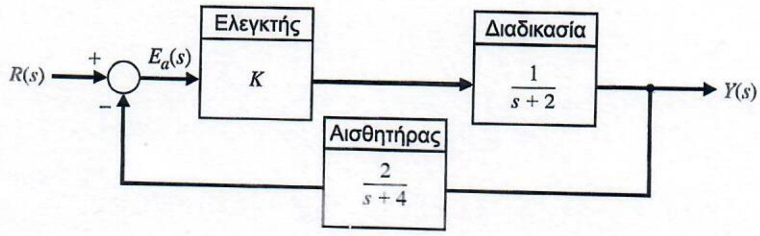


Σχήμα 5.22 Ένα σύστημα μα ανάδραση $H(s)$.

Άρα, για να επιτύχουμε μηδενικό σφάλμα σταθερής κατάστασης απαιτείται να είναι

$$T(0)=\frac{4K}{8+2K}=1,$$

ή αλλιώς $8+2K=4K$. Έτσι βρίσκουμε ότι η τιμή που εξασφαλίζει μηδενικό σφάλμα σταθερής κατάστ σης είναι η $K=4$. Είναι απίθανο ότι ο εντοπισμός μίας σταθεροποιημένης κατάστασης σφάλματος να είν η μόνη απαίτηση του συστήματος ελέγχου ανατροφοδότησης, οπότε η επιλογή του ελέγχου σαν απόκτη με μία μόνο παράμετρο προς προσαρμογή είναι πιθανότατα μη πρακτική.

Ο προσδιορισμός του σφάλματος σταθερής κατάστασης είναι πιο εύκολος για τα συστήματα μοναδ αίας ανάδρασης. Ωστόσο, είναι δυνατόν να επεκτείνουμε την έννοια των σταθερών σφάλματος και σ συστήματα μη μοναδιαίας ανάδρασης, αναδιευθετώντας κατάλληλα το λειτουργικό διάγραμμα έτσι ώσ να προκύψει από αυτό ένα ισοδύναμο σύστημα μοναδιαίας ανάδρασης. Υπενθυμίζουμε, ότι το βασικό μ σύστημα πρέπει να είναι ευσταθές, διαφορετικά η χρήση του θεωρήματος τελικής τιμής δεν εγγυάται ό το αποτέλεσμα στο οποίο καταλήγουμε είναι ορθό. Ας θεωρήσουμε το σύστημα του σχήματος 5.21 με τι υπόθεση ότι $K_1=1$. Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου είναι

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=T(s)=\frac{G_c(s)G(s)}{1+H(s)G_c(s)G(s)}$$

Με κατάλληλους χειρισμούς του λειτουργικού διαγράμματος μπορούμε να συνάγουμε το ισοδύναμ σύστημα μοναδιαίας ανάδρασης:

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=T(s)=\frac{Z(s)}{1+Z(s)}\text{όπου } Z(s)=\frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)(H(s)-1)}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου αυτού του ισοδύναμου συστήματος είναι η $Z(s)$. Συνακόλουθα, σταθερές σφάλματος σταθερής κατάστασης για συστήματα μη μοναδιαίας ανάδρασης περιγράφονται απ τις σχέσεις:

$$K_p=\lim_{s\to 0}Z(s),\ K_\upsilon=\lim_{s\to 0}sZ(s)\text{ και } K_a=\lim_{s\to 0}s^2Z(s).$$

Σημειώστε ότι όταν $H(s)=1$, τότε $Z(s)=G_c(s)G(s)$ και άρα οι σταθερές σφάλματος που αντιστο χούν σε συστήματα μοναδιαίας ανάδρασης διατηρούνται ως έχουν. Για παράδειγμα, όταν $H(s)=1$, τό $K_p=\lim_{s\to 0}Z(s)=\lim_{s\to 0}G_c(s)G(s)$ όπως είναι, άλλωστε, αναμενόμενο.

5.7 ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Η σύγχρονη θεωρία αυτομάτου ελέγχου βασίζεται στην υπόθεση ότι ο σχεδιαστής συστημάτων μπορεί προσδιορίσει ποσοτικά την απαιτούμενη απόδοση ενός τέτοιου συστήματος. Δηλαδή, ένας υποτιθέμεν δείκτης απόδοσης μπορεί να γίνει αντικείμενο υπολογισμού ή μέτρησης και να χρησιμοποιηθεί, στη σ νέχεια, για την εκτίμηση της απόδοσης του υπό εξέταση συστήματος. Η ποσοτική μέτρηση της απόδοσ είναι απαραίτητη για τη λειτουργία ενός σύγχρονου προσαρμόσιμου συστήματος αυτομάτου ελέγχου.

Είτε στοχεύουμε στην βελτίωση της σχεδίασης ενός συστήματος είτε στη σχεδίαση, καθαυτή, ενός σ στήματος ελέγχου, πρέπει να επιλέξουμε και να μετρήσουμε ένα δείκτη απόδοσης.

Δείκτης απόδοσης είναι μια μετρήσιμη ιδιότητα της απόδοσης ενός συστήματος και επιλέγεται με γν μονα τις σημαντικότερες προδιαγραφές του συστήματος.

Ένα σύστημα θεωρείται **βέλτιστα σχεδιασμένο** όταν οι παράμετροί του ρυθμίζονται έτσι ώστε ο δείκτης όδοσης να λαμβάνει μια ακραία, συνήθως ελάχιστη, τιμή. Για να είναι χρήσιμος ένας δείκτης απόδοσης έπει να λαμβάνει πάντοτε θετική ή μηδενική τιμή. Στην περίπτωση αυτή, ορίζουμε ως βέλτιστο το σύημα που τον ελαχιστοποιεί.

Ενας βολικός δείκτης απόδοσης είναι το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος, ISE (Integral uare Error), που ορίζεται ως ακολούθως:

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt \tag{5.37}$$

Το άνω όριο, T, του ολοκληρώματος αντιπροσωπεύει μια πεπερασμένη τιμή του χρόνου που επιλέγεται ιπως αυθαίρετα ώστε το ολοκλήρωμα να πλησιάζει σε μια τιμή σταθερής κατάστασης. Συνήθως, είναι λικό να επιλέγουμε για το χρόνο T την τιμή, T_s, του χρόνου αποκατάστασης. Η βηματική απόκριση ενός γκεκριμένου συστήματος ανάδρασης παρουσιάζεται στο σχήμα 5.23(b), ενώ το αντίστοιχο σφάλμα στο χήμα 5.23(c). Το τετράγωνο του σφάλματος παρουσιάζεται στο σχήμα 5.23(d) και το ολοκλήρωμά του το σχήμα 5.23(e). Το κριτήριο αυτό μας επιτρέπει να διακρίνουμε τα υποαποσβεννύμενα από τα υπεραοσβεννύμενα συστήματα. Η ελάχιστη τιμή του ολοκληρώματος λαμβάνεται για μια συμβιβαστική τιμή ου λόγου απόσβεσης μεταξύ των δύο ακραίων συμπεριφορών. Ο δείκτης απόδοσης της εξίσωσης (5.37) ύκολα υιοθετείται για πρακτικές μετρήσεις διότι το κύκλωμα που τετραγωνίζει το σφάλμα είναι άμεσα λοποιήσιμο. Επιπλέον το τετραγωνικό σφάλμα είναι βολικό τόσο για αναλυτικές όσο και για υπολογιστιές, μέσω Η/Υ, προσεγγίσεις.

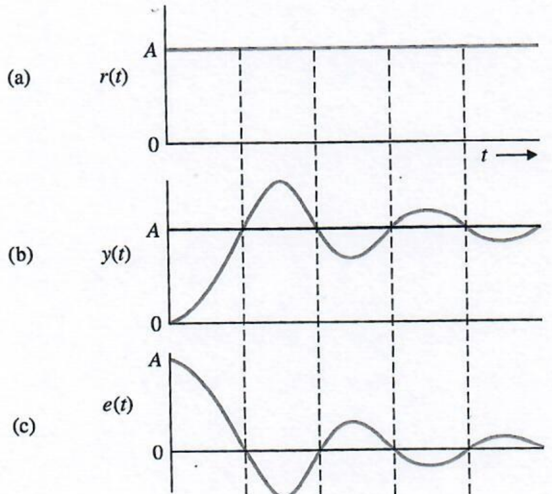
Ένα άλλο, εύκολο στη χρήση, κριτήριο απόδοσης είναι το ολοκλήρωμα της απόλυτης τιμής του σφάλματος, IAE (Integral of Absolute Error), που διατυπώνεται μαθηματικά ως ακολούθως:

$$IAE = \int_0^T |e(t)|dt \tag{5.38}$$

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)|dt \tag{5.39}$$

και

$$ITSE = \int_0^T te^2(t)dt \tag{5.40}$$



Σχήμα 5.23 Υπολογισμός του ολοκληρώματος του τετραγωνικού σφάλματος

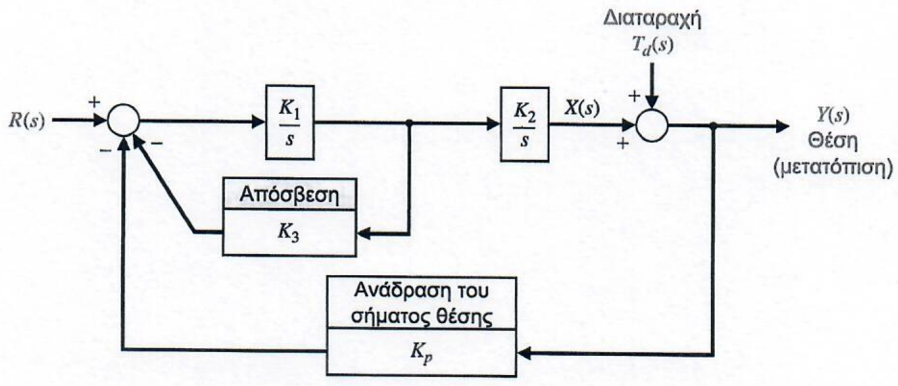
Ο δείκτης ITAE είναι η καλύτερη επιλογή μεταξύ των δεικτών απόδοσης επειδή η ελάχιστη τιμή του ολοκληρώματος διακρίνεται εύκολα κατά τη διαδικασία μεταβολής των παραμέτρων του συστήματος. Η γενική μορφή του ολοκληρώματος απόδοσης είναι

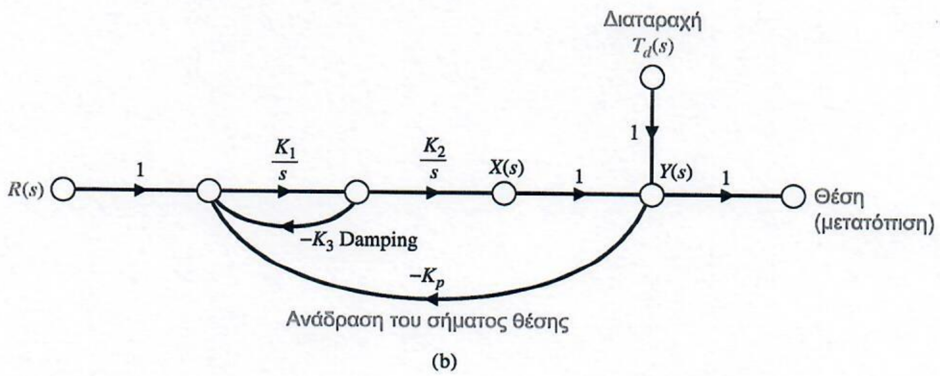
$$I = \int_0^T f(e(t), r(t), y(t), t)dt \tag{5.41}$$

όπου f είναι συνάρτηση του σφάλματος, της εισόδου, της εξόδου και του χρόνου. Μπορούμε να συνάγουμε ποικίλους αριθμητικούς δείκτες βασισμένους σε διάφορους συνδυασμούς των παραμέτρων του συστήματος και του χρόνου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.6 **Σύστημα ελέγχου διαστημικού τηλεσκοπίου**

Στο σχήμα 5.24 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής σήματος και το λειτουργικό διάγραμμα του συστήματος ελέγχου θέσης ενός διαστημικού τηλεσκοπίου [9]. Θέλουμε να επιλέξουμε το μέτρο του κέρδους K_3 έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η επίδραση της διαταραχής $T_d(s)$. Στην περίπτωση αυτή, ως διαταραχή θεωρείται, ισοδύναμα, κάποιο αρχικό σφάλμα θέσης.





Σχήμα 5.24 Τρία κριτήρια απόδοσης ενός συστήματος 2ης τάξης.

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου για τη διαταραχή, συνάγεται χρησιμοποιώντας τον τύπο του Mason και δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{Y(s)}{T_d(s)} = \frac{s(s + K_1K_3)}{s^2 + K_1K_3s + K_1K_2K_p} \tag{5.42}$$

Οι τυπικές τιμές των παραμέτρων είναι $K_1 = 0.5$ και $K_1K_2K_p = 2.5$. Για μια βηματική διαταραχή, η ελάχιστη τιμή του δείκτη ISE μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά. Η θέση του τηλεσκοπίου είναι:

$$y(t) = \frac{\sqrt{10}}{\beta}\left[e^{-0.25K3t}\sin\left(\frac{\beta}{2}t + \psi\right)\right] \tag{5.43}$$

όπου $\beta = \sqrt{10 - K_3^2/4}$. Τετραγωνίζοντας την $y(t)$ και ολοκληρώνοντας το αποτέλεσμα, έχουμε