**ΣΥΣ 411**
**3η εργαστηριακή άσκηση**
**Παυλόπουλος Χρήστος 2018030139**

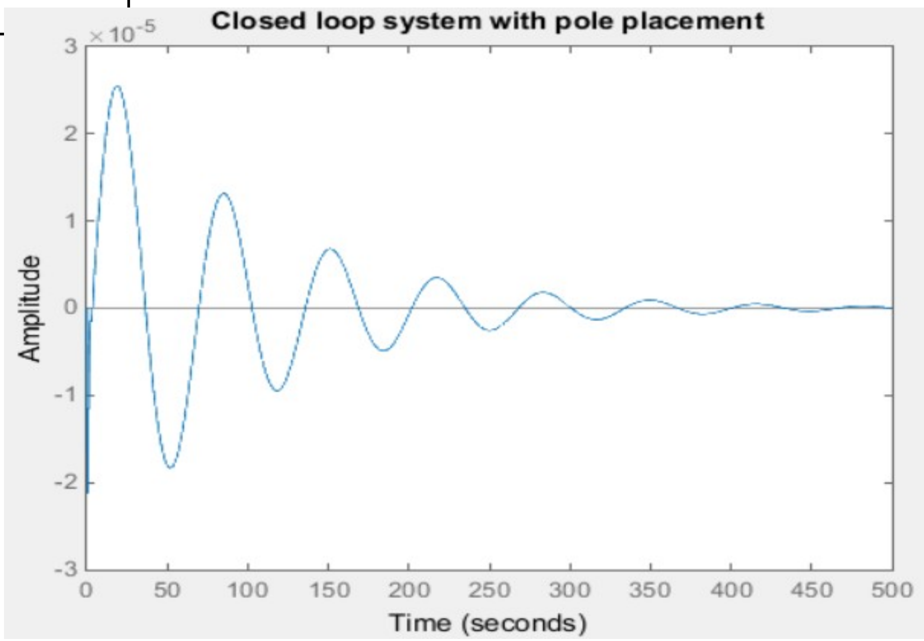
## Άσκηση 4.30

```
clear all; clc;
%creating matrices A,B,C,D
A = [-0.0507 -3.861 0 -32.2; -0.00117 -0.5164 1 0;
    -0.000129 1.4168 -0.4932 0; 0 0 1 0];
B = [0; -0.0717; -1.645; 0];
C = [0 0 1 1];
D = 0;
sys = ss(A,B,C,0);

co = ctrb(A,B);

Controllability = rank(co)
%% A
t = 0:0.01:500;          %time space
x0=[0.01 0 0 0];
r=zeros(size(t));

p1 = -1.25 + 2.2651i;
p2 = -1.25 - 2.2651i;
p3 = -0.01 + 0.095i;
p4 = -0.01 - 0.095i;

K = place(A,B,[p1 p2 p3 p4])
sys_cl = ss(A-B*K,B,C,0);

figure(1)
lsim(sys_cl,r,t,x0);
title('Closed loop system with pole placement');

Nbar=rscale(sys,K)
```

**(a)**
Στην αρχή δημιουργήθηκαν οι πίνακες A, B, C, D σύμφωνα με τις δοσμένες προδιαγραφές του συστήματος. Επίσης επιβεβαιώθηκε μέσω της ctrb πως το σύστημά μας είναι ελέγξιμο.

Στο πρώτο ερώτημα μας μας ζητήθηκε να σχεδιάσουμε ένα linear state feedback control law της μορφής u =Fx+r ώστε οι ιδιοτιμές του κλειστού συστήματος να είναι αυτές που ζητούνται.
Για να είναι πιο απλό το σύστημά μας θέτουμε το r=0.

Τέλος υπολογίστηκε ο scale factor $\overline{N}$ χρήσιμος ως ώστε το Fx να είναι ίσο με το reference input την τιμή δηλαδή που επηρεάζουμε και θέτουμε εμείς ως επιθυμητή.



**(b)**

```
%% B
C = [0 0 1 0];

op1=0;
op2=-0.421;
op3=-0.587;
op4=-1;

L=place(A',C',[op1 op2 op3 op4])'

At = [ A-B*K            B*K
       zeros(size(A))   A-L*C ]

Bt = [    B*Nbar
       zeros(size(B)) ]

Ct = [ C    zeros(size(C)) ]

sys = ss(At,Bt,Ct,0);

figure(2)
```

Ο πίνακας C, σύμφωνα με την εκφώνηση, τέθηκε ως [0 0 1 0]. Ζητήθηκε ο σχεδιασμός ενός full order state observer με δοσμένες ιδιοτιμές.

Αρχικά, υπολογίστηκε το κέρδος L του παρατηρητή. Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση place και εξαιτίας της δυαδικότητας μεταξύ ελεγξιμότητας και παρατηρησιμότητας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα C (τον ανάστροφό του).

```
L =

 -113.3251
    1.2835
    0.9477
    1.0000
```

Ύστερα, χρησιμοποιήθηκαν οι εξισώσεις για full state feedback with observer και υπολογίστηκαν οι πίνακες At, Bt, Ct.

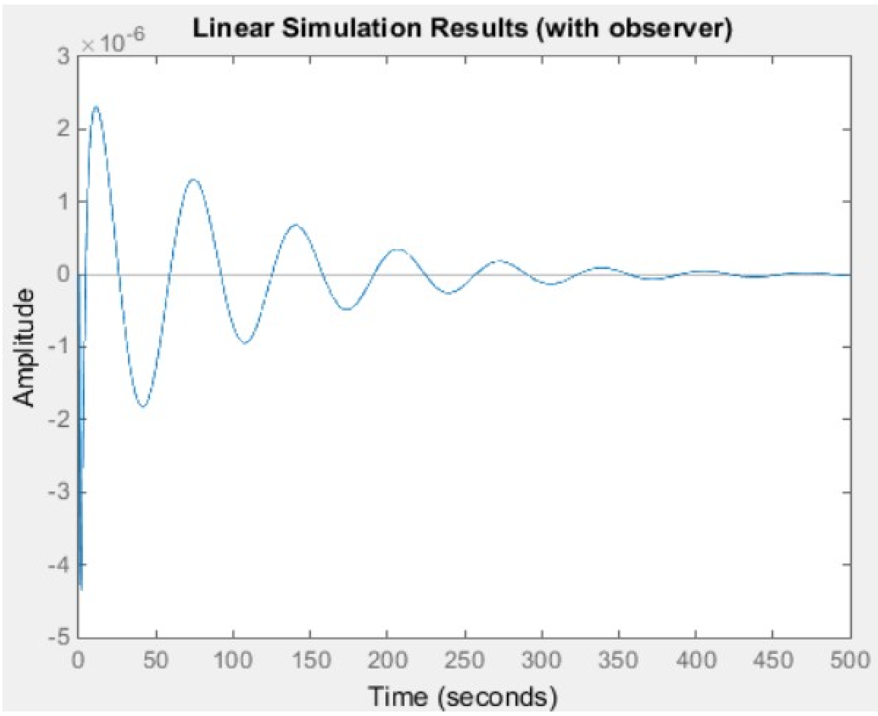
Υποθέτουμε πως ο παρατηρητής ξεκινά με initial estimate ίσο με 0 και έτσι το το προβλεπόμενο λάθος είναι ίσο με το αρχικό διάνυσμα κατάστασης (e = x). Προσομοιώνουμε για μη μηδενικές αρχικές συνθήκες και βλέπουμε πως ο παρατηρητής βοηθάει το σύστημα να φτάσει πιο γρήγορα στην σταθερή κατάσταση.

At =

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -0.0507 | -3.8610 | 0 | -32.2000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.0015 | -0.8122 | 0.9493 | -0.0082 | 0.0003 | 0.2958 | 0.0507 | 0.0082 |
| -0.0078 | -5.3704 | -1.6571 | -0.1890 | 0.0077 | 6.7872 | 1.1639 | 0.1890 |
| 0 | 0 | 1.0000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.0507 | -3.8610 | 113.3251 | -32.2000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.0012 | -0.5164 | -0.2835 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.0001 | 1.4168 | -1.4409 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

```
Bt =

        0
   0.1073
   2.4611
        0
        0
        0
        0
        0
```

```
Ct =

     0     0     1     0     0     0     0     0
```



**(c)**

Για την συνάρτηση μεταφοράς χρησιμοποιούμε τη σχέση από το βιβλίο του Antsaklis
**y(s) = T(s)r(s) = (C + DF) * [sI - (A + BF)]** $^{-1}$ *** B + D*r(s)** όπου y(s) η Laplace μετατροπή του y(t) και r(s) η Laplace μετατροπή του r(t). Ουσιαστικά πρόκειται για μια μετατροπή του γνωστού τύπου **y(s) = H(s) = C * [sI - A ]** $^{-1}$ *** B + D** συμπεριλαμβάνοντας τις μεταβλητές του κέρδους και reference input. Στην περίπτωσή μας το reference input δεν αλλάζει την τιμή της συνάρτησης μεταφοράς καθότι ο πίνακας D είναι ίσος με μηδέν. Ωστόσο αν ήταν διάφορος του μηδενός θα μπορούσαμε επηρεάζοντας το r(t) να αλλάξουμε την συνάρτηση μεταφοράς.

**(d)**

```
%% D
p=100;
Q=(p*C')*C
R=1;
[K]=lqr(A,B,Q,R)

sys_lqr=ss(A-B*K, B, C, D);

figure(3)
step(sys_lqr)
title('Closed-Loop Step Response: LQR');
```

Στο τέταρτο ερώτημα ζητήθηκε ο σχεδιασμός του κέρδους με την τεχνική LQR.
Στην τεχνική αυτή έχουμε δύο παραμέτρους που πρέπει να ορίσουμε:

- State-cost weighted matrix Q
- Control weighted matrix R

Για ευκολία θέτουμε τον πίνακα R = 1 και τον πίνακα Q = p*C’*C.

Θα δοκιμάσουμε να αλλάξουμε τις τιμές του p ώστε να επιτύχουμε μια επιθυμητή απόκριση. Στην περίπτωσή μας το R είναι βαθμωτό μέγεθος καθώς έχουμε σύστημα με μία είσοδο.
Αρχικά δοκιμάστηκε p=5 ωστόσο το σύστημα είχε πολύ αργή απόκριση. Με λίγες δοκιμές το βάρος p = 100 έβγαλε επιθυμητό αποτέλεσμα από την άποψη του pitch correction. Ο χρόνος μειώνεται από τα 400 δευτερόλεπτα στα περίπου 80 ωστόσο παραμένει ένα σχετικά αργό σύστημα.
Το βάρος R παραμένει ίσο με 1.