ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΠΑΥΛΟΠΟΥΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ 2018030139

ΚΑΡΑΜΠΕΛΑ ΣΩΤΗΡΙΑ 2018030077

Μέρος Α

Υπολογισμοί των τριών παραμέτρων του συστήματος (Ks, Tu, Tg)

	Ks	Tg ≈ T1 / 0,37 (seconds)	Tu ≈ T2 / 3,33 (seconds)
$\frac{1}{(0,3s+1)^2}$ T1=T2=0,3sec	1	0,81	0,09
$\frac{1}{(0,1s+1)^2}$ T1=T2=0,1sec		0,27	0,03
$\frac{1}{(0,5s+1)^2}$ T1=T2=0,5sec		1,35	0,15
$\frac{1}{(s+1)^2}$ T1=T2=1sec		2,7	0,3
$\frac{1}{(0,1s+1)(0,5s+1)}$ T1=0,1 T2=0,5sec		0,27	0,15
$\frac{1}{(0,4s+1)(2s+1)}$ T1=0,4sec T2=2sec		1,08	0,6
$\frac{1}{(s+1)(5s+1)}$ T1=1sec T2=5sec		2,7	1,5
$\frac{1}{(0,1s+1)(10s+1)}$ T1=0,1sec T2=10sec		0,27	3
$\frac{1}{(0,1s+1)^4}$ T1=T2=T3=T4=0,1sec		0,27	0,03
$\frac{1}{(0,5s+1)^4}$ T1=T2=T3=T4=0,5sec		1,35	0,15
$\frac{1}{(s+1)^4}$ T1=T2=T3=T4=1sec		2,7	0,3
$\frac{1}{(0,5s+1)}\frac{1}{(0,1s+1)^3}$ T1= 0,5sec T2=T3=T4=0,1sec		1,35	0,03
$\frac{1}{(2,5s+1)}\frac{1}{(0,5s+1)^3}$ T1= 2,5sec T2=T3=T4=0,5sec		6,75	0,15

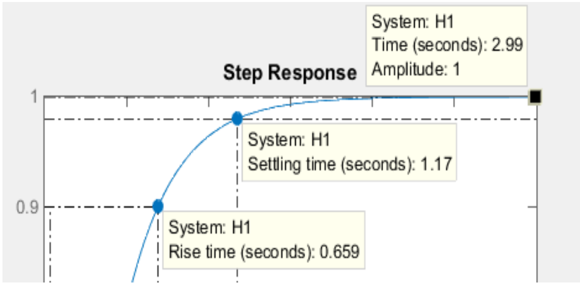
Χρόνος ανόδου (Rise time), χρόνος αποκατάστασης (Settling time)

Με τις γνώσεις θεωρίας, δηλαδή πως ο χρόνος ανόδου είναι το χρονικό διάστημα απο το 10% έως το 90% του πλάτους εξόδου και πως ο χρόνος αποκατάστασης είναι ο χρόνος μέχρι να φτάσει στο τελικό πλάτος εξόδου με απόκλιση μικρότερη ή ίση του 2%, και αξιοποιώντας το control toolbox του Matlab υπολογίσαμε τους χρόνους ανόδου, αποκατάστασης καθώς και το ποσοστό υπερύψωσης (overshoot) που όπως περιμέναμε ειναι 0%.

(στα δεξιά οι ακριβείς μετρήσεις απο το MATLAB)

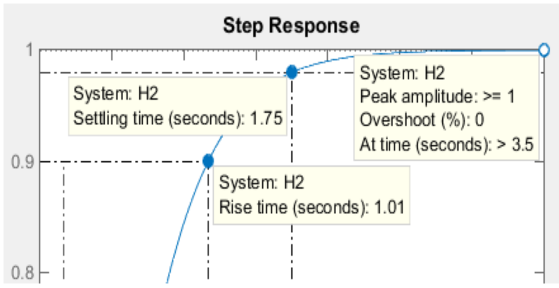
Χρόνος ανόδου **0,6 sec** και χρόνος αποκατάστασης **1,2 sec**

$$\frac{1}{(0.3*s+1)}$$



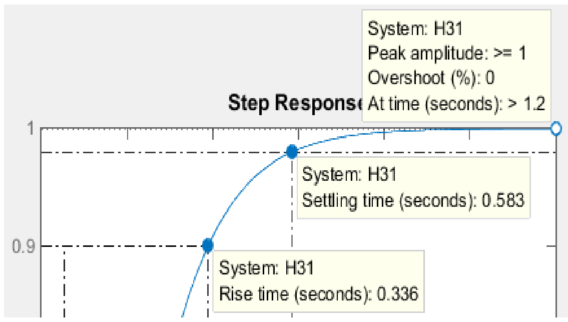
Χρόνος ανόδου **1 sec** και χρόνος αποκατάστασης **1,7 sec**

$$\frac{1}{(0.3*s+1)^2}$$



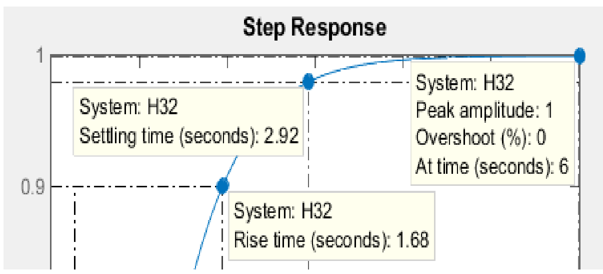
Χρόνος ανόδου **0,3 sec** και χρόνος αποκατάστασης **0,6 sec**

$$\frac{1}{(0.1*s+1)^2}$$



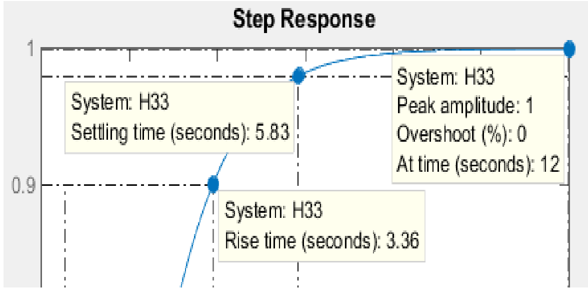
Χρόνος ανόδου **1,7 sec** και χρόνος αποκατάστασης **2,9 sec**

$$\frac{1}{(0.5*s+1)^2}$$



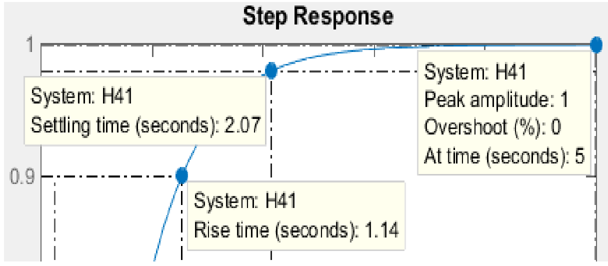
Χρόνο ανόδου **3,4 sec** και χρόνος αποκατάστασης **5,8 sec**

$$\frac{1}{(s+1)^2}$$



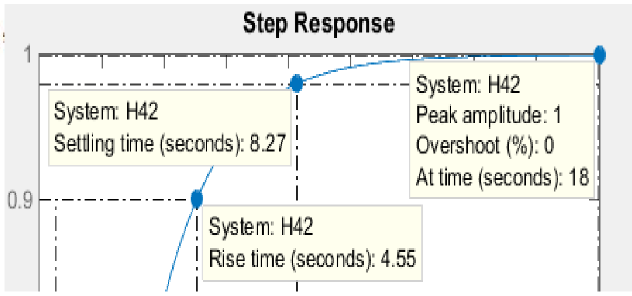
Χρόνος ανόδου **1,1 sec** και χρόνος αποκατάστασης **2 sec**

$$\frac{1}{(0.1*s+1)*(0.5*s+1)}$$



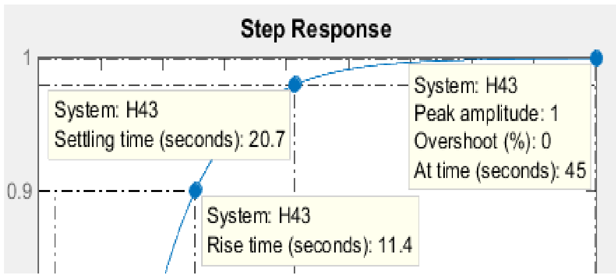
Χρόνο ανόδου **4,5 sec** και χρόνος αποκατάστασης **8,3 sec**

$$\frac{1}{(0.4*s+1)*(2*s+1)}$$



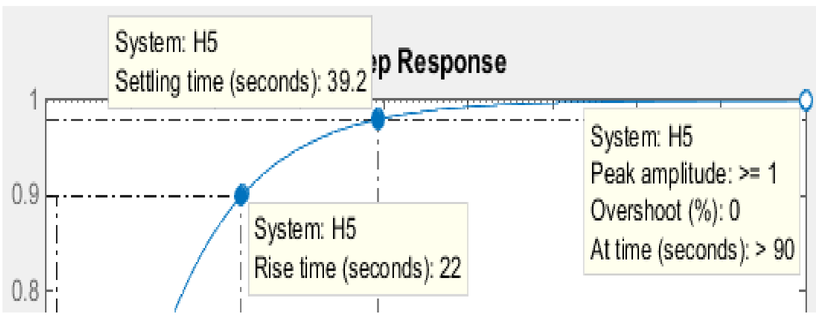
Χρόνο ανόδου **11 sec** και χρόνος αποκατάστασης **20 sec**

$$\frac{1}{(s+1)*(5*s+1)}$$



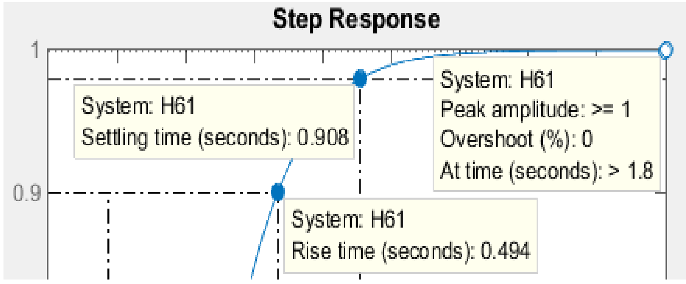
Χρόνο ανόδου **22 sec** και χρόνος αποκατάστασης **40 sec**

$$\frac{1}{(0.1*s+1)*(10*s+1)}$$



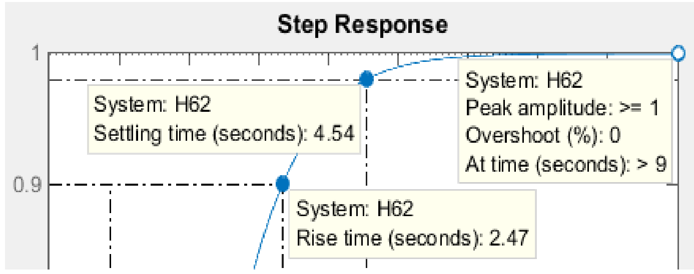
Χρόνο ανόδου **0,5 sec** και χρόνος αποκατάστασης **0,9 sec**

$$\frac{1}{(0.1*s+1)^4}$$



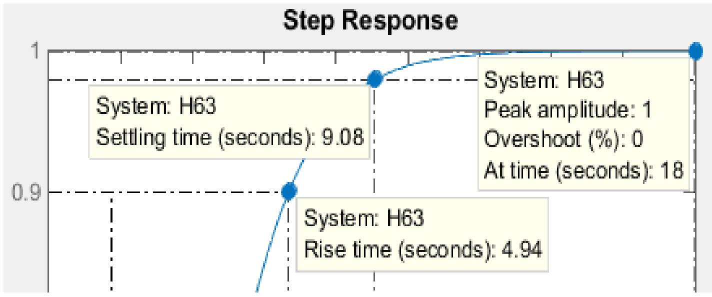
Χρόνος ανόδου **2,5 sec** και χρόνος αποκατάστασης **4,5 sec**

$$\frac{1}{(0.5*s+1)^4},$$



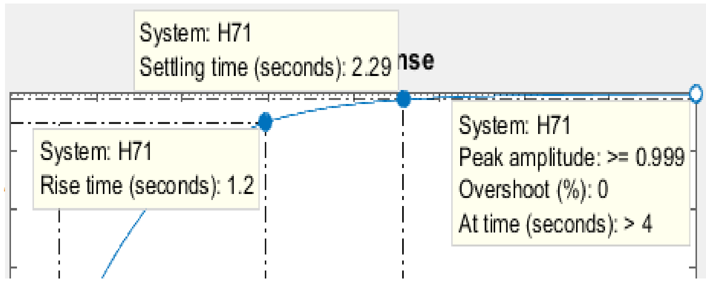
Χρόνο ανόδου **4,9 sec** και χρόνος αποκατάστασης **9 sec**

$$\frac{1}{(s+1)^4}$$



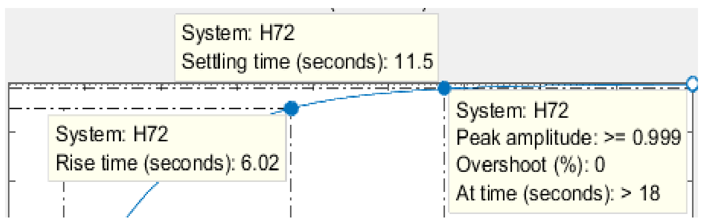
Χρόνο ανόδου **1,2 sec** και χρόνος αποκατάστασης **2,3 sec**

$$\frac{1}{(0.5*s+1)}\frac{1}{(0.1*s+1)^3}$$



Χρόνος ανόδου **6 sec** και χρόνος αποκατάστασης **11,5 sec**

$$\frac{1}{(2.5*s+1)}\frac{1}{(0.5*s+1)^3}$$

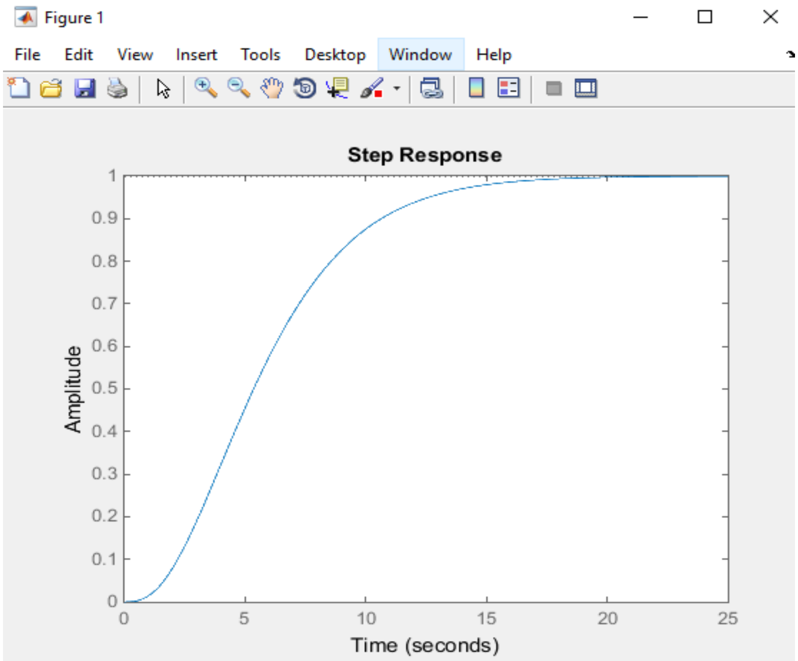


ΜΕΡΟΣ Β'

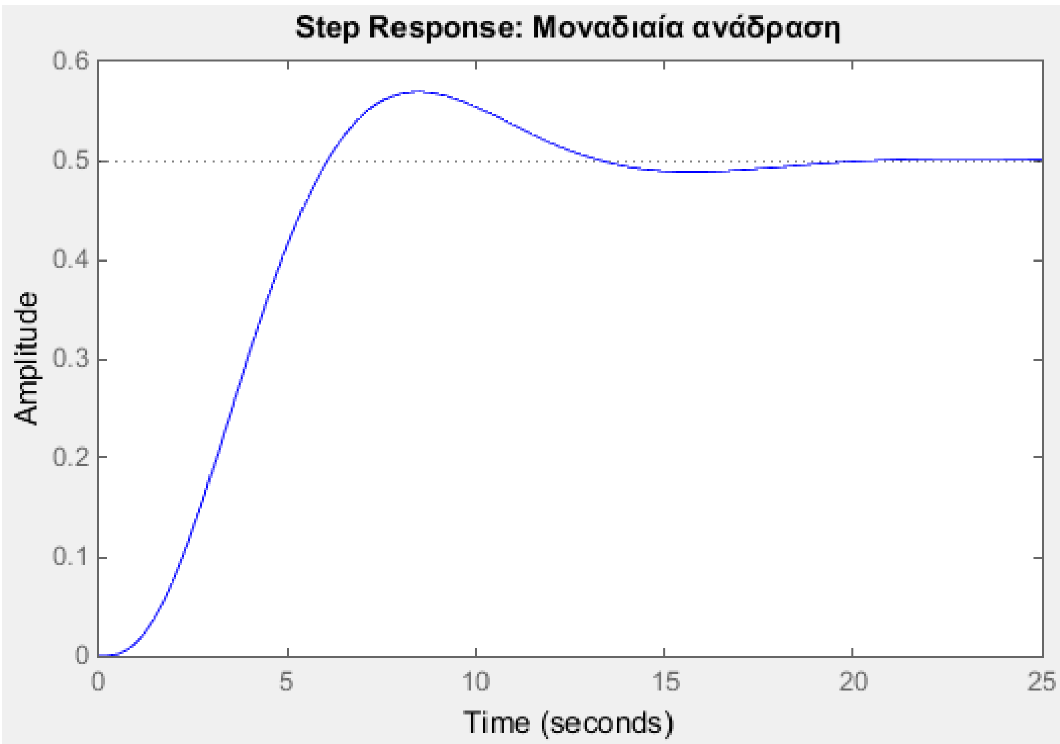
ΜΕΘΟΔΟΣ ΖΝ

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι $G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3}$

Η βηματική απόκριση του συστήματος, χωρίς ανάδραση, είναι η παρακάτω:

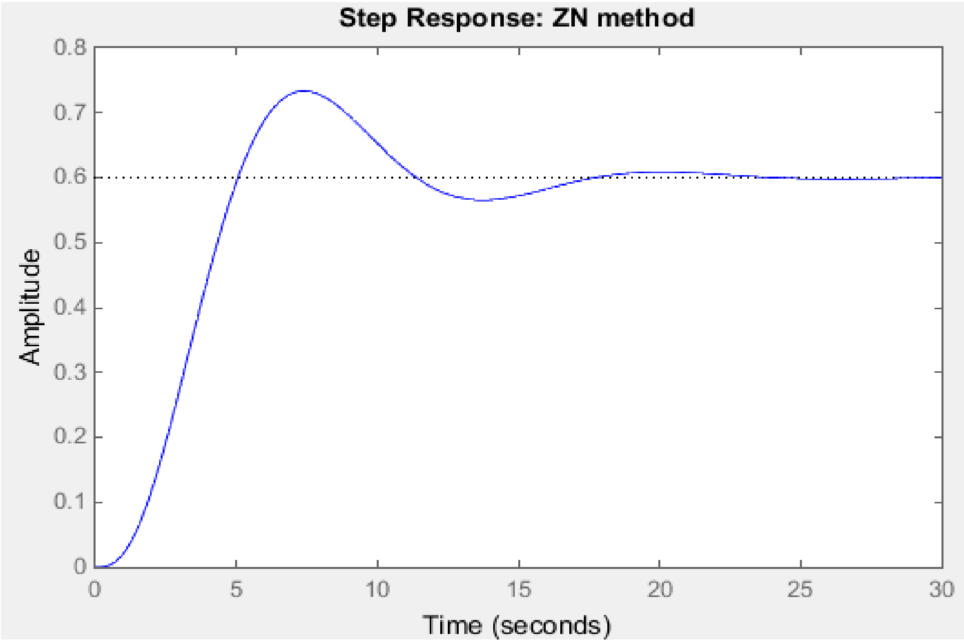


Η βηματική απόκριση του συστήματος, με μοναδιαία ανάδραση, είναι η παρακάτω:

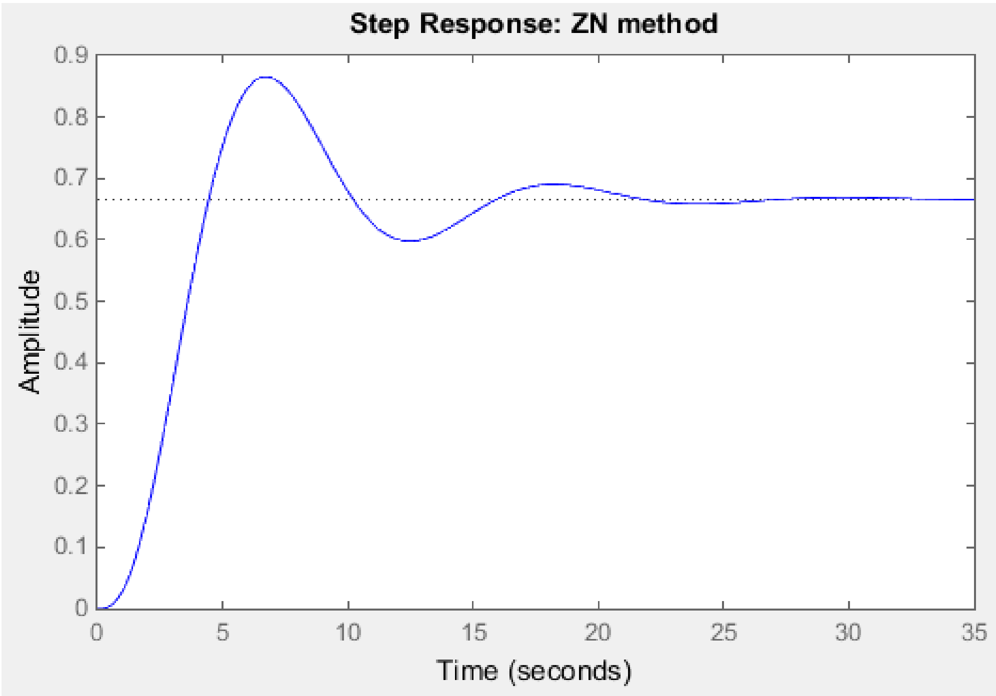


Χρησιμοποιώντας το Control System Designer του MATLAB και με βήμα 0,5 βρίσκουμε το Kp_{CRIT}

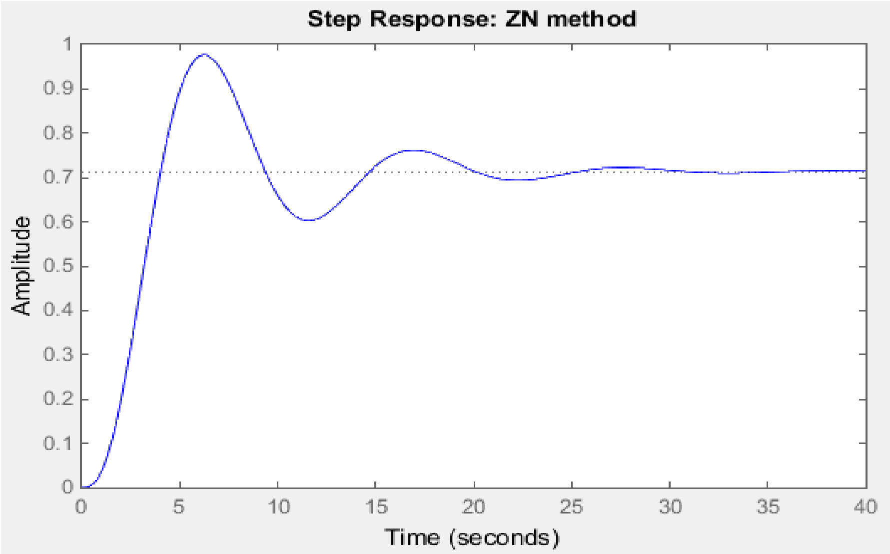
Kp = 1,5



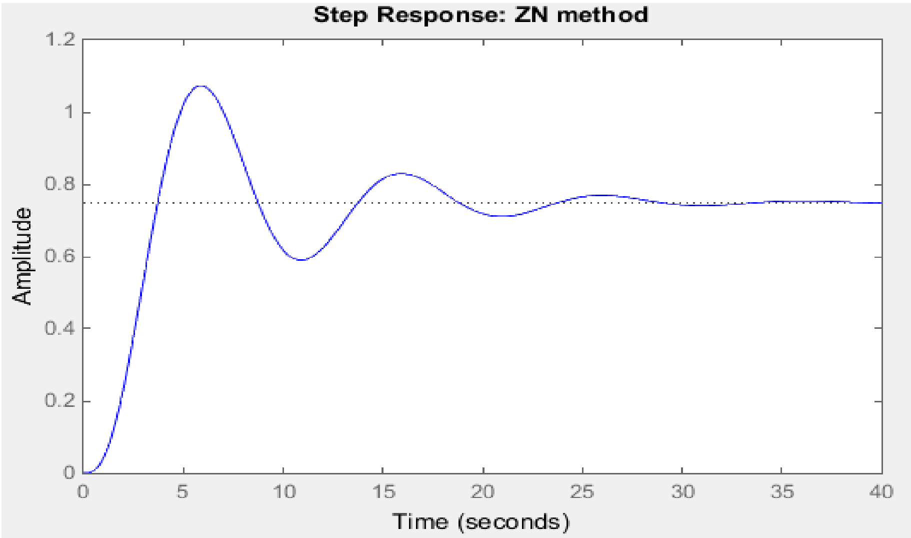
Kp = 2



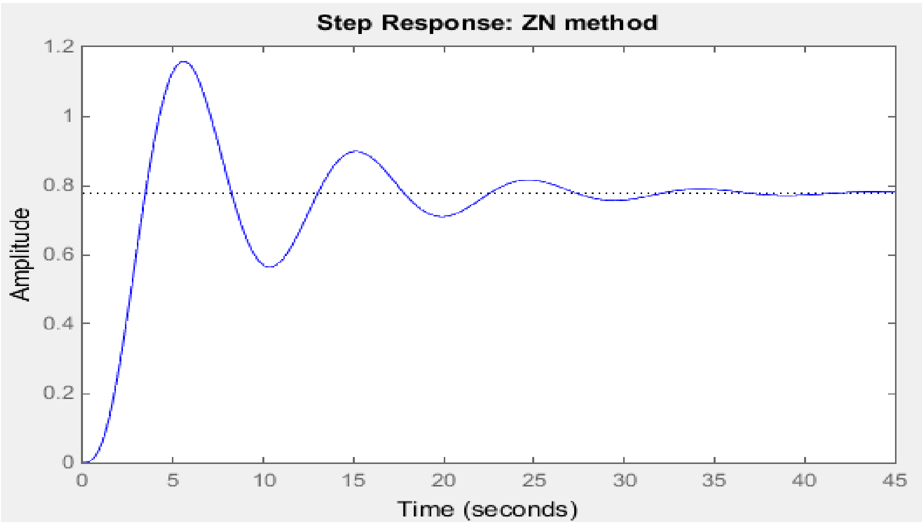
Kp = 2,5



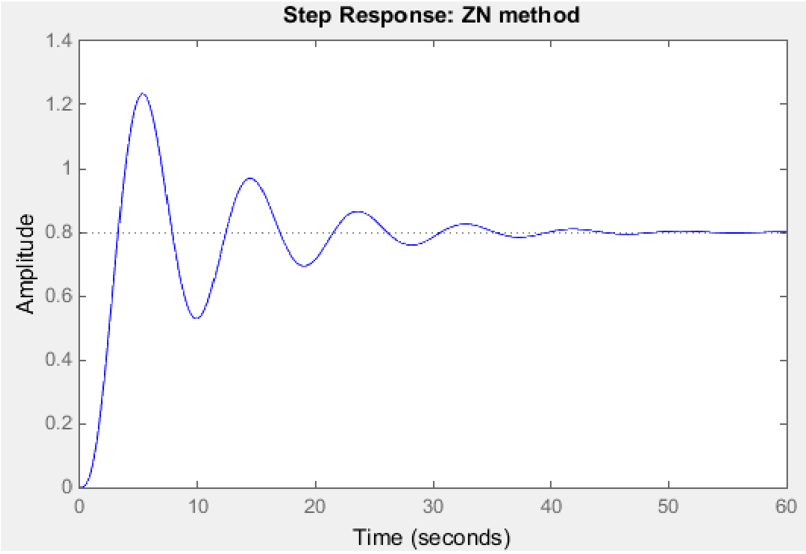
Kp = 3



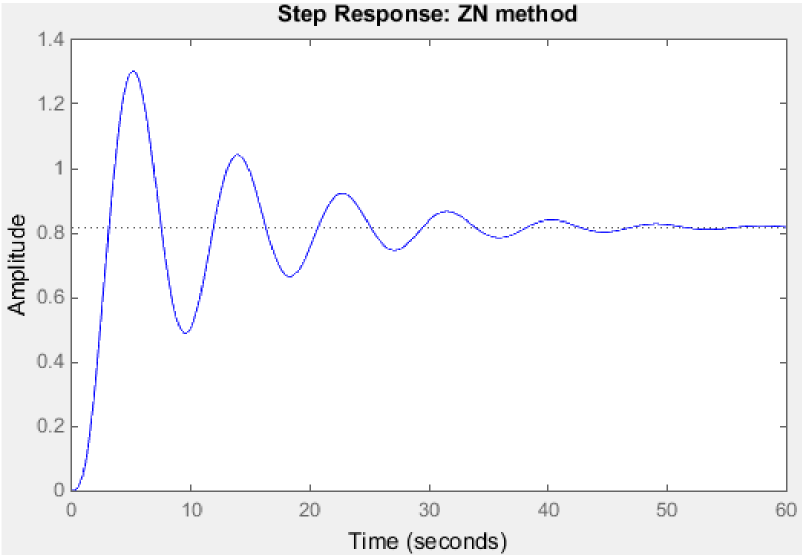
Kp = 3,5



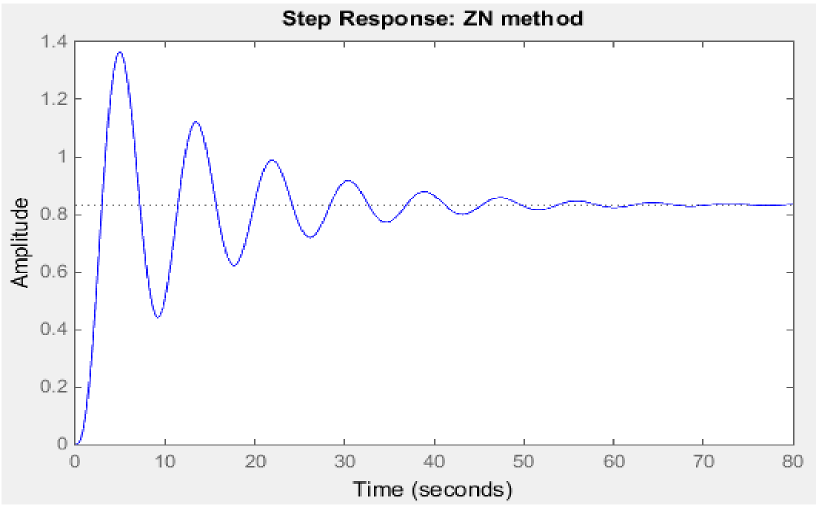
Kp = 4


Step Response: ZN method
Amplitude
Time (seconds)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
10
20
30
40
50
60

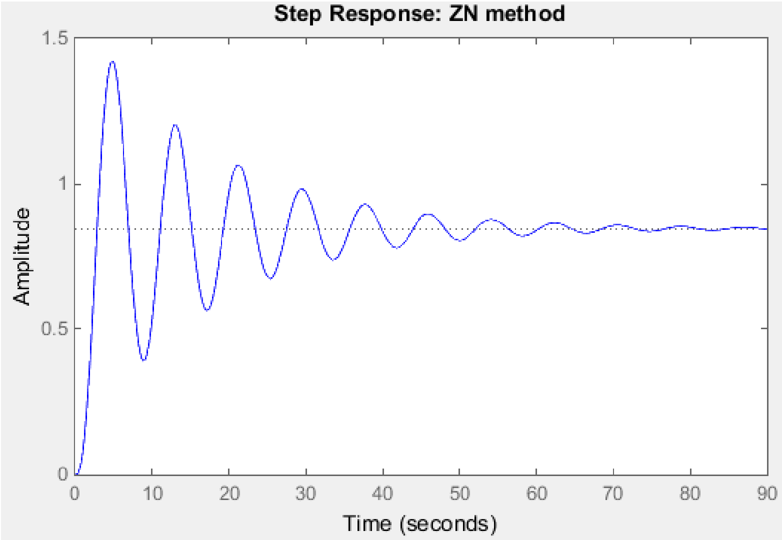
Kp = 4,5


Step Response: ZN method
Amplitude
Time (seconds)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
10
20
30
40
50
60

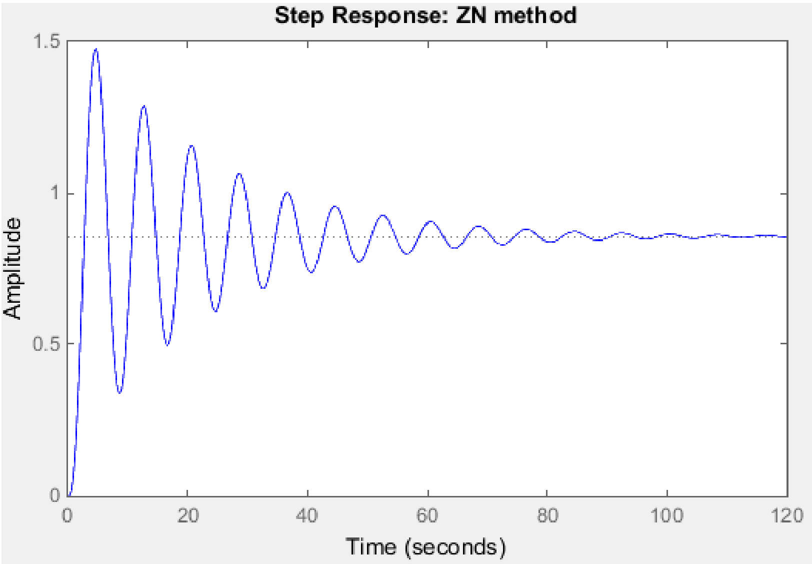
Kp = 5


Step Response: ZN method
Amplitude
Time (seconds)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
10
20
30
40
50
60
70
80

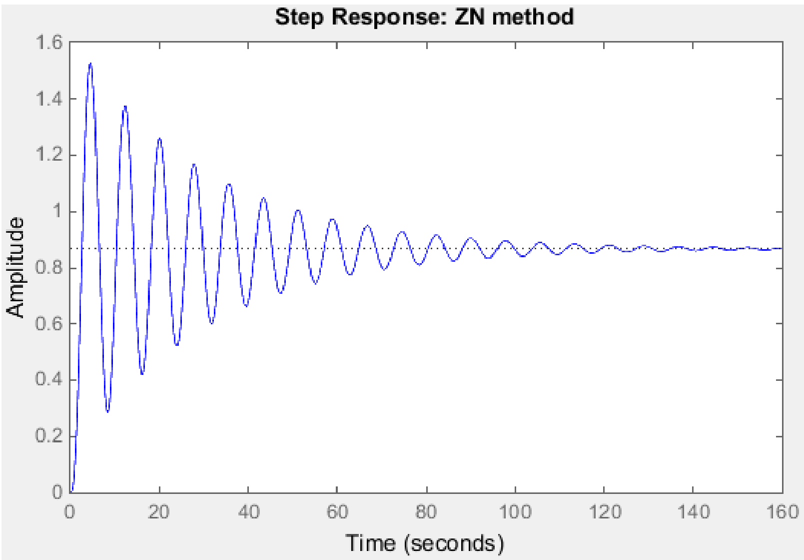
Kp = 5,5



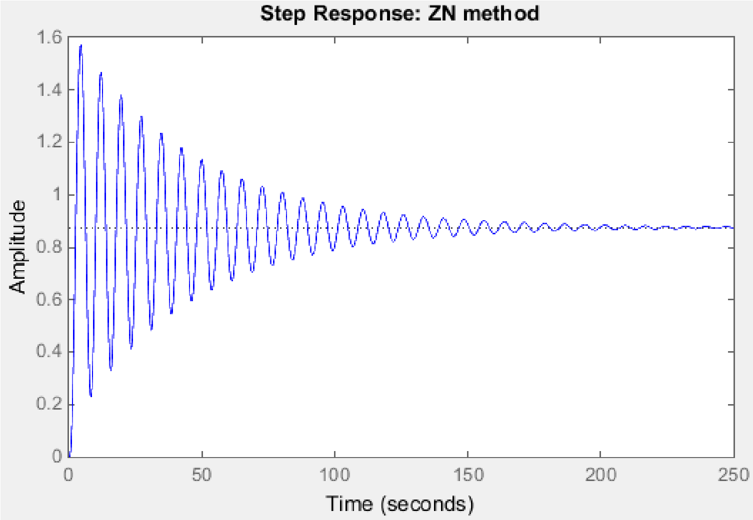
Kp = 6



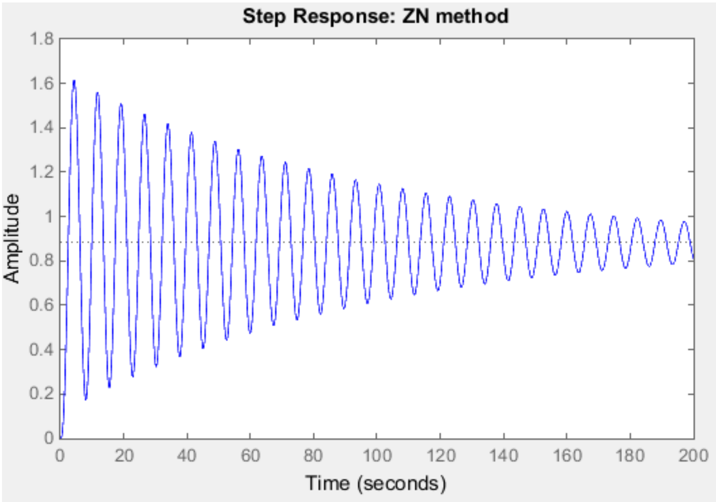
Kp = 6,5



Kp = 7

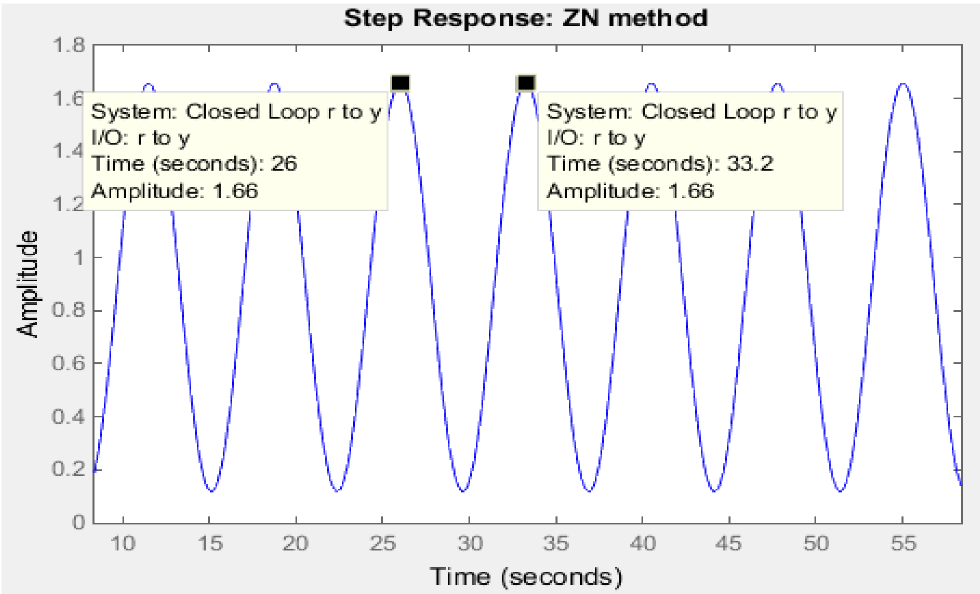


Kp = 7,5



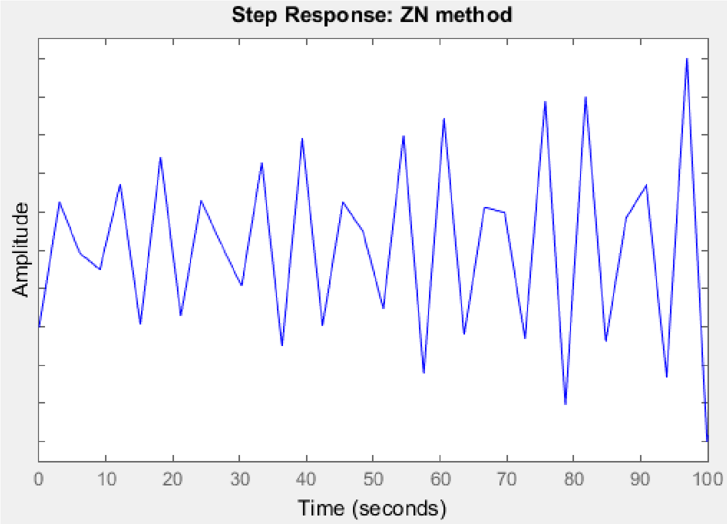
Kp = 8 **(Αυτό ειναι το Kp crit)**

υπολογίσαμε και το **Tcrit=7,2sec** δηλαδή την περίοδο ταλάντωσης του σταθεροποιημένου συστήματος (πήραμε κορυφές απο το μέσο του plot για να έχει σταθεροποιηθεί το σύστημα)

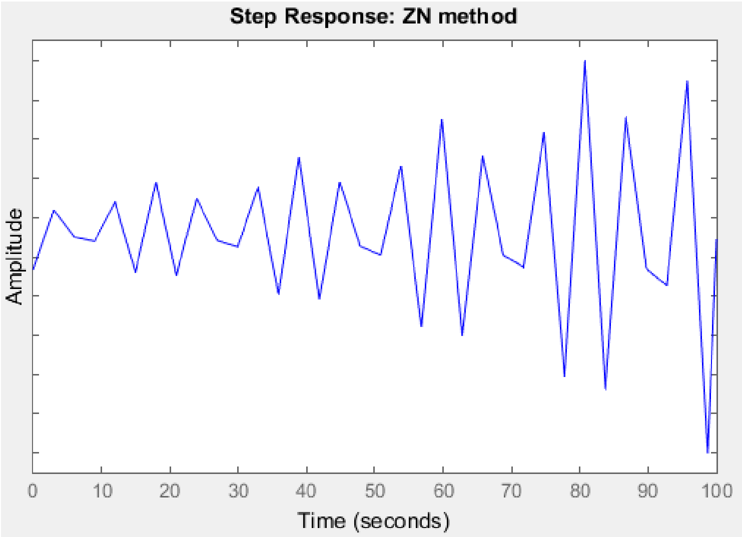


(ενδεικτικά πήραμε τιμές μετά το 8 ώστε να αποδείξουμε την ορθότητα του αποτελέσματός μας)

Kp = 8,5



Kp = 9



Υπολογισμός ρυθμίσεων P, PI, PID ελεγκτή

Ελεγκτής	K	Ti	Td
P	4		
PI	3,6	6,12	
PID	4,8	3,6	0,86

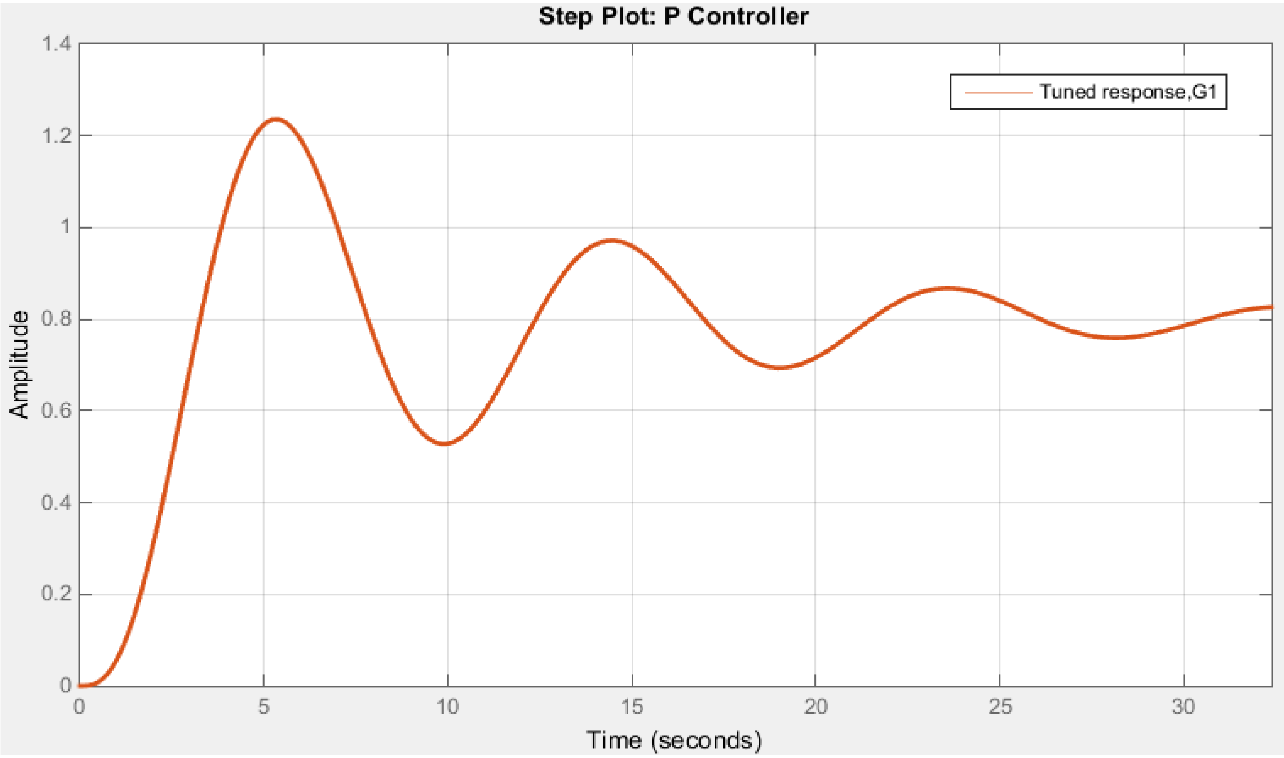
Step Response using P Controller (Kp=4)

Συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή D(s) και συστήματος G(s)

$$G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3} \qquad D(s)=Kp(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s)=4$$

Συνολική συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 4}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 4}=\frac{4}{(2s+1)^3+4}=\frac{4}{8s^3+12s^2+6s+5}$$



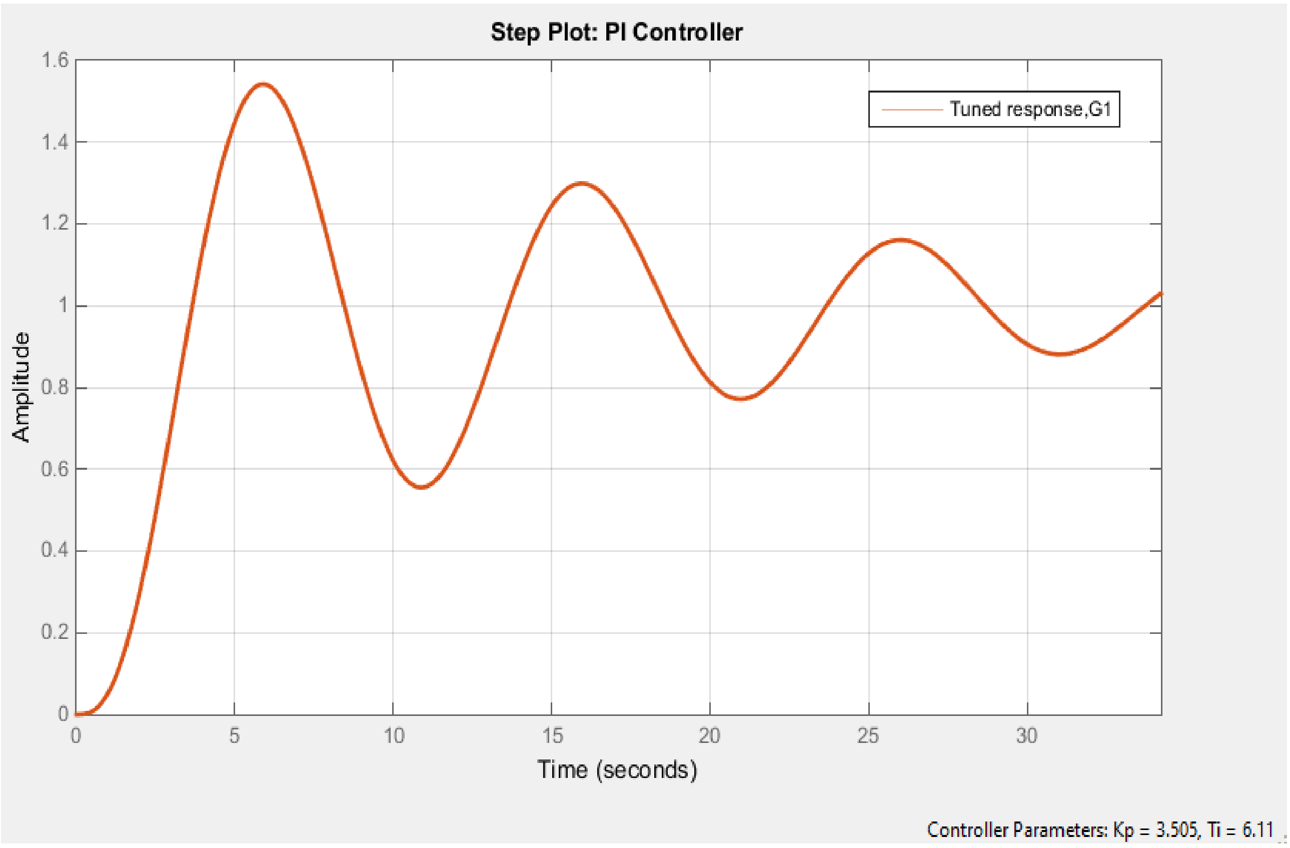
Step Response using PI Controller (K=3,6 Ti=6,12)

Συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή και συστήματος

$$G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3} \qquad D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=3{,}6\left(1+\frac{1}{6{,}12\,s}\right)=\frac{3{,}6\,s+0{,}58}{s}$$

Συνολική συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{(3{,}6\,s+0{,}58)}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{(3{,}6\,s+0{,}58)}{s}}=\frac{3{,}6\,s+0{,}58}{8\,s^4+12\,s^3+6\,s^2+4{,}6\,s+0{,}58}$$



Step Response using PID Controller (K=4,8   Ti=3,6   Td=0,86)

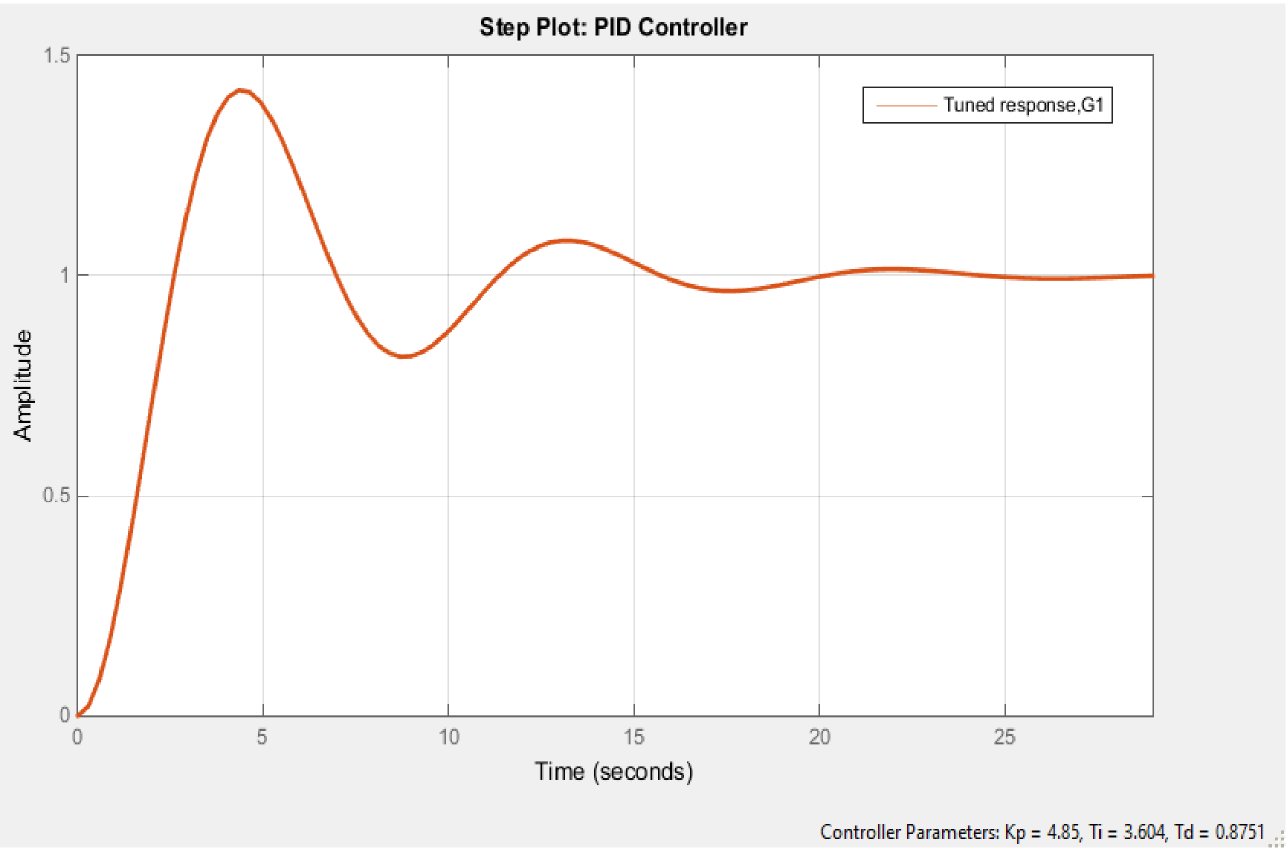
Συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή και συστήματος

$$G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3} \qquad D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=4{,}8\left(1+\frac{1}{3{,}6\,s}+0{,}86\,s\right)=\frac{4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3}{s}$$

Συνολική συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3}{s}}$$

$$\frac{4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3}{(4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3)+s(2s+1)^3}=\frac{4{,}1s^2+4{,}8s+1{,}3}{8s^4+12s^3+10{,}1s^2+5{,}8s+1{,}3}$$

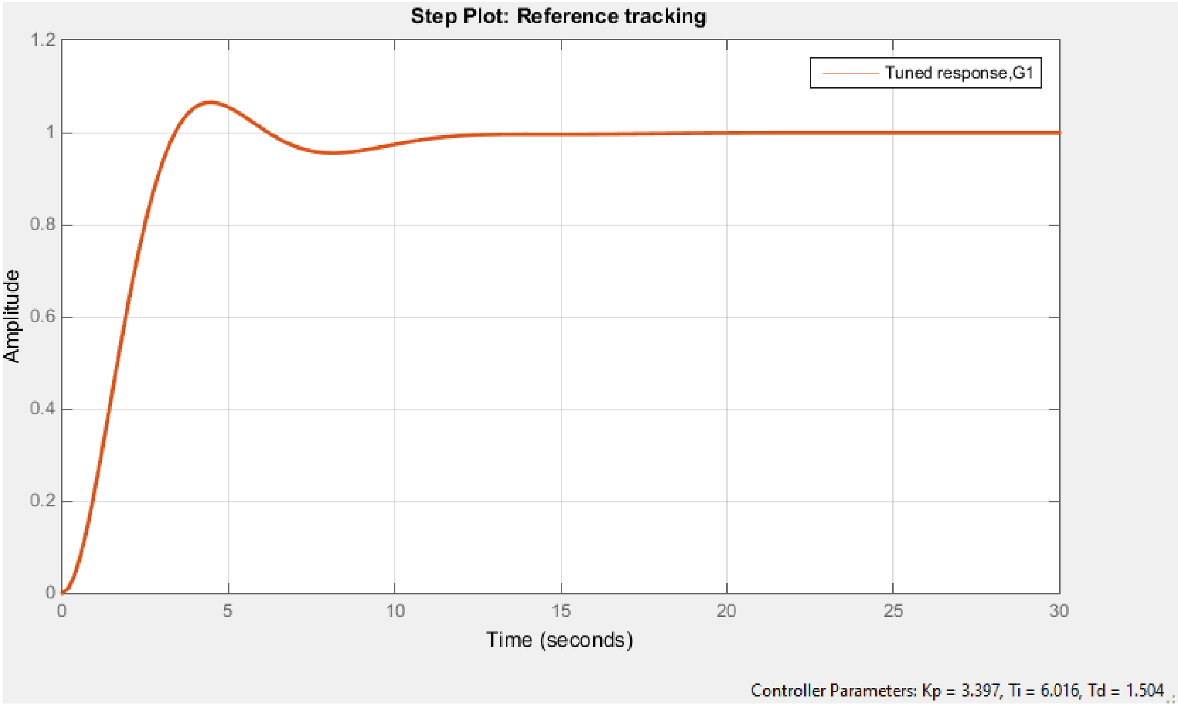


Παρατηρούμε πως επιβεβαιώνεται η θεωρία του πίνακα καθώς στο σύστημά μας ιδανικός ελεγκτής ειναι ο PID. Με τον PI έχουμε σταθεροποίηση στο 1 αλλά μετά απο αρκετό χρονικό διάστημα ταλαντώσεων, ενώ στον P δεν φτάνει η έξοδος στο 1.

Controlled system step response	Primary con-trolled variables	Applicable controllers	Inapplicable controllers
	Mixture	I, PI , PID	P , PD

Τέλος με **fine tuning** φτάσαμε σε μία γρήγορότερη απόκριση και με μικρότερη υπερύψωση

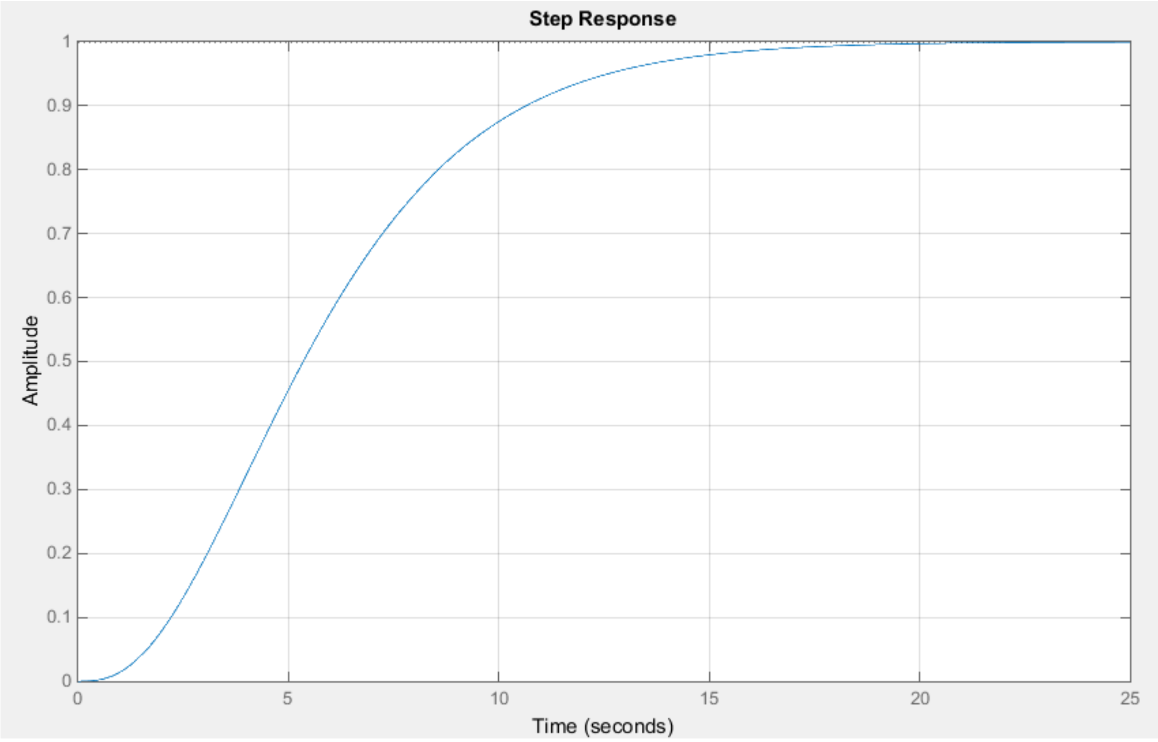
(Kp = 3,4   Ti=6   Td=1,5)



ΜΕΘΟΔΟΣ CHR

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι $G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3}$

Η βηματική απόκριση, του ανοικτού συστήματος, χωρίς ανάδραση είναι:



Υπολογίσαμε το περίπου **Tu = 1,6 sec** και το **Tg = 6,3 sec**

Χρησιμοποιώντας Tu = 1,7 sec και Tg = 6,7 sec και με K = 1 υπολογίσαμε:

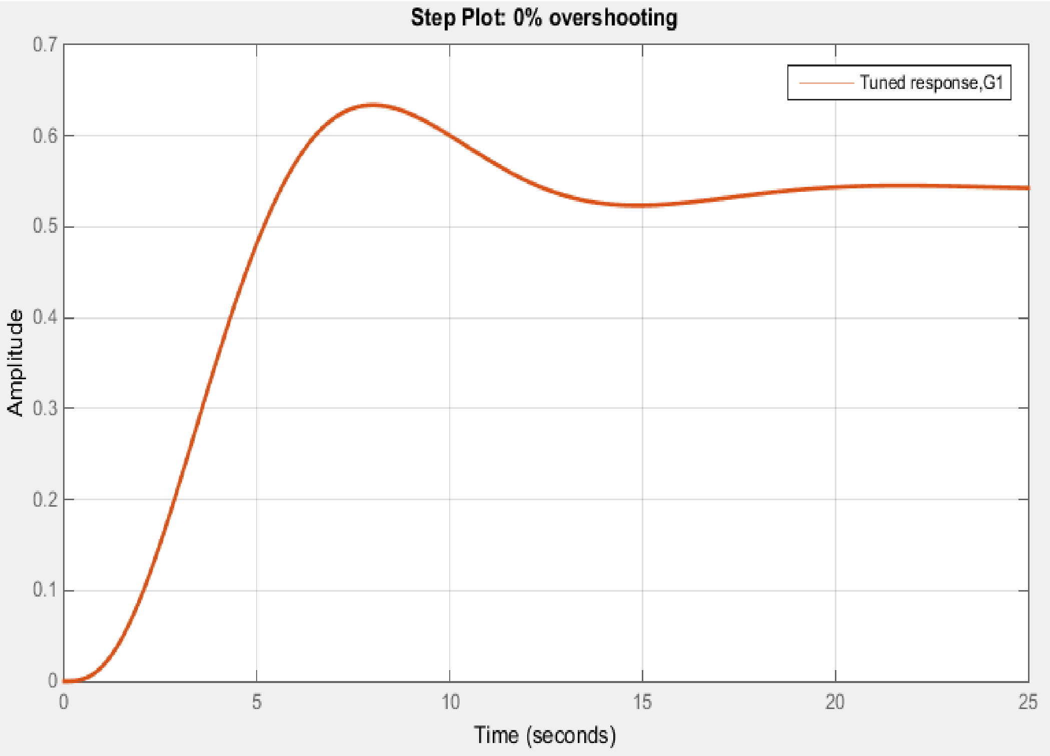
Η τάξη του συστήματος υπολογίζεται απο $n \approx \frac{Tu}{Tg} \cdot 10+1=\frac{1,7}{6,7}10+1=3,5$ άρα ειναι **4ης** τάξης

Απο τύπους της θεωρίας υπολογίζουμε τα T1,T2 σταθερές του απλοποιημένου δευτεροβάθμιου συστήματος

$T_1 = T_g / e$	$T_2 = T_u / 3-e$
T1 = 2,317 sec	T2 = 5,714 sec

Overshoot 0% Set Point Response			
Ελεγκτής	K	Ti	Td
P	1,18		
PI	1,38	8,04	
PID	2,36	6,7	0,85

Απόκριση με P

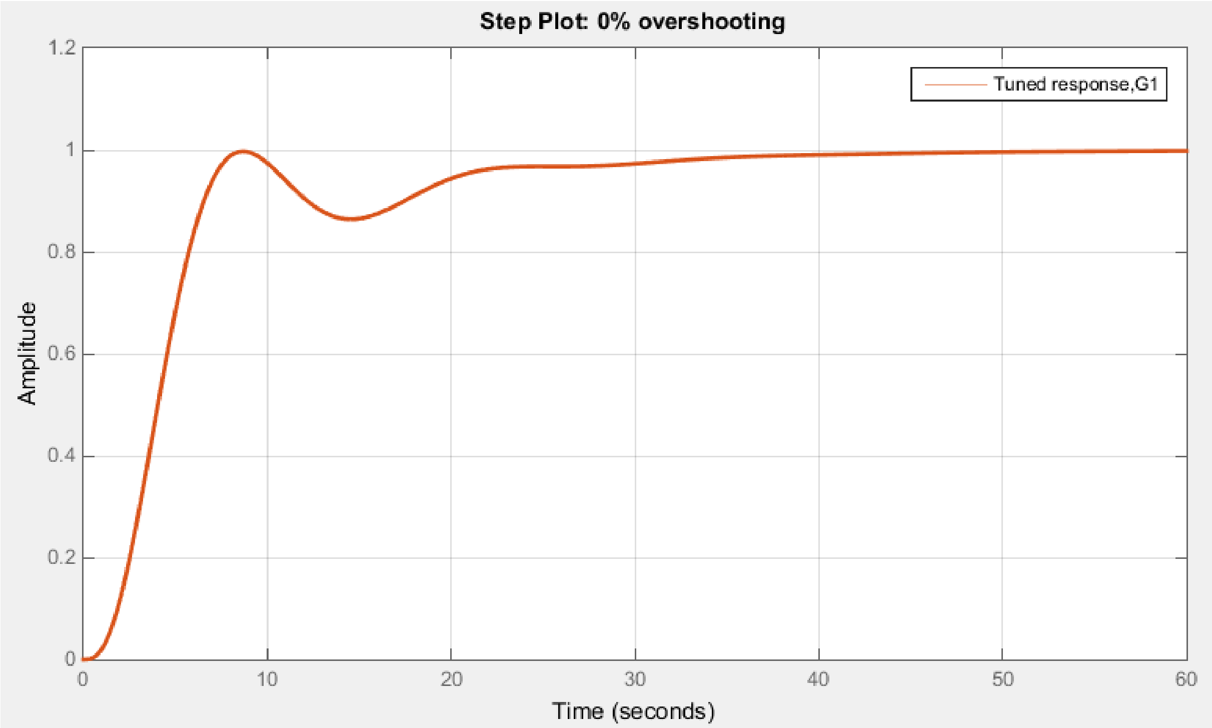


Συνάρτηση συστήματος: $G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3}$

Συνάρτηση ελεγκτή: Kp=1,18 άρα $D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=1{,}18$

Συνολική συνάρτηση: $\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 1{,}18}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 1{,}18}=\frac{1{,}18}{(2s+1)^3+1{,}18}$

Απόκριση με PI



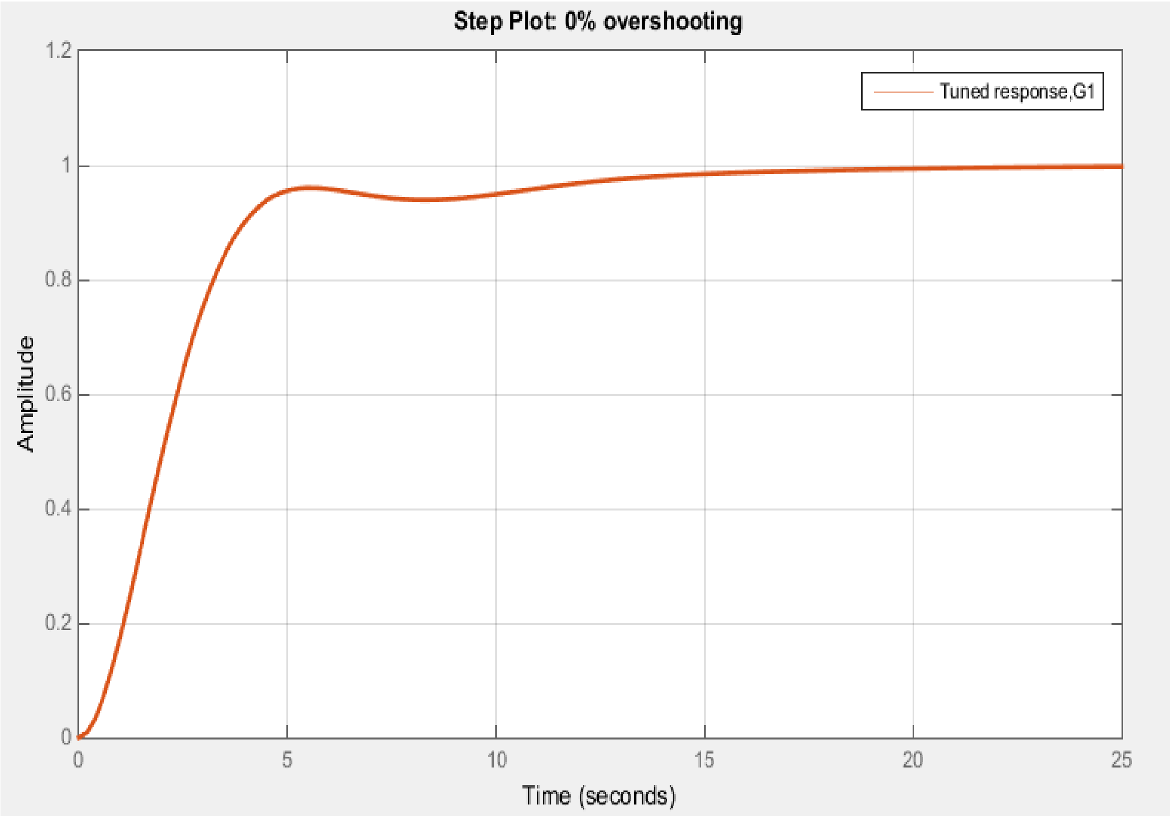
Συνάρτηση συστήματος: $G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3}$

Συνάρτηση ελεγκτή: Kp=1,38, Ti=8,04 άρα $D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=\frac{1{,}38\,s+0{,}17}{s}$

Συνολική συνάρτηση:

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{1{,}38\,s+0{,}17}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{1{,}38\,s+0{,}17}{s}}=\frac{1{,}38\,s+0{,}17}{8s^4+12s^3+6s^2+2{,}38\,s+0{,}17}$$

Απόκριση με PID



Συνάρτηση συστήματος: $G(s)=\frac{1}{(2s+1)^3}$

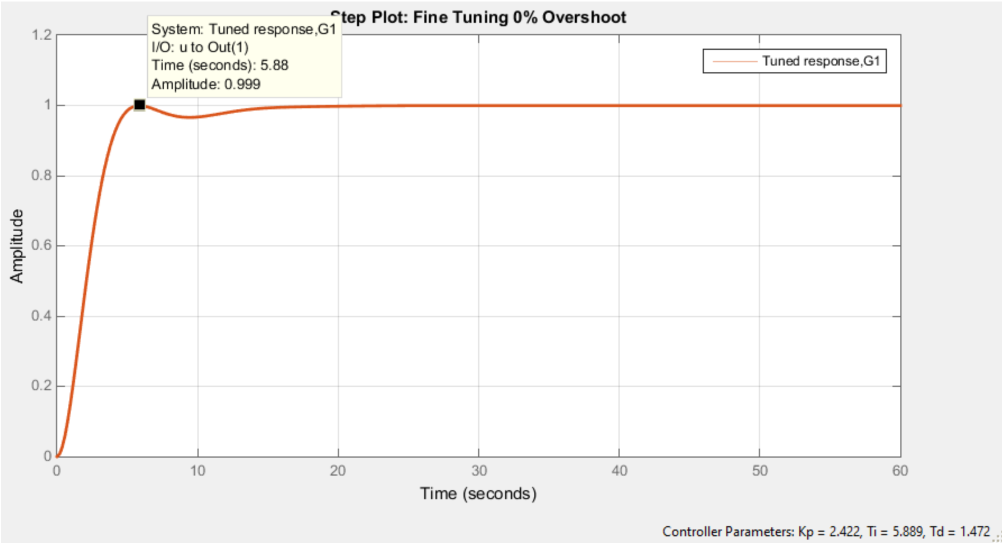
Συνάρτηση ελεγκτή: Kp=2,36 Ti=6,7 Td=0,85 άρα

$$D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=\frac{2s^2+2{,}36s+0{,}35}{s}$$

Συνολική συνάρτηση:

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{2s^2+2{,}36s+0{,}35}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{2s^2+2{,}36s+0{,}35}{s}}=\frac{2s^2+2{,}36s+0{,}35}{8s^4+12s^3+8s^2+3{,}36s+0{,}35}$$

Fine Tuning με Kp = 2,4 Ti = 5,9 Td = 1,47

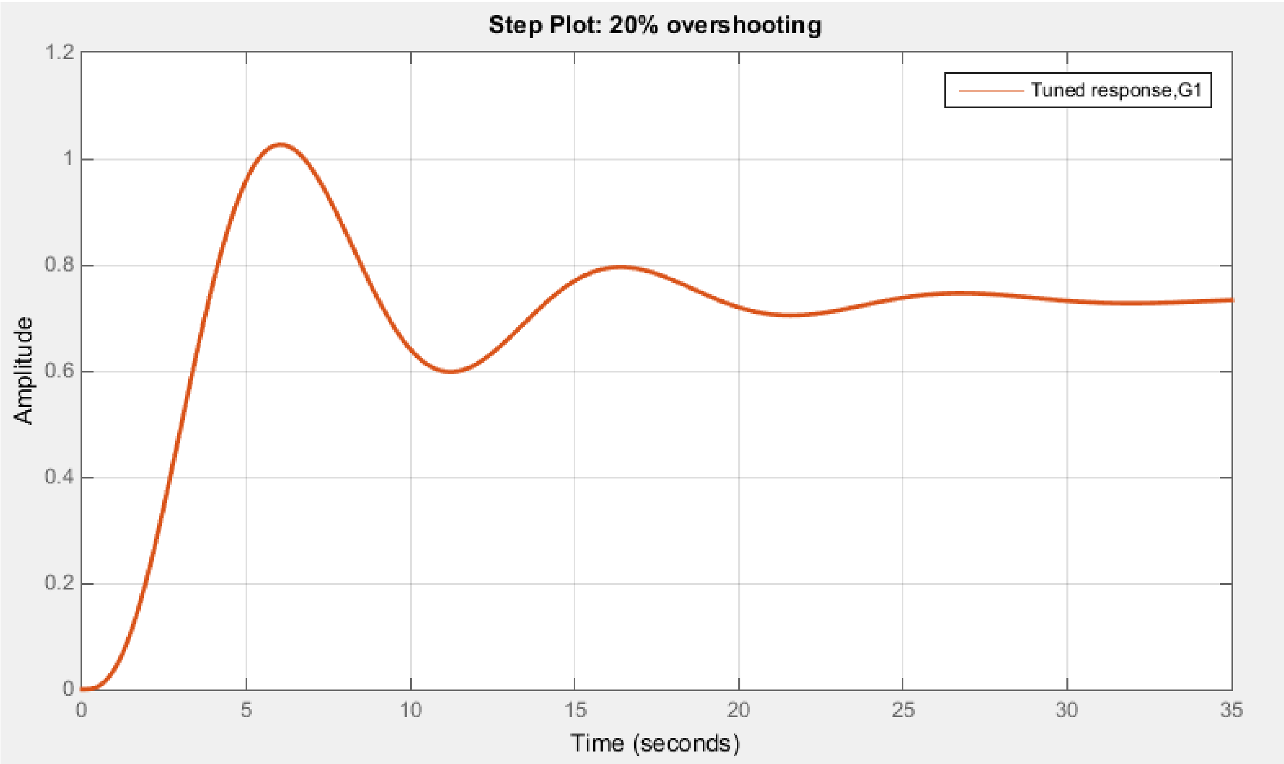


Επιβεβαιώνεται η θεωρία του πίνακα καθώς στο σύστημά μας ιδανικός ελεγκτής ειναι ο PID. Με τον PI σταθεροποίηση επέρχεται μετά απο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα , ενώ στον P δεν σταθεροποιείται ποτέ η έξοδος στο 1.

Controlled system step response	Primary con-trolled variables	Applicable controllers	Inapplicable controllers
	Mixture	I, PI , PID	P , PD

Overshoot 20% Set Point Response			
Ελεγκτής	K	Ti	Td
P	2,76		
PI	2,36	6,7	
PID	3,74	9,4	0,8

Απόκριση με P

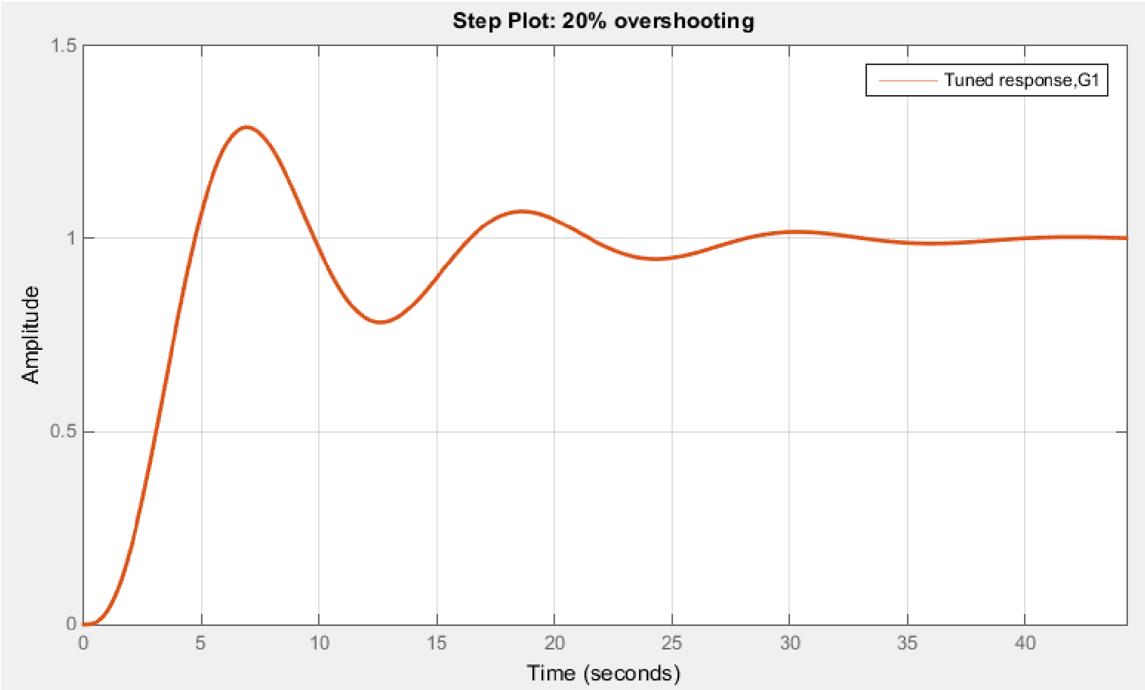


Συνάρτηση συτήματος: G(s) = $\frac{1}{(2s+1)^3}$

Συνάρτηση ελεγκτή : Kp=2,76 $D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=2{,}76$

Συνολική συνάρτηση: $\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 2{,}76}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot 2{,}76}=\frac{2{,}76}{(2s+1)^3+2{,}76}$

Απόκριση με PI



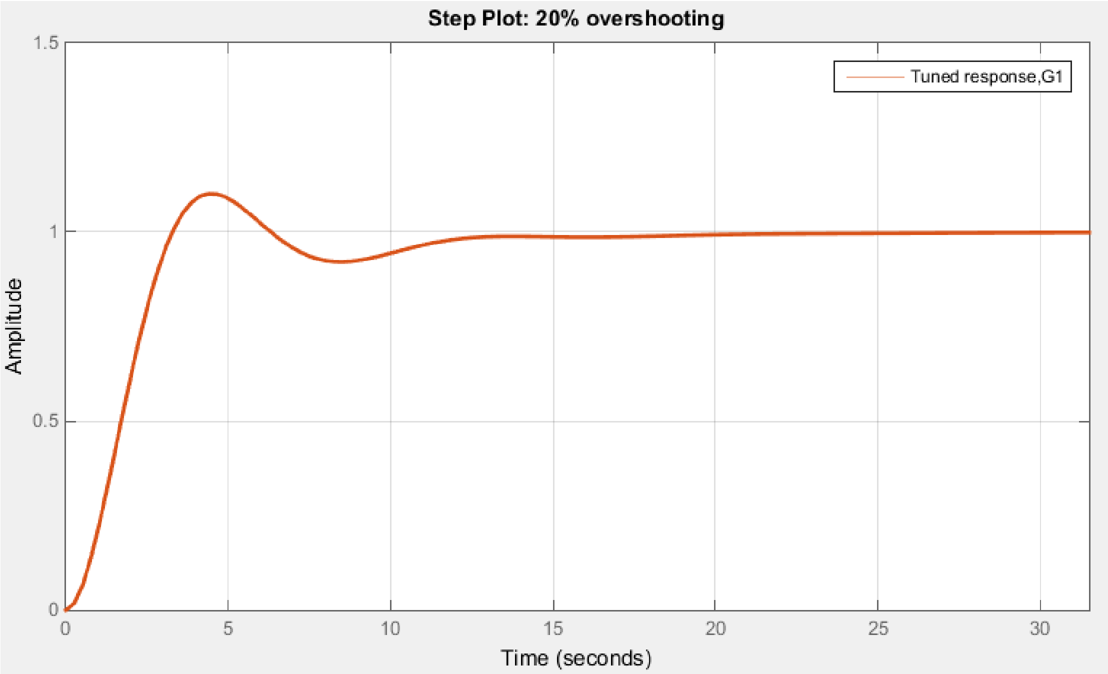
Συνάρτηση συστήματος: G(s) = $\frac{1}{(2s+1)^3}$

Συνάρτηση ελεγκτή: με Kp=2,36 και Ti =6,7 $D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=\frac{2{,}36\,s+0{,}35}{s}$

Συνολική συνάρτηση:

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{2{,}36\,s+0{,}35}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{2{,}36\,s+0{,}35}{s}}=\frac{2{,}36\,s+0{,}34}{8s^4+12s^3+6s^2+3{,}36\,s+0{,}35}$$

Απόκριση με PID



Συνάρτηση συστήματος: G(s) = $\frac{1}{(2s+1)^3}$

Συνάρτηση ελεγκτή: με Kp=3,74   Ti=9,4   Td=0,8 $D(s)=Kp\left(1+\frac{1}{Ti\cdot s}+Td\cdot s\right)=\frac{3s^2+3{,}74s+0{,}4}{s}$

Συνολική συνάρτηση:

$$\frac{C(s)}{D(s)}=\frac{G(s)D(s)}{1+G(s)D(s)}=\frac{\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{3s^2+3{,}74s+0{,}4}{s}}{1+\frac{1}{(2s+1)^3}\cdot\frac{3s^2+3{,}74s+0{,}4}{s}}=\frac{3s^2+3{,}74s+0{,}4}{8s^4+12s^3+9s^2+4{,}74s+0{,}4}$$

Παρατηρούμε και πάλι πως επιβεβαιώνεται η θεωρία του πίνακα καθώς στο σύστημά μας ιδανικός ελεγκτής ειναι ο PID. Με τον PI έχουμε λίγο παραπάνω overshooting και επέρχεται αρκετό χρονικό διάστημα μέχρι να σταθεροποιηθεί, ενώ στον P δεν σταθεροποιείται ποτέ η έξοδος στο 1.

Controlled system step response	Primary controlled variables	Applicable controllers	Inapplicable controllers
	Mixture	I, PI , PID	P , PD

Fine Tuning με Kp = 5,3 Ti = 6,76 Td = 1,69