고급소프트웨어실습1 Week2 HW

컴퓨터공학 20172141 김미소

$r_{XY} = \frac{\frac{\sum_i^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}}{\sqrt{\frac{\sum_i^n (X_i - \bar{X})^2}{n}}\sqrt{\frac{\sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n}}} = \frac{E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]}{\sqrt{E[(X-\mu_x)^2]}\sqrt{E[(Y-\mu_y)^2]}}$로 다시 나타낼 수 있다.

1. 분자

$E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)] = E[XY - \mu_y X - \mu_x Y + \mu_x\mu_y]$인데 기댓값 성질에 의하여

$= E(XY) - \mu_y E(X) - \mu_x E(Y) + \mu_x\mu_y$이고 $\mu_x = E(X)$, $\mu_y = E(Y)$이므로

$= E(XY) - E(X)E(Y) - E(X)E(Y) + E(X)E(Y)$

$= E(XY) - E(X)E(Y)$이다.

2. 분모

$\sqrt{E[(X-\mu_x)^2]} = \sqrt{E[(X^2 - 2\mu_x X + (\mu_x)^2]}$인데 기댓값 성질에 의하여

$= \sqrt{E(X^2) - 2\mu_x E(X) + (\mu_x)^2}$이고 $\mu_x = E(X)$이므로

$= \sqrt{E(X^2) - 2E(X)^2 + E(X)^2} = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2}$이다.

$\sqrt{E\left[(Y-\mu_y)^2\right]} = \sqrt{E[Y^2 - 2\mu_y Y + (\mu_y)^2]}$인데 기댓값 성질에 의하여

$= \sqrt{E(Y^2) - 2\mu_y E(Y) + (\mu_y)^2}$이고 $\mu_y = E(Y)$이므로

$= \sqrt{E(Y^2) - 2E(Y)^2 + E(Y)^2} = \sqrt{E(Y^2) - E(Y)^2}$이다.

따라서 $r_{XY} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E(X)^2}\sqrt{E(Y^2) - E(Y)^2}}$로 나타낼 수 있다.

이것은 $\frac{\frac{\sum XY}{n} - \frac{\sum X \sum Y}{n^2}}{\sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{n^2}}\sqrt{\frac{\sum Y^2}{n} - \frac{(\sum Y)^2}{n^2}}}$로 나타낼 수 있고

$= \frac{\frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n^2}}{\sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n^2}}\sqrt{\frac{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}{n^2}}} = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$이다.