, será utilizado uma das grandes ferramentas do **Scrapy**, o **Scrapy Shell**. Essa ferramenta permite testar seletores, inspecionar elementos da página e até mesmo ajuda a debugar o código.

Para executar o **Scrapy Shell**, basta utilizar o comando `scrapy shell` no terminal. Após a sua execução, aparecerão algumas informações de logs e de configurações iniciais que estão sendo utilizadas no projeto. Agora, com o shell ativado, é possível carregar o conteúdo HTML da página de interesse utilizando o comando: `fetch("https://cran.r-project.org/web/packages/index.html")`.

Com a execução do comando anterior, o conteúdo da página mostrada na Figura 2.1a será carregado, permitindo a extração das informações contidas em seu HTML. Se o comando `fetch` obter êxito, a saída incluirá o código de status HTTP 200, indicando que a requisição foi bem sucedida. Abaixo, segue um exemplo desse resultado:

```
In [1]: fetch("https://cran.r-project.org/web/packages/index.html")
2025-03-03 08:04:24 [scrapy.core.engine] INFO: Spider opened
2025-03-03 08:04:27 [scrapy.core.engine] DEBUG: Crawled (200) <GET
https://cran.r-project.org/robots.txt> (referer: None)
```

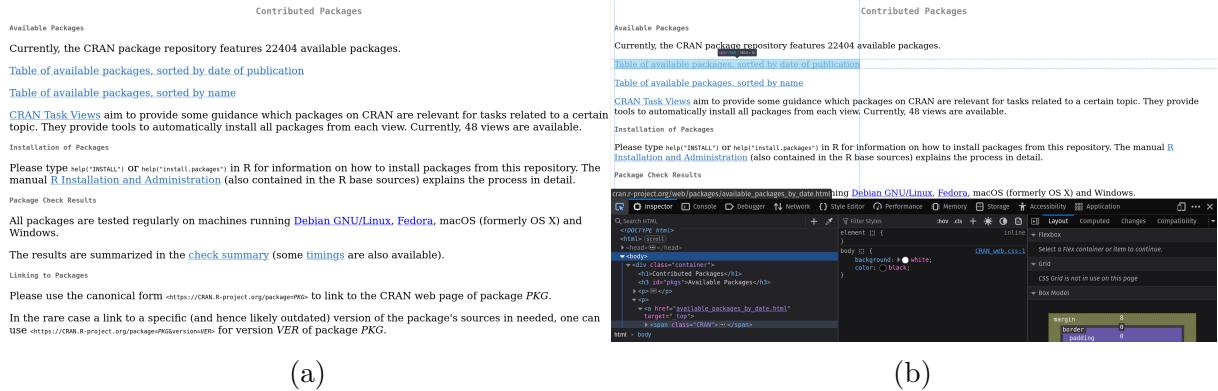


Figura 2.1: A Figura 2.1a exibe a página que está sendo raspada, enquanto a Figura 2.1b mostra a mesma página com um exemplo do uso das ferramentas de desenvolvedor do Firefox.

```
2025-03-03 08:04:28 [scrapy.core.engine] DEBUG: Crawled (200) <GET https://cran.r-project.org/web/packages/index.html> (referer: None)
```

Após a execução do comando `fetch`, o conteúdo da página ficará armazenado no objeto `response`, que está disponível nativamente no shell. Por exemplo, para visualizar o HTML da página, basta executar `response.body`. A partir dessa resposta, é possível analisar a estrutura da página e configurar o seletor para extrair apenas os dados desejados. No entanto, para facilitar ainda mais esse trabalho, navegadores como **Firefox** oferecem ferramentas de desenvolvedor que permitem inspecionar a estrutura da página, como pode ser visto na Figura 2.1b. Para acessar essa ferramenta no **Firefox**, basta utilizar o atalho `Ctrl+Shift+I`.

```
<!--PARTE DO CONTEÚDO DA PÁGINA-->

<!DOCTYPE html>
<html>
<head>
    <title>CRAN: Contributed Packages</title>
    <link rel="stylesheet" type="text/css" href="../../CRAN_web.css"/>
    <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8"/>
    <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0, user-scalable=yes"/>
</head>
<body>
    <div class="container">
        <h1>Contributed Packages</h1>

        <h3 id="pkgs">Available Packages</h3>
        <p>
            Currently, the CRAN package repository features 22127 available packages.
        </p>
    </div>
</body>
```

```

</p>
...
</div>
</body>
</html>
```

Após inspecionar a página, observa-se que existem elementos `<a>` no corpo do HTML, cada um com um atributo `href` associado. Os `href` serão necessários para realizar a paginação e coletar os pacotes ordenados por data de publicação. Para extrair os `href`, basta executar no shell o comando `response.css("a[target=_top] ::attr(href)").get()`. Esse comando utiliza seletores CSS para extrair o primeiro `href` de um elemento `<a>` que possui o atributo `target="_top"`. Se for necessário extrair todos os `href`, basta substituir o método `.get()` por `.getall()`, o que retornará todos os valores correspondentes.

Com a execução do comando, é extraída uma string que será usada para realizar a paginação, chamada `'available_packages_by_date.html'`. O `'index.html'` que está na string do atributo `start_urls` deverá ser substituído pela string obtida, direcionando para a página de pacotes ordenados por data de publicação. Agora, com esse `href`, é possível utilizar o shell e executar o comando `fetch` na url https://cran.r-project.org/web/packages/available_packages_by_date.html para carregar o conteúdo da página com a tabela de todos os pacotes ordenados por data.

A nova página contém uma tabela com todos os pacotes, ordenados por data, juntamente com suas descrições. Cada data, nome de pacote e descrição estão contidos dentro do elemento `<tr>` no HTML. Para selecionar todos os textos presentes nesse elemento, basta executar o comando `response.css("tr ::text").getall()`. Após a execução, será gerada uma lista de strings com as informações de todos os pacotes. No entanto, essa lista pode conter algumas strings vazias, que precisam ser removidas. O código a seguir apresenta todos os seletores utilizados até agora no shell, agora integrados ao spider, para dar início ao processo de raspagem dos dados:

```

import scrapy

class PackagescraperSpider(scrapy.Spider):
    name = "packagescraper"
    allowed_domains = ["cran.r-project.org"]
    start_urls = ["https://cran.r-project.org/web/packages/index.html"]

    def parse(self, response):
        href = response.css("a[target=_top] ::attr(href)").get()
        follow_url = (
            self.start_urls[0].replace("index.html", "") + href
        )

        yield response.follow(
            follow_url,
            callback=self.parse_packages_info,
```

```

        dont_filter=True
    )

    def parse_packages_info(self, response):
        get_all_tr = response.css("tr ::text").getall()
        packages_element = [
            x for x in get_all_tr if x.strip() != ""
        ][3:]

        pub_date = packages_element[::3]
        packs_name = packages_element[1::3]
        desc_packs = packages_element[2::3]

        for i in zip(pub_date, packs_name, desc_packs):
            yield {
                "publication_date": i[0],
                "package_name": i[1],
                "description_packs": i[2],
            }
}

```

O código contém a mesma classe mostrada anteriormente no `packagescraper.py`, mas agora inclui os seletores analisados no shell e outras modificações. Por exemplo, o método `parse(self, response)`, apresentado anteriormente, é responsável por capturar o link que leva à tabela de pacotes. Esse link é extraído utilizando o seletor definido anteriormente no shell. Em seguida, esse link é concatenado à url base para formar a url completa que será seguida pelo spider. O método `response.follow()` é então usado para acessar a nova página e chamar o método `parse_packages_info`, que continuará o processo de raspagem.

Dentro do método `parse_packages_info`, todos os textos contidos nos elementos `<tr>` são coletados com `response.css("tr ::text").getall()`. Como essa extração pode incluir strings vazias, é aplicado um `.strip()` em cada elemento da lista e removidos aqueles que resultam em uma string vazia. Além disso, os primeiros três elementos são ignorados, pois não contêm informações relevantes, apenas o cabeçalho da tabela.

Após a limpeza, os dados são organizados em três listas: `pub_date`, `packs_name` e `desc_packs`. Cada uma delas recebe elementos específicos da lista filtrada, onde, `pub_date` contém as datas de publicação dos pacotes, `packs_name` contém os nomes dos pacotes e `desc_packs` contém as descrições dos pacotes.

Por fim, a função `zip(pub_date, packs_name, desc_packs)` permite iterar sobre as três listas simultaneamente, gerando um dicionário com as chaves `publication_date`, `package_name` e `description_packs`. Esse dicionário é então passado para o `yield`, permitindo que **Scrapy** armazene os dados no formato desejado.

Com esse código, os dados coletados podem ser salvos em diferentes formatos, como `.json` ou `.csv`, ao executar o spider. Por exemplo, para salvar os dados como `.csv`, basta executar no terminal o comando `scrapy crawl -o packages.csv packagescraper`. Ao executar esse comando, será salvo um arquivo chamado `packages.csv`, contendo todos os

dados coletados do site alvo.

O exemplo apresentado aqui é bastante simples. No entanto, dependendo das necessidades do projeto, pode ser necessário utilizar outras ferramentas do **Scrapy**. O código completo para a raspagem de dados de imóveis pode ser acessado em https://github.com/cowvin0/tcc_realestate/tree/main/scrapy_zap. Esse código pode servir como material complementar ao que foi apresentado neste texto, pois foram adicionadas mais funcionalidades durante a coleta dos dados, atendendo a necessidades específicas do projeto.

2.1.2 Exemplo de web scraping em R

Agora que a estrutura do site é conhecida e a inspeção dos dados de interesse foi feita utilizando as ferramentas de desenvolvedor do **Firefox**, o exemplo em R será mais direto. Neste exemplo, utiliza-se o pacote **rvest**, **dplyr** para criar a tabela com as informações coletadas, e **purrr**, que é um pacote de **R** voltado para programação funcional. O código utilizado para a extração pode ser visualizado abaixo:

```
library(rvest)
library(dplyr)
library(purrr)

base_url <- "https://cran.r-project.org/web/packages/"

first_package_link <- read_html(paste0(base_url, "index.html")) |>
  html_elements("a[target=_top]") |>
  html_attr("href") |>
  first()

package_url <- paste0(base_url, first_package_link)
package_page <- read_html(package_url)

packages_info <- package_page |>
  html_elements("tr") |>
  html_text2() |>
  tail(-1) |>
  map(~ strsplit(.x, "\t")[[1]])

packages_df <- tibble(
  publication_date = map_chr(packages_info, 1),
  package_name = map_chr(packages_info, 2),
  description_packs = map_chr(packages_info, 3)
)
```

Após carregar os pacotes necessários, o código define a url base do CRAN e acessa a página inicial, que contém diversas informações sobre os pacotes de **R**. Em seguida, o código extrai o primeiro link do atributo **href** presente na página e constrói a url completa para acessar a página com os pacotes ordenados por data de publicação.

Depois de carregar o conteúdo da página, o código busca as informações contidas nos elementos `<tr>` da tabela exibida no site. Os textos são extraídos e processados para remover o cabeçalho. Em seguida, as informações são separadas em colunas distintas utilizando a função `strsplit()`, que divide em uma lista os dados de data de publicação, nome do pacote e descrição do pacote.

Por fim, os dados são organizados em um `tibble`, onde cada linha contém a data de publicação, o nome do pacote e sua descrição. O uso da função `map_chr` do pacote `purrr` garante que os valores sejam extraídos retornando vetores de caracteres com cada uma das informações. Ao final, ao salvar os dados do `tibble`, obtém-se a base de dados final construída, contendo a data de publicação, o nome do pacote e sua descrição, conforme ilustrado na Figura 2.2.

	A	B	C
1	publication_date package_name		description_packs
2	2025-03-03 ade4TKGUI		bioR: TidyTk: Graphical User Interface
3			CAESAR: Cross-Technology and Cross-Resolution Framework for
4	2025-03-03 CAESAR.Suite		Spatial Omics Annotation
5	2025-03-03 callback		Computes Diagnostics for Pharmacometric Models Using 'shiny'
6	2025-03-03 Certara.ModelResults		Visualization and Analysis of Coupled Model <code>Intercomparison</code>
7	2025-03-03 CMIP6VisR		Project Phase-a (CMIP6) Hydroclimatic Data
8	2025-03-03 deltatest		Statistical Hypothesis Testing Using the Data Method
9			The Echelon Analysis and the Detection of Spatial Clusters using
10	2025-03-03 echelon		Echelon Scan Method
11	2025-03-03 eventglm		Regression Models for Event History Outcomes
12	2025-03-03 ibdSim2		Simulation of Chromosomal Regions Shared by Family Members
13	2025-03-03 indexNumberTools		Working with Index Numbers
14	2025-03-03 keras3		R Interface to 'Keras'
15	2025-03-03 klearner		Local Step-Binary Transfer Learning
16	2025-03-03 localseeoor		Gene Network Plot with Gene Annotations
17	2025-03-03 logicChecks		Exact Matching and Matching-Adjusted Indirect Comparison (<code>MAIC</code>)
18	2025-03-03 matrix_genealogy		Mathematics PhD Genealogy: Data and Plotting
19	2025-03-03 mtnX		A Comprehensive Microbiome Data Processing Pipeline
20	2025-03-03 MR-RGM		Multivariate Bidirectional Mendelian Randomization Networks
21	2025-03-03 PanelMatch		Matching Methods for Causal Inference with Time-Series
22	2025-03-03 pdfTools		Cross-Sectional Data
23	2025-03-03 penetrance		PDF Extraction, Rendering and Converting of PDF Documents
24	2025-03-03 rdictionary		Methods for Penetrance Estimation in Family-Based Studies
25	2025-03-03 rcheology		A Mini-Dictionary for 'R', 'shiny' and <code>markdown</code> Documents
26	2025-03-03 rconf		Data on Base and Recommended Packages for Current and Previous
27	2025-03-03 renv		Versions of R
28	2025-03-03 rmsMD		Minimal and Lightweight Configuration Tool
29	2025-03-03 sakura		Project Environments
30	2025-03-03 sandlands		Output Results from 'rms' Models for Medical Journals
31	2025-03-03 sierra		External Report Generation
32	2025-03-03 wavviser		Streamlines the Process of Fitting Areal Spatial Models
33	2025-03-03 woodSimulatR		Generate Analysis Results Programmes Using ARS Metadata
34	2025-03-02 anipaths		Ergonomic Methods for Assessing Spatial Models
	2025-03-02 et.nwvfa		Generate Simulated Sawg Timber Strength Grading Data
	2025-03-02 gssurveillance		Animation of Multiple Trajectories with Uncertainty
			Forest Yield Tables for Northwest Germany and their Application
			Tools for Outbreak Investigation/Infectious Disease Surveillance

Figura 2.2: Dados obtidos a partir do web scraping.

Assim como no exemplo apresentado em **Python**, o projeto de raspagem pode ser adaptado de acordo com as necessidades e as informações que precisam ser coletadas. Ou seja, embora os exemplos fornecidos sejam simples, dependendo das características do site, outras funcionalidades podem ser adicionadas, como clicar em botões, rolar a página automaticamente para carregar conteúdos dinâmicos, entre outras ações.

Portanto, chega ao fim a descrição das tecnologias utilizadas para a obtenção dos dados, com exemplos de raspagem em **R** e **Python**. No entanto, a linguagem **Python**, em particular, continuou sendo empregada em outras etapas deste trabalho, como na modelagem dos valores de imóveis. Dessa forma, os próximos recursos apresentados serão aqueles utilizados especificamente para a modelagem e visualização dos resultados.

2.2 Recursos utilizados para modelagem e visualização dos resultados

Com os dados coletados, a etapa de modelagem dos valores de imóveis torna-se essencial para converter essas informações em entendimentos relevantes e aplicáveis. Essa etapa permite identificar padrões de comportamento entre as variáveis que influenciam os valores imobiliários, além de determinar quais fatores exercem maior impacto sobre esses valores.

Para chegar a esses resultados, foram utilizadas bibliotecas desenvolvidas em **Python**, como **scikit-learn** (PEDREGOSA, F. et al., 2011), **pandas** (TEAM, 2020), empregada para a manipulação das bases de dados utilizadas neste trabalho, **numpy** (HARRIS et al., 2020), voltada para computação numérica, entre outras.

O **scikit-learn** é uma das bibliotecas de aprendizado de máquina mais populares em **Python**. Ela oferece uma extensa coleção de algoritmos para tarefas como classificação, regressão, clusterização, além de ferramentas para pré-processamento de dados, validação cruzada e seleção de modelos. O projeto teve início no Google Summer of Code como uma iniciativa do engenheiro francês David Cournapeau. O **scikit-learn** foi criado como uma ferramenta baseada na biblioteca **SciPy** (VIRTANEN et al., 2020), que é voltada para computação científica e cálculo numérico em **Python**.

Uma das funcionalidades mais úteis do **scikit-learn** é o uso de pipelines para transformar dados. As pipelines permitem combinar etapas de pré-processamento e ajuste de modelos em um único fluxo organizado. Isso não apenas simplifica o código, mas também assegura que as transformações aplicadas aos dados de treinamento sejam automaticamente replicadas nos dados de teste ou em novos dados. Além de serem úteis para tarefas mais simples, como normalização de variáveis, as pipelines também permitem a inclusão de etapas personalizadas para lidar com cenários mais complexos, como tratamentos avançados de dados ou integração com ferramentas externas.

O exemplo abaixo ilustra uma pipeline para pré-processamento e modelagem. As variáveis numéricas passam por padronização, enquanto as variáveis categóricas são transformadas em variáveis binárias utilizando codificação one-hot. Por fim, os dados processados alimentam um algoritmo de Random Forest para regressão:

```
import numpy as np
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.pipeline import Pipeline
from sklearn.compose import ColumnTransformer
from sklearn.preprocessing import StandardScaler, OneHotEncoder
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor

X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    X, y,
    test_size=0.2,
    random_state=42
)

numerical_features = X.select_dtypes(include=np.number).columns
categorical_features = X.select_dtypes(include=object).columns

pipeline = Pipeline([
    ('preprocessor', ColumnTransformer([
        ('num', StandardScaler(), numerical_features),
        ('cat', OneHotEncoder(), categorical_features)
    ])),
    ('model', RandomForestRegressor())
])
```

```

('model', RandomForestRegressor(
    n_estimators=100,
    random_state=42
))
])

pipeline.fit(X_train, y_train)

```

Outra etapa fundamental no processo de aprendizado de máquina, além do pré-processamento dos dados e do ajuste do algoritmo, é a otimização dos hiperparâmetros. O **scikit-learn** oferece algumas ferramentas para essa tarefa, mas elas possuem funcionalidades mais básicas e podem ser limitadas para cenários mais complexos. Dessa forma, de forma complementar, esse trabalho utilizou a biblioteca **Optuna** (AKIBA et al., 2019), que é uma biblioteca que contém uma grande quantidade de algoritmos para otimização, como, por exemplo, métodos de otimização bayesiana. No entanto, inicialmente foram ajustados alguns modelos utilizando a biblioteca **pycaret**, com o objetivo de explorar quais métodos apresentariam melhor desempenho.

Além das funcionalidades de otimização, o **Optuna** também oferece ferramentas para analisar o comportamento da função objetivo durante o processo de otimização e identificar os hiperparâmetros mais relevantes. Uma dessas ferramentas é a função **plot_param_importances**, que gera um gráfico destacando a importância relativa de cada hiperparâmetro. Além disso, como o **plot_param_importances** utiliza a biblioteca **Matplotlib** (HUNTER, 2007), os gráficos gerados podem ser personalizados pelo usuário.

Vale destacar que bibliotecas como o **Matplotlib** e o **seaborn** (WASKOM, 2021) desempenharam um papel fundamental na geração dos gráficos e na visualização dos dados apresentados neste trabalho. Essas ferramentas foram indispensáveis para a análise exploratória e a apresentação dos resultados de forma clara e comprehensível. Além dessas bibliotecas, também foram utilizados recursos voltados para a análise do impacto e das relações entre as variáveis e as previsões geradas pelos modelos. Nesse contexto, destacam-se o **SHAP** (LUNDBERG; LEE, 2017) e o **LIME**, que fornecem explicações interpretáveis para os modelos de aprendizado de máquina, e o próprio **scikit-learn**, que foi essencial para a criação dos gráficos de ICE (Individual Conditional Expectation). Esses métodos serão detalhados na seção de metodologia deste trabalho.

Vale ressaltar que algumas bibliotecas externas, baseadas na API do **scikit-learn**, também foram utilizadas neste trabalho. Entre elas, destacam-se a **LightGBM** (KE et al., 2017) e a **XGBoost** (CHEN, T.; GUESTRIN, 2016), empregadas para a implementação de algoritmos de aprendizado de máquina. Essas bibliotecas fornecem, respectivamente, os algoritmos de gradient boosting LightGBM e Extreme Gradient Boosting, reconhecidos por sua eficiência computacional e desempenho em tarefas de modelagem preditiva.

Conclui-se, assim, a apresentação das ferramentas empregadas na modelagem e visualização dos resultados. A seguir, serão descritas as tecnologias utilizadas no desenvolvimento da aplicação final deste trabalho. Vale destacar que o **scikit-learn** continuou desempenhando um papel relevante na aplicação, com sua pipeline sendo serializada no formato **.pkl** por meio da biblioteca **pickle**. Essa biblioteca permitiu a reutilização da pipeline

no back-end³ da aplicação, garantindo a consistência, eficiência do processamento dos dados e predição do modelo para novos dados. Segue, então, a descrição das ferramentas empregadas na construção da aplicação final.

2.3 Recursos utilizados para a criação da aplicação final

A aplicação final foi desenvolvida com o objetivo de realizar previsões de valores de imóveis e oferecer uma análise detalhada do mercado imobiliário da cidade de João Pessoa. Além de integrar a pipeline de machine learning criada durante a etapa de modelagem, a aplicação também dispõe de funcionalidades interativas que permitem aos usuários explorar os dados e visualizar os resultados de forma clara e intuitiva. Para alcançar esses objetivos, foram empregadas tecnologias para o desenvolvimento do front-end⁴ e do back-end, que foram desenvolvidos em **Python**.

O front-end da aplicação foi desenvolvido utilizando a biblioteca **Dash** (HOSSAIN, 2019), uma ferramenta voltada para a criação de aplicativos web em **Python**. Desenvolvida pela **Plotly** (INC., 2015), a **Dash** permite construir interfaces gráficas completas sem a necessidade de conhecimentos avançados em desenvolvimento web, integrando tecnologias como **HTML**, **CSS** e **JavaScript** diretamente no ambiente **Python**. Entre suas principais características, destacam-se a facilidade de criar gráficos interativos, a integração com bibliotecas populares como **Plotly** e a capacidade de atualizar componentes de forma dinâmica por meio de suas funções **callback**. A seguir, é apresentado um exemplo do uso da função **callback**:

```
from dash import Dash, dcc, html, Output, Input
import plotly.express as px
import pandas as pd

df = pd.DataFrame(
    {
        "Categoria": ["A", "B", "C"],
        "Valores": [10, 20, 30]
    }
)

app = Dash(__name__)

app.layout = html.Div(
    [
        dcc.Dropdown(
            id="dropdown",
            options=[
                {"label": cat, "value": cat}
                for cat in df["Categoria"]
            ],
        ),
    ]
)
```

³Back-end é a parte de um sistema ou aplicação responsável pelo processamento de dados, lógica e comunicação com bancos de dados e servidores, funcionando nos bastidores da interface com o usuário.

⁴Front-end é a parte de um sistema ou aplicação responsável pela interface gráfica e pela interação com o usuário.

```

        value="A",
        clearable=False,
    ),
    dcc.Graph(id="graph"),
]
)

@app.callback(Output("graph", "figure"), Input("dropdown", "value"))
def update_graph(selected_category):
    filtered_df = df[df["Categoria"] == selected_category]
    fig = px.bar(
        filtered_df,
        x="Categoria",
        y="Valores",
        title=f"Valores da Categoria {selected_category}",
    )

    return fig

if __name__ == "__main__":
    app.run_server(debug=True)

```

Neste exemplo, o código permite que o usuário selecione um valor em um menu suspenso, criado a partir da classe `Dropdown`, e exiba o valor escolhido em um gráfico. Primeiramente, é criado um pequeno conjunto de dados utilizando a biblioteca `pandas`, contendo categorias (A, B e C) e valores associados a elas. Em seguida, define-se o layout da aplicação (`app.layout`), que consiste em um `Dropdown` para selecionar uma categoria e um componente `Graph` para exibir o gráfico correspondente. A lógica para atualizar o gráfico conforme a seleção do usuário é implementada por meio da função `callback`. O decorador `@app.callback` conecta o valor selecionado no `Dropdown` (definido pela classe `Input`) ao gráfico (definido pela classe `Output`). A função associada ao decorador `callback`, chamada `update_graph`, recebe como argumento o valor escolhido no `Dropdown`, filtra o DataFrame com base na categoria selecionada e gera um gráfico de barras utilizando a biblioteca `Plotly`. Este gráfico é então retornado para ser exibido no componente `Graph`.

Para o desenvolvimento do back-end da aplicação foi utilizado o framework `FastAPI`, uma ferramenta moderna e eficiente para a criação de APIs em `Python`. O `FastAPI` é conhecido por sua alta performance, graças ao uso de tipagem estática e a sua facilidade de suporte assíncrono, além de permitir a criação de APIs de maneira rápida e simples. Além disso, integra-se facilmente com bibliotecas como `Pydantic` para validação de dados e `SQLAlchemy` (BAYER, 2012) para interação e conexão com bancos de dados.

No projeto, o `SQLAlchemy` foi utilizado para gerenciar a conexão com o banco de dados, implementado com `PostgreSQL`, um sistema de gerenciamento de banco de dados relacional amplamente reconhecido por sua robustez e alto desempenho. Isso permitiu que os dados fossem expostos na API e consumidos no front-end. Além disso, a API

foi responsável por expor a pipeline do modelo, possibilitando a realização de previsões de valores imobiliários diretamente na aplicação. Não obstante, os mapas da cidade de João Pessoa contidos na aplicação, foram criados com a biblioteca **Folium** (PYTHON-VISUALIZATION, 2020) e **dash-leaflet**.

O **Docker** foi utilizado para facilitar a execução e integração dos componentes da aplicação, permitindo a criação de ambientes isolados e consistentes para o front-end e o back-end. Por meio de containers, foi possível iniciar e conectar ambos os serviços de forma simplificada, garantindo que a aplicação funcionasse corretamente independentemente do ambiente em que fosse executada. Com o uso do **Docker**, a configuração do ambiente tornou-se reproduzível, escalável e de fácil manutenção. Além disso, o banco de dados **PostgreSQL** foi criado a partir do **Docker**.

O **Docker** é uma plataforma que permite empacotar aplicações e suas dependências em unidades chamadas containers, que podem ser executadas de maneira padronizada em qualquer sistema que possua o **Docker** instalado. Isso elimina problemas comuns relacionados a diferenças de ambiente e facilita o processo de desenvolvimento, teste e implantação de aplicações.

Com as tecnologias mencionadas anteriormente e o modelo final obtido, foi possível criar uma aplicação capaz de realizar previsões para os imóveis da cidade de João Pessoa, além de proporcionar uma análise de seu setor imobiliário. No entanto, o desenvolvimento de todo o código da aplicação exigiu o uso de ferramentas que facilitassem sua escrita, desenvolvimento e organização. Assim, a seguir serão apresentadas as ferramentas utilizadas tanto para a implementação do código deste trabalho quanto para a elaboração do documento final que o descreve.

2.4 Recursos utilizados para escrita de código e de documento

O desenvolvimento deste trabalho foi realizado em um computador equipado com processador AMD Ryzen 7 5800H (16 núcleos), 8 GB de memória RAM, placa de vídeo GeForce GTX 1650 e um SSD NVMe de 256 GB, operando sob o sistema Pop!_OS 22.04 LTS. Embora a máquina ofereça um desempenho geral satisfatório, a quantidade limitada de memória RAM apresentou desafios em tarefas mais intensivas, como a otimização de hiperparâmetros dos modelos. Essas tarefas frequentemente demandavam até dois dias para sua conclusão e, em alguns casos, falhavam próximo ao término devido ao alto consumo computacional. Dessa forma, a escolha das ferramentas utilizadas para a escrita do código foram as que impactassem o mínimo possível no desempenho do sistema.

O **Visual Studio Code (VSCode)** foi a principal ferramenta utilizada para a escrita do código neste trabalho. O **VSCode** é um editor bastante leve e oferece suporte a diversas linguagens de programação e permite integração com inúmeras tecnologias por meio de suas extensões. Entre as extensões utilizadas, destaca-se o **vscodevim**, que incorpora os key mappings do editor de texto Vim, originalmente criado por Bram Moolenaar e lançado em 2 de novembro de 1991. Além disso, foram empregadas extensões específicas para as linguagens **Python** e **R**, tendo como principal objetivo uma melhor formatação de código, execução e identificação de possíveis erros.

Por exemplo, uma das extensões utilizadas para análise estática de código em **Python** foi

o **Pyright**, desenvolvido pela Microsoft. Essa ferramenta é projetada para detectar erros durante o desenvolvimento e verificar a tipagem de código em **Python**, contribuindo para a melhoria da qualidade e da manutenção do programa. Outra ferramenta empregada foi o **Black Formatter**, um formatador de código **Python**. Ele automatiza a padronização do estilo de código, garantindo consistência e legibilidade. Além disso, foi utilizado o **Flake8**, que analisa o código em busca de erros de sintaxe, problemas de estilo com base no padrão **PEP 8**, e outras questões, como redundâncias ou importações desnecessárias. Por fim, também foi utilizada uma extensão mais geral de suporte à linguagem **Python**, que oferece diversas funcionalidades, como correção de código por meio da extensão **PythonDebugger**, que utiliza a biblioteca **debugpy** para suporte ao processo de debugging.

Para a elaboração deste documento, foi utilizado o **Quarto** (ALLAIRE; DERVIEUX, 2024), uma plataforma de publicação científica desenvolvida pela empresa Posit. O **Quarto** é uma evolução do RMarkdown e se destaca por sua capacidade de criar documentos de alta qualidade que integram texto e código. Compatível com diversas linguagens de programação, como **R**, **Python**, e outras, essa ferramenta é extremamente versátil para análise de dados e geração de relatórios. Com o **Quarto**, é possível produzir relatórios, artigos, livros, apresentações e até sites. Ele é amplamente adotado na comunidade científica, especialmente entre usuários de **R**, e oferece suporte a Markdown e **LATEX**, o que facilita a inclusão de fórmulas matemáticas, gráficos, tabelas e outros elementos visuais. Além disso, os documentos gerados podem ser exportados para diversos formatos, como HTML, PDF, MS Word, entre outros. O **Quarto** também foi utilizado por meio do **VSCODE**, com a sua extensão disponível em <https://quarto.org/docs/tools/vscode.html>.

No contexto deste trabalho, o **Quarto** foi utilizado para a produção de todo o texto, garantindo conformidade com as normas da ABNT. Sua capacidade de integrar texto, código e gráficos de maneira organizada foi essencial para facilitar o desenvolvimento do documento.

3 Algoritmos de Aprendizado de Máquina

Neste capítulo, serão descritos os algoritmos de aprendizado de máquina utilizados neste trabalho. Alguns dos métodos utilizados podem fazer uso de diversos algoritmos ou modelos estatísticos. No entanto, o foco principal e o mais utilizado foram as árvores de decisão, especialmente em sua forma particular, as árvores de regressão. Assim, os algoritmos descritos são métodos baseados em árvores.

Os métodos baseados em árvore envolvem a estratificação ou segmentação do espaço dos preditores em várias regiões simples. Dessa forma, todos os algoritmos utilizados neste trabalho partem dessa ideia. Portanto, o primeiro a ser explicado será o de árvores de decisão, pois fundamenta todos os outros algoritmos. Depois das árvores de decisão, serão explicados os métodos ensemble e, por fim, diferentes variações do método de gradient boosting.

Tabela 3.1: Métricas de ajuste na base de teste obtidas a partir da avaliação de diversos modelos, utilizando validação cruzada K-Fold com $K = 20$.

Algoritmo	RMSE	R ² (%)	MAPE (%)
Random Forest Regressor	0,26	85,75	1,39
Extra Trees Regressor	0,27	85,47	1,40
Extreme Gradient Boosting	0,27	85,27	1,47
Light Gradient Boosting Machine	0,27	84,63	1,53
Gradient Boosting Regressor	0,30	81,97	1,70
K Neighbors Regressor	0,31	80,05	1,69
Linear Regression	0,34	76,95	1,95
Ridge Regression	0,34	76,95	1,95
Bayesian Ridge	0,34	76,95	1,95
Decision Tree Regressor	0,36	73,74	1,78
AdaBoost Regressor	0,37	72,29	2,21
Orthogonal Matching Pursuit	0,43	62,62	2,47
Huber Regressor	0,58	29,90	3,14
Lasso Regression	0,62	21,97	3,64
Elastic Net	0,62	21,97	3,64
Lasso Least Angle Regression	0,62	21,97	3,64
Dummy Regressor	0,70	-0,05	4,21
Passive Aggressive Regressor	2,42	-1130,87	13,84
Least Angle Regression	5,08	-97949,99	26,54

A Tabela 3.1 apresenta os resultados obtidos para diferentes algoritmos, treinados inicialmente com o objetivo de identificar quais métodos seriam utilizados para a predição

dos valores de imóvel. Observa-se que os melhores desempenhos, segundo as métricas RMSE, R^2 e MAPE, foram alcançados majoritariamente por modelos baseados em árvores. O Random Forest Regressor, por exemplo, foi o algoritmo que obteve o melhor resultado. Modelos como o Extra Trees Regressor, Extreme Gradient Boosting, LightGBM e Gradient Boosting Regressor também figuram entre os mais eficazes, superando consistentemente os métodos lineares e outros algoritmos. Esses resultados justificam a ênfase nos métodos baseados em árvores ao longo do trabalho, visto que eles apresentam desempenho superior na tarefa de predição considerada, tanto em termos de precisão quanto de robustez frente a diferentes abordagens. Vale destacar que os modelos foram ajustados após todas as etapas de processamento.

3.1 Árvores de decisão

Árvores de decisão podem ser utilizadas tanto para regressão quanto para classificação. Elas servem de base para os modelos baseados em árvores empregados neste trabalho, com foco especial nas árvores de regressão¹. O processo de construção de uma árvore se baseia no particionamento recursivo do espaço dos previsores, onde cada particionamento é chamado de nó e o resultado final é chamado de folha ou nó terminal. Em cada nó, é definida uma condição e, caso essa condição seja satisfeita, o resultado será uma das folhas desse nó. Caso contrário, o processo segue para o próximo nó e verifica a próxima condição, podendo gerar uma folha ou outro nó. Veja um exemplo na Figura 3.1.

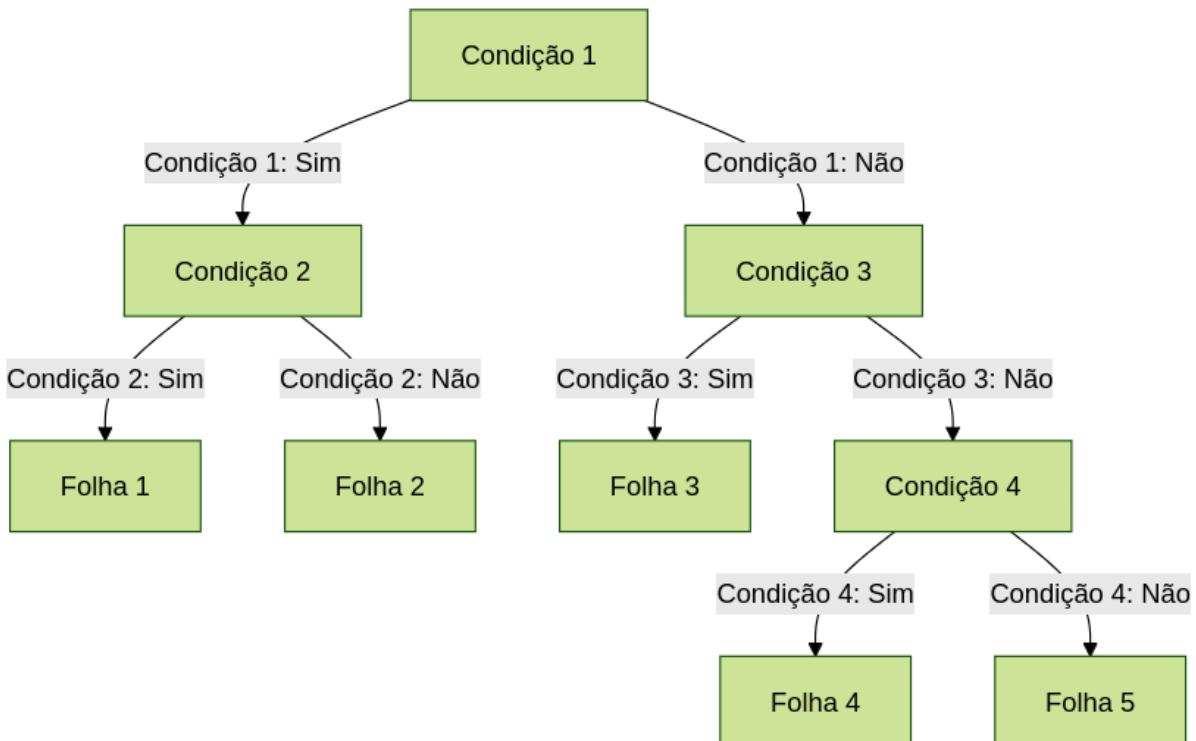


Figura 3.1: Exemplo de estrutura de árvore de regressão. A árvore tem cinco folhas e quatro nós internos.

¹Uma árvore de regressão é um caso específico da árvore de decisão, mas para regressão.

O espaço dos preditores é dividido em J regiões distintas e disjuntas denotadas por R_1, R_2, \dots, R_J . Essas regiões são construídas em formato de caixa de forma a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos. Dessa forma, pode-se modelar a variável resposta como uma constante c_j em cada região R_j :

$$f(x) = \sum_{j=1}^J c_j I(x \in R_j).$$

O estimador para a constante c_j é encontrado pelo método de mínimos quadrados. Assim, deve-se minimizar $\sum_{x_i \in R_j} [y_i - f(x_i)]^2$. No entanto, perceba que $f(x_i)$ está sendo avaliado somente em um ponto específico x_i , o que reduzirá $f(x_i)$ para uma constante c_j . É fácil de se chegar ao resultado se for observada a definição da função indicadora $I(x \in R_j)$:

$$I_{R_j}(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_i \in R_j \\ 0, & \text{se } x_i \notin R_j \end{cases}.$$

Como as regiões são disjuntas, x_i não pode estar simultaneamente em duas regiões. Assim, para um ponto específico x_i , apenas um dos casos da função indicadora será diferente de 0. Portanto, $f(x_i) = c_j$. Agora, derivando $\sum_{x_i \in R_j} (y_i - c_j)^2$ em relação a c_j

$$\frac{\partial}{\partial c_j} \sum_{x_i \in R_j} (y_i - c_j)^2 = -2 \sum_{x_i \in R_j} (y_i - c_j) \quad (3.1)$$

e, ao igualar a Equação 3.1 a 0, tem-se a seguinte igualdade:

$$\sum_{x_i \in R_j} (y_i - \hat{c}_j) = 0.$$

Expandindo o somatório e dividindo pelo número total de pontos N_j na região R_j , conclui-se que o estimador de c_j , denotado por \hat{c}_j , é simplesmente a média dos valores observados y_i na região R_j :

$$\sum_{x_i \in R_j} y_i - \hat{c}_j N_j = 0 \Rightarrow \hat{c}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{x_i \in R_j} y_i. \quad (3.2)$$

No entanto, JAMES et al. (2013) caracteriza como inviável considerar todas as possíveis partições do espaço das variáveis independentes em J caixas devido ao alto custo computacional. Dessa forma, a abordagem a ser adotada é uma divisão binária recursiva. O processo começa no topo da árvore, o ponto em que contém todas as observações, e continua sucessivamente dividindo o espaço dos preditores. As divisões são indicadas como dois novos ramos na árvore, como pode ser visto na Figura 3.1.

Para executar a divisão binária recursiva, deve-se primeiramente selecionar a variável independente X_j e o ponto de corte s tal que a divisão do espaço dos preditores conduza a maior redução possível na soma dos quadrados dos resíduos. Dessa forma, definimos dois semi-planos:

$$R_1(j, s) = \{X | X_j \leq s\} \text{ e } R_2(j, s) = \{X | X_j > s\},$$

e procuramos a divisão da variável j e o ponto de corte s que minimizem a seguinte expressão:

$$\min_{j,s} \left[\min_{c_1} \sum_{x_i \in R_1(j,s)} (y_i - c_1)^2 + \min_{c_2} \sum_{x_i \in R_2(j,s)} (y_i - c_2)^2 \right],$$

em que c_1 e c_2 é a média da variável dependente para as observações nas regiões $R_1(j,s)$ e $R_2(j,s)$, respectivamente. Após determinar a melhor divisão, os dados são particionados nessas duas regiões, e o processo é repetido recursivamente para todas as sub-regiões resultantes.

O tamanho da árvore pode ser considerado um hiperparâmetro para regular a complexidade do modelo, pois uma árvore muito grande pode causar sobreajuste aos dados de treinamento, capturando não apenas os padrões relevantes, mas também o ruído. Como resultado, o modelo pode apresentar bom desempenho nos dados de treinamento, mas falhar ao lidar com novos dados devido à sua incapacidade de generalização. Por outro lado, uma árvore muito pequena pode não captar padrões, relações e estruturas importantes presentes nos dados. Dessa forma, a estratégia adotada para selecionar o tamanho da árvore consiste em crescer uma grande árvore T_0 , interrompendo o processo de divisão apenas ao atingir um tamanho mínimo de observações nos nós. Posteriormente, a árvore T_0 é podada utilizando o critério de custo de complexidade, que será definido a seguir.

Para o processo de poda da árvore, definimos uma árvore qualquer T que pode ser obtida através do processo da poda de T_0 , de modo que $T \subset T_0$. Assim, sendo N_j a quantidade de pontos na região R_j , seja

$$Q_j(T) = \frac{1}{N_j} \sum_{x_i \in R_j} (y_i - \hat{c}_j)^2$$

uma medida de impureza do nó pelo erro quadrático médio. Assim, define-se o critério de custo de complexidade:

$$C_\alpha(T) = \sum_{j=1}^{|T|} N_j Q_j(T) + \alpha |T|,$$

em que $|T|$ denota a quantidade total de folhas, e $\alpha \geq 0$ é um hiperparâmetro que equilibra o tamanho da árvore e a adequação aos dados. A ideia é encontrar, para cada α , a árvore $T_\alpha \subset T_0$ que minimiza $C_\alpha(T)$. Valores grandes de α resultam em árvores menores, enquanto valores menores resultam em árvores maiores, e $\alpha = 0$ resulta na própria árvore T_0 . A busca por T_α envolve colapsar sucessivamente o nó interno que provoca o menor aumento em $\sum_j N_j Q_j(T)$, continuando o processo até produzir uma árvore com um único nó. Esse processo gera uma sequência de subárvores, dentre as quais existe, para cada valor de α , uma única subárvore que minimiza $C_\alpha(T)$.

A estimativa de α pode ser realizada por validação cruzada com cinco ou dez folds. Assim, a árvore final será $T_{\hat{\alpha}}$. O Algoritmo 3.1 exemplifica o processo de crescimento de uma árvore de regressão:

No caso de uma árvore de decisão para classificação, a principal diferença está no critério de divisão dos nós e na poda da árvore. Para a classificação, a predição em um

Algoritmo 3.1 Algoritmo para crescer uma árvore de regressão.

1. Use a divisão binária recursiva para crescer uma árvore grande T_0 nos dados de treinamento, parando apenas quando cada folha tiver menos do que um número mínimo de observações.
 2. Aplique o critério de custo de complexidade à árvore grande T_0 para obter uma sequência de melhores subárvore T_α , em função de α .
 3. Use validação cruzada K -Fold para escolher α . Isto é, divida as observações de treinamento em K folds. Para cada $k = 1, \dots, K$:
 - (a) Repita os Passos 1 e 2 em todos os folds, exceto no k -ésimo fold dos dados de treinamento.
 - (b) Avalie o erro quadrático médio da estimação no k -ésimo fold deixado de fora, em função de α .
 Faça a média dos resultados para cada valor de α e escolha α que minimize o erro médio.
 4. Retorne a subárvore $T_{\hat{\alpha}}$ do Passo 2 que corresponde ao valor estimado de α .
-

Algoritmo 3.1: Fonte: JAMES et al. (2013, p. 337).

nó j , correspondente a uma região R_j com N_j observações, será simplesmente a classe majoritária. Assim, tem-se:

$$\hat{p}_{jk} = \frac{1}{N_j} \sum_{x_i \in R_j} I(y_i = k),$$

como sendo a proporção de observações da classe k no nó j . Dessa forma, as observações no nó j são classificadas na classe k ($j = \arg \max_k \hat{p}_{jk}$, correspondente à classe majoritária nesse nó.

Para a divisão dos nós no caso da regressão, foi utilizado o erro quadrático médio como medida de impureza. Para a classificação, algumas medidas comuns para $Q_j(T)$ são o erro de classificação, o índice de Gini ou a entropia cruzada.

3.2 Métodos Ensemble

As árvores de decisão são conhecidas por sua alta interpretabilidade, mas geralmente apresentam um desempenho preditivo inferior em comparação com outros modelos e algoritmos. No entanto, é possível superar essa limitação construindo um modelo preditivo que combina a força de uma coleção de estimadores base, um processo conhecido como aprendizado em conjunto (Ensemble Learning). De acordo com HASTIE et al. (2009), o aprendizado em conjunto pode ser dividido em duas etapas principais: a primeira etapa consiste em desenvolver uma população de algoritmos de aprendizado base a partir dos dados de treinamento, e a segunda etapa envolve a combinação desses algoritmos para formar um estimador agregado. Portanto, nesta seção, serão definidos os métodos de aprendizado em conjunto utilizados neste trabalho.

3.2.1 Bagging

O algoritmo de Bootstrap Aggregation, ou Bagging, foi introduzido por BREIMAN (1996). Sua ideia principal é gerar um estimador agregado a partir de múltiplas versões de um preditor, que são criadas por meio de amostras bootstrap do conjunto de treinamento, utilizadas como novos conjuntos de treinamento. O Bagging pode ser empregado para melhorar a estabilidade e a predição de modelos ou algoritmos de aprendizado de máquina, além de reduzir a variância e evitar o sobreajuste. Por exemplo, o Bagging pode ser utilizado para melhorar o desempenho da árvore de regressão descrita anteriormente.

BREIMAN (1996) define formalmente o algoritmo de Bagging, que utiliza um conjunto de treinamento \mathcal{L} . A partir desse conjunto, são geradas amostras bootstrap $\mathcal{L}^{(B)}$ com B réplicas, formando uma coleção de modelos $\{f(x, \mathcal{L}^{(B)})\}$, onde f representa um modelo estatístico ou algoritmo treinado nas amostras bootstrap para prever ou classificar uma variável dependente y com base em variáveis independentes. Se a variável dependente y for numérica, a predição é obtida pela média das estimativas dos modelos:

$$f_B(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B f(x, \mathcal{L}^{(B)}),$$

em que f_B representa a predição agregada. No caso em que y prediz uma classe, utiliza-se a votação majoritária. Ou seja, se estivermos classificando em classes $j \in \{1, \dots, J\}$, então $N_j = \#\{B; f(x, \mathcal{L}^{(B)}) = j\}$ representa o número de vezes que a classe j foi predita pelos estimadores. Assim:

$$f_B(x) = \arg \max_j N_j.$$

isto é, o j para o qual N_j é máximo

Embora a técnica de Bagging possa melhorar o desempenho de uma árvore de regressão ou de classificação, isso geralmente vem ao custo de menor interpretabilidade. Quando o Bagging é aplicado a uma árvore de regressão, construímos B árvores de regressão usando B réplicas de amostras bootstrap e tomamos a média das predições resultantes (JAMES et al., 2013). Nesse processo, as árvores de regressão crescem até seu máximo, sem passar pelo processo de poda, resultando em cada árvore individual com alta variância e baixo viés. No entanto, ao agregar as predições das B árvores, a variância é reduzida.

Para mitigar a falta de interpretabilidade do método Bagging aplicado a árvores de regressão, pode-se utilizar a medida de impureza baseada no erro quadrático médio como uma métrica para avaliar a importância das variáveis independentes. Um valor elevado na redução total média do erro quadrático médio, calculado com base nas divisões realizadas por um determinado preditor em todas as B árvores, indica que o preditor é importante.

As árvores construídas pelo algoritmo de árvore de decisão se beneficiam da estratégia de agregação do Bagging, principalmente por meio da redução da variância das previsões. No entanto, esse benefício é limitado pela correlação existente entre as árvores geradas. Se essas árvores forem variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), cada uma com variância σ^2 , a variância da média das previsões das B árvores será $\frac{1}{B}\sigma^2$.

Contudo, se as árvores forem apenas identicamente distribuídas (i.d.), mas não indepen-

dentes, apresentando uma correlação positiva ρ , a variância da média das previsões passa a ser dada por:

$$\rho\sigma^2 + \frac{1-\rho}{B}\sigma^2. \quad (3.3)$$

Nesse caso, à medida que o número de árvores B tende ao infinito, o segundo termo da expressão se aproxima de zero, mas o primeiro termo permanece constante. Isso demonstra que os ganhos proporcionados pelo Bagging são limitados pela correlação entre as árvores (HASTIE et al., 2009).

Essa correlação ocorre porque as árvores geradas pelo Bagging tendem a ser bastante semelhantes. As variáveis selecionadas para as divisões são escolhidas com base na maior redução do erro nas regiões, e, frequentemente, as mesmas variáveis são as que mais contribuem para essa redução, sendo repetidamente escolhidas. Uma forma de reduzir essa correlação - e, com isso, melhorar o desempenho do Bagging - é por meio do algoritmo Random Forest, que será apresentado a seguir.

3.2.2 Random Forest

O algoritmo Random Forest é uma técnica derivada do método Bagging, mas com modificações específicas na construção das árvores. O objetivo é reduzir a variância ao diminuir a correlação entre as árvores, sem aumentar significativamente a variabilidade. Isso é alcançado durante o processo de crescimento das árvores por meio da seleção aleatória de um subconjunto de variáveis independentes antes de cada divisão.

No algoritmo Random Forest, ao construir uma árvore a partir de amostras bootstrap, selecionam-se aleatoriamente $m \leq p$ das p variáveis independentes como candidatas para a divisão (sendo $m = p$ no caso do Bagging). Assim, diferentemente do Bagging, o Random Forest não considera todas as p variáveis ao escolher a divisão que minimiza o erro das regiões, mas apenas uma amostra aleatória de m variáveis.

Essa seleção aleatória de variáveis independentes ajuda a resolver um dos principais problemas do Bagging, a tendência de gerar árvores muito semelhantes, resultando em previsões altamente correlacionadas. O Random Forest mitiga esse problema ao criar oportunidades para que diferentes preditores sejam considerados em cada divisão. Em média, uma fração $(p-m)/p$ das divisões sequer incluirá o preditor mais forte como candidato, o que aumenta a chance de seleção de outros preditores (JAMES et al., 2013). Esse mecanismo reduz a correlação entre as árvores, contribuindo para uma menor variabilidade nas previsões agregadas.

A quantidade de variáveis independentes m selecionadas aleatoriamente é um hiperparâmetro que pode ser estimado por meio de validação cruzada. Valores comumente utilizados são $m = \sqrt{p}$ com quantidade mínima de observações no nó igual a um, no caso de classificação, e $m = p/3$ com quantidade mínima de observações no nó igual a cinco, no caso de regressão (HASTIE et al., 2009).

Quando o número total de variáveis é grande, mas apenas algumas são realmente relevantes, o Random Forest pode apresentar desempenho inferior com valores muito pequenos de m , pois isso reduz a probabilidade de que as variáveis mais importantes sejam

Algoritmo 3.2 Algoritmo de uma Random Forest para regressão ou classificação.

1. Para $b = 1$ até B :
 - (a) Construa amostras bootstrap \mathcal{L}^* de tamanho N dos dados de treinamento.
 - (b) Faça crescer uma árvore de floresta aleatória T_b para os dados bootstrap, repetindo recursivamente os seguintes passos para cada folha da árvore, até que o tamanho mínimo do nó n_{min} seja atingido:
 - i. Selecione m variáveis aleatoriamente entre as p variáveis.
 - ii. Escolha a melhor variável para divisão entre as m .
 - iii. Divida o nó em dois subnós.
2. Por fim, o conjunto de árvores $\{T_b\}_1^B$ é construído.

No caso da regressão, para fazer uma predição em um novo ponto x , temos a seguinte função:

$$\hat{f}_{rf}^B(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T_b(x)$$

Para a classificação é utilizado o voto majoritário. Assim, seja $\hat{C}_b(x)$ a predição da classe da árvore de floresta aleatória b . Assim:

$$\hat{C}_{rf}^B(x) = \arg \max_c \sum_{b=1}^B I(\hat{C}_b(x) = c),$$

em que c representa as classes possíveis.

Algoritmo 3.2: Fonte: HASTIE et al. (2009, p. 588).

selecionadas. Por outro lado, utilizar um valor pequeno de m pode ser vantajoso quando há muitos preditores altamente correlacionados. Além disso, assim como no Bagging, o Random Forest não sofre de sobreajuste com o aumento do número de árvores B . Dessa forma, é suficiente utilizar um valor de B grande o bastante para que a taxa de erro se estabilize (JAMES et al., 2013).

3.2.3 Boosting Trees

O Boosting, assim como o Bagging, é um método destinado a melhorar o desempenho de modelos ou algoritmos. No entanto, neste trabalho, o Boosting foi aplicado apenas às árvores de regressão. Portanto, a explicação do Boosting será restrita ao caso de Boosting Trees. Seu algoritmo pode ser observado no Algoritmo 3.3 .

No algoritmo de Bagging, cada árvore é construída e ajustada utilizando amostras bootstrap, e ao final, um estimador agregado φ_B é formado a partir das B árvores. O Boosting Trees funciona de maneira semelhante, mas sem o uso de amostras bootstrap.

Algoritmo 3.3 Método Boosting aplicado a árvores de regressão.

1. Defina $\hat{f}(x) = 0$ e $r_i = y_i$ para todos os i no conjunto de treinamento
2. Para $b = 1, 2, \dots, B$, repita:
 - (a) Ajuste uma árvore \hat{f}^b com d divisões para os dados de treinamento (X, r) .
 - (b) Atualize \hat{f} adicionando uma versão com o hiperparâmetro λ de taxa de aprendizado:

$$\hat{f}(x) \leftarrow \hat{f}(x) + \lambda \hat{f}^b(x)$$

- (c) Atualize os resíduos,

$$r_i \leftarrow r_i - \lambda \hat{f}^b(x_i)$$

3. Retorne o modelo de boosting,

$$\hat{f}(x) = \sum_{b=1}^B \lambda \hat{f}^b(x)$$

Algoritmo 3.3: Fonte: JAMES et al. (2013, p. 349).

A ideia central do Boosting é corrigir os erros das árvores anteriores, ajustando as novas árvores aos resíduos gerados pelas previsões anteriores. Assim, as árvores no Boosting são construídas de forma sequencial, incorporando gradualmente as informações dos erros cometidos pelas árvores anteriores.

No caso da regressão, o Boosting combina um grande número de árvores de decisão $\hat{f}^1, \dots, \hat{f}^B$. A primeira árvore é construída utilizando o conjunto de dados original, e seus resíduos são calculados. Com a primeira árvore ajustada, a segunda árvore é ajustada aos resíduos da árvore anterior e, em seguida, é adicionada ao estimador para atualizar os resíduos. Dessa forma, os resíduos servem como informação crucial para construir novas árvores e corrigir os erros das árvores anteriores. Como cada nova árvore depende das árvores já construídas, árvores menores são suficientes (JAMES et al., 2013).

O processo de aprendizado do Boosting é mais lento, o que geralmente resulta em modelos mais precisos, embora mais custosos computacionalmente. Esse processo de aprendizado pode ser controlado por um hiperparâmetro λ chamado de shrinkage, ou taxa de aprendizado, permitindo que mais árvores, com formas diferentes, corrijam os erros das árvores passadas. No entanto, um valor muito pequeno para λ requer uma quantidade muito maior B de árvores e, diferente do Bagging e Random Forest, o Boosting pode sofrer de sobreajuste se a quantidade de árvores é muito grande. Além disso, a quantidade de divisões d em cada árvore, que controla a complexidade do boosting, pode ser considerada também um hiperparâmetro. Para $d = 1$, ajusta-se um modelo aditivo, pois cada árvore contém apenas um nó.

3.2.4 Stacked generalization

O Stacked Generalization, ou Stacking, é um método de ensemble que consiste em treinar um modelo gerado a partir da combinação da predição de vários outros modelos, visando melhorar a precisão das previsões. Esse método pode ser aplicado a qualquer modelo estatístico ou algoritmo de aprendizado de máquina. A ideia principal é atribuir pesos às previsões, de modo a dar maior importância aos modelos que produzem melhores resultados, ao mesmo tempo em que se evita atribuir altos pesos a modelos com alta complexidade.

Matematicamente, o Stacking define previsões $\hat{f}_m^{-i}(x)$ em x , utilizando o modelo m , aplicado ao conjunto de treinamento com a i -ésima observação dos dados de treinamento removida (HASTIE et al., 2009). Os pesos dos modelos são estimados por meio de uma regressão linear de mínimos quadrados, ajustando y_i em relação a $\hat{f}^{-i}(x)$, para $m = 1, \dots, M$. A estimativa dos pesos é obtida pela seguinte expressão:

$$\hat{w}^{st} = \arg \min_w \sum_{i=1}^N \left[y_i - \sum_{m=1}^M w_m \hat{f}_m^{-i}(x_i) \right]^2.$$

A estimativa final é $\sum_m \hat{w}_m^{st} \hat{f}_m(x)$. Assim, em vez de escolher um único modelo, o método de Stacking combina os modelos utilizando pesos estimados, o que melhora a performance preditiva, mas pode comprometer a interpretabilidade. Além disso, ao utilizar validação cruzada baseada no método leave-one-out para as previsões $\hat{f}_m^{-i}(x)$, o Stacking evita atribuir pesos excessivos a modelos de alta complexidade, reduzindo o risco de sobreajuste.

3.2.5 Gradient Boosting

O algoritmo de Gradient Boosting é semelhante ao Boosting. Ele constrói modelos aditivos ajustando sequencialmente funções base aos pseudos-resíduos em cada iteração, que, por sua vez, correspondem a direção contrária dos gradientes da função de perda (FRIEDMAN, 2002). Esses pseudos-resíduos indicam a direção na qual a função de perda está sendo minimizada, orientando o ajuste dos modelos seguintes.

Neste trabalho, foram utilizadas diferentes implementações do Gradient Boosting. Todas elas, no entanto, empregam o método com árvores de regressão como funções base, variando apenas em aspectos como a construção das árvores ou otimizações voltadas à eficiência computacional. Sendo assim, o algoritmo apresentado a seguir corresponde ao Gradient Tree Boosting, cuja formulação é detalhada no Algoritmo 3.4 .

O Gradient Boosting aplicado para árvores de regressão, tem que cada função base é uma árvore de regressão com J_m folhas. Dessa forma, cada árvore de regressão tem a seguinte forma aditiva:

$$h(x; \{R_{jm}\}_{1}^{J_m}) = \sum_{j=1}^{J_m} b_{jm} I(x \in R_{jm}), \quad (3.4)$$

em que $\{R_{jm}\}_{1}^{J_m}$ representa as regiões disjuntas que, em conjunto, cobrem o espaço das variáveis preditoras. Essas regiões correspondem às folhas da respectiva árvore de

Algoritmo 3.4 Algoritmo de Gradient Tree Boosting.

1. Inicialize $f_0(x) = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^N L(y_i, \gamma)$

2. Para $m = 1$ até M :

(a) Para $i = 1, 2, \dots, N$, calcule

$$r_{im} = - \left[\frac{\partial L(y_i, f(x_i))}{\partial f(x_i)} \right]_{f=f_{m-1}}$$

(b) Ajuste uma árvore de regressão aos pseudo-resíduos r_{im} , obtendo regiões terminais R_{jm} , $j = 1, 2, \dots, J_m$.

(c) Para $j = 1, 2, \dots, J_m$, calcule

$$\gamma_{jm} = \arg \min_{\gamma} \sum_{x_i \in R_{jm}} L(y_i, f_{m-1}(x_i) + \gamma)$$

(d) Atualize $f_m(x) = f_{m-1}(x) + \lambda \sum_{j=1}^{J_m} \gamma_{jm} I(x \in R_{jm})$

3. Retorne $\hat{f}(x) = f_M(x)$

Algoritmo 3.4: Fonte: HASTIE et al. (2009, p. 361).

regressão.

Como as regiões são disjuntas, a partir da Equação 3.4, a estimativa de b_{jm} - a predição associada à região R_{jm} - será simplesmente a média dos pseudo-resíduos r_{im} :

$$\hat{b}_{jm} = \frac{1}{N_{jm}} \sum_{x_i \in R_{jm}} r_{im},$$

onde N_{jm} denota o número de observações na região R_{jm} . Os pseudo-resíduos r_{im} representam a direção contrária dos gradientes da função perda L , conforme expressos na linha 2(a) do Algoritmo 3.4 , e indicam a direção de minimização de L .

Assim, cada árvore de regressão é ajustada aos novos pseudo-resíduos, com o objetivo de minimizar o erro das árvores anteriores. O estimador é, então, atualizado separadamente em cada região R_{jm} , conforme descrito a seguir:

$$f_m(x) = f_{m-1}(x) + \lambda \sum_{j=1}^{J_m} \gamma_{jm} I(x \in R_{jm}),$$

em que $\gamma_{jm} = \arg \min_{\gamma} \sum_{x_i \in R_{jm}} L(y_i, f_{m-1}(x_i) + \gamma)$ representa uma constante ótima para cada região. O parâmetro λ , assim como no algoritmo de boosting, é o hiperparâmetro de shrinkage, utilizado para controlar a taxa de aprendizado. Valores menores de λ exigem um número maior de iterações M .

As outras implementações de Gradient Boosting aplicadas a árvores de decisão tem seus próprios motivos de existência. Esses motivos incluem a busca por maior eficiência computacional, adição de recursos e até mesmo maior flexibilidade. As duas outras implementações utilizadas foram o Extreme Gradient Boosting (XGBoost) e Light Gradient Boosting (LightGBM).

O Extreme Gradient Boosting é uma implementação altamente eficiente e flexível do algoritmo de Gradient Boosting aplicado a árvores de decisão. Um de seus principais diferenciais é a incorporação de técnicas de regularização, que ajudam a reduzir o sobreajuste e a melhorar a generalização do modelo.

A regularização é feita por meio de um termo adicional que penaliza a complexidade das árvores, definido como:

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \|\omega\|^2,$$

em que T é a quantidade de folhas na árvore, $\|\omega\|^2$ é a soma do quadrado dos pesos associados às folhas. γ e λ são os parâmetros de regularização, em que λ penaliza os pesos das folhas e γ penaliza a quantidade de folhas nas árvores. As implementações do Extreme Gradient Boosting em **Python**, por padrão, utilizam a regularização L2, mas também permitem a aplicação da regularização L1.

Assim como o XGBoost, as implementações existentes do LightGBM também permitem o uso de regularização L1 ou L2, embora nenhuma das implementações a utilize por padrão. O LightGBM tem como foco a alta velocidade de treinamento e a eficiência no uso da memória, graças ao algoritmo baseado em histogramas (Histogram-Based Algorithm). Nesse método, os valores contínuos das variáveis são agrupados em intervalos discretos - como em um histograma - o que evita a avaliação de cada ponto individualmente durante as divisões das árvores, reduzindo significativamente o custo computacional.

4 Metodologia

4.1 Obtenção dos dados

Os dados foram obtidos em 2023 por meio de web scraping, que é uma técnica para coletar dados de páginas da internet. Para isso, foram utilizadas as linguagens de programação **R** e **Python**. No **R**, os pacotes **xml2** e **rvest** foram utilizados para extrair dados de páginas estáticas de forma estruturada. No **Python**, as bibliotecas **Scrapy** e **Playwright**, desenvolvida pela Microsoft, foram empregadas, sendo esta última essencial para a interação com componentes dinâmicos da página, possibilitando a extração de informações que exigem interações como cliques ou rolagem de página para ser gerada. Além dessas ferramentas, foram implementadas técnicas de rotacionamento de IPs e de modificação das informações do usuário que acessa o site, a fim de evitar bloqueios durante o processo de coleta de dados, garantindo assim a continuidade e eficácia da extração. A API utilizada para gerenciar a rotação de informações dos usuários que acessam o site foi desenvolvida pela empresa ScrapeOps.

Assim, utilizando as ferramentas e técnicas de web scraping, foram coletadas as variáveis que poderiam fazer sentido para a modelagem, priorizando aquelas com menor chance de gerar problemas durante o tratamento dos dados, como, por exemplo, ter muitos valores ausentes. Ao todo, foram extraídas 25 variáveis, das quais 11 são quantitativas e 14 qualitativas nominais, sendo 12 de caráter dicotômico. No entanto, nem todas as variáveis foram obtidas diretamente por web scraping. As coordenadas geográficas, latitude e longitude, por exemplo, foram geradas por meio da geocodificação dos endereços de cada imóvel, utilizando o pacote **tidygeocoder** da linguagem **R**. Dessa forma, foram consideradas as seguintes variáveis, todas obtidas por meio de web scraping, com exceção das coordenadas geográficas, que foram obtidas por geocodificação dos endereços:

- Valor do imóvel: variável dependente que será modelada e constitui o principal foco de análise deste trabalho;
- Valor médio do aluguel no bairro: média dos valores de aluguel anunciados para imóveis localizados no respectivo bairro. Os dados foram obtidos por meio de web scraping, e a média final foi calculada com base nos valores coletados nos anúncios da região;
- Área média do aluguel no bairro: média das áreas, em m^2 , dos imóveis disponíveis para aluguel no respectivo bairro. Assim como os valores de aluguel, os dados de área de aluguel foram obtidos por meio de web scraping, sendo a média calculada a partir das áreas informadas nos anúncios coletados;
- Área: área total do imóvel, medida em m^2 ;
- Condomínio: valor mensal pago pelo condomínio do imóvel;
- IPTU: imposto cobrado sobre imóveis urbanos;

- Banheiros: quantidade de banheiros disponíveis na propriedade;
- Vagas de estacionamento: número total de vagas de estacionamento disponíveis;
- Quartos: quantidade de quartos no imóvel;
- Latitude: posição horizontal, medida em frações decimais de graus;
- Longitude: posição vertical, também medida em frações decimais de graus, assim como a latitude;
- Tipo do imóvel: seis categorias foram consideradas: apartamentos, casas, casas de condomínio, flats e terrenos de lotes comerciais e de condomínio;
- Endereço: nome do endereço onde o imóvel está localizado;
- Variáveis dicotômicas: indicam a presença (1) ou ausência (0) de determinadas características no imóvel, como área de serviço, academia, elevador, espaço gourmet, piscina, playground, portaria 24 horas, quadra de esportes, salão de festas, sauna, spa e varanda gourmet.

No entanto, com base nas observações realizadas durante o estudo, nem todas as variáveis coletadas foram utilizadas na modelagem do valor dos imóveis. Algumas foram excluídas devido a uma quantidade excessiva de valores ausentes, enquanto outras se mostraram pouco significativas para explicar o valor do imóvel. No caso da variável de endereço, utilizada para a obtenção das coordenadas por meio da geocodificação, muitos registros apresentaram baixa precisão, frequentemente por não incluírem o número do imóvel ou conterem apenas o nome da rua e do bairro. Isso resultou em uma localização geográfica genérica, fazendo com que diversos imóveis fossem posicionados de forma centralizada, como, por exemplo, no meio da rua. Após o processo de coleta e limpeza dos dados, o banco de dados final conta com 31.781 observações.

Além dos dados mencionados, foram também utilizados dados geográficos sobre a cidade de João Pessoa, incluindo informações sobre ciclovias, faixas exclusivas de ônibus, corredores de ônibus, área rural, bairros, escolas públicas, parques, praças e rios. No entanto, esses dados foram empregados exclusivamente na construção dos mapas na aplicação final. As informações foram obtidas no site <https://filipeia.joaopessoa.pb.gov.br/>. A localização das escolas públicas foi obtida a partir do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira).

4.2 Análise exploratória de dados

A análise exploratória de dados é uma das primeiras etapas de qualquer estudo que utiliza a estatística como ferramenta principal, pois permite identificar padrões de comportamento nos dados e descobrir relações entre as variáveis estudadas. Assim, após a coleta e organização dos dados, a primeira etapa deste estudo consistiu em uma análise descritiva. Essa análise possibilitou identificar padrões entre os diferentes tipos de imóveis e como essas características podem influenciar o seu valor. Para evidenciar esses comportamentos, foram criados gráficos e tabelas que permitiram caracterizar as relações entre as variáveis independentes e a variável dependente.

Nesta etapa, também foi analisada a correlação entre as variáveis independentes utilizadas no modelo, o que possibilitou a criação de novas variáveis com base na interação entre aquelas que apresentavam alguma relação. Para isso, utilizou-se a correlação de Spearman (SPEARMAN, 1961).

A correlação de Spearman é bastante semelhante à correlação de Pearson (COHEN et al., 2009). No entanto, diferencia-se por ser uma medida não paramétrica de correlação entre os postos das variáveis. Assim, o coeficiente de correlação de Spearman é definido como o coeficiente de correlação de Pearson aplicado às variáveis classificadas em postos:

$$r_s = \rho_{rg_X, rg_Y} = \frac{cov(rg_X, rg_Y)}{\sigma_{rg_X} \sigma_{rg_Y}},$$

em que ρ representa o coeficiente de Pearson aplicado aos postos das variáveis, $cov(rg_X, rg_Y)$ é a covariância entre os postos, e σ_{rg_X} e σ_{rg_Y} são os desvios padrão das variáveis em postos.

Portanto, essa etapa resultou na criação de quatro variáveis: a quantidade total de cômodos do imóvel, o produto entre as coordenadas geográficas e o preço médio do aluguel no bairro, a razão entre o número de quartos e a área do imóvel, e o produto entre o número de quartos do imóvel e a área média do aluguel no bairro. No entanto, a inclusão dessas variáveis não levou à remoção das variáveis originais utilizadas em sua construção, pois sua exclusão resultou em uma piora no desempenho do modelo, tendo sido observado uma diminuição na métrica de erro quadrático médio.

Com um maior entendimento dos dados, o próximo passo foi a construção do modelo, incluindo as transformações aplicadas, o método de imputação de valores ausentes e o tratamento de variáveis nominais. A próxima seção detalhará os métodos utilizados nesse processo.

4.3 Construção do modelo

No conjunto de dados extraído, foram avaliados diferentes modelos para a estimação do valor do imóvel. O valor do imóvel foi explicado por variáveis consideradas relevantes para o estudo, como: preço médio do aluguel no bairro, área, área média do aluguel no bairro, número de banheiros, vagas de estacionamento, número de quartos, latitude, longitude, tipo de imóvel, variáveis dicotômicas obtidas durante o processo de extração e variáveis criadas posteriormente ao processo de raspagem dos dados. As variáveis relacionadas ao valor do condomínio e IPTU foram excluídas do modelo devido à alta quantidade de valores ausentes.

Após a seleção das variáveis, o conjunto de dados foi dividido em conjuntos de treino e teste para avaliar o desempenho dos modelos. A divisão foi realizada de forma estratificada, utilizando a classe `sklearn.model_selection.StratifiedShuffleSplit`, da biblioteca **scikit-learn**. Essa classe permite dividir a base de dados de maneira aleatória, preservando a proporção das classes definidas.

A estratificação foi baseada em intervalos criados a partir da variável que representa o valor dos imóveis. Foram definidos cinco intervalos: o primeiro abrange valores entre o

mínimo de R\$ 43.914 e R\$ 200.000; o segundo, entre R\$ 200.000 e R\$ 400.000; o terceiro, entre R\$ 400.000 e R\$ 600.000; o quarto, entre R\$ 600.000 e R\$ 800.000; e a quinta, valores acima de R\$ 800.000 até o máximo de R\$ 7.000.000. Dessa forma, 20% do conjunto de dados foi reservado para o teste, enquanto os 80% restantes foram utilizados para o treinamento do modelo.

Para a aplicação das ferramentas de modelagem, foram utilizadas as bibliotecas **scikit-learn**, **LightGBM** e **XGBoost**. As duas últimas foram empregadas especificamente na modelagem, enquanto a primeira também foi utilizada para criar pipelines de pré-processamento de dados, que organizam etapas sequenciais de preparação necessárias para o tratamento adequado dos dados. Assim, os quatro modelos aplicados na predição do valor do imóvel foram: Random Forest, Gradient Boosting, LightGBM e XGBoost. Por fim, foi implementado o algoritmo de Stacking.

A implementação do Stacking na biblioteca **scikit-learn** permite o uso de um modelo para estimar os pesos atribuídos às previsões dos modelos base, por meio do argumento `final_estimator` da classe `StackingRegressor`. Por padrão, esse argumento corresponde a um modelo linear do tipo Ridge, que realiza a combinação de forma regularizada. Quando o modelo final é linear, obtém-se a formulação clássica do Stacking, conforme discutido na Seção 3.2.4. No entanto, é possível utilizar outros algoritmos nessa etapa. Neste trabalho, optou-se pelo algoritmo Random Forest como `final_estimator`, em substituição ao Ridge, devido ao melhor desempenho preditivo do algoritmo Stacking com o Random Forest nessa função. Embora o Random Forest tenha sido utilizado para essa etapa, ele também foi empregado como estimador base, juntamente com os outros três algoritmos.

4.3.1 Etapas de pré-processamento

Após a organização e limpeza dos dados, foram realizadas transformações nas variáveis para aprimorar a capacidade preditiva dos modelos em relação aos valores dos imóveis. Além disso, foi aplicado um tratamento específico para lidar com valores ausentes em algumas variáveis do conjunto de dados. Esse tratamento foi restrito às variáveis com menos de 20% de valores ausentes, incluindo as variáveis de número de banheiros, quartos, vagas, valor médio do aluguel e área média do aluguel. Por outro lado, as variáveis de condomínio e IPTU apresentaram um elevado percentual de valores ausentes, com a variável de condomínio tendo quase 60% de observações ausentes e a variável IPTU mais de 80%. Devido a essa alta proporção de valores ausentes, essas variáveis foram excluídas.

O método utilizado para a imputação de valores ausentes foi o algoritmo k-nearest neighbors (KNN). Esse algoritmo estima os valores ausentes de acordo com a seguinte fórmula:

$$\hat{y} = \frac{1}{k} \sum_{x_i \in N_k(x)} y_i,$$

em que $N_k(x)$ representa o conjunto de k vizinhos mais próximos de x , ou seja, os pontos x_i no conjunto de dados que estão mais próximos de x . Essa proximidade é geralmente medida pela distância Euclidiana, que é a métrica padrão utilizada pela classe `KNNImputer` da biblioteca **scikit-learn** para imputação de valores ausentes. No processo de imputação, foi utilizado um total de 17 vizinhos, definido pelo argumento `n_neighbors` da classe `KNNImputer`.

A transformação logarítmica $\log(1 + x)$ foi aplicada para estabilizar a variância e tornar a distribuição dos regressores mais simétrica. Embora essa transformação tenha sido utilizada na maioria das variáveis numéricas, algumas exceções foram feitas. Em particular, a variável que representa o produto entre as coordenadas geográficas e o valor do aluguel foi transformada usando a técnica de Yeo-Johnson (YEO; JOHNSON, 2000), que apresenta a vantagem de ser aplicável a dados que incluem valores negativos e zero. Além disso, as variáveis referentes ao preço e à área do aluguel não foram transformadas com $\log(1 + x)$. A decisão foi tomada com base nas métricas de avaliação do modelo, que indicaram uma queda de desempenho do modelo quando essas variáveis eram transformadas.

A transformação de Yeo-Johnson é definida da seguinte forma:

$$\psi(\lambda, x) = \begin{cases} [(1+x)^\lambda - 1]/\lambda & \lambda \neq 0, x \geq 0 \\ \ln(1+x) & \lambda = 0, x \geq 0 \\ [(1-x)^{2-\lambda} - 1]/(\lambda-2) & \lambda \neq 2, x < 0 \\ -\ln(1-x) & \lambda = 2, x < 0 \end{cases},$$

em que λ é estimado por máxima verossimilhança. Além disso, percebe-se que a transformação $\log(1 + x)$ é um caso particular da transformação de Yeo-Johnson quando $\lambda = 0$ e $x \geq 0$.

Para as variáveis categóricas, utilizou-se a classe `OneHotEncoder`, da biblioteca **scikit-learn**, que converte as categorias em variáveis dicotômicas, criando uma nova coluna para cada categoria. Especificamente, a `OneHotEncoder` foi aplicada à variável que representa o tipo de imóvel, transformando cada categoria em uma variável binária.

Após a aplicação da transformação logarítmica e de Yeo-Johnson às variáveis numéricas, essas variáveis também foram padronizadas utilizando a classe `StandardScaler`, disponível no módulo `preprocessing` da biblioteca **scikit-learn**. As únicas variáveis que não foram padronizadas é o valor médio de área e aluguel no bairro, pelo mesmo motivo dado anteriormente. Essa classe ajusta os dados para que fiquem na mesma escala, padronizando-os de acordo com a fórmula:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma},$$

em que μ representa a média e σ o desvio padrão. Essa padronização é essencial para garantir que os modelos estatísticos e de aprendizado de máquina tratem as variáveis em escalas consistentes.

4.3.2 Validação cruzada

A técnica utilizada para otimizar e determinar os hiperparâmetros dos modelos, além de servir para otimizar o hiperparâmetro de vizinhos mais próximos para a imputação de valores ausentes, foi a validação cruzada. A validação cruzada serve para estimar um erro de generalização médio da seguinte forma $Err = E[L(Y, \hat{f}(X))]$, em que L é uma função perda e \hat{f} é um estimador. Existem diversas técnicas de validação cruzada, a que foi utilizada nesse trabalho é a validação cruzada K-Fold.

A validação cruzada K-Fold é uma técnica que utiliza parte dos dados para ajustar o

modelo e outra parte para testá-lo. Nessa abordagem, os dados são divididos em K folds. Em cada iteração, um desses folds é reservado para testar o modelo, enquanto os $K - 1$ folds restantes são usados para treiná-lo. O modelo é ajustado nos $K - 1$ subconjuntos e avaliado no subconjunto de teste, permitindo estimar o erro de predição. Esse processo é repetido K vezes, alternando o subconjunto de teste em cada rodada, e ao final, os K erros de predição são combinados. O erro de predição estimado pela validação cruzada é dado por:

$$CV(\hat{f}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(y_i, \hat{f}^{-k(i)}(x_i)),$$

em que N representa o número total de observações, L é a função de perda, y_i é o valor observado, x_i é a entrada correspondente, $\hat{f}^{-k(i)}$ é o modelo ajustado sem o k -ésimo fold ao qual a observação i pertence, e $k : \{1, \dots, N\} \mapsto \{1, \dots, K\}$ indica a partição à qual a observação i foi alocada por meio de randomização.

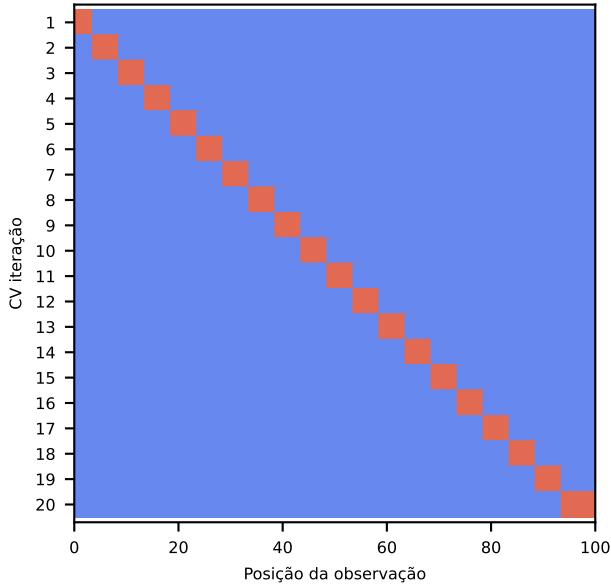


Figura 4.1: Visualização de K-Fold com 20 folds.

A Figura 4.1 ilustra exatamente o caso da validação cruzada por K-Fold. As divisões do conjunto de dados para treinamento são representados pela cor azul, enquanto as laranjas são os conjuntos de validação, onde o modelo, após ser ajustado, será testado com uma função perda L .

Para realizar a validação cruzada com K-Fold nos modelos empregados neste trabalho, utilizou-se uma função e uma classe da biblioteca [scikit-learn](#), ambas disponíveis no módulo `model_selection`. A função utilizada foi a `cross_val_score`, que recebe o modelo por meio do argumento `estimator`. A função perda para avaliação é especificado pelo argumento `scoring`, enquanto a técnica de validação cruzada é definida pelo argumento `cv`. Especificamente, foi empregada a classe `KFold(n_splits=20)` para configurar a validação cruzada do tipo K-Fold, em que o parâmetro `n_splits` define o número de divisões (folds) a serem realizadas, neste caso, 20. Optou-se por 20 folds porque os resultados obtidos para os modelos mostraram-se superiores em comparação com o uso de 10 ou 5 folds.

Após a execução da validação, a média das métricas retornadas pela função `cross_val_score` para cada fold foi calculada, como forma de se obter uma estimativa do desempenho do modelo. O código abaixo é um exemplo de como se utilizar a validação cruzada em **Python**:

```
from sklearn.model_selection import cross_val_score, KFold
from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
from sklearn.datasets import load_iris

X, y = load_iris(return_X_y=True)

model = RandomForestClassifier()

kf = KFold(n_splits=20)

scores = cross_val_score(
    X=X, y=y,
    estimator=model,
    scoring="neg_mean_squared_error",
    cv=kf
)

mse_scores = -scores
mean_mse = mse_scores.mean()

print(f"Média de acurácia: {mean_mse:.4f}")
```

A métrica utilizada para avaliar o desempenho dos modelos durante a validação cruzada foi a raiz do erro quadrático médio (RMSE). O RMSE avalia, em média, o quanto os valores estimados pelo modelo se afastam dos valores observados, sendo que valores menores de RMSE indicam melhor desempenho do modelo.

Embora não tenha sido utilizada na validação cruzada, outra métrica considerada para a análise do desempenho dos modelos foi o MAPE (Erro Percentual Absoluto Médio). Essa métrica mede, em termos percentuais, o desvio médio entre os valores estimados e os valores observados, oferecendo uma interpretação relativa ao erro. Por fim, foi analisado o coeficiente de determinação (R^2), que indica a proporção da variância da variável dependente explicada pelo modelo, com base nas variáveis independentes utilizadas em sua construção. As métricas utilizadas são definidas da seguinte forma:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{resíduos}}}{SS_{\text{total}}} \quad \text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \left| 1 - \frac{y_i}{\hat{y}_i} \right|,$$

em que $SS_{\text{resíduos}}$ e SS_{total} representam, respectivamente, a soma dos quadrados dos resíduos e a soma dos quadrados totais.

O RMSE foi utilizado para a seleção do algoritmo com melhor desempenho. Isso é

justificado pelo seu papel como estimador do risco quadrático condicional, definido por:

$$R(g) := \mathbb{E} [(Y - g(X))^2].$$

O risco R mede a esperança da perda quadrática associada à função preditiva g , e tem grande apelo frequentista no contexto de predição. Suponha que se observe um novo conjunto de dados $(X_{n+1}, Y_{n+1}), \dots, (X_{n+m}, Y_{n+m})$, i.i.d. à amostra original (IZBICKI; SANTOS, 2020). A Lei dos Grandes Números garante que, para m suficientemente grande:

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (Y_{n+i} - g(X_{n+i}))^2 \xrightarrow{\text{q.c.}} R(g),$$

ou seja, a média do erro quadrático em novas amostras converge quase certamente ao risco.

Portanto, quando calculado sobre dados que não participaram da estimação de g - como em validação cruzada ou em conjuntos de validação independentes - o erro quadrático médio atua como um estimador consistente do risco. Essa consistência, garantida pela Lei dos Grandes Números, assegura que, à medida que o tamanho da amostra aumenta, o erro estimado converge quase certamente para o risco verdadeiro. Assim, ao comparar diferentes modelos com base em seus respectivos erros quadráticos médios, estamos, assintoticamente, comparando suas reais capacidades de generalização.

4.4 Otimização de hiperparâmetros

Existem diversas técnicas para a otimização de hiperparâmetros em aprendizado de máquina. Uma das mais comuns é o Grid Search. Segundo BISCHL et al. (2023), o Grid Search divide o intervalo contínuo de valores possíveis de cada hiperparâmetro em um conjunto de valores discretos, avaliando exaustivamente o desempenho do algoritmo para todas as combinações possíveis. No entanto, como o número de combinações cresce exponencialmente com o aumento do número de hiperparâmetros, o Grid Search apresenta um custo computacional elevado.

Por essa razão, métodos de otimização mais avançados, como a otimização bayesiana, têm ganhado destaque, pois oferecem um desempenho superior ao explorar o espaço de hiperparâmetros de maneira mais eficiente. Neste trabalho, utilizamos a otimização bayesiana para realizar a otimização dos modelos e determinar a quantidade ideal de vizinhos mais próximos na classe `KNNImputer`, empregada para a imputação de valores ausentes.

A otimização bayesiana não se refere a um algoritmo específico, mas sim a uma abordagem de otimização fundamentada na inferência bayesiana, que engloba uma ampla família de algoritmos (GARNETT, 2023). Além disso, a otimização bayesiana tem alcançado benchmarks superiores em comparação com outros algoritmos em diversos problemas complexos de otimização de hiperparâmetros (SNOEK; LAROCHELLE; ADAMS, 2012).

Diferentemente de outros algoritmos de otimização de hiperparâmetros, a otimização bayesiana ajusta suas tentativas futuras com base nos resultados obtidos anteriormente (YANG; SHAMI, 2020). Para definir os pontos de avaliação futuros, utiliza-se uma função probabilística $P(c|\lambda)$, que modela a relação entre os hiperparâmetros λ e a métrica de desempenho c (BERGSTRA; YAMINS; COX, 2013). A partir dessa função, estima-se, para

cada conjunto de hiperparâmetros λ , a performance esperada $\hat{c}(\lambda)$ e a incerteza associada à predição $\hat{\sigma}(\lambda)$. Depois de obter a distribuição preditiva da função probabilística, uma função de aquisição determina o uso de diferentes pontos. Essa função orienta a escolha dos próximos pontos a serem avaliados, equilibrando exploitation (explorar regiões próximas às melhores observações anteriores) e exploration (investigar áreas ainda não exploradas)¹

Portanto, os algoritmos de otimização bayesiana são regidos pela relação $\lambda \rightarrow c(\lambda)$ e buscam equilibrar exploitation e exploration. Isso permite identificar as regiões mais promissoras no espaço de hiperparâmetros, ao mesmo tempo em que evita negligenciar possíveis configurações melhores em áreas ainda inexploradas.

4.4.1 Tree-Structured Parzen Estimator

A função probabilística adotada para a otimização bayesiana neste trabalho foi o método Tree-Structured Parzen Estimator (TPE). O TPE define duas funções de densidade, $l(\lambda)$ e $g(\lambda)$, que são utilizadas para modelar a distribuição dos hiperparâmetros λ no espaço de busca (YANG; SHAMI, 2020). Essas densidades permitem estimar a probabilidade condicional $p(\lambda|y)$, que representa a probabilidade de uma determinada configuração de hiperparâmetros λ ocorrer, dado um valor da métrica de desempenho y . A definição é dada por:

$$P(\lambda|y) = \begin{cases} l(\lambda), & \text{se } y < y^* \\ g(\lambda), & \text{se } y \geq y^* \end{cases}, \quad (4.1)$$

em que $l(\lambda)$ representa a densidade associada aos valores de y menores que o limiar y^* e $g(\lambda)$ é a densidade associada aos valores de y iguais ou superiores a y^* (BERGSTRA et al., 2011). No algoritmo de TPE, o valor de y^* é definido como sendo um quantil γ dos valores observados de y , de forma que $p(y < y^*) = \gamma$.

Por padrão, o Tree-Structured Parzen Estimator (TPE) utiliza como função de aquisição o Expected Improvement (EI). O EI representa a expectativa de um modelo M , que mapeia $f : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}^N$, sobre a melhora esperada em relação a um limiar y^* . Formalmente, o EI é definido como:

$$EI_{y^*}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \max(y^* - y, 0) p_M(y|\lambda) dy.$$

Se, para o valor de λ , o modelo prevê um y tal que $y > y^*$, a diferença $y^* - y$ será negativa, e o retorno será 0, o que significa que não haverá melhora. Por outro lado, se $y < y^*$, a diferença será positiva, indicando que o modelo apresenta um desempenho superior em relação ao limiar y^* .

Portanto, para o cálculo do EI utilizando as definições dadas pelo TPE e assumindo que $y^* > y$, adota-se a parametrização de $p(\lambda, y)$ como $p(y)p(\lambda | y)$, com o objetivo de simplificar os cálculos da distribuição marginal $p(\lambda)$. Assim, a expressão do EI, para o TPE, se reduz a:

¹Exploitation refere-se à busca por soluções promissoras com base em dados prévios, enquanto exploration visa descobrir novas regiões potencialmente vantajosas

$$EI_{y^*}(\lambda) = \int_{-\infty}^{y^*} (y^* - y) p(y|\lambda) dy = \int_{-\infty}^{y^*} (y^* - y) \frac{p(\lambda|y) p(y)}{p(\lambda)} dy. \quad (4.2)$$

A partir da Equação 4.1 e da definição $p(y < y^*) = \gamma$ e $p(y \geq y^*) = 1 - \gamma$, pode-se encontrar a distribuição marginal $p(\lambda)$. Dessa forma, segue-se que:

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \int_{-\infty}^{\infty} p(\lambda, y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p(\lambda|y) p(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{y^*} p(\lambda|y) p(y) dy + \int_{y^*}^{\infty} p(\lambda|y) p(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{y^*} l(\lambda) p(y) dy + \int_{y^*}^{\infty} g(\lambda) p(y) dy \\ &= \gamma l(\lambda) + (1 - \gamma) g(\lambda). \end{aligned}$$

Agora, basta calcular a integral $\int_{-\infty}^{y^*} (y^* - y) p(\lambda|y) p(y) dy$. Tem-se, portanto:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{y^*} (y^* - y) p(\lambda|y) p(y) dy &= l(\lambda) \int_{-\infty}^{y^*} (y^* - y) p(y) dy \\ &= \gamma y^* l(\lambda) - l(\lambda) \int_{-\infty}^{y^*} y p(y) dy. \end{aligned}$$

Finalmente, substituindo essa última expressão encontrada e $p(\lambda)$ na Equação 4.2, chega-se a:

$$EI_{y^*}(\lambda) = \frac{\gamma y^* l(\lambda) - l(\lambda) \int_{-\infty}^{y^*} y p(y) dy}{\gamma l(\lambda) + (1 - \gamma) g(\lambda)} \propto \left[\gamma + \frac{g(\lambda)}{l(\lambda)} (1 - \gamma) \right]^{-1}.$$

Essa última expressão mostra que, para maximizar o Expected Improvement, é necessário encontrar valores de λ que apresentem alta probabilidade em $l(\lambda)$ e baixa probabilidade em $g(\lambda)$. Portanto, no TPE, maximizar o EI equivale a maximizar a razão $l(\lambda)/g(\lambda)$.

4.4.2 Otimização de hiperparâmetros com Optuna

Para otimizar os hiperparâmetros dos modelos foi utilizado a bilbioteca **Optuna** da linguagem de programação **Python**. Essa biblioteca implementa diversos métodos para otimização automatizada de hiperparâmetros. Para a sua utilização, é preciso definir inicialmente uma função objetivo. Por exemplo, para otimizar os hiperparâmetros de uma random forest, é necessário definir uma função objetivo da seguinte forma:

```
import optuna
import numpy as np
import pandas as pd
from sklearn import ensemble
from sklearn.model_selection import cross_val_score, KFold
```

```

def objective(trial):
    X = train_df[variaveis_independentes]
    y = train_df.variavel_dependente

    params = dict(
        n_estimators=trial.suggest_int(
            name='n_estimators',
            low=1,
            high=1000),
        max_depth=trial.suggest_int(
            name='max_depth',
            low=20,
            high=1000),
        max_features='sqrt',
        random_state=42
    )

    model = ensemble.RandomForestRegressor(
        *params
    )
    model.fit(X=X, y=y)

    cv_scores = np.expm1(np.sqrt(-cross_val_score(
        estimator=model,
        X=X,
        y=y,
        scoring="neg_mean_squared_error",
        n_jobs=3,
        cv=KFold(n_splits=20)))) 

    return np.mean(cv_scores)

study = optuna.create_study()
study.optimize(objective, n_trials=100, n_jobs=-1)

```

Primeiro, define-se, em cada tentativa (trial), quais hiperparâmetros serão otimizados, especificados no objeto `params` no início da função. Após definir o espaço de busca para cada hiperparâmetro, o modelo escolhido é ajustado aos dados de treinamento. Com o modelo ajustado, realiza-se a validação cruzada em cada trial, utilizando o método K-Fold com 20 divisões (folds), conforme definido previamente. Após definir a função objetivo, inicializa-se um estudo com `optuna.create_study` e, em seguida, inicia-se a otimização com `study.optimize(objective, n_trials=100, n_jobs=-1)`. Por fim, para selecionar os melhores hiperparâmetros ao fim do último trial, basta executar `study.best_params`.

Por padrão, a biblioteca `Optuna` utiliza o Tree-Structured Parzen Estimator (TPE) para otimizar hiperparâmetros de um modelo. A técnica de otimização é escolhida por meio do argumento `sampler` no método `create_study`. Para selecionar o TPE, basta passar `optuna.samplers.TPESampler` como argumento para a criação do estudo. O método

TPE é o padrão para otimização na biblioteca **Optuna**. No entanto, caso se deseje utilizar outro método de otimização da biblioteca, basta especificá-lo da mesma forma: `optuna.create_study(sampler=metodo_otimizacao)`.

A otimização de hiperparâmetros realizada com o **Optuna** oferece diversas possibilidades para analisar o histórico de comportamento do algoritmo e compreender a importância de cada hiperparâmetro utilizado no processo de otimização. Neste trabalho, foi empregado o método fANOVA (Funcional Analysis of Variance) (HUTTER; HOOS; LEYTON-BROWN, 2014) para a análise da importância dos hiperparâmetros.

O método fANOVA utiliza uma Random Forest para estimar a função objetivo com base nos hiperparâmetros avaliados. Ele realiza uma decomposição da variância explicada pela função objetivo, atribuindo contribuições individuais a cada hiperparâmetro. Isso permite identificar quais hiperparâmetros têm maior impacto no desempenho do modelo.

Matematicamente, o fANOVA decompõe uma função $\hat{y} : \Theta_1 \times \dots \times \Theta_n \rightarrow \mathbb{R}$ em componentes aditivas que dependem apenas de subconjuntos dos hiperparâmetros. Denota-se por $N = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de todos os hiperparâmetros de um algoritmo A . Assim, tem-se a seguinte definição:

$$\hat{y} = \sum_{U \subseteq N} \hat{f}_U(\theta_U),$$

em que $\theta_U = \langle \theta_{u_1}, \dots, \theta_{u_m} \rangle$, com $\theta_{u_i} \in \Theta_{u_i}$, é o vetor correspondente a uma configuração parcial dos hiperparâmetros para o subconjunto $U = \{u_1, \dots, u_m\} \subseteq N$, que representa um subconjunto dos índices dos hiperparâmetros. Além disso, as componentes $\hat{f}_U(\theta_U)$ são definidas da seguinte forma:

$$\hat{f}_U(\theta_U) = \begin{cases} \frac{1}{\|\Theta\|} \int \hat{y}(\theta) d\theta, & \text{se } U = \emptyset \\ \hat{a}_U(\theta_U) - \sum_{W \subseteq U} \hat{f}_W(\theta_W), & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

em que $\hat{a}_U(\theta_U) = \frac{1}{\|\Theta_T\|} \int \hat{y}(\theta_{N|U}) d\theta_T$ é uma estimativa da performance marginal $a_U(\theta_U)$ de um algoritmo A .

Quando $U = \emptyset$, a constante \hat{f}_\emptyset corresponde à média global da função \hat{y} em todo o seu domínio. As funções unárias $\hat{f}_{\{j\}}(\theta_{\{j\}})$, conhecidas como efeitos principais, quantificam o impacto do hiperparâmetro j sobre a função \hat{y} , considerando a média do desempenho em todas as possíveis combinações dos demais hiperparâmetros. Já quando $|U| > 1$, as funções $\hat{f}_U(\theta_U)$ representam efeitos de interação entre os hiperparâmetros do subconjunto U .

A variância de \hat{y} em seu domínio Θ é definido por:

$$\mathbb{V} = \frac{1}{\|\Theta\|} \int (\hat{y}(\theta) - \hat{f}_\emptyset)^2 d\theta,$$

e a fANOVA decompõe essa variância em contribuições de todos os conjuntos de hiperparâmetros:

$$\mathbb{V} = \sum_{U \subset N} \mathbb{V}_U, \text{ em que } \mathbb{V}_U = \frac{1}{\|\Theta_U\|} \int \hat{f}_U(\theta_U)^2 d\theta_U.$$

Por fim, a importância de cada efeito principal e efeito de interação \hat{f}_U pode então ser quantificado pela fração da variância explicada:

$$\mathbb{F}_U = \mathbb{V}_U / \mathbb{V}.$$

A classe `FanovaImportanceEvaluator`, do [Optuna](#), disponibiliza esse método. Além disso, a função `optuna.visualization.plot_param_importances`, que utiliza o método FANOVA por padrão, facilita a criação de gráficos que destacam a importância dos hiperparâmetros.

Além de analisar a importância dos hiperparâmetros, o [Optuna](#) também oferece ferramentas para explorar o histórico de otimização, as relações entre os hiperparâmetros e o comportamento da função objetivo em cada trial. Essas análises podem ser realizadas, respectivamente, pelas funções `plot_optimization_history`, `plot_contour` e `plot_slice`.

4.5 Interpretação dos algoritmos de aprendizagem de máquina

Na aplicação de aprendizado de máquina, o foco geralmente está em obter um modelo com o menor erro de generalização possível, o que muitas vezes resulta na negligência da interpretação dos resultados e do que mais influenciou a variável dependente. Isso pode comprometer a compreensão do que o algoritmo está efetivamente fazendo. Em resposta a essa limitação, diversas técnicas têm sido desenvolvidas para interpretar os efeitos das variáveis independentes nas estimativas geradas pelos algoritmos. Assim, esta seção será dedicada a descrever a fundamentação teórica e a aplicação das técnicas de interpretação utilizadas neste trabalho.

4.5.1 Individual Conditional Expectation (ICE)

O método Individual Conditional Expectation (ICE) é uma ferramenta gráfica que permite visualizar as estimativas de um modelo de forma detalhada. Esse método traça a relação entre os valores preditos pelo modelo e uma variável específica, analisando cada observação individualmente. Dessa forma, o ICE possibilita a análise da variação dos valores ajustados ao longo do domínio de uma covariável, destacando tanto a heterogeneidade entre as observações quanto a forma como cada uma responde individualmente às mudanças na variável em questão. Essa abordagem facilita a identificação de padrões e variações que poderiam ser obscurecidos em análises agregadas (GOLDSTEIN et al., 2015).

Formalmente, o método ICE considera as observações $\{x_{S_i}, \mathbf{x}_{C_i}\}_{i=1}^N$ e os valores preditos \hat{f} . Para cada uma das N observações, é traçada uma curva $\hat{f}_S^{(i)}$ em função dos valores da variável de interesse x_S , enquanto as demais variáveis x_C permanecem fixas em seus valores observados. Nesse gráfico, x_S é representado no eixo das abscissas, e as previsões correspondentes pelo modelo aparecem no eixo das ordenadas.

Quando há um grande número de curvas no gráfico ICE, a interpretação pode se tornar desafiadora devido à sobreposição ou excesso de linhas. Para simplificar a análise, pode-se aplicar uma técnica de centralização, conhecida como c-ICE (centered ICE). Essa abordagem centraliza as curvas em um ponto específico de x_S , mostrando apenas a diferença nas previsões em relação a esse ponto. Assim, as novas curvas c-ICE são definidas da seguinte forma:

$$\hat{f}_{cent}^{(i)} = \hat{f}^{(i)} - \mathbf{1}\hat{f}(x^*, \mathbf{x}_{C_i}),$$

em que x^* é selecionado como o mínimo ou o máximo de x_S , \hat{f} é o modelo ajustado, e $\mathbf{1}$ é um vetor de uns.

Quando x^* é escolhido como o valor mínimo de x_S , todas as curvas c-ICE iniciam em zero, eliminando as diferenças de nível causadas pelas variações nos valores de $x_C^{(i)}$ entre as observações. Por outro lado, se x^* for o valor máximo de x_S , as curvas centralizadas mostram o efeito cumulativo de x_S sobre \hat{f} em relação ao ponto de centralização. Essa abordagem facilita a interpretação do impacto de x_S .

O método Individual Conditional Expectation (ICE) é similar ao Partial Dependence Plot (PDP), mas com a diferença de que o PDP apresenta uma visão agregada (global) dos efeitos das variáveis independentes nas previsões e, por outro lado, o ICE fornece uma análise mais detalhada, mostrando uma linha para cada instância do conjunto de dados. O PDP é obtido como a média das linhas geradas pelo método ICE, oferecendo uma visão mais generalizada do impacto de uma variável. Matematicamente, o PDP é definido como:

$$\hat{f}_S(x_S) = E_{\mathbf{X}_C} [\hat{f}(x_S, \mathbf{X}_C)],$$

em que \mathbf{X}_C representa o conjunto das variáveis independentes que são mantidas fixas durante a análise e x_S é a variável independente de interesse, cujo efeito sobre a previsão se deseja analisar.

Para calcular $\hat{f}_S(x_S)$ na prática, pode-se utilizar simulação de Monte Carlo. O PDP pode, então, ser estimado da seguinte forma:

$$\hat{f}_S(x_S) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{f}(x_S, \mathbf{x}_{C_i}),$$

em que N é o número de amostras utilizadas na simulação e $\hat{f}(x_S, \mathbf{x}_{C_i})$ são as previsões do modelo.

Em **Python**, a biblioteca **scikit-learn** disponibiliza a classe **PartialDependenceDisplay** para a criação de gráficos de ICE e a inclusão opcional da linha de PDP. Para gerar o gráfico, é necessário ter um modelo previamente ajustado. O código a seguir demonstra sua utilização:

```
from sklearn.inspection import PartialDependenceDisplay
PartialDependenceDisplay\
    .from_estimator(
```

```

    model,
    df,
    features,
    kind="both",
    centered=True,
    random_state=set_seed
)

```

No exemplo acima, o método `.from_estimator` é usado para criar o gráfico diretamente a partir de um modelo ajustado. Ele recebe como argumentos o modelo (`model`), a base de dados (`df`) e as variáveis de interesse (`features`). O argumento `kind` permite definir o tipo de visualização, podendo exibir apenas o PDP, as linhas do ICE ou ambos (`kind="both"`). Já o argumento `centered` oferece a opção de centralizar as curvas.

4.5.2 Local interpretable model-agnostic explanations (LIME)

RIBEIRO, M. T.; SINGH; GUESTRIN (2016) definem o Local Interpretable Model-Agnostic Explanations (LIME) como um algoritmo capaz de explicar as previsões realizadas por qualquer modelo de classificação ou regressão, aproximando-o localmente de um modelo mais interpretável. O objetivo principal do LIME é identificar um modelo interpretável e gerar uma representação comprehensível que permita traduzir o comportamento de modelos complexos.

Formalmente, para a construção da explicação gerada pelo LIME, define-se a explicação como um modelo $g \in G$, onde G representa uma classe de modelos potencialmente interpretáveis, como regressão linear ou árvores de decisão. O processo começa com a geração de um novo conjunto de dados composto por amostras perturbadas da instância original - pequenas variações nos dados de entrada - e as respectivas previsões do modelo complexo. Sobre esse novo conjunto, ajusta-se o modelo explicativo g , cuja finalidade é aproximar localmente o comportamento do modelo original. Como nem todos os modelos $g \in G$ são simples o suficiente para serem interpretáveis, define-se uma medida de complexidade $\Omega(g)$. Por exemplo, para uma árvore de decisão, $\Omega(g)$ pode ser representada pela profundidade da árvore.

Seja $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ o modelo que está sendo explicado. Define-se, então, uma medida de aproximação $\pi_x(z)$ entre uma instância z e x , com o objetivo de estabelecer a localidade ao redor de x . Por fim, seja $L(f, g, \pi_x)$ uma estatística que quantifica o erro de g ao tentar aproximar f na localidade definida por π_x . Para garantir a interpretabilidade e a fidelidade local, é necessário minimizar $L(f, g, \pi_x)$, mantendo $\Omega(g)$ suficientemente baixo. Dessa forma, obtém-se a explicação gerada pelo LIME:

$$\xi(x) = \arg \min_{g \in G} L(f, g, \pi_x) + \Omega(g).$$

Podem existir diversas variações para L e Ω com diferentes famílias de modelos explicativos G . Uma escolha para L , por exemplo, é o erro quadrático médio.

Além de ter sido empregado neste estudo, o LIME constitui uma das bases conceituais da abordagem que será discutida a seguir: o Shapley Additive Explanations (SHAP).

4.5.3 Shapley Additive Explanations (SHAP)

O Shapley Additive Explanations (SHAP) é um método cujo objetivo é explicar as predições individuais de uma instância x por meio da computação da contribuição de cada variável para o resultado da predição. Esse método é fundamentado nos valores de Shapley, que serão definidos a seguir.

Os valores de Shapley foram introduzidos por SHAPLEY (1953) e baseiam-se nos conceitos da teoria dos jogos de coalizão. Essa teoria foi adaptada para explicar predições realizadas por modelos, representando a contribuição média de uma variável para a predição, considerando todas as possíveis coalizações. Nesse contexto, coalizações referem-se a diferentes combinações de variáveis. Matematicamente, os valores de Shapley são definidos como:

$$\phi_i(x) = \sum_{Q \subseteq S \setminus \{i\}} \frac{|Q|! (|S| - |Q| - 1)!}{|S|!} (\Delta_{Q \cup \{i\}}(x) - \Delta_Q(x)), \quad (4.3)$$

em que Q é um subconjunto das covariáveis consideradas no modelo e S representa o conjunto completo de todas as covariáveis. A diferença $\Delta_{Q \cup \{i\}}(x) - \Delta_Q(x)$ corresponde à contribuição marginal da variável i ao ser adicionada ao subconjunto Q .

No entanto, a Equação 4.3 apresenta crescimento exponencial em termos de complexidade computacional à medida que o número de variáveis aumenta. Para contornar esse problema e reduzir o custo computacional, os valores de Shapley podem ser estimados de forma aproximada e eficiente utilizando o método de Monte Carlo, conforme a seguinte expressão:

$$\hat{\phi}_i(x) = \frac{1}{n!} \sum_{O \in \pi(n)} (\Delta_{Pre^i(O) \cup \{i\}} - \Delta_{Pre^i(O)}), \quad i = 1, \dots, n,$$

em que $\pi(n)$ é o conjunto de todas as permutações ordenadas dos índices das variáveis $\{1, 2, \dots, n\}$ e $Pre^i(O)$ representa o conjunto de índices das variáveis que precedem a variável i na ordem $O \in \pi(n)$ (ŠTRUMBELJ; KONONENKO, 2014).

O SHAP estabelece uma conexão entre os valores de Shapley e o método LIME, previamente definido. O modelo explicativo do SHAP, denotado por g , é uma função linear, construído a partir dos valores de Shapley, conforme define a expressão a seguir:

$$g(\mathbf{z}') = \phi_0 + \sum_{j=1}^M \phi_j z'_j,$$

em que g é o modelo explicativo, $\mathbf{z}' = (z'_1, \dots, z'_M)^T \in \{0, 1\}^M$ é o vetor de coalizão, representando a presença ($z'_j = 1$) ou ausência ($z'_j = 0$) de cada covariável, M é o tamanho máximo da coalizão e ϕ_j denota os valores Shapley.

A partir do método SHAP, é possível ter diversas visualizações que ajudam a entender como as predições do modelo se comportam. Neste trabalho, foi utilizado o gráfico de importância das variáveis, resumo dos valores shapley e o de dependência. Os métodos serão descritos a seguir tendo como referência o livro de MOLNAR (2020).

O gráfico de importância das variáveis é bastante simples, variáveis com valores absolutos elevados de Shapley são importantes. No entanto, como se deseja obter a importância

global, calcula-se a média dos valores absolutos de Shapley por variável em todo o conjunto de dados. Assim, tem-se a seguinte expressão:

$$I_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\phi_j^{(i)}|.$$

O gráfico de resumo combina a importância das variáveis com seus efeitos, representados pelos valores de Shapley e pela variação das observações de cada variável. No eixo x estão os valores de Shapley, que tem sua variação representada por pontos, enquanto no eixo y encontram-se as variáveis, ordenadas de forma decrescente com base em sua importância. Os pontos, que representam os valores de Shapley, são coloridos de acordo com os valores altos ou baixos das observações originais de cada variável. Essa representação facilita a compreensão de como as previsões do modelo estão sendo influenciadas por cada variável, permitindo uma análise mais detalhada de seus efeitos.

Por fim, o gráfico de dependência é o mais simples de todos. Nele, os valores de Shapley de uma variável são plotados em função de suas respectivas observações. Matematicamente, é definido como:

$$\{(x_j^{(i)}, \phi_j^{(i)})\}_{i=1}^n.$$

Esse gráfico permite visualizar diretamente como as observações de uma variável estão relacionadas aos seus efeitos no modelo, representados pelos valores de Shapley. Ele foi utilizado somente para analisar como as variáveis binárias se comportam.

Para aplicar o método SHAP em **Python**, foi utilizada a biblioteca **SHAP**. Essa biblioteca calcula os valores de Shapley com base no modelo ajustado e no algoritmo de explicação escolhido, implementado na classe **shap.Explainer**. Esse algoritmo estima os valores de Shapley de maneira eficiente e adaptada ao modelo em análise. Após obter os valores de Shapley, é possível criar gráficos como os de resumo, dependência e importância. O gráfico de dependência pode ser gerado utilizando a função **shap.dependence_plot**, enquanto os gráficos de importância e resumo são criados com a função **shap.summary_plot**. Abaixo, é apresentado um exemplo de código que utiliza a biblioteca **SHAP** para gerar esses gráficos baseado no algoritmo Stacking:

```
import shap

X1000 = shap.utils.sample(train_df, 1000)
explainer_stacking = shap.Explainer(
    model=stacking.predict,
    mask=X1000
)
shap_values_stacking = explainer_stacking(test_df)

shap.summary_plot(
    shap_values_stacking,
    test_df,
)

shap.summary_plot(
```

```
shap_values_stacking,  
test_df,  
plot_type="bar",  
)  
  
shap.dependence_plot(  
    variavel,  
    shap_values_stacking.values,  
    test_df.values,  
    interaction_index=None,  
)
```

Por padrão, a classe `shap.Explainer` utiliza o algoritmo de explicação considerado a melhor escolha com base no modelo passado como argumento. Neste trabalho, foi selecionado o algoritmo de explicação utilizando a classe `Permutation`. Essa escolha foi realizada automaticamente pela classe `shap.Explainer(algorithm="auto")`. O algoritmo `Permutation` funciona iterando sobre todas as permutações possíveis das variáveis, tanto na ordem original quanto na ordem inversa. Em relação ao gráfico de importância, ele é gerado de maneira semelhante ao gráfico de resumo, com a diferença de que o argumento `plot_type="bar"` é utilizado para criar o gráfico de importância. Por fim, o método `shap.utils.sample` é utilizado para selecionar aleatoriamente observações para a construção de uma amostra, a fim de estimar os valores de Shapley.

5 Resultados

5.1 Análise exploratória de dados

A primeira etapa da análise exploratória de dados foi identificar os dados faltantes e determinar a melhor forma de tratá-los. A Figura 5.1 mostra a porcentagem de observações ausentes em cada variável. As variáveis com a maior quantidade de dados ausentes são o valor do condomínio e o IPTU, pois essas informações são as menos preenchidas no site de onde os dados foram coletados. A terceira variável, com quase 20% de observações ausentes, é a quantidade de vagas de estacionamento. As variáveis com mais de 20% de observações ausentes foram removidas da base de dados, pois, com essa quantidade de valores faltantes, nem mesmo métodos de imputação proporcionariam um tratamento adequado. Dessa forma, apenas as variáveis de valor do condomínio e IPTU foram removidas. No caso do IPTU, além da alta proporção de observações ausentes, sua exclusão também se justifica por estar diretamente relacionado com o valor do imóvel. As demais variáveis com valores ausentes foram tratadas por meio de imputação.

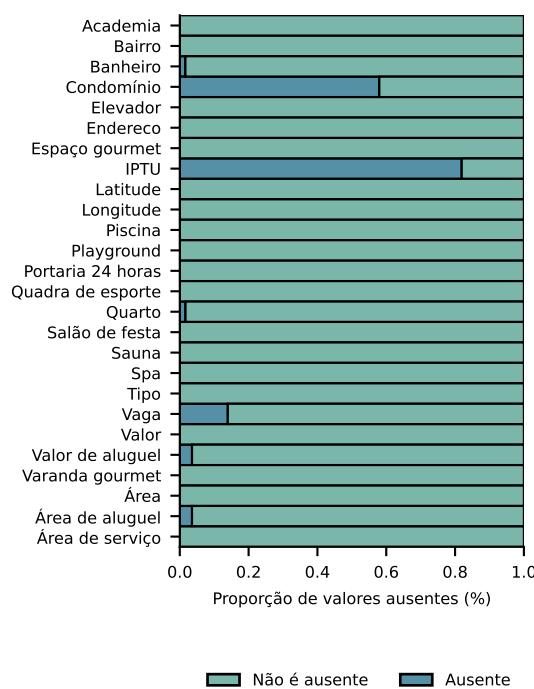


Figura 5.1: Proporção de valores ausentes por variáveis.

Uma das dificuldades que podem surgir durante a modelagem é o desbalanceamento das classes, ou seja, a diferença na quantidade de cada tipo de imóvel. O tipo de imóvel mais predominante no conjunto de dados de treinamento são os apartamentos, que representam 81,14% do total. Em seguida, vêm as casas, com 8,96%, e os flats, com 5,78%. As casas de condomínio são uma das menos representadas, com apenas 2,04%. Os terrenos de

condomínio e comerciais, somados, representam 2,08% do total. Esse desbalanceamento claro entre as classes pode dificultar o desempenho do modelo, especialmente na predição de categorias menos frequentes, como as casas de condomínios e terrenos, onde o modelo pode ter dificuldade em obter bons resultados.

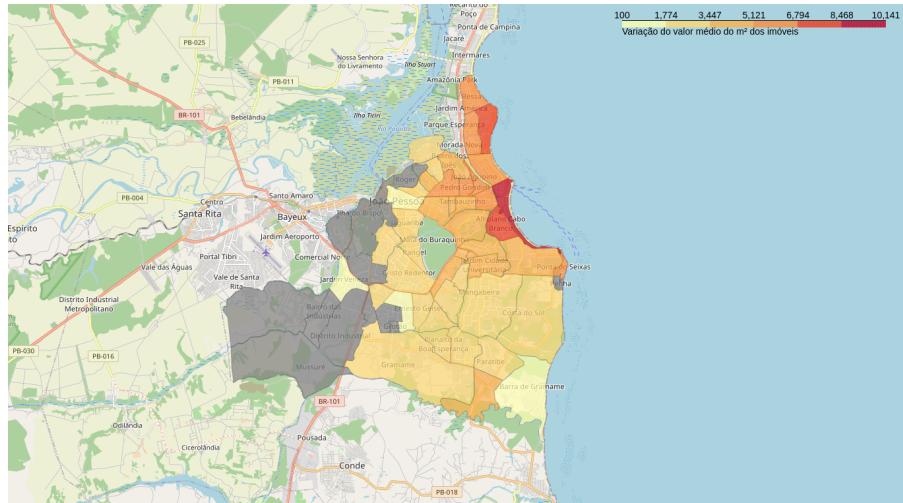


Figura 5.2: Variação da média do valor do m^2 dos imóveis de João Pessoa, área de estudo.

A partir da Figura 5.2, tem-se o mapa da região de estudo, correspondente à cidade de João Pessoa. O mapa apresenta a variação da média do valor do m^2 dos imóveis, calculada com base nos bairros da cidade. Vale destacar que alguns bairros não possuíam dados disponíveis no momento da coleta de informações por raspagem dos sites de imóveis. Esses bairros estão representados pela cor cinza. Por outro lado, os bairros com dados disponíveis apresentam variações de cores que indicam diferentes faixas de valores do m^2 . Tonalidades mais escuras representam bairros com valores médios mais altos para o m^2 , enquanto tonalidades mais claras indicam valores médios menores.

O bairro com o maior preço médio do m^2 é Cabo Branco, com um valor pouco superior a R\$ 10.000,00. Em segundo lugar, está o bairro de Tambaú, com um valor médio de R\$ 8.951,45 por m^2 . Em terceiro, encontra-se o bairro Jardim Oceania, com um valor médio de R\$ 7.879,60 por m^2 , seguido pelo bairro Altiplano Cabo Branco, com um valor médio de R\$ 7.218,70 por m^2 .

A análise de alguns bairros se torna limitada devido à baixa quantidade de imóveis disponíveis no momento da raspagem de dados. Por exemplo, o bairro de Barra de Gramame, que apresenta o menor valor médio de m^2 , tinha apenas um imóvel à venda no momento da coleta de dados. Da mesma forma, o bairro Jardim Veneza, o segundo com o menor valor médio por m^2 , também possuía poucos registros. Isso indica que os valores apresentados para esses bairros podem não refletir com precisão o mercado imobiliário local e podem ser superiores em outras circunstâncias.

A distribuição das variáveis foi analisada em termos do tipo do imóvel a partir de um gráfico de violino. Pela Figura 5.3, é fácil perceber que a maioria das distribuições possuem assimetria negativa, com caudas longas à direita, indicando a presença de valores extremamente altos e a necessidade da aplicação de alguma transformação para a estabilização da variância.

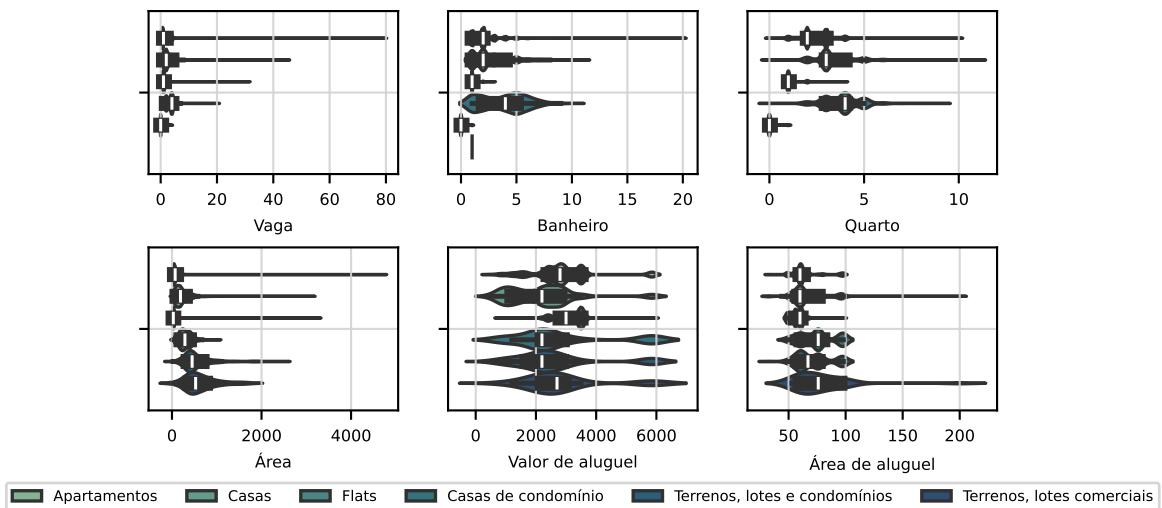


Figura 5.3: Distribuição das variáveis numéricas.

Para reduzir a assimetria da distribuição dos valores dos imóveis, foi aplicada uma transformação logarítmica $\log(1 + x)$. O gráfico de densidade à esquerda na Figura 5.4 mostra a distribuição do valor dos imóveis. Há uma tendência dos valores ficarem mais concentrados em uma faixa mais baixa, mas alguns imóveis apresentam valores excepcionalmente altos, o que acaba gerando uma distribuição assimétrica positiva. Com a aplicação da transformação logarítmica, a assimetria é suavizada da distribuição é reduzida.

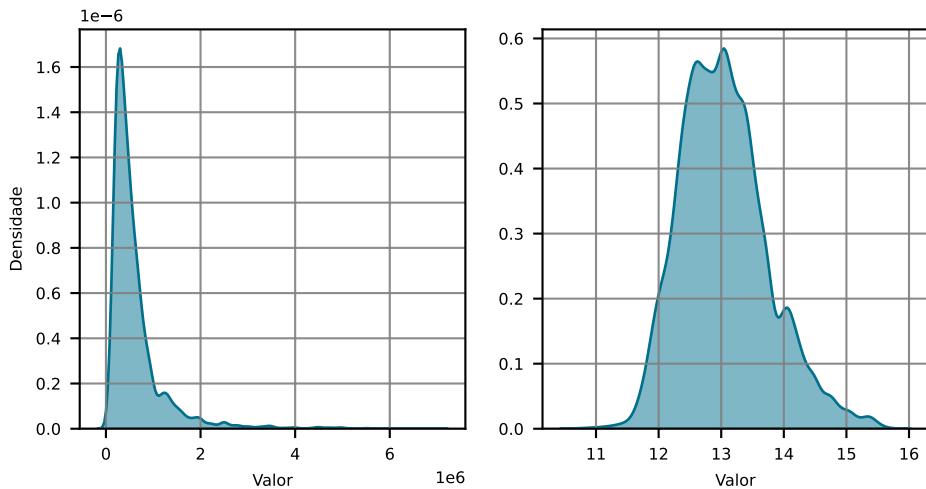


Figura 5.4: Comparação entre distribuição dos valores dos imóveis antes e depois da transformação logarítmica.

A Figura 5.5 apresenta a matriz de correlação entre as variáveis numéricas do conjunto de dados. As cores mais escuras indicam uma correlação mais forte entre as variáveis, enquanto as cores mais claras indicam o contrário. O valor do imóvel apresenta maior correlação com as variáveis de área do imóvel e número de vagas de estacionamento. Além disso, o valor do imóvel tem alta correlação com o valor médio do aluguel, número de quartos e banheiros, além de ser fortemente influenciado pela localização dos imóveis.

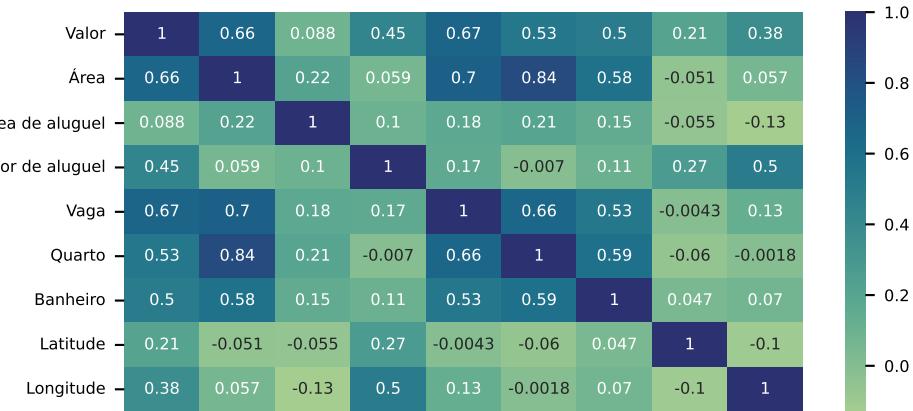


Figura 5.5: Gráfico de correlação de Spearman das variáveis independentes.

A partir do gráfico de correlação, foram criadas novas variáveis com base nas interações entre as mais correlacionadas. Dessa forma, foram adicionadas três novas variáveis. A primeira é o produto entre o número de quartos do imóvel e a área média do aluguel no bairro; a segunda representa a razão entre o número de quartos e a área do imóvel; e a terceira resulta do produto entre as coordenadas geográficas e o preço médio do aluguel no bairro. Além disso, foi considerada uma variável que representa a quantidade total de cômodos do imóvel. Para isso, somaram-se o número de quartos e banheiros, adicionando-se dois cômodos a mais para imóveis do tipo apartamento, casa, casa de condomínio e flat, assumindo a existência de sala e cozinha.

5.2 Tunagem dos modelos

Como os algoritmos utilizados neste trabalho são baseados em árvores de decisão ou podem utilizar algoritmos baseados em árvore, como Random Forest, Gradient Boosting e suas variações, os parâmetros escolhidos para otimização serão bastante parecidos. Assim, foram ajustados hiperparâmetros como o número de árvores e a profundidade das árvores, de forma a capturar a complexidade das relações presentes nos dados. Além disso, para os algoritmos baseados em Gradient Boosting, o hiperparâmetro de taxa de aprendizado também foi ajustado.

Todos os modelos e bibliotecas usados neste trabalho seguem a API do [scikit-learn](#). Nessa API, o hiperparâmetro que define a quantidade de árvores é denominado `n_estimators`, o de profundidade das árvores é `max_depth`, e o de taxa de aprendizado é `learning_rate`. Com a configuração da função objetivo na biblioteca [Optuna](#), foi possível encontrar o ponto ótimo desses hiperparâmetros para cada modelo.

5.2.1 Tunagem da Random Forest

Para o modelo Random Forest, a função objetivo foi definida apenas para otimizar os hiperparâmetros de quantidade de árvores e de profundidade da árvore. O espaço de procura para a quantidade de árvores foi definido entre 1 a 1000 árvores. Já o hiperparâmetro de profundidade da árvore foi definido entre 20 a 1000. Além disso, foi utilizado aleatoriamente $m = \sqrt{p}$ das p variáveis independentes como candidatas para a divisão.

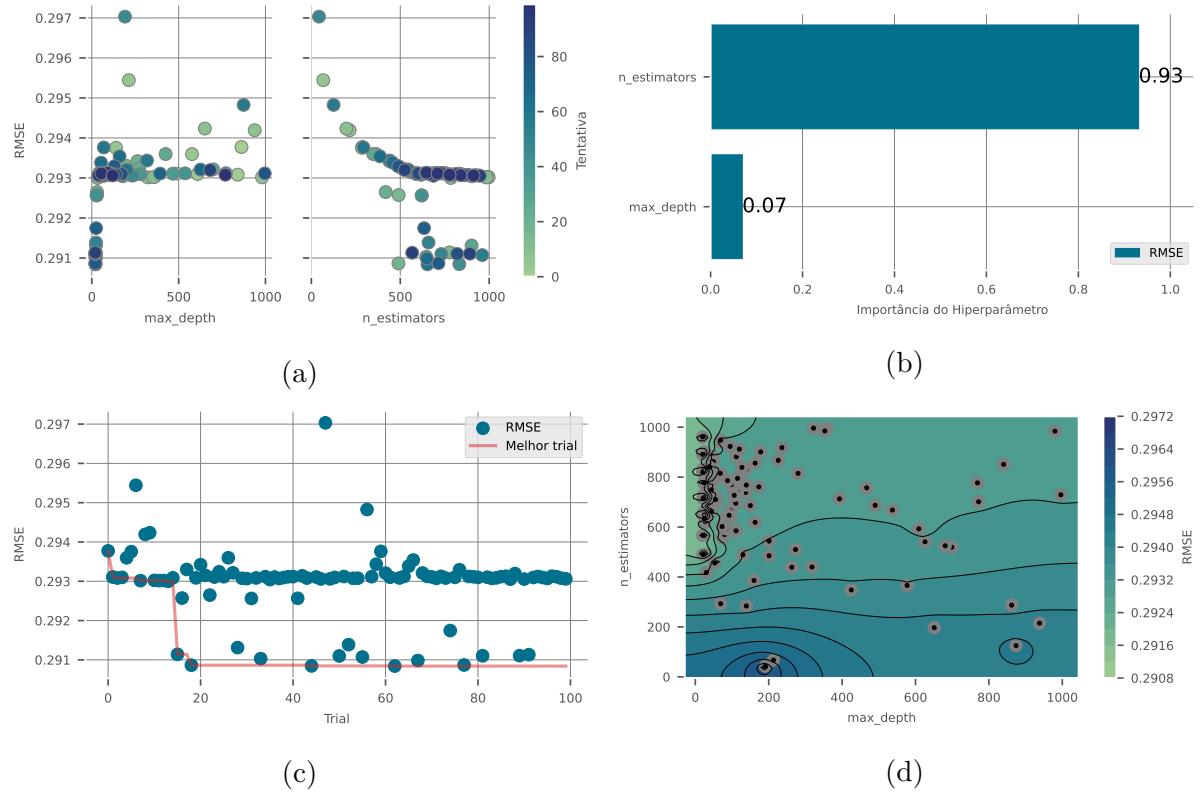


Figura 5.6: Resultados da tunagem da Random Forest.

A Figura 5.6a mostra a variação da estatística de erro em função dos valores de cada hiperparâmetro ao longo dos trials. O gráfico Figura 5.6b exibe a importância de cada hiperparâmetro, calculada pelo método fANOVA. Na Figura 5.6c, observa-se a variação do erro para cada trial, com a linha vermelha representando o menor valor obtido em cada etapa. Por fim, a Figura 5.6d é um gráfico de área que mostra a interação entre os hiperparâmetros tunados em relação à estatística de erro.

A partir da Figura 5.6a, é possível ver que o erro tende a ser menor para valores menores do hiperparâmetro de profundidade das árvores `max_depth`. Em contraste, para o hiperparâmetro de número de árvores, `n_estimators`, o erro apresenta uma tendência de redução e estabilização à medida que o número de árvores aumenta. Esse comportamento também é observado na Figura 5.6d, onde valores menores para `max_depth` e maiores para `n_estimators` resultam em um modelo com menor erro de generalização.

Além disso, o gráfico de importância dos hiperparâmetros na Figura 5.6b revela que o hiperparâmetro `n_estimators` possui uma maior contribuição na performance do modelo. A Figura 5.6c ilustra o comportamento da métrica de erro para cada trial, mostrando que o método de otimização alcança um de seus melhores valores pouco antes do trial 20.

Tabela 5.1: Melhores hiperparâmetros para Random Forest.

Tentativa	RMSE	<code>n_estimators</code>	<code>max_depth</code>
62	0,29	653	21

5.2.2 Tunagem do Gradient Boosting

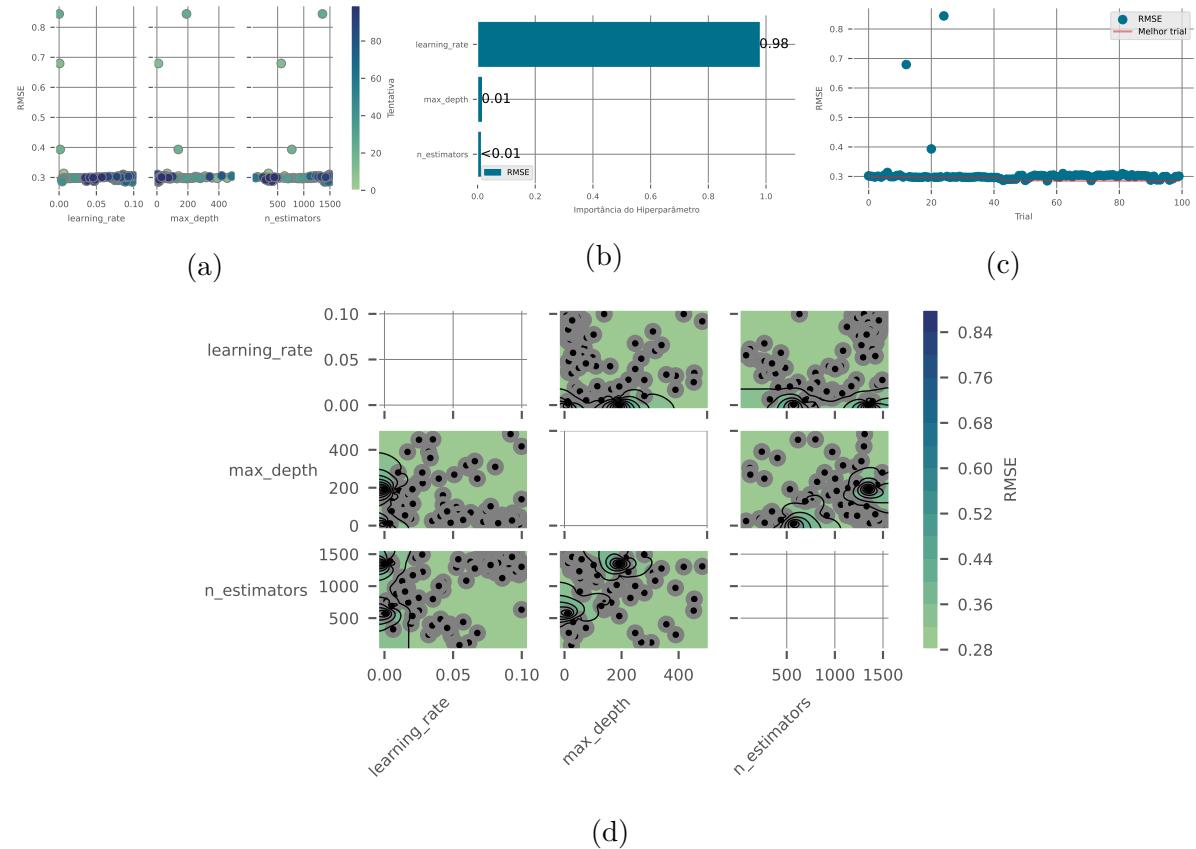


Figura 5.7: Resultados da tunagem do Gradient Boosting.

Para o algoritmo de Gradient Boosting, os hiperparâmetros ajustados foram a taxa de aprendizado, a quantidade de árvores e a profundidade das árvores. No **Optuna**, o espaço de busca definido na função objetivo para a taxa de aprendizado variou de $1 \cdot 10^{-5}$ a $1 \cdot 10^{-1}$; para a profundidade das árvores, de 3 a 500; e para a quantidade de árvores, de 50 a 1500. Assim como no Random Forest, foi utilizada $m = \sqrt{p}$ das p variáveis independentes para realizar as divisões nas árvores.

A análise da importância dos hiperparâmetros, apresentada na Figura 5.7b, indica que o hiperparâmetro com maior influência na variação da função objetivo - e, consequentemente, na performance do modelo - é a taxa de aprendizado. Em seguida, a profundidade das árvores é a segunda mais relevante, enquanto o número de árvores tem a menor influência.

Diferentemente do modelo de Random Forest, o algoritmo de Gradient Boosting apresentou melhorias significativas, como ilustrado na Figura 5.7c, em que a estatística de erro foi bastante estável para cada combinação de hiperparâmetros, além de ter se mantido abaixo de 0,29 por muitas vezes. A relação entre os hiperparâmetros é bastante similar à obtida para o Random Forest. Na Figura 5.7d, observa-se que o método de otimização TPE tende a selecionar valores menores para a profundidade das árvores e maiores para o número de árvores.

Tabela 5.2: Melhores hiperparâmetros para Gradient Boosting.

Tentativa	RMSE	n_estimators	max_depth	learning_rate
57	0,28	1404	7	$9,81 \cdot 10^{-2}$

5.2.3 Tunagem do LGBM

Para a otimização do LGBM, foram considerados os mesmos hiperparâmetros utilizados no algoritmo Gradient Boosting, com a adição do ajuste do número máximo de folhas por árvore. O espaço de busca para o número de árvores foi definido entre 100 e 2000; para a taxa de aprendizado, utilizou-se o mesmo intervalo adotado no Gradient Boosting; para o número total de folhas, o intervalo foi de 100 a 600; e, por fim, para a profundidade das árvores, o intervalo adotado foi de 100 a 500.

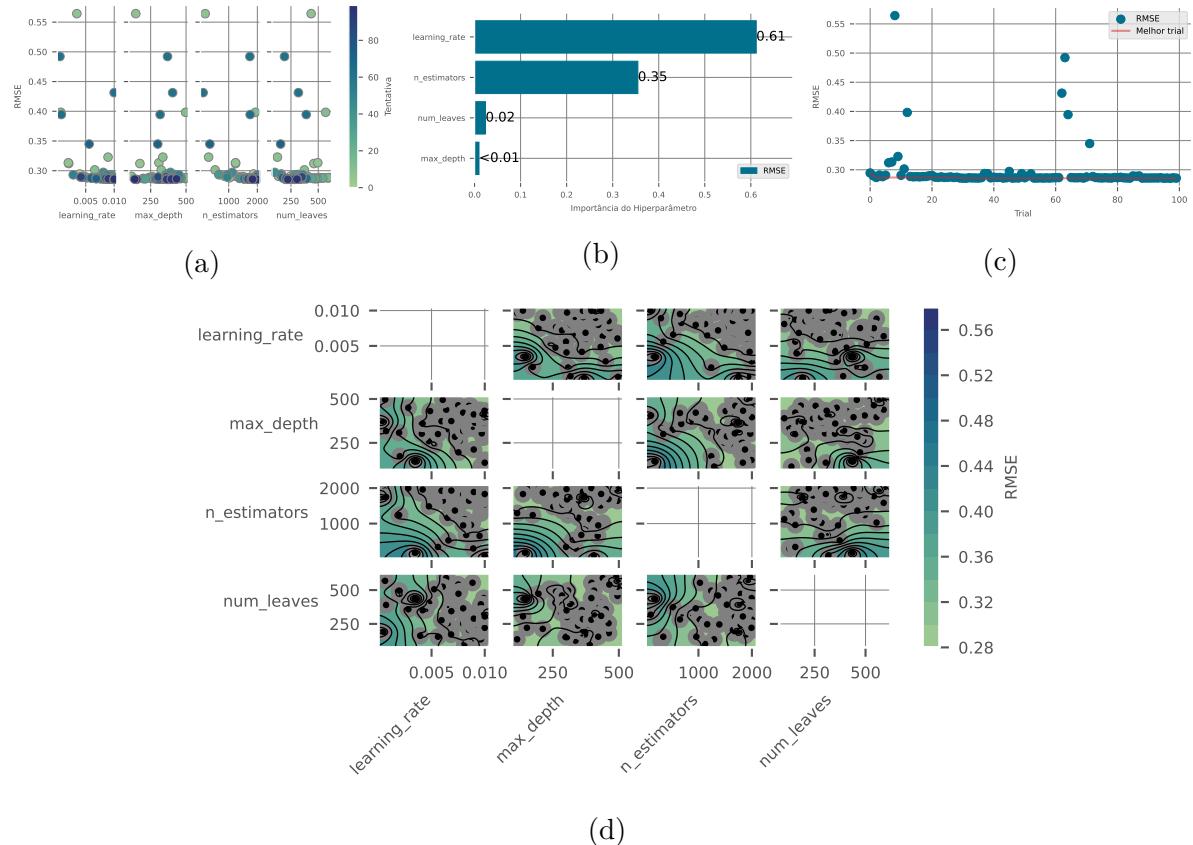


Figura 5.8: Resultados da tunagem do LGBM.

As trials de otimização do modelo LGBM (Figura 5.8c) apresentaram um comportamento semelhante ao do Gradient Boosting, porém com menor estabilidade em cada tentativa. Ao analisar a contribuição de cada hiperparâmetro para o desempenho do modelo na Figura 5.8b, observa-se que a taxa de aprendizado e a quantidade de árvores são os hiperparâmetros de maior influência, seguidos pela quantidade total de folhas e, por último, a profundidade máxima da árvore.

Analizando a relação entre o hiperparâmetro de profundidade da árvore e o número de folhas em função da estatística de erro na Figura 5.8d, observa-se que uma menor

quantidade de folhas e uma maior profundidade das árvores resultam em um modelo com menor erro. Para uma maior quantidade de árvores e uma taxa de aprendizado tendendo a 0,01, a estatística de erro apresenta diminuição.

Tabela 5.3: Melhores hiperparâmetros para Light Gradient Boosting.

Tentativa	RMSE	n_estimators	num_leaves	max_depth	learning_rate
31	0,28	1988	202	379	$9,85 \cdot 10^{-3}$

5.2.4 Tunagem do XGBoost

Para o algoritmo Extreme Gradient Boosting, os hiperparâmetros selecionados para a tunagem foram a taxa de aprendizagem, profundidade da árvore e quantidade máxima de árvores. Na configuração da função objetivo para a tunagem dos hiperparâmetros pelo optuna, a taxa de aprendizagem variou entre $1 \cdot 10^{-7}$ e 0,5, a profundidade da árvore variou entre 3 e 50 e a quantidade de árvores variou entre 50 e 1000.

A partir da Figura 5.9b, o hiperparâmetro que representou a maior variação na função objetivo, e portanto a maior importância para a performance do modelo, foi a taxa de aprendizagem. A profundidade da árvore permanece como o segundo hiperparâmetro mais relevante, seguida pela quantidade de árvores, que ocupa a última posição em termos de importância. Observando a Figura 5.9c, é possível ver que o algoritmo de XGBoost foi aquele que apresentou a menor variação entre as trials, com uma única trial com erro acima de 1,0.

O algoritmo de otimização TPE apresentou uma maior frequência de procura do hiperparâmetro de taxa de aprendizagem para valores menores, como pode ser visto na Figura 5.9a. O mesmo acontece para o hiperparâmetro de profundidade de árvores, há uma repetição maior para valores menores, indicando que a estatística de erro tendeu a ter valores menores para essa região. Para a quantidade de árvores, esse padrão foi diferente, uma quantidade maior de árvores faz com que o modelo tenha um melhor ajuste. Essas relações também podem ser observadas a partir da Figura 5.9d, menores taxas de aprendizado, combinadas com uma menor profundidade de árvore e maior quantidade de árvores apresentam menor valor na função objetivo.

Tabela 5.4: Melhores hiperparâmetros para Extreme Gradient Boosting.

Tentativa	RMSE	n_estimators	max_depth	learning_rate
81	0,28	788	8	$7,12 \cdot 10^{-2}$

A Tabela 5.4 apresenta a tentativa em que a combinação de hiperparâmetros resultou no menor erro para o algoritmo de Extreme Gradient Boosting. Nesse caso, a melhor tentativa foi a de número 81, com uma configuração de 788 árvores, profundidade máxima igual a 8 e taxa de aprendizado de $7,12 \cdot 10^{-2}$.

Para o LGBM, a melhor combinação foi encontrada na tentativa 31, com 1.988 árvores, quantidade máxima de 202 folhas, profundidade máxima de 379 e taxa de aprendizado de $9,85 \cdot 10^{-3}$, como apresentado na Tabela 5.3.

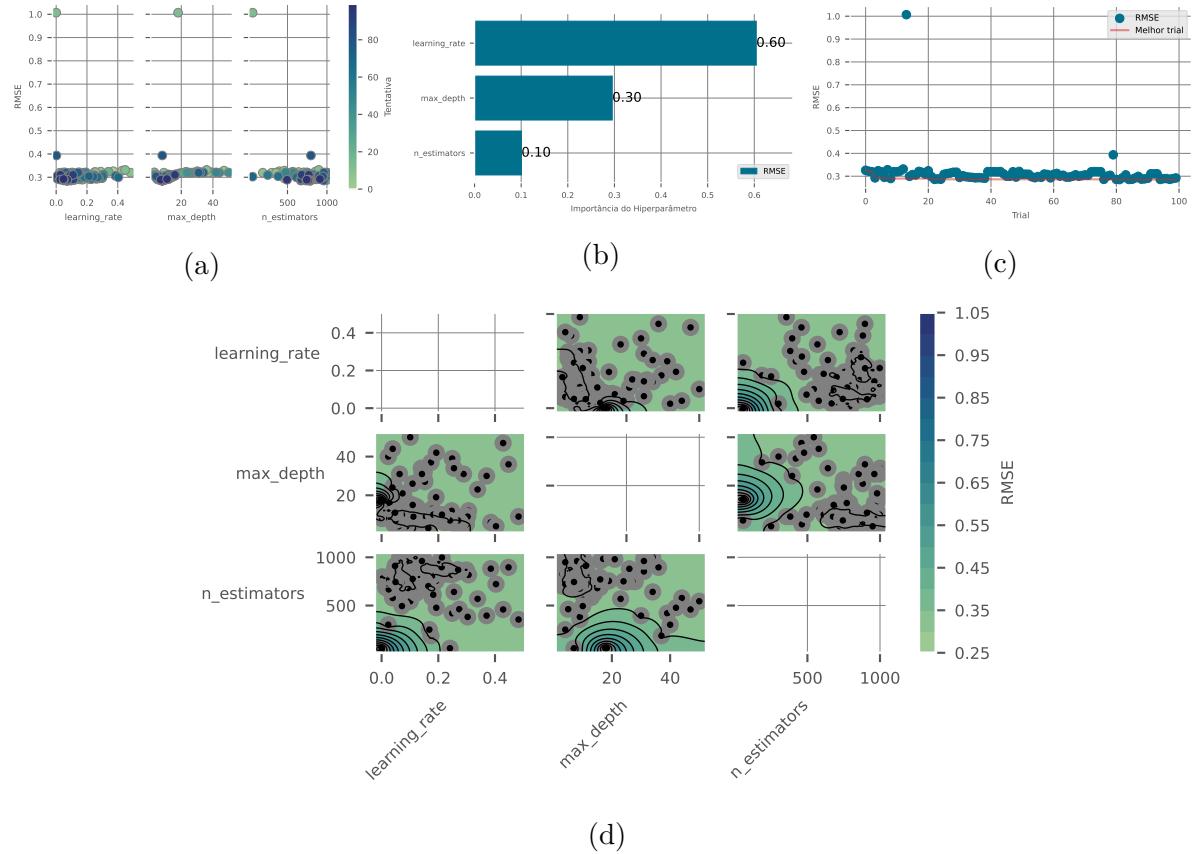


Figura 5.9: Resultados da tunagem do XGBoost.

Por fim, para os algoritmos Gradient Boosting e Random Forest, as melhores tentativas foram as de números 57 e 62, respectivamente. No caso do Gradient Boosting, a configuração ideal foi composta por 1.404 árvores, profundidade máxima de 7 e taxa de aprendizado de $9,81 \cdot 10^{-2}$. Já para o Random Forest, a melhor combinação consistiu em 653 árvores e profundidade máxima de 21. Os resultados estão na Tabela 5.2 e Tabela 5.1, respectivamente.

5.3 Resultados dos modelos

Nesta seção, serão apresentados os resultados do ajuste de cada algoritmo utilizado: Random Forest, Gradient Boosting, LightGBM e Extreme Gradient Boosting. A análise do ajuste foi realizada com base no gráfico que compara os valores estimados aos valores observados dos imóveis. Além disso, foram utilizadas métricas de erro, como MAPE, R^2 e RMSE, para avaliar o desempenho dos modelos. Os resultados dos modelos, avaliados no conjunto de teste, podem ser observados na Tabela 5.5.

O ajuste do algoritmo Random Forest é apresentado na Figura 5.10a, que exibe a comparação entre os valores previstos e observados. A raiz do erro quadrático médio (RMSE) foi de 234471,51, enquanto o coeficiente de determinação R^2 alcançou 84,54%. Em relação ao MAPE, o valor foi de 18,32%, assim, em média, as previsões realizadas pelo modelo Random Forest, estiveram em média 18,32% distantes dos valores reais.

Tabela 5.5: Métricas obtidas de cada algoritmo no conjunto de teste.

Algoritmo	RMSE	R^2 (%)	MAPE (%)
Gradient Boosting	227677,44	85,42	18,21
Extreme Gradient Boosting	228300,83	85,34	18,13
Stacking	228377,11	85,33	18,32
Light Gradient Boosting	228784,37	85,28	18,34
Random Forest	234471,51	84,54	18,32

Em relação ao algoritmo de Gradient Boosting, o modelo consegue explicar 85,42% da variação da variável dependente, um valor superior ao obtido com o ajuste do algoritmo de Random Forest, embora a diferença não seja significante. Para o MAPE, o valor encontrado foi de 18,21%, indicando que os valores estimados dos imóveis estão, em média, 18,21% distantes dos seus valores observados. O seu RMSE foi de 227677,44. A relação entre os valores estimados e os observados pode ser visualizada na Figura 5.10b.

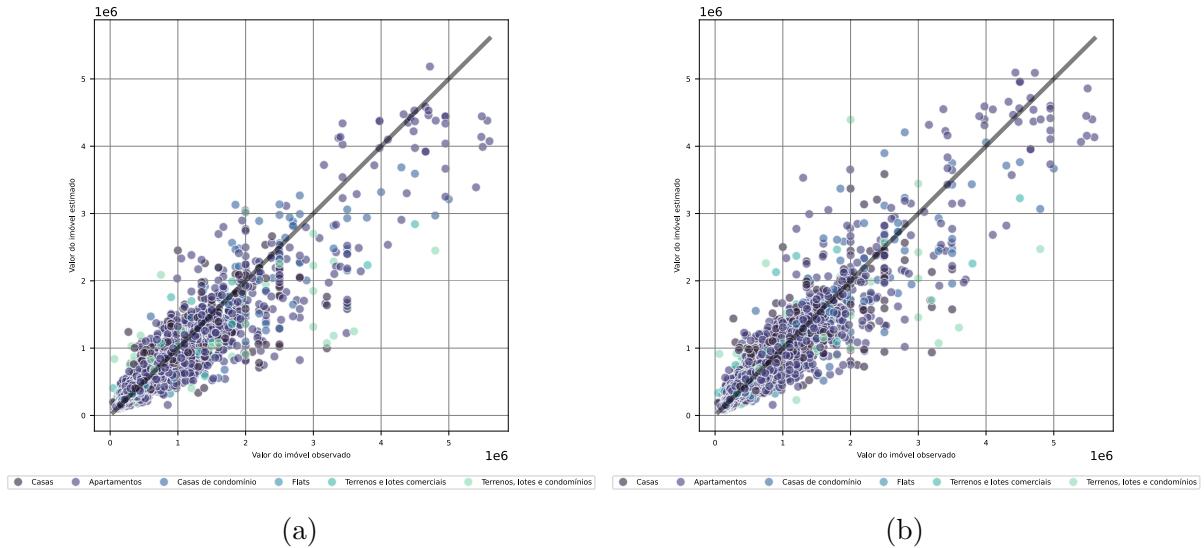


Figura 5.10: Valores previstos em função dos observados do algoritmo Random Forest e Gradient Boosting, respectivamente.

O Light Gradient Boosting conseguiu melhorias em relação aos resultados obtidos da Random Forest, mas não em relação ao Gradient Boosting. Em relação ao seu R^2 , o modelo consegue explicar 85,28% da variância da variável dependente. O seu RMSE ficou em 228784,37 e o MAPE em 18,34%. Dessa forma, as previsões geradas pelo Light Gradient Boosting estão, em média, 18,34% distantes de seus valores reais. O gráfico de seus valores estimados em função dos observados pode ser observado na Figura 5.11a.

Assim como o LGBM, o Extreme Gradient Boosting também obteve resultados melhores que o algoritmo de Random Forest. Além disso, foi o modelo que obteve o melhor MAPE. O RMSE obtido pelo XGBoost foi de 228300,83 e o seu R^2 foi de 85,34%, indicando que o modelo consegue explicar 85,34% da variação da variável dependente. As previsões geradas pelo Extreme Gradient Boosting estão, em média, 18,13% distantes de seus valores reais.

Utilizando os modelos finais com hiperparâmetros otimizados, eles foram combinados

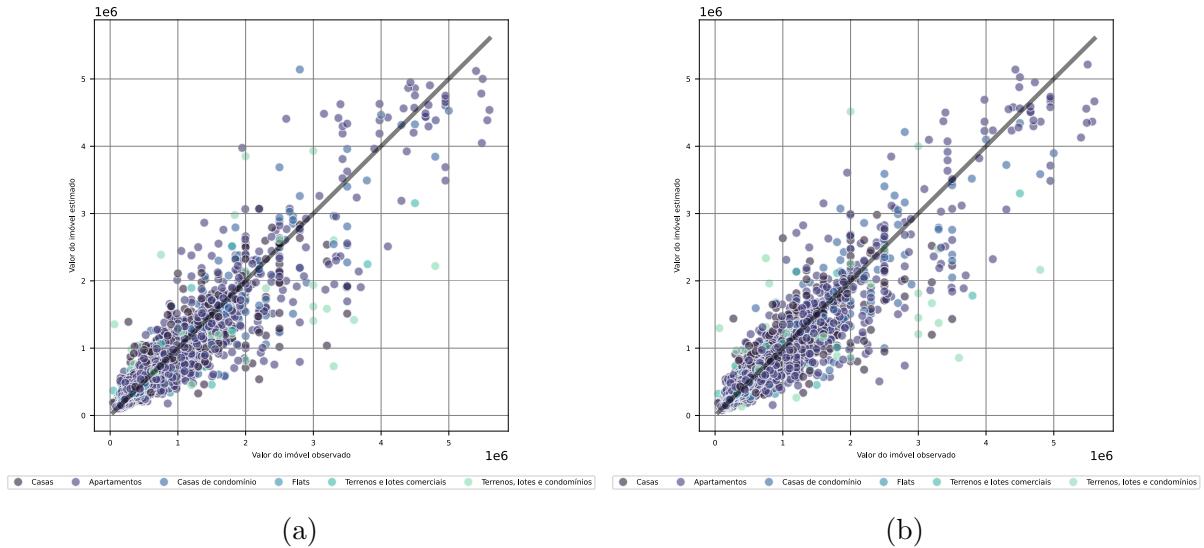


Figura 5.11: Valores previstos em função dos observados do algoritmo Light Gradient Boosting e Extreme Gradient Boosting, respectivamente.

como estimadores base para o ajuste do modelo de Stacking. As estimativas geradas por esse método apresentaram um dos melhores desempenhos em termos das métricas de erro RMSE e R^2 . O RMSE obtido foi de 228377,11, e o modelo foi capaz de explicar 85,33% da variância da variável dependente. No geral, os algoritmos apresentaram métricas bastante semelhantes.

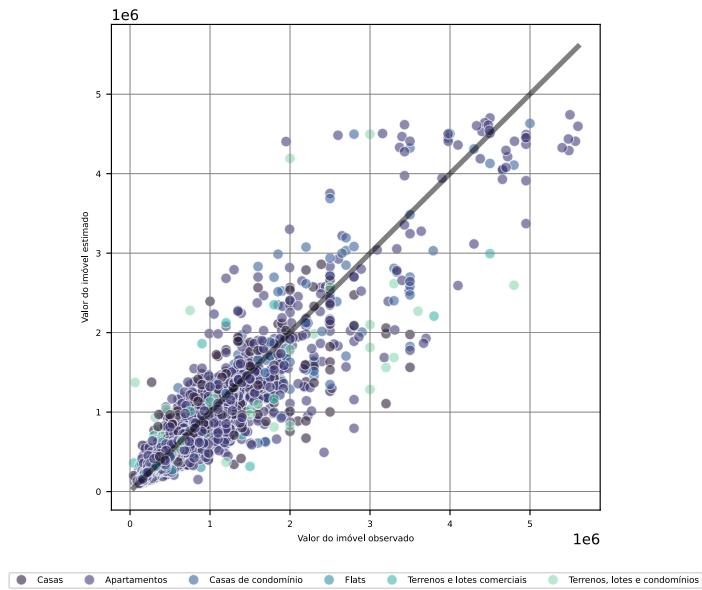


Figura 5.12: Valores previstos em função dos observados do algoritmo Stacking.

Nos gráficos das predições geradas pelo modelo, observa-se também que os maiores desvios ocorrem nos imóveis do tipo terreno, o que pode indicar a necessidade de um tratamento específico para esse tipo de imóvel. Além disso, há uma maior variabilidade nos erros de predição para imóveis de alto valor, sugerindo que o modelo apresenta menor precisão nessas faixas de preço.

Embora o Extreme Gradient Boosting tenha apresentado o menor MAPE entre os algoritmos avaliados, a métrica adotada para a seleção do modelo com melhor desempenho foi o RMSE, conforme justificado ao final da Seção 4.3.2, no qual o Gradient Boosting se destacou. Assim, as análises a seguir serão baseadas nesse algoritmo, que também será utilizado para as previsões na aplicação final.

5.4 Impacto e importância das variáveis na predição

O impacto e a importância das variáveis na predição de modelos são fundamentais para entender quais fatores exercem maior influência sobre as previsões, neste caso, para as previsões de valores de imóveis. Esta seção será dedicada à discussão do impacto das previsões individuais e da importância das variáveis utilizadas na construção do modelo. A análise será feita com o modelo que apresentou os melhores resultados, o algoritmo de Gradient Boosting.

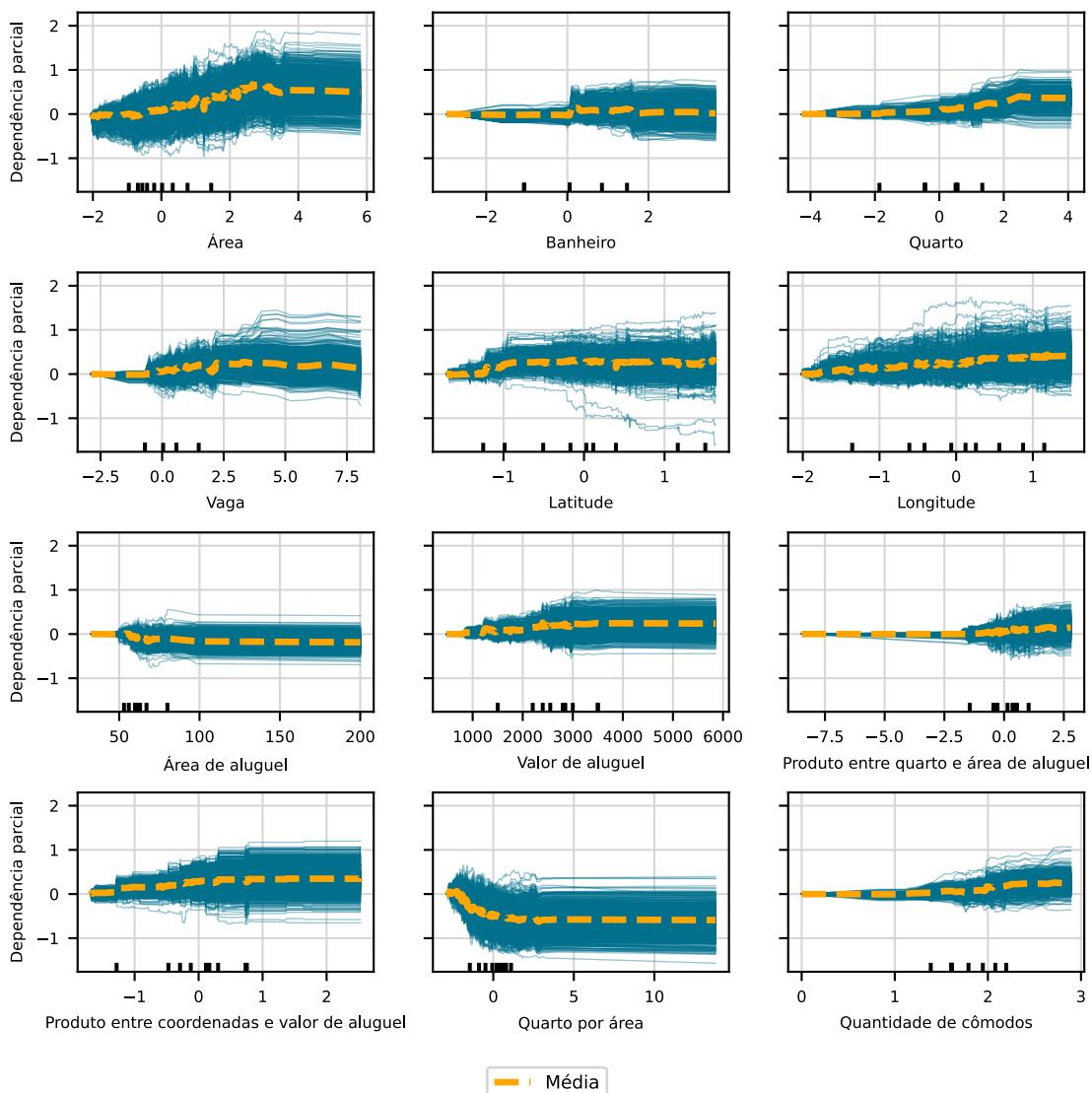


Figura 5.13: Gráfico de ICE e PDP.

Para analisar a influência das variáveis na predição dos valores de imóveis, foi utilizado

o gráfico de ICE em conjunto com a linha de PDP. Esses gráficos estão representados na Figura 5.13.

As previsões indicam um aumento claro nos valores estimados à medida que a área do imóvel cresce, com o PDP apresentando uma tendência crescente, em concordância com as curvas ICE. Para a quantidade de banheiros, observa-se uma relação majoritariamente estável, com apenas pequenas variações, comportamento semelhante ao verificado para o número de quartos, o que pode sugerir uma influência limitada dessas variáveis no modelo. No entanto, embora essas relações sejam bastante estáveis, observa-se um aumento nas previsões do modelo à medida que cresce a quantidade de banheiros e quartos.

No caso do valor médio do aluguel, o PDP revela uma tendência crescente, reforçada pelas curvas ICE, indicando que aluguéis mais altos estão fortemente associados a imóveis de maior valor. Por outro lado, a área média de aluguel apresenta um padrão mais uniforme, sinalizando uma contribuição menos expressiva na explicação dos preços dos imóveis.

As curvas ICE para as coordenadas geográficas exibem um comportamento mais complexo, mas é possível identificar um aumento nos valores previstos à medida que as coordenadas aumentam. Esse padrão sugere que imóveis localizados mais próximos da região litorânea de João Pessoa tendem a ter preços mais elevados. Por fim, a quantidade de vagas de garagem apresenta uma relação claramente ascendente nas previsões.

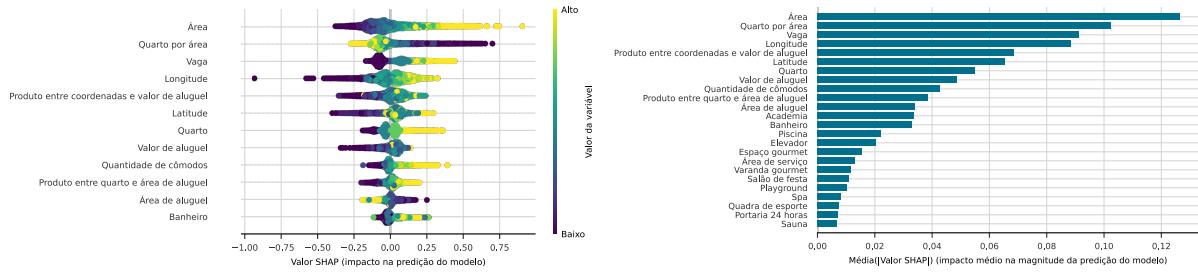


Figura 5.14: Impacto e importância das variáveis na predição a partir do método SHAP.

A análise da importância das variáveis foi realizada por meio do método SHAP. Diferentemente das medidas tradicionais de importância geradas por algoritmos baseados em árvores, que se baseiam na redução da impureza, o SHAP calcula a contribuição de cada variável com base na magnitude dos valores de Shapley atribuídos individualmente às previsões.

Como pode ser observado na Figura 5.14b, a variável com maior impacto na predição do modelo é a área do imóvel, responsável por alterar, em média, mais de 12 pontos percentuais na predição absoluta. Outras variáveis que se destacam entre as mais relevantes para a estimativa do valor dos imóveis incluem a quantidade de vagas de garagem, a razão entre o número de quartos e a área, a localização geográfica e o produto entre as coordenadas geográficas e o valor do aluguel. Por último, as quatro variáveis com menor impacto na predição do modelo são sauna, portaria 24 horas, quadra de esporte e spa.

Com a Figura 5.14a, observa-se um resumo da análise dos valores Shapley. A variável área se destaca como a de maior impacto no modelo, especialmente para valores elevados, que aumentam significativamente as previsões. As coordenadas geográficas indicam que valores mais altos tendem a elevar a previsão do valor dos imóveis, refletindo a valorização de imóveis localizados mais próximos às regiões litorâneas de João Pessoa, como observado na Figura 5.13. Por outro lado, a variável de área média de aluguel do bairro apresenta um padrão menos linear, com valores altos indicando uma redução na previsão do modelo.

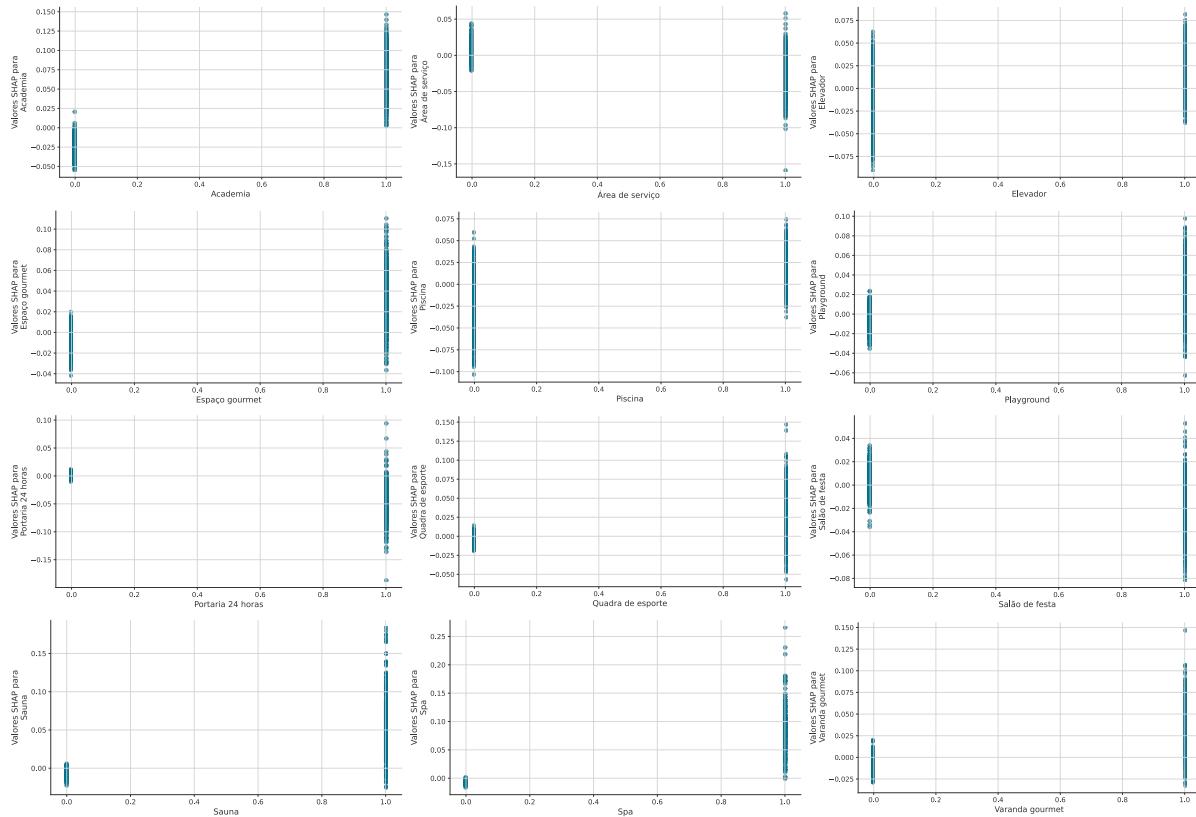


Figura 5.15: Gráfico de dependência de valores SHAP para variáveis binárias.

Para a análise das variáveis binárias, foram utilizados gráficos de dependência específicos para cada uma delas, os quais podem ser visualizados na Figura 5.15. Ao observar os valores SHAP para imóveis com e sem academia, nota-se que a presença dessa característica tende a elevar a previsão do valor do imóvel. Um padrão semelhante é identificado para imóveis com elevador. No entanto, mesmo imóveis sem elevador também apresentam uma tendência de aumento na previsão, o que pode ser atribuído à interação com outras características relevantes do imóvel.

Conforme já discutido na análise da importância das variáveis, sauna e spa apresentam baixa relevância no impacto da previsão do modelo. Ainda assim, seus gráficos de dependência revelam que essas variáveis podem contribuir para aumentar as previsões em casos específicos, especialmente em imóveis de maior valor que apresentam essas características. O mesmo comportamento é observado para as variáveis varanda gourmet, playground e espaço gourmet, indicando que, embora menos relevantes no modelo de forma geral, essas características podem ser úteis na valorização de determinados imóveis.

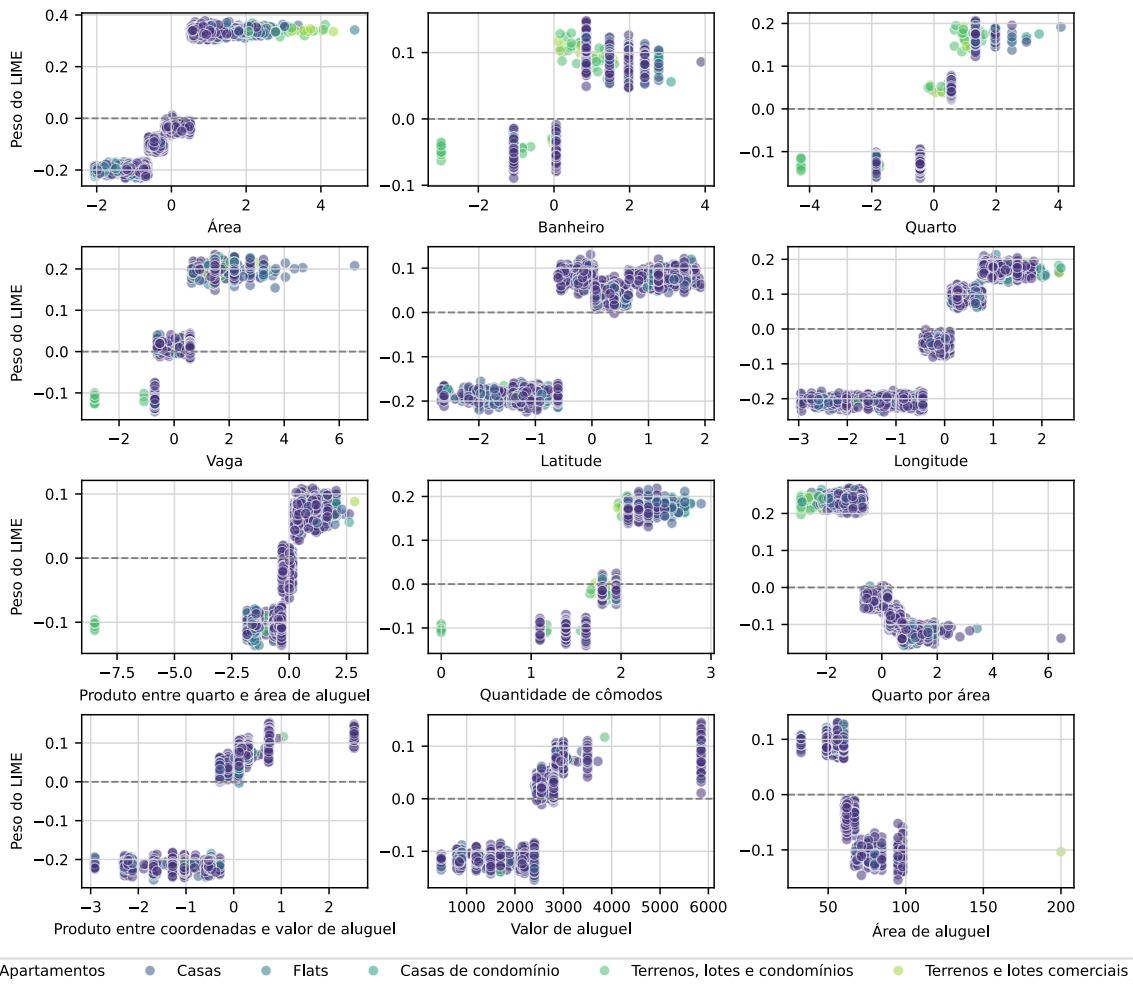


Figura 5.16: Contribuições a partir do método LIME.

Na figura acima, são apresentados os valores das contribuições calculadas pelo método LIME para cada variável. Observa-se no gráfico um padrão bastante semelhante ao identificado anteriormente pelos métodos ICE e PDP, com a diferença de que, agora, cada cor representa um tipo distinto de imóvel.

No caso da variável área, é possível observar que ela influencia principalmente os imóveis do tipo terreno, apresentando um padrão consistente de aumentar a predição do modelo. Isso se deve ao fato de que terrenos, em geral, possuem áreas maiores, o que é interpretado como um fator de valorização pelo modelo.

Em relação aos atributos dos imóveis, observa-se que eles têm maior influência nas predições de apartamentos e casas. Por outro lado, a localização se mostra um fator mais determinante para o aumento da predição do modelo no caso de flats e terrenos, possivelmente devido à sua maior concentração em áreas próximas à região litorânea de João Pessoa.

Na seção a seguir, serão apresentados os resultados da aplicação final desenvolvida a partir dos dados coletados por meio da abordagem de web scraping, bem como o funcionamento prático do modelo final, o Gradient Boosting, utilizado para a avaliação de imóveis com base em determinadas características.

5.5 Aplicação web

A aplicação final foi desenvolvida com o objetivo de ser simples e intuitiva, facilitando a análise e compreensão do comportamento do mercado imobiliário de João Pessoa. Nesta seção, serão apresentados os resultados da aplicação e suas funcionalidades. O código completo pode ser acessado através do seguinte link: https://github.com/cowvin0/tcc_realestate/tree/main/app.

A aplicação conta com uma página principal onde o usuário pode visualizar informações referentes aos imóveis coletados por meio do web scraping da cidade de João Pessoa. Nessa página, são apresentados quatro elementos gráficos. O primeiro é um gráfico de barras que exibe o valor médio dos imóveis por bairro. O segundo, também em barras, mostra o valor médio por tipo de imóvel. O terceiro é um histograma que representa a distribuição dos valores individuais dos imóveis, segmentados por tipo. Por fim, há um bloco com um mapa interativo da cidade de João Pessoa. Por padrão, é exibido um mapa de calor com a concentração de preços, mas o usuário pode alternar entre diferentes tipos de visualizações geográficas com informações detalhadas da cidade. A página inicial pode ser visualizada na Figura 5.17.

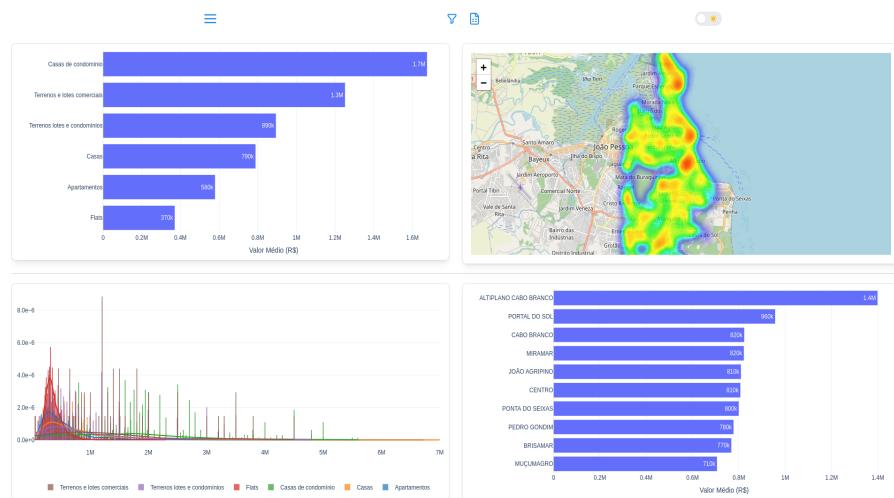


Figura 5.17: Página da aplicação com gráfico de barras do valor médio por tipo de imóvel, mapa de calor, histograma dos valores dos imóveis e gráfico do valor médio por bairro.

Com os gráficos, além de obter uma visão descritiva e analisar o comportamento dos valores dos imóveis por bairro, o objetivo é também permitir a aplicação de filtros. É possível filtrar os imóveis por faixa de valor, bairros de interesse, tipos de imóvel e até mesmo por intervalos definidos a partir da distribuição exibida no gráfico de histograma.

Além dos gráficos, a aplicação oferece uma análise mais detalhada das características dos imóveis por meio de uma tabela, apresentada na Figura 5.18. Na figura, um retângulo vermelho destaca o ícone de uma planilha, que pode ser clicado para exibir a visualização da tabela. Abaixo dela, há um botão que permite o download dos dados em formato .csv.

Essa tabela reúne todas as variáveis utilizadas no modelo, além de incluir algumas variáveis que não foram incorporadas à modelagem, como o IPTU e o valor do condomínio, inicialmente excluídas da base de dados devido à alta proporção de valores ausentes.

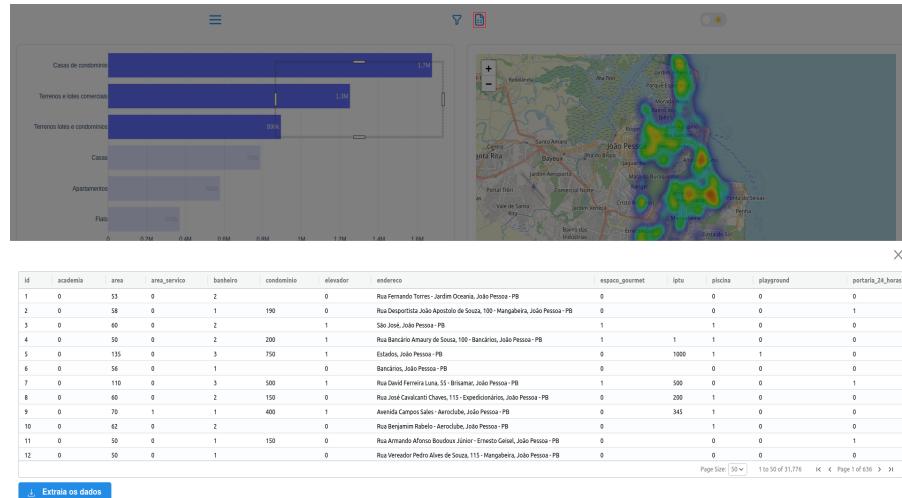


Figura 5.18: Tabela dos dados utilizados para predição dos valores de imóveis.

A funcionalidade mais importante da aplicação pode ser acessada através do botão à direita do ícone da planilha, representado por um funil. Ao clicar nesse botão, um menu será exibido (Figura 5.19), permitindo configurar o mapa e realizar previsões com o modelo final, o Gradient Boosting.

Na seção de configurações do mapa, o usuário pode selecionar o tipo de mapa desejado a partir de uma lista suspensa, que inclui todas as opções suportadas pela aplicação. Por padrão, o mapa de calor é selecionado. Uma das alternativas disponíveis é o mapa de pontos, que exibe a localização dos imóveis pontualmente, com suas cores variando conforme o valor dos imóveis, quanto mais clara a cor, mais alto o valor do imóvel. Além desses dois mapas, a aplicação permite a visualização de informações adicionais, como rios, ciclovias, bairros, corredores de ônibus, faixas exclusivas para ônibus, parques, praças, área rural, comunidades e escolas públicas.

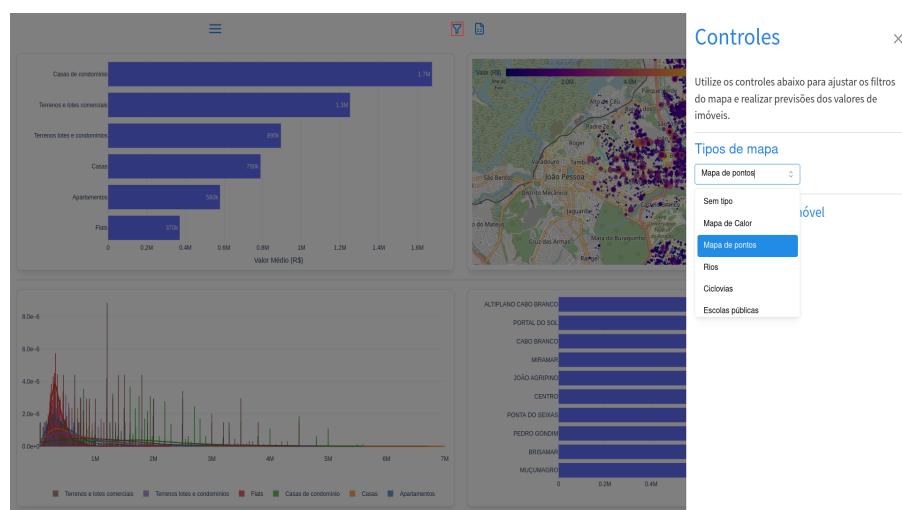


Figura 5.19: Controles para tipos de mapas.

Abaixo da lista que contem os tipos de mapas, está o botão para realizar as previsões com base nas características do imóvel passadas pelo usuário. Ao clicar nesse botão, aparecerão diversos blocos para preenchimento das informações do imóvel. Com as informações

preenchidas, basta utilizar o botão abaixo de todos os blocos para realizar a estimativa do valor do imóvel.

O usuário deve, obrigatoriamente, informar o tipo de imóvel para realizar a predição; caso contrário, a funcionalidade não será ativada. Após essa seleção, o usuário pode preencher as informações do imóvel. Algumas dessas informações precisam ser selecionadas diretamente no mapa, como as coordenadas geográficas, o valor médio do imóvel e a área média por bairro.

Quando o botão para acessar as informações do imóvel é pressionado, o mapa é automaticamente atualizado, removendo qualquer tipo previamente selecionado e exibindo apenas o mapa vazio. Com esse mapa vazio, o usuário deve clicar em uma localidade específica para coletar as informações necessárias, como mostrado na Figura 5.20b.

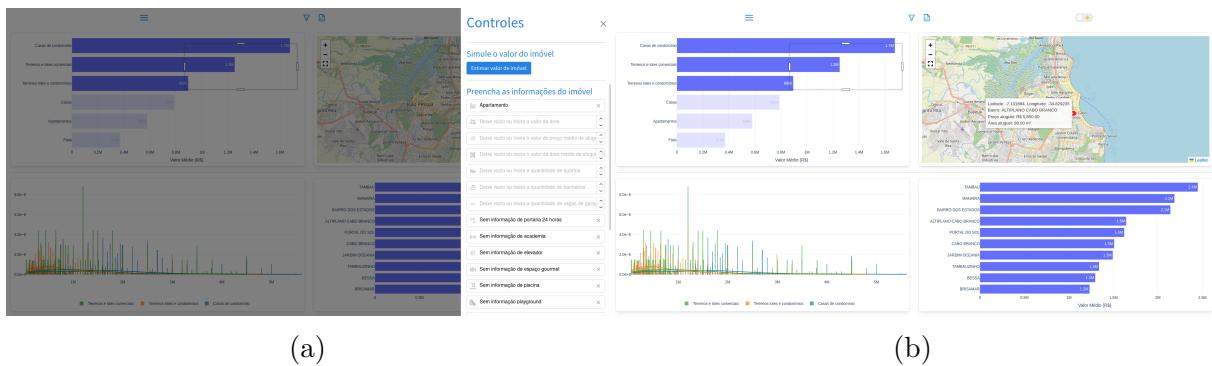


Figura 5.20: A Figura 5.20a exibe o menu com os blocos para preenchimento das informações de imóveis, enquanto a Figura 5.20b demonstra as informações coletadas ao clicar no bairro de Altiplano.

Embora o usuário tenha a opção de selecionar as coordenadas e as informações de aluguel diretamente no mapa, também é possível inserir esses dados manualmente em seus respectivos blocos de informação. Além disso, como o KNN foi utilizado inicialmente como método de imputação para valores ausentes, o usuário não é obrigado a fornecer todos os dados, exceto o tipo de imóvel. Dessa forma, mesmo que algumas informações do imóvel estejam faltando, é possível realizar a predição. Basta deixar um ou mais campos em branco, permitindo que o KNN estime as informações ausentes com base nas demais informações fornecidas.

6 Conclusão

Neste trabalho, foi possível aplicar uma abordagem pouco usual para a solução de problemas relacionados à avaliação do preço de imóveis, principalmente pela dificuldade para se obter dados sobre imóveis, na cidade de João Pessoa. A partir da utilização de técnicas de web scraping, foi possível coletar uma base de dados abrangente diretamente de sites de anúncios imobiliários. Esse processo automatizado de extração de dados demonstrou-se fundamental, especialmente em contextos onde não há acesso a bases públicas organizadas, permitindo a construção de um conjunto rico de variáveis relevantes para a modelagem dos preços dos imóveis.

Com os dados devidamente tratados e organizados, foi aplicada uma abordagem de aprendizado de máquina, utilizando-se diferentes algoritmos, sendo o Gradient Boosting aquele que apresentou o melhor desempenho preditivo. O modelo final apresentou um RMSE de 227677,44, MAPE de 18,21% e R^2 de 85,42%. Ou seja, obteve-se um modelo que consegue explicar 85,42% da variância da variável dependente e os valores estimados estão, em média, 18,21% distantes de seus valores observados.

Além da modelagem, foi dada ênfase à interpretação do modelo por meio de técnicas como SHAP, LIME, ICE e PDP. A partir dos gráficos ICE combinados com a linha média do PDP, foi possível confirmar que imóveis localizados mais próximos às regiões litorâneas tendem a ter valores de predição mais elevados. O mesmo padrão de aumento nas previsões foi observado para variáveis como área do imóvel, quartos, banheiros, vagas de garagem, quantidade de cômodos e valor do aluguel. Ou seja, à medida que essas variáveis aumentam, maior o valor estimado pelo modelo. Por outro lado, a variável área de aluguel apresentou um comportamento com variações pouco expressivas nas previsões, indicando um impacto mais limitado na resposta do modelo.

Pelo método SHAP, observou-se que a área do imóvel foi a variável com maior impacto na predição do modelo, sendo responsável por alterar, em média, mais de 12% na predição absoluta das previsões. Outras variáveis de maior impacto nas previsões foram a razão entre o número de quartos e a área, as coordenadas geográficas e o produto entre essas coordenadas e o valor do aluguel. Por outro lado, variáveis como sauna, spa, portaria 24 horas e quadra de esportes apresentaram menor impacto nas previsões. No entanto, os gráficos de dependência dos valores SHAP revelaram que, embora tenham menor influência, variáveis como sauna e spa ainda são relevantes na predição de imóveis de alto padrão, evidenciando sua importância em casos específicos envolvendo imóveis de categorias mais elevadas.

A aplicação do método LIME revelou que os atributos dos imóveis exercem maior influência nas previsões de apartamentos e casas. Em contrapartida, a localização mostrou-se um fator mais determinante para o aumento das previsões no caso de flats e terrenos, possivelmente devido à maior concentração desses imóveis em áreas próximas à região litorânea. Observou-se ainda que a variável área tem impacto especialmente relevante para

os imóveis do tipo terreno, apresentando um padrão consistente de elevação nas previsões do modelo.

Por fim, com todos os dados coletados e o modelo final obtido, os resultados foram integrados em uma aplicação interativa desenvolvida com foco na análise do comportamento do mercado imobiliário de João Pessoa e na avaliação de imóveis. A aplicação permite a visualização de mapas, gráficos descritivos e a realização de previsões com base nas características informadas pelo usuário. Essa ferramenta apresenta uma abordagem ainda pouco comum na avaliação de imóveis, ao adotar métodos mais computacionais, automatizados e orientados por dados, contribuindo para enfrentar um dos principais desafios do setor imobiliário, que é a escassez de informações disponíveis.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, recomenda-se uma exploração mais aprofundada de métodos interpretativos de modelos, como LIME, SHAP, ICE e PDP, com o objetivo de identificar os fatores mais relevantes para a predição dos diferentes tipos de imóveis. Essa abordagem poderia, inclusive, contribuir para melhorar as previsões em observações nas quais o modelo apresenta maior erro.

Também é sugerido uma investigação mais detalhada sobre o ajuste do modelo, a fim de avaliar sua capacidade de generalização. Além disso, sugere-se analisar o impacto da tunagem de hiperparâmetros no desempenho preditivo dos modelos e na comparação entre eles. Outra possibilidade interessante seria explorar metodologias alternativas para a predição dos valores dos imóveis, como, por exemplo, o uso de Redes Neurais.

Referências

- ABECIP. **O Crédito Imobiliário no Brasil: Caracterização e Desafios.** [S.l.]: Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança, 2007b.
- _____. **A Revolução do Crédito Imobiliário: 44 Anos (1967–2011).** [S.l.]: Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança, 2007a.
- _____. **IV Prêmio ABECIP de Monografia em Crédito Imobiliário e Poupança.** [S.l.]: Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança, 2015.
- AKIBA, T. et al. Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. [S.l.]: [s.n.], 2019.
- ALLAIRE, J.; DERVIEUX, C. **quarto: R Interface to 'Quarto' Markdown Publishing System.** [S.l.]: [s.n.], 2024.
- ASSUMPÇÃO FILHO, C. A. B. O crédito imobiliário no Brasil. 2011.
- BAYER, M. **SQLAlchemy.** Em: BROWN, A.; WILSON, G. (Org.). **The Architecture of Open Source Applications Volume II: Structure, Scale, and a Few More Fearless Hacks.** [S.l.]: aosabook.org, 2012.
- BERGSTRA, J. et al. Algorithms for hyper-parameter optimization. **Advances in neural information processing systems**, 2011. v. 24.
- _____; YAMINS, D.; COX, D. Making a science of model search: Hyperparameter optimization in hundreds of dimensions for vision architectures. [S.l.]: PMLR, 2013. p. 115–123.
- BISCHL, B. et al. Hyperparameter optimization: Foundations, algorithms, best practices, and open challenges. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery**, 2023. v. 13, n. 2, p. e1484.
- BREIMAN, L. Bagging predictors. **Machine learning**, 1996. v. 24, p. 123–140.
- CAMBON, J. et al. tidygeocoder: An R package for geocoding. **Journal of Open Source Software**, 2021. v. 6, n. 65, p. 3544. Disponível em: <<https://doi.org/10.21105/joss.03544>>.
- CAMPOS, S. F. Precificação de imóveis e seus elementos agregadores de valor sob a visão do consumidor: uma análise do mercado imobiliário de João Pessoa-PB. 2014.

- CHEN, T.; GUESTRIN, C. Xgboost: A scalable tree boosting system. [S.l.]: [s.n.], 2016. p. 785–794.
- COHEN, I. et al. Pearson correlation coefficient. **Noise reduction in speech processing**, 2009. p. 1–4.
- COSTA FARIAS, B. M. Da. A evolução do mercado imobiliário brasileiro e o conceito de Home Equity. 2010.
- FIPE – FUNDAÇÃO INSTITUTO DE PESQUISAS ECONÔMICAS. **Índice FipeZap de Preços de Imóveis Anunciados: Notas Metodológicas**. São Paulo: Fipe, 2024.
- FRIEDMAN, J. H. Stochastic gradient boosting. **Computational statistics & data analysis**, 2002. v. 38, n. 4, p. 367–378.
- GARNETT, R. **Bayesian optimization**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2023.
- GOLDSTEIN, A. et al. Peeking inside the black box: Visualizing statistical learning with plots of individual conditional expectation. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, 2015. v. 24, n. 1, p. 44–65.
- HARRIS, C. R. et al. Array programming with NumPy. **Nature**, set. 2020. v. 585, n. 7825, p. 357–362. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>>.
- HASTIE, T. et al. **The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction**. [S.l.]: Springer, 2009. V. 2.
- HOLSTON, J. **The modernist city: An anthropological critique of Brasilia**. [S.l.]: University of Chicago Press, 1989.
- HOSSAIN, Shammamah. **Visualization of Bioinformatics Data with Dash Bio**. (Chris Calloway et al., Org.). [S.l.]: [s.n.], 2019. p. 126–133.
- HUNTER, J. D. **Matplotlib: A 2D graphics environment**. **Computing in Science & Engineering**, 2007. v. 9, n. 3, p. 90–95.
- HUTTER, F.; HOOS, H.; LEYTON-BROWN, K. An Efficient Approach for Assessing Hyperparameter Importance. (E. P. Xing & T. Jebara, Org.). Beijing, China: PMLR, 2014. V. 32, p. 754–762. Disponível em: <<https://proceedings.mlr.press/v32/hutter14.html>>.
- INC., P. T. Collaborative data science. 2015. Disponível em: <<https://plot.ly>>.
- IZBICKI, R.; SANTOS, T. M. Dos. **Aprendizado de máquina: uma abordagem estatística**. [S.l.]: Rafael Izbicki, 2020.
- JAMES, G. et al. **An introduction to statistical learning**. [S.l.]: Springer, 2013. V. 112.

- KE, G. et al. Lightgbm: A highly efficient gradient boosting decision tree. **Advances in neural information processing systems**, 2017. v. 30.
- KOUZIS-LOUKAS, D. **Learning Scrapy**. [S.l.]: Packt Publishing Ltd, 2016.
- LUNDBERG, S. M.; LEE, S.-I. **A Unified Approach to Interpreting Model Predictions**. Em: GUYON, I. et al. (Org.). **Advances in Neural Information Processing Systems 30**. [S.l.]: Curran Associates, Inc., 2017, p. 4765–4774.
- MOLNAR, C. **Interpretable machine learning**. [S.l.]: Lulu. com, 2020.
- PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: Machine Learning in Python. **Journal of Machine Learning Research**, 2011. v. 12, p. 2825–2830.
- PYTHON-VISUALIZATION. **Folium**. Disponível em: <<https://python-visualization.github.io/folium/>>.
- R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2024.
- RIBEIRO, M. T.; SINGH, S.; GUESTRIN, C. ”Why should i trust you?” Explaining the predictions of any classifier. [S.l.]: [s.n.], 2016. p. 1135–1144.
- SHAPLEY, L. S. A value for n-person games. **Contribution to the Theory of Games**, 1953. v. 2.
- SNOEK, J.; LAROCHELLE, H.; ADAMS, R. P. Practical bayesian optimization of machine learning algorithms. **Advances in neural information processing systems**, 2012. v. 25.
- SPEARMAN, C. The proof and measurement of association between two things. 1961.
- ŠTRUMBELJ, E.; KONONENKO, I. Explaining prediction models and individual predictions with feature contributions. **Knowledge and information systems**, 2014. v. 41, p. 647–665.
- TEAM, T. Pandas Development. **pandas-dev/pandas: Pandas**. Zenodo. Disponível em: <<https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>>.
- THORPE, A. **selenium: Low-Level Browser Automation Interface**. [S.l.]: [s.n.], 2024.
- VAN ROSSUM, G.; DRAKE JR, F. L. **Python reference manual**. [S.l.]: Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam, 1995.
- VIRTANEN, P. et al. **SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python**. **Nature Methods**, 2020. v. 17, p. 261–272.

- WAGNER, F. E.; WARD, J. O. Urbanization and Migration in Brazil. **The American Journal of Economics and Sociology**, 1980. v. 39, n. 3, p. 249–259.
- WASKOM, M. L. seaborn: statistical data visualization. **Journal of Open Source Software**, 2021. v. 6, n. 60, p. 3021. Disponível em: <<https://doi.org/10.21105/joss.03021>>.
- WICKHAM, H. **httr: Tools for Working with URLs and HTTP**. [S.l.]: [s.n.], 2023.
- _____. **rvest: Easily Harvest (Scrape) Web Pages**. [S.l.]: [s.n.], 2024.
- _____. **xml2: Parse XML**. [S.l.]: [s.n.], 2023.
- YANG, L.; SHAMI, A. On hyperparameter optimization of machine learning algorithms: Theory and practice. **Neurocomputing**, 2020. v. 415, p. 295–316.
- YEO, I.-K.; JOHNSON, R. A. A New Family of Power Transformations to Improve Normality or Symmetry. **Biometrika**, 2000. v. 87, n. 4, p. 954–959. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2673623>>. Acesso em: 25 out. 2023.