



# ESTUDIO Y MODELAMIENTO TEÓRICO-PREDICTIVO DEL SISTEMA DE ESPESADORES DE RELAVE EN MINERÍA DEL COBRE PARA LA EFICIENTE RECUPERACIÓN DE AGUA.

PROFESOR:  
ANDRES SOTO BUBERT

INTERGANTES:  
CRISTIAN BARRUETO  
TAMARA ROBLERO

FECHA:  
30 ABRIL 2024

## Resumen Ejecutivo

El presente informe aborda el estudio y evaluación del sistema de espesadores de relave, un aspecto crítico en la gestión de residuos mineros. En el contexto actual, la eficiencia en la recuperación de agua, es fundamental para minimizar impactos ambientales y garantizar la estabilidad de los tranques al momento de ser depositados los relaves luego de pasar por un sistema de espesamiento.

Existen variados tipos de espesadores, principalmente se clasifican en según tipo estructural o capacidad de tratamiento. Se revisará a continuación una descripción de los espesadores de relaves, sus componentes, su fenomenología, y avances técnicos-matemáticos, con el objetivo de comprender los procesos que ocurren dentro de un espesador.

El proyecto propuesto por Paterson & Cooke, empresa especializada en diseño, desarrollo y optimización de sistemas de manejo de relaves en la industria minera, se enfoca principalmente en proponer un nuevo modelo empírico para representar el comportamiento del relave en espesadores, que cumpla de manera más eficiente la recuperación de agua. Para cumplir con este objetivo se realiza una revisión bibliográfica del estado del arte de los modelos matemáticos que representan la fenomenología del espesador.

Los modelos matemáticos estudiados en este informe se basan en la teoría de sedimentación. En general, estos modelos son simplificaciones con supuestos específicos descritos en el desarrollo.

Luego, se selecciona aquél modelo que se adapte mejor a las condiciones operacionales del problema. Posteriormente, se limpia y se revisa la base de datos con un estudio estadístico de cada variable del sistema a considerar en la modelación.

Utilizando Python, se generan dos modelos predictivos del tipo polinómico y se comparan con datos nuevos de planta, con el fin de comparar cuál es el que mejor ajusta.

Un espesador es un equipo utilizado en la separación sólidos de una suspensión líquida, optimizando la recirculación de agua al recuperarla desde el relave.

En conclusión, el análisis detallado del sistema de espesadores de relave ha revelado áreas de mejora significativas.

## Índice

<b>Resumen Ejecutivo</b>	<b>1</b>
<b>Índice</b>	<b>2</b>
<b>Índice de Ilustraciones</b>	<b>3</b>
<b>Índice de Gráficos</b>	<b>3</b>
<b>Introducción</b>	<b>4</b>
<b>1.1 Antecedentes</b>	<b>4</b>
<b>1.2 Motivación</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Descripción del proyecto</b>	<b>4</b>
1.4 Objetivos	5
1.4.1 Objetivo General	5
1.4.2 Objetivos específicos	5
<b>Capítulo I: Revisión Bibliográfica</b>	<b>6</b>
<b>2 ¿Qué es un espesador?</b>	<b>6</b>
2.1 Funcionalidad:	6
2.2 Zonificación del Espesador	7
2.3 Principales partes y su Funcionalidad	7
2.4 Tipos de Espesadores	9
<b>3 Modelos matemáticos de espesadores</b>	<b>10</b>
3.1 Teoría de Sedimentación	10
Simbología	12
<b>Capítulo II: Introducción al modelo teórico-predictivo de concentración de sólidos.</b>	<b>13</b>
<b>4 VARIABLES DEL SISTEMA DE ESPESADORES</b>	<b>13</b>
4.1 Distribución granulométricas	13
4.2 Floculante	13
4.3 Concentración de Sólidos	13
4.4 Flujo de sólidos	13
4.5 Densidad	13
4.6 pH	13
4.7 Torque	13
4.8 Resistencia a la fluencia	14
4.9 Presión del cono	14
4.10 Nivel Espejo	14
<b>5 METODOLOGÍA</b>	<b>15</b>
5.1 Selección del Modelo y Método de Resolución	15
5.2 Implementación del Modelo	15
5.3 Validar Modelo en Condiciones con base de datos preliminar	15
5.4 Entrenamiento del Modelo con los primeros datos de Empresa	15
5.5 Simular en Condiciones Requeridas por la Empresa	16
5.6 Implementación y propuesta del modelo predictivo	16

<b>6 RESULTADOS</b>	<b>16</b>
6.1 Estadísticas Básicas de la base de datos	16
6.2 Variogramas de las diferentes variables.	16
6.3 Selección del Modelo y Método de resolución	21
6.4 Validación y entrenamiento del modelo	22
6.5 Simulación del modelo en condiciones de la base de datos	23
<b>Capítulo III: Validación con datos de planta.</b>	<b>24</b>
<b>7 Balance Masa no Químico</b>	<b>24</b>
<b>8 Segundo modelo</b>	<b>25</b>
8.1 Selección de Variables del sistema	25
8.2 Método de Resolución del modelo	26
8.3 Simulación del modelo según la base de datos	26
<b>Conclusiones</b>	<b>27</b>
<b>Discusión primera entrega</b>	<b>28</b>
<b>Discusión segunda entrega</b>	<b>29</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>31</b>
Bibliografía de Ilustraciones:	32
Bibliografía de Ecuaciones:	33
Bibliografía Recomendada:	33

## Índice de Ilustraciones

Ilustración 1 Diagrama de flujo operacional [I1]	6
Ilustración 2 Zona de Espesador [I2]	7
Ilustración 3 Esquema general de un espesador [I3]	8
Ilustración 4 Esquema tipos de puente de un espesador [I4]	9
Ilustración 5 Tipos de espesadores. [I5]	10
Ilustración 6 Representacion Modelo Fenomenológico [I6]	11
Ilustración 7 Diagrama de flujo [I7]	14
Ilustración 8 Diagrama Metodología [I8]	15
Ilustración 9 Diagrama Fenomenológico [I9]	22
Ilustración 10 Códigos implementados en Python [I10]	22
Ilustración 11 Códigos implementados en Python [I11]	23
Ilustración 12 Balance de Masa no Químico [I12]	24
Ilustración 13 Balance Masa / Masa [I13]	25

## Índice de Gráficos

Gráfico 1 Flujo Volumétrico	17
Gráfico 2 Porcentaje de Sólidos	17
Gráfico 3 Densidad	18
Gráfico 4 Torque	18
Gráfico 5 Resistencia a la Fluencia	19
Gráfico 6 pH	19
Gráfico 7 Floculante	20
Gráfico 8 Nivel Espejo	20

## Introducción

Actualmente, el agua y sus usos es clave para el desarrollo de la minería, con la escasez hídrica en Chile y el mundo, preocupa seguir operando continuamente bajo esa contingencia, siendo un insumo crítico en el procesamiento de minerales. Un aspecto importante es la recirculación de agua, la cual supera el 70% del consumo total en la minería chilena, cifras que demuestran el compromiso de un consumo responsable de este recurso en toda la línea productiva de la mina.

Es en este contexto, en las diferentes plantas de tratamiento de sulfuros en Chile se genera como uno de sus desechos más importantes, el relave, que es una suspensión de sólidos finos en agua. Siendo tratado en equipos espesadores, de separación sólido-líquido en gran volumen.

### 1.1 Antecedentes

El sistema de espesadores de relave es fundamental en la infraestructura en operaciones mineras, de manera de recuperar parte del agua y hacerla recircular al sistema de procesamiento y facilitar tanto transporte como su disposición. La eficiencia de este sistema tiene un impacto directo en la gestión de residuos mineros y en la operación general de la mina. Una operación subóptima de los espesadores puede resultar en una menor recuperación de agua y una mayor generación de lodos, lo que aumenta los costos operativos, dificultad de transporte y riesgos ambientales.

El diseño y funcionamiento de los espesadores de relave están influenciados por una variedad de factores, incluyendo la naturaleza del mineral, cambios en las concentraciones de las mezclas, presencia de finos, condiciones ambientales y la tecnología utilizada. La literatura proporciona información sobre diferentes estrategias y tecnologías para mejorar la eficiencia de los espesadores, como el control de la densidad de alimentación, la optimización de los reactivos y el uso de sistemas de monitoreo avanzados.

### 1.2 Motivación

Debido a la importancia de la recuperación de agua para disminuir o controlar el uso de agua fresca, surge este proyecto para realizar un estudio del sistema de espesamiento de relaves, su comportamiento en la actualidad y analizar diversos modelos fluido-dinámicos que puedan representar de mejor las condiciones de operaciones actuales, el que debe terminar en una simulación del proceso, para así analizar el comportamiento y establecer un modelo ajustado con las variables operacionales correspondientes.

### 1.3 Descripción del proyecto

En el semestre se estudiarán los modelos matemáticos y fluidodinámicos relevantes en el sistema de espesadores para el manejo de relaves, para profundizar en dos modelos que representen la realidad operacional, considerando nuevas variables operacionales que caracterizan el sistema limitado por la base de datos.

Finalmente, se buscará un modelo matemático que permita simular el comportamiento del sistema ante estas nuevas variables y condiciones de operación, para generar una solución adaptada a las condiciones solicitadas por la empresa.

## 1.4 Objetivos

Dado el contexto del proyecto, se abordarán los siguientes objetivos a cumplir con el trabajo de investigación para Paterson & Cooke:

### 1.4.1 Objetivo General

Proponer un modelo de espesamiento de relaves para mejorar la eficiencia en la recuperación de agua para su recirculación al sistema de planta en el procesamiento de minerales.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Estudiar el fenómeno del espesamiento y las características de sistemas más utilizados en minería.
- Identificar los diferentes modelos fluido-dinámicos en la bibliografía.
- Plantear las variables relevantes que representen la base de datos y sus limitaciones.
- Mejorar o proponer un modelo que mejor se adapte a la solución del problema

## Capítulo I: Revisión Bibliográfica

### 2 ¿Qué es un espesador?

Los espesadores de relaves son equipos utilizados en la industria minera para separar los sólidos de una suspensión líquida, generalmente en el proceso de tratamiento de relaves.

La separación de minerales implica un consumo considerable de agua para obtener el concentrado deseado. Por tanto, resulta crucial para la eficiencia operativa recuperar esta agua y aumentar la concentración de los desechos. Esto no solo contribuye a la reducción de costos, sino que también minimiza el impacto ambiental de las operaciones mineras.

Los espesadores de relave son los dispositivos más comúnmente empleados para este propósito. Estos sistemas pueden recuperar hasta un 80 % del agua usada en los procesos de molienda y flotación. Además, ofrecen una eficiencia notable a costos relativamente bajos y con una capacidad de procesamiento continua muy alta. Esta combinación de eficacia y rentabilidad los convierte en herramientas fundamentales en la gestión del agua en la industria minera.[1]

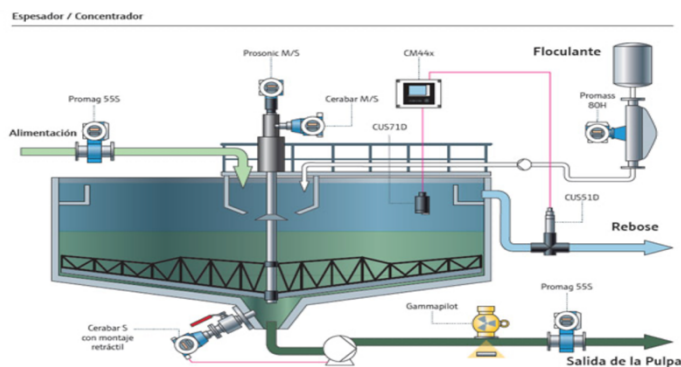


Ilustración 1 Diagrama de flujo operacional [11]

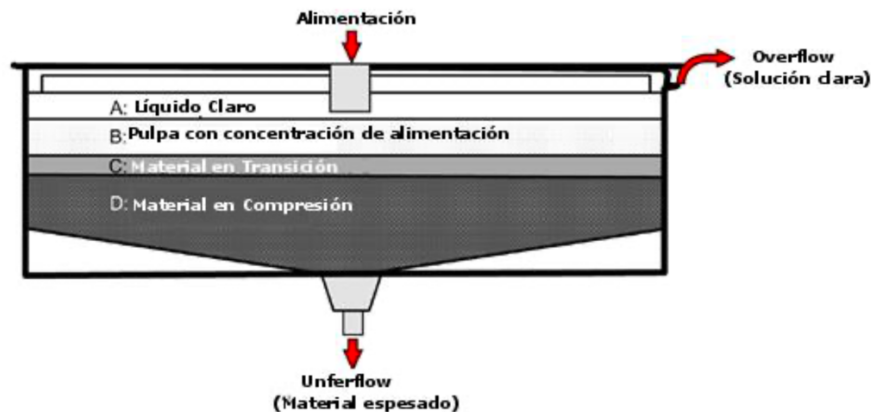
### 2.1 Funcionalidad:

La separación en los espesadores se basa en la diferencia de densidad entre el sólido y el líquido[2]. Las partículas más densas caen y se retiran por el **underflow**, mientras que el “agua” sale limpia por el **overflow**, [3] para una reutilización de ésta. Factores como la forma y tamaño de las partículas, el peso y volumen de los sólidos, la viscosidad del fluido y la gravedad específica de los materiales influyen en esta separación. La presencia de material fino puede dificultar el proceso, pero se resuelve mediante el uso de floculantes, que aglomeran estas partículas para facilitar su separación.[4]

Para obtener una mejor sedimentación, hay otro agente que actúa en este proceso; éste es el líquido floculante; la cantidad de floculante en el espesador depende del tipo de mineral y su distribución de tamaño, con mejor rendimiento en partículas más grandes y densas.[5] El pH y la conductividad afectan la eficacia del floculante, siendo ineficaz en pH ácido o alta conductividad.[6] La dilución de la alimentación también afecta la sedimentación, con una mayor dilución aumentando la velocidad de sedimentación entre un 10 y un 20%. Al operar un espesador de relave, se forman zonas con diferentes características y concentraciones. [3] [4] [7] [8]

## 2.2 Zonificación del Espesador

Al operar un espesador de relave, se generan zonas con diversas características, fenómenos y concentraciones, fácilmente observables en el proceso.



*Ilustración 2 Zona de Espesador [12]*

La zona A se caracteriza por ser la de clarificación, donde el agua clara o con un bajo porcentaje de sólidos no experimenta sedimentación y es recuperada mediante rebose.

La zona B corresponde a la sedimentación, con una concentración similar a la de la alimentación. Aquí, se produce sedimentación gravitacional y por convección forzada debido a la velocidad del flujo de entrada y salida en la misma dirección que la sedimentación gravitacional, manteniendo una concentración relativamente constante. [9]

La zona C actúa como transición entre la sedimentación y la compresión, con propiedades intermedias y una concentración que varía considerablemente, aunque persiste la sedimentación gravitacional y por convección.[10]

La zona D, la de compresión, exhibe una variación en la concentración y experimenta sedimentación gravitacional y por convección, junto con el efecto de compresión inducido por el contacto entre partículas, conocido como consolidación. Esta zona comienza en el punto de concentración crítica o gel point, donde las partículas comienzan a tener un contacto efectivo entre sí, permitiendo el transporte difusivo que conduce a la consolidación.[11]

## 2.3 Principales partes y su Funcionalidad

**El Estanque** en un sistema de espesamiento retiene la pulpa y dispone de salidas para el agua recuperada en la parte superior, así como una salida para el relave en la parte inferior. Su piso puede inclinarse entre un 2 y un 45% con respecto a la horizontal, variando según el tamaño del equipo. Se distinguen dos tipos de estanques: elevados, ubicados sobre una superficie elevada, y enterrados, con parte de su estructura bajo tierra.[7]

**El Puente o Launder Truss** en un espesador de relave cumple dos funciones principales: facilitar el acceso al mecanismo central del equipo y brindar soporte a las cañerías de alimentación y al sistema motriz. Su diseño varía según el tamaño del espesador, pudiendo ser un puente viga que atraviesa todo el equipo o un puente reticulado que llega hasta la columna central.[7]



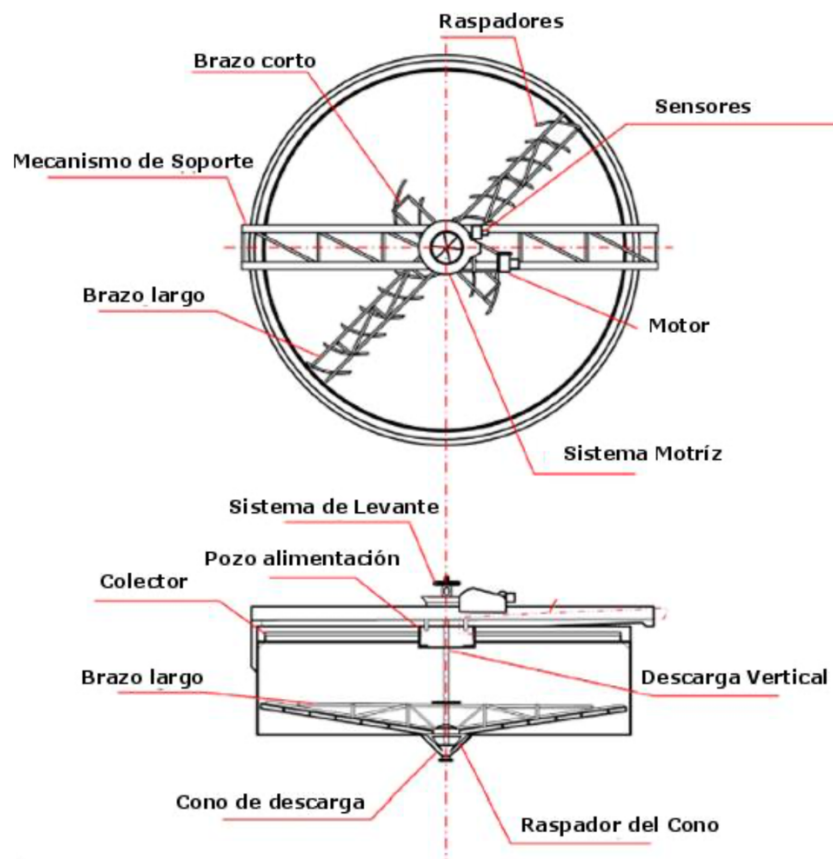


Ilustración 3 Esquema general de un espesador [13]

**El Pozo de Alimentación o Feedwell** tiene como objetivo disipar la energía cinética de la pulpa durante la alimentación, lo que facilita el inicio de la sedimentación de partículas al distribuir uniformemente el sólido en el diámetro del espesador. Normalmente se encuentra en el centro del equipo, aunque sugieren que, ubicaciones excéntricas o el uso de múltiples alimentaciones podrían mejorar el rendimiento.[12]

**El Sistema de Dilución** se emplea para disminuir la concentración de la pulpa de entrada en un proceso. Se utilizan varios métodos según el fabricante del equipo, como la dilución por ventanas, que aprovecha el equilibrio hidráulico entre la pulpa en el feedwell y el agua clara en la superficie; la auto dilución E-DUC, que utiliza la energía cinética de la pulpa en la entrada para generar un sifón o efecto Bernoulli mediante tuberías de diferente diámetro; y la dilución forzada P-DUC, que emplea agitadores de baja energía para levantar agua hasta la alimentación y controlar la dilución final con la velocidad del agitador[7]

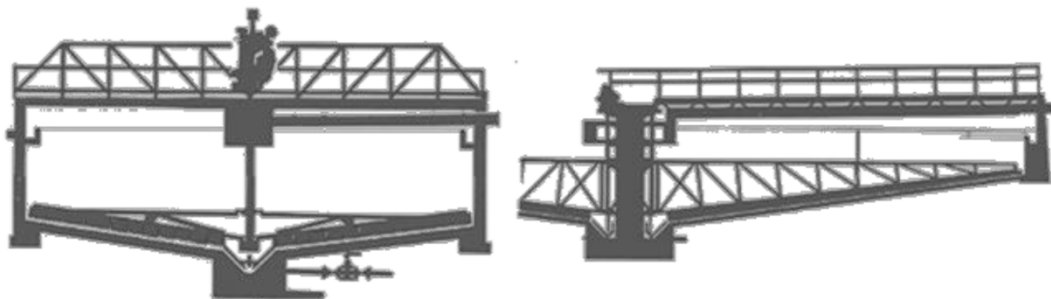
**Las rastras**, también conocidas como arms, tienen la función de mover las blades o raspadores, lo que permite desplazar el material sedimentado y soportar el torque del espesador. Su ubicación requiere un ángulo específico y una elevación determinada para contribuir eficazmente al proceso. Existen diversos diseños de rastras, que varían según los requisitos de torque, dimensiones y aplicación, siendo el más común el reticulado o truss.[7]

**El Sistema motriz o Drive** es el componente central encargado de mover y sostener las rastras a través del cage o jaula en un espesador. Debe tener la capacidad de generar suficiente torque para mover el material acumulado en el estanque, incluso bajo condiciones de operación extremadamente exigentes. Puede ser impulsado por uno o varios motores eléctricos o una unidad hidráulica. Su capacidad de generar torque varía según el tamaño, pudiendo alcanzar valores desde 2.000 hasta 15.000.000 de libras-pie [13]

**El Sistema de levante** de rastras es un conjunto de sistemas eléctricos o hidráulicos cuya función principal es apartar la rastra de áreas con alto torque. Esto se logra levantando las rastras cuando se excede un cierto porcentaje del torque máximo y volviéndolas a su posición cuando el torque vuelve a niveles normales. Es crucial destacar que esta función no es una variable operativa, sino un sistema de defensa automático del equipo, diseñado para mantener la altura mínima de las rastras durante una operación normal.[14]

## 2.4 Tipos de Espesadores

El informe aborda dos tipos de clasificaciones de espesadores: la estructural, que se refiere a cómo están contruidos, y la operacional, que se basa en la concentración de relave que pueden manejar. Según la clasificación estructural, los espesadores se dividen en dos tipos principales: los de puente, donde el mecanismo de accionamiento se apoya en un puente que atraviesa el diámetro del espesador, y los de columna, cuyo mecanismo de accionamiento se apoya en una columna central, con un puente que se extiende desde la periferia hasta el centro del espesador. Como se muestra en la ilustración 4:

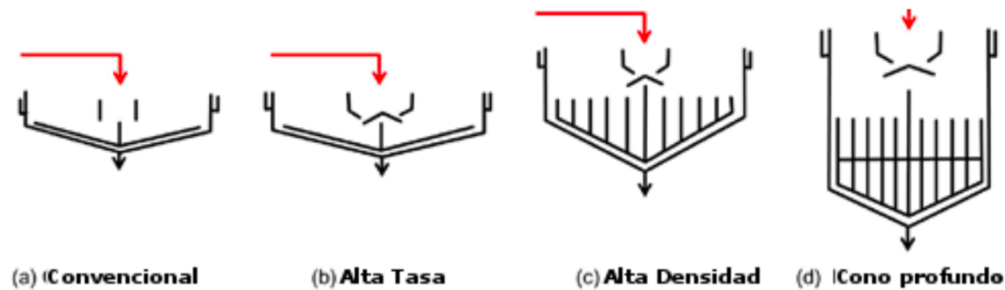


*Ilustración 4 Esquema tipos de puente de un espesador [14]*

Además de los espesadores de puente y columna, también se encuentran los espesadores de tracción periférica. Estos últimos incorporan un carro tractor que desplaza la rastra, con una columna central en el centro del espesador que actúa como pivote para el movimiento. A diferencia de otros equipos, estos espesadores no disponen de un sistema de levante de rastras

Según la clasificación operacional, los espesadores se dividen en varios tipos. Los espesadores convencionales, que no utilizan floculante ni tienen un sistema de dilución de relave, presentan una baja inclinación del talud del cono (2-5%) y alcanzan porcentajes de sólidos entre 40 y 60% p/p, pero tienen una capacidad de tratamiento limitada.[7] **Los espesadores de alta capacidad u high rate optimizan la operación mediante el uso de floculantes, dilución en la alimentación y un aumento en la inclinación del talud del cono (2-10%), con cambios de pendientes en casos de mayores diámetros.** [7]

Los espesadores de alta densidad o high density surgen para recuperar más agua en grandes faenas con baja ley de mineral, mejorando los sistemas de alimentación y aumentando la inclinación del cono (8-15%), así como la profundidad del estanque.[4][17] Finalmente, los espesadores de pasta o de cono profundo tienen una altura lateral significativamente mayor, una inclinación de cono más pronunciada (30-45%) y producen un relave con una concentración máxima de sólidos, conocida como pasta. Aunque son costosos de construir, se reconocen como una de las mejores tecnologías disponibles en la actualidad.[7]



*Ilustración 5 Tipos de espesadores. [15]*

### 3 Modelos matemáticos de espesadores

#### 3.1 Teoría de Sedimentación

La sedimentación es un proceso de separación sólido-líquido. Este proceso se basa en la diferencia de densidad entre las partículas sólidas y el líquido en el que están suspendidas. Durante la sedimentación, las partículas sólidas del líquido tienden a asentarse en el fondo del recipiente.[15]

- Sedimentación gravitacional: las partículas sólidas suspendidas en un líquido se asientan gradualmente en el fondo del recipiente por la gravedad.[15]
- Sedimentación por convección: las partículas sólidas en suspensión se depositan en el fondo de un recipiente por la gravedad y por corrientes de convección generadas por diferencias de temperatura o composición en el líquido. Estas corrientes de convección pueden acelerar el proceso de sedimentación, aumentando la eficiencia de la separación de sólidos y líquidos.[15]
- Consolidación: fenómeno de transporte que ocurre debido al contacto efectivo entre las partículas sólidas[15]

Aspectos importantes, la concentración de sólidos en peso en la alimentación ( $C_p$ ), la concentración de coloides (partículas menores a 10 micrones) al poseer una gran superficie específica no sedimentan y se dispersan en el líquido.

La velocidad de sedimentación debe ser mayor que la velocidad media del overflow. Se distinguen dos formas de aumentar la velocidad de sedimentación, aumentando el tamaño aparente de las partículas:

**Coagulación:** proceso irreversible a través del cual se forman agregados primarios. Disminuyendo las fuerzas de repulsión entre partículas generadas por la presencia de cargas superficiales, mediante el uso de iones o modificadores de pH.[16]

**Floculación:** proceso reversible a través del cual se forman aglomerados de partículas, como resultado un conglomerado más abierto y resistente por conexión poli-electrolítica.[16]

Con esto, se da resultado a una aceleración de sedimentación y 3 zonas: Clarificación, Crítica a partir de una concentración la cual el material solido se toca y de Compresión con un alto porcentaje de sólidos.

Se asume que al tiempo cero todo está bien mezclado, al comenzar la sedimentación, todas las partículas sedimentan a la misma velocidad y ésta depende solo de la concentración. No considera efecto de las paredes del equipo.

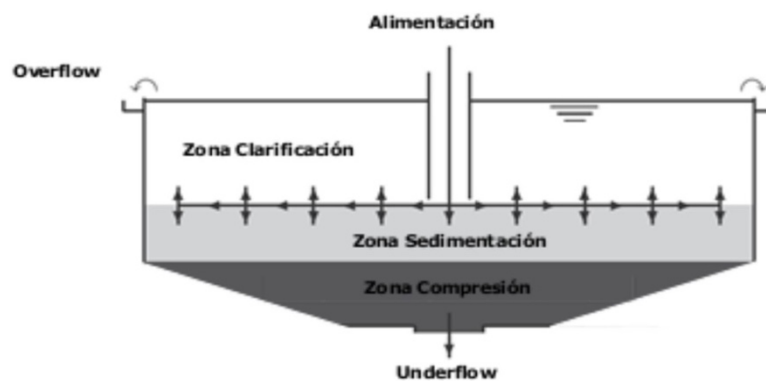


Ilustración 6 Representacion Modelo Fenomenológico [16]

#### A. Modelo simplificado en una dimensión y viscosidad despreciable

Al reducir el sistema en el eje de la altura y despreciar los efectos de la viscosidad, supone que la sedimentación ocurre en un área fija: se considera que ocurre lo mismo en cada punto de la sección  $A(z)$ , siendo ésta constante.

La ecuación que describe este modelo, se observa en la ecuación 1:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\Phi q + f_{bk}(\Phi)) = \frac{\partial}{\partial z} \left( a(\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)$$

Ecuación 1 [E1]

Ecuación de convección-difusión con una discontinuidad, donde expresa la variación temporal de la concentración volumétrica por su variación en la altura de la convección forzada. Las condiciones iniciales y de bode, son las condiciones iniciales del equipo. Las variables dependen del material con el que se está trabajando. En el caso de los relaves, es posible encontrar una concentración óptima.

Este modelo describe correctamente las propiedades de la zona de sedimentación y de compresión, y los perfiles de concentración. Su limitación es no abordar las posibles variaciones en las otras dimensiones.

### B. Modelo en una dimensión área variable con viscosidad y consolidación despreciable

Este modelo incluye la variación del área del equipo en diferentes configuraciones y el área de entrada de la alimentación y salida. Despreciando la consolidación, lo que elimina la zona de compresión.

La ecuación 2 describe el modelo ya mencionado modelo:

$$S(z) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (Q_R \Phi + S(z) f_{bk}(\Phi)) = 0$$

*Ecuación 2 [E2]*

Al no incluir la zona de compresión lo hace un modelo más sesgado.

### C. Modelo en una dimensión con viscosidad y área variable

Se incluye la convección, sedimentación y consolidación con área variable, dando cuenta de la zona de compresión.

La ecuación que describe este modelo, se observa en la ecuación 3:

$$S(z) \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (Q_R \Phi + S(z) f_{bk}(\Phi)) = \frac{\partial}{\partial z} \left( S(z) a(\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)$$

*Ecuación 3 [E3]*

Este modelo incluye el efecto del área transversal sobre las transferencias. Se requieren sensores que permitan caracterizar el perfil de concentraciones.

### Simbología

$\Phi$	= Concentración Volumetrica
$t$	= tiempo
$z$	= Altura
$Q_R$	= Flujo de Estanque
$S(z)$	= Funcion de Area
$f_{bk}$	= Funcion Batch de Kynch
$a$	= Variable de función extrapolación
$q$	= Velocidad Relativa Promedio

## Capítulo II: Introducción al modelo teórico-predictivo de concentración de sólidos.

### 4 VARIABLES DEL SISTEMA DE ESPESADORES

#### 4.1 Distribución granulométricas

Si bien el comportamiento de una partícula en un volumen infinito de líquido sedimenta y su comportamiento es conocido, en la realidad dentro del espesador es un proceso mucho más complejo debido a que existen diversas partículas en la pulpa de relave con diferentes pesos específicos, formas irregulares, diversos tamaños y concentraciones que hacen que existan interferencias entre las partículas.

En pulpas de ésteril se caracterizan por tener un amplio rango en sus tamaños de partículas, produciendo segregación por tamaños durante la sedimentación. La presencia de finos disminuye la velocidad de sedimentación, imponiendo una limitación al proceso de separación sólido-líquido.

#### 4.2 Floculante

Este aditivo químico, se emplea para facilitar la agregación de las partículas pequeñas son aglomeradas a otras mayores. El tipo de floculante utilizado y su dosificación correcta son cruciales para la eficiencia de la sedimentación, esto permite una sedimentación más rápida y reboses más clarificados.

Es importante realizar ensayos de floculación para llegar a la dosis y al floculante óptimo.

#### 4.3 Concentración de Sólidos

La concentración de sólidos se refiere a la cantidad de sólidos disueltos en una solución líquida. Una elección de medida en concentración adecuada, depende de la naturaleza de la solución y del propósito del análisis. Es importante definir claramente la unidad de masa o volumen que se está utilizando para evitar confusiones al expresar la concentración de sólidos en una solución.

#### 4.4 Flujo de sólidos

Es el ratio de flujo másico de sólidos por unidad de área o la concentración por la velocidad. El flujo más restrictivo o flujo limitante es inversamente proporcional al área unitaria.

En espesadores continuos, la suspensión se mueve hacia abajo en función de la gravedad

#### 4.5 Densidad

Partículas de mayor densidad sedimentan más rápidamente. Y se espera que la densidad aumente en la descarga como una medida de eficiencia del espesador.

#### 4.6 pH

Es una variable del sistema que puede influir en la eficiencia del floculante y el comportamiento del relave. El control de pH en la salida es importante para la regulación medio ambiental.

#### 4.7 Torque

Representa la dificultad que tiene la rastra para moverse, depende de % sólidos en el feed y del comportamiento reológico de la pulpa mientras sedimenta.

#### 4.8 Resistencia a la fluencia

Su relevancia surge con los espesadores de alta densidad en la descarga de pasta con alta resistencia a la fluencia, necesaria para la deposición de los estériles y una alta recuperación de agua.

#### 4.9 Presión del cono

La eficiencia de la compactación de los sólidos en la zona inferior del espesador es crucial para asegurar que el underflow alcance la densidad deseada y que los sólidos estén adecuadamente compactados para su posterior manejo. La presión del cono juega un papel fundamental en este proceso. Una presión adecuada garantiza una mayor densidad del lodo en el fondo del espesador, lo cual mejora significativamente la calidad del agua clarificada y la eficiencia global del proceso

#### 4.10 Nivel Espejo

Años atrás el nivel espejo o el nivel de líquido claro, la resistencia a la fluencia, viscosidad, etc. no eran puntos críticos entre las variables del sistema, debido a que las operaciones solo se enfocaban en producir una pasta o lodo en la descarga con un contenido alto de sólido. Sin embargo, la última década ha visto una importante oportunidad de recuperar y recircular agua, siendo estas variables de gran importancia como resultado eficiente de la operación de los espesadores.

A continuación, según ilustración 7, detalla un diagrama de flujo simplificado con las variables en la alimentación y en la descarga para generar un primer modelo teórico-predictivo con la ayuda de IA, mediante la utilización de la base proporcionada por Paterson & Cooke.



Ilustración 7 Diagrama de flujo [17]

$F_a$ ( $m^3/h$ )	= Flujo de Alimentación
$Cp_a$ (%)	= Concentración Sólido en Peso alimentación
$Fr$ ( $m^3/h$ )	= Flujo de rebalse
$Cp_d$ (%)	= Concentración Sólido en Peso descarga

## 5 METODOLOGÍA

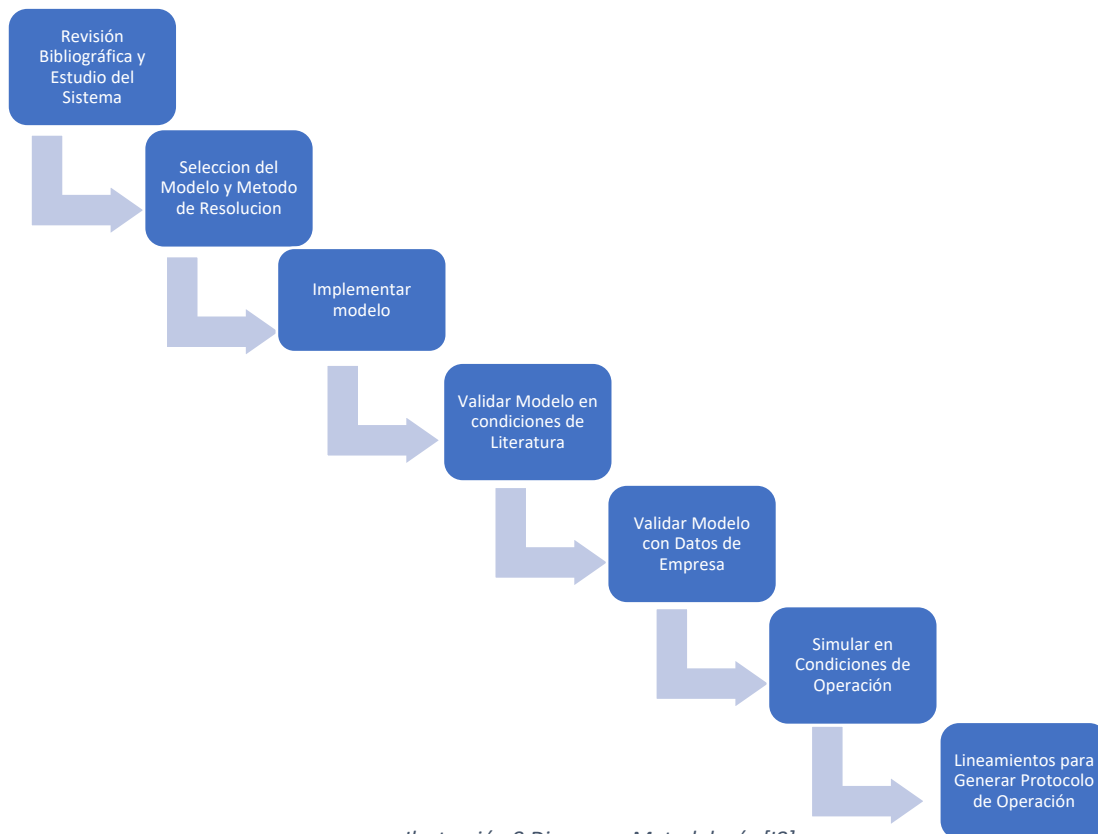


Ilustración 8 Diagrama Metodología [18]

### 5.1 Selección del Modelo y Método de Resolución

Tras la revisión bibliográfica y el estudio del sistema, se llevó a cabo una selección de los modelos matemáticos más adecuados para describir el comportamiento de los espesadores. Se identificaron y evaluaron modelos utilizados en estudios recientes, considerando su capacidad predictiva y su aplicabilidad a las condiciones específicas de la planta. Finalmente, se seleccionó un modelo que representa con precisión los fenómenos dentro de los equipos y que puede ser validado con la información aportada por Paterson & Cooke.

### 5.2 Implementación del Modelo

El modelo se implementó utilizando el método numérico seleccionado en el software Python. Para ello, se programaron las ecuaciones del modelo y se configuraron los parámetros iniciales y las condiciones de contorno basadas en datos operacionales.

### 5.3 Validar Modelo en Condiciones con base de datos preliminar

Verificar la precisión y confiabilidad de los modelos implementados utilizando datos operacionales de la planta seleccionando el 50 % de los datos. Utilizando datos aportados de la planta, incluyendo concentración de sólidos y torque de la rastra.

### 5.4 Entrenamiento del Modelo con los primeros datos de Empresa

El modelo se implementó utilizando el método numérico seleccionado en el software Python con el 30% de los datos de la base entregada, seleccionados al azar.



### 5.5 Simular en Condiciones Requeridas por la Empresa

Optimizar las operaciones de los espesadores mediante la simulación basada en el modelo obtenido con Python que será validado por la base de datos completa y así, finalmente calcular el error cuadrático de las diferencias de los resultados obtenidos con el modelo predictivo y los datos entregados de planta.

### 5.6 Implementación y propuesta del modelo predictivo

El modelo se implementará utilizando el método numérico seleccionado en el software Python.

## 6 RESULTADOS

Como se menciona en la sección anterior, en Metodología, se realiza un modelo predictivo preliminar de la concentración de sólidos en el feed, a través de IA con la base de datos proporcionada por la empresa, a continuación, se presenta una estadística básica como inspección de los datos y para quitar datos erróneos o aberrantes que puedan generar una desviación del resultado de la modelación.

### 6.1 Estadísticas Básicas de la base de datos

Para comenzar a modelar, se nos entregó una base de datos en un archivo Excel, llamada "Espesador pasta 18m", la cual se anexará en la entrega final. Estos datos fueron proporcionados por la contraparte, David Romo, el día 07 de junio de 2024. Dicha base de datos corresponde al periodo comprendido desde el 1 de enero de 2022 hasta el 31 de agosto de 2023.

En la tabla 1, se muestran las diferentes variables de la base de datos del sistema de espesador de pasta con sus respectivos mínimos, máximos, promedios y desviación estándar.

*Tabla 1 Estadísticas básicas de las variables de base de datos*

Variable	Mín.	Máx.	Promedio	Desviación Estándar
Flujo Total Alimentado [m3]	4967.25	80362.80	19893.56	5434.74
pH	6.88	10.91	8.95	4.95
Densidad de alimentación				
Densidad de descarga				
Dosificación de floculante [g/t]	23.00	79.03	35.07	68.68
Torque [%]	0.75	34.28	12.72	10.11
Sólidos descarga [%]	35.64	70.70	61.87	3.06
Nivel espejo [m]	4.95	68.68	10.11	3.35
Resistencia a la fluencia				
Flujo másico descarga [t/h]	49.01	370.87	155.50	40.05
Flujo Total descargado [m3]	229.44	4730.33	3077.93	910.47

### 6.2 Variogramas de las diferentes variables.

Además, para un mejor entendimiento de la base de datos y una observación de la tendencia de los datos en el tiempo, se realizaron variogramas de las variables de la tabla 1. En el gráfico 1, se presenta el flujo volumétrico de la alimentación y descarga con respecto al tiempo.

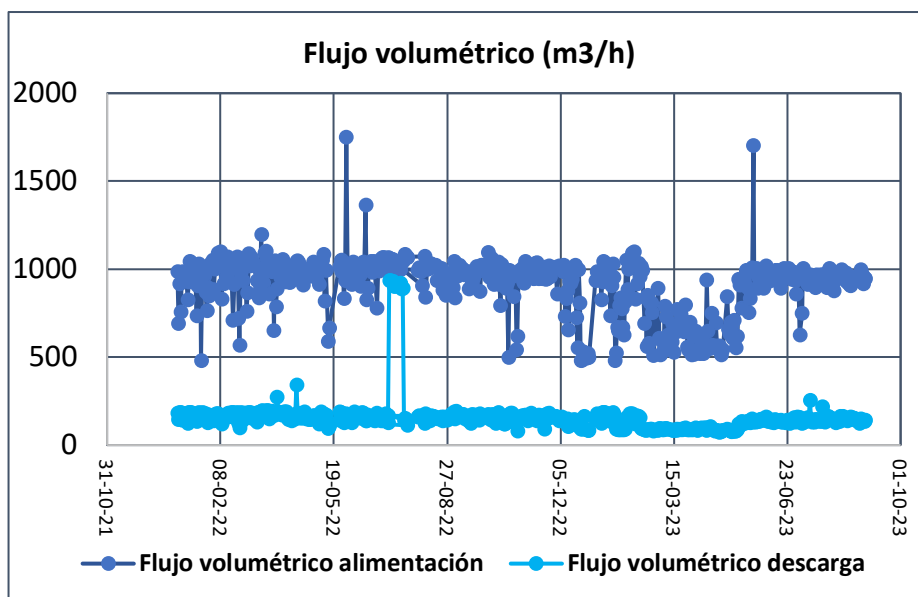


Gráfico 1 Flujo Volumétrico

Es posible observar de la figura anterior, una baja variabilidad de los datos de flujo volumétrico de descarga y en el flujo volumétrico de la alimentación hay varios datos que se escapan de la nube de tendencia y una baja significativa en un periodo de tiempo, por lo que se decide corroborar estos datos proporcionados por la empresa, a través, de un balance macroscópico de masa del espesador.

En el gráfico 2, se presenta el porcentaje de sólidos presente en la alimentación y descarga con respecto al tiempo.

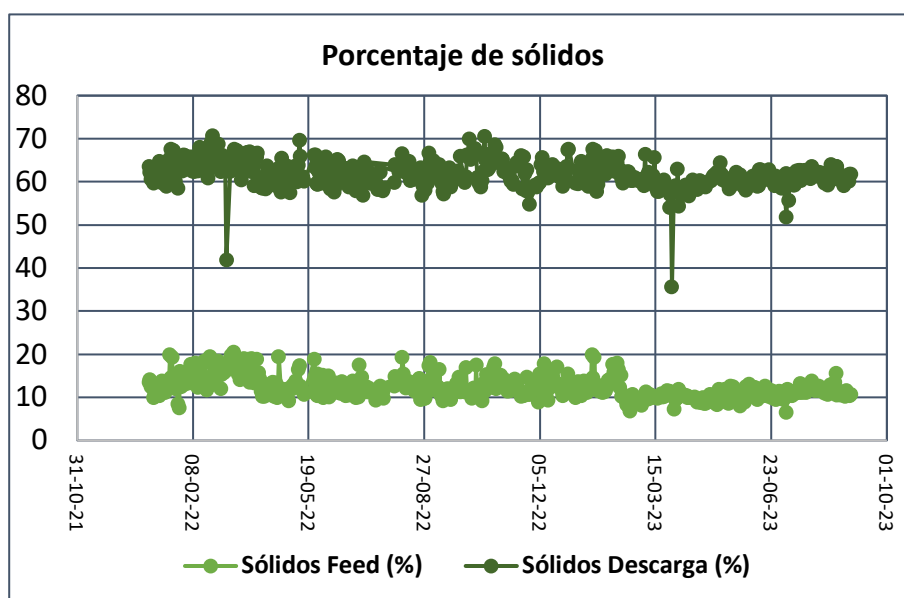


Gráfico 2 Porcentaje de Sólidos

Se observa el gráfico 2, una tendencia clara de la nube de datos. Se destacan ciertos valores alejados en los datos de sólidos de descarga, que se presumen sean errores de muestreo, pero es necesario corroborar esto con un balance de masa.

En el gráfico 3, se presentan la densidad del flujo de alimentación y descarga con respecto al tiempo.

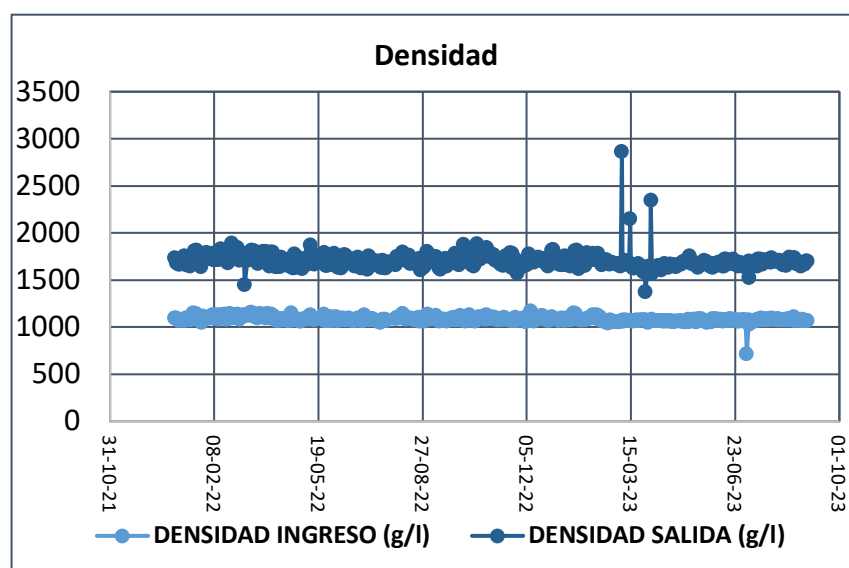


Gráfico 3 Densidad

Se observa del gráfico 3, una clara nube de tendencia de las densidades de la pulpa al ingreso y salida del espesador, mostrando claramente ciertos puntos que se escapan, atribuibles a errores de muestreo debido a que es de esperar que si la densidad cambia en la entrada, también cambie en la salida, situación que no se observa en el gráfico.

En el gráfico 4, se presenta el porcentaje de torque realizado por la rastra del espesador con respecto al tiempo con su respectiva línea de tendencia.

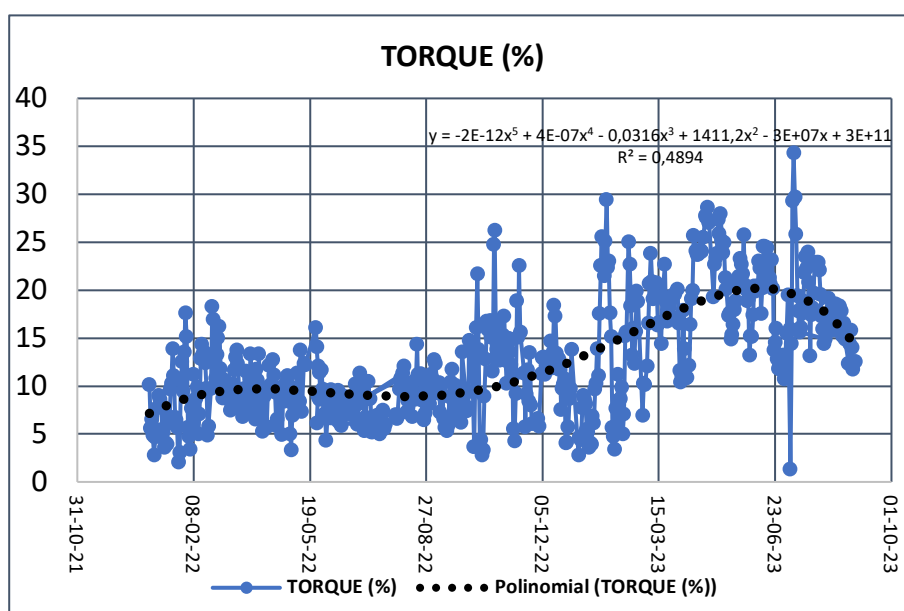


Gráfico 4 Torque

Es posible observar, una tendencia senoidal que podría indicar un comportamiento cíclico de la pulpa (pasta) dentro del feed del espesador, generando la necesidad de una mayor fuerza de torque en la rastra para mover los sólidos de la pulpa. Esta variable, puede ser muy importante en la predicción del comportamiento de la concentración de sólidos.

En el gráfico 5, se presenta la resistencia a la fluencia de la pasta de descarga con respecto al tiempo y su respectiva línea de tendencia.

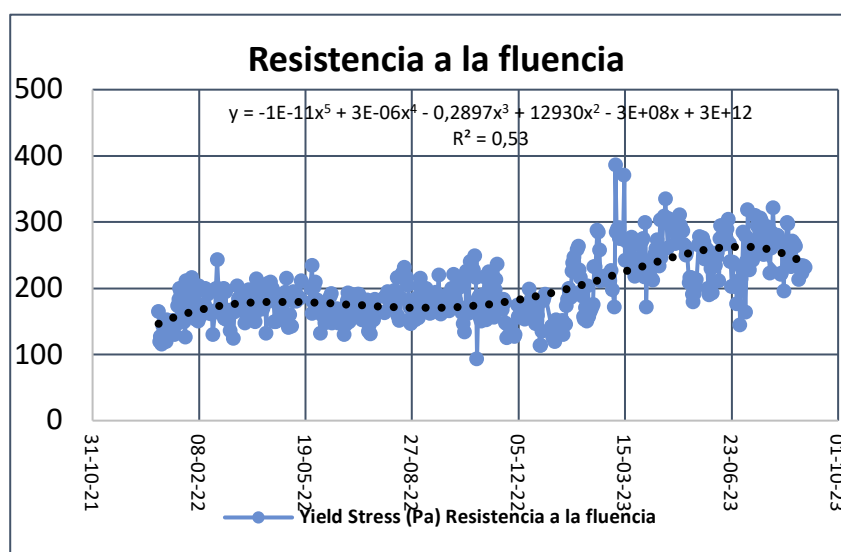


Gráfico 5 Resistencia a la Fluencia

En el gráfico 5 es posible observar, una tendencia senoidal que podría indicar un comportamiento cíclico de la pulpa (pasta) de descarga, siendo atribuible al tiempo de residencia del material en el espesador, como también por la caracterización de la velocidad de sedimentación dentro del espesador. Esta variable se podría considerar como un indicador de eficiencia del espesador, es decir, mientras mayor resistencia a la fluencia tiene la pasta de descarga, significa un mejor espesamiento.

En el gráfico 6, se presenta el pH de la pulpa de alimentación con respecto al tiempo.

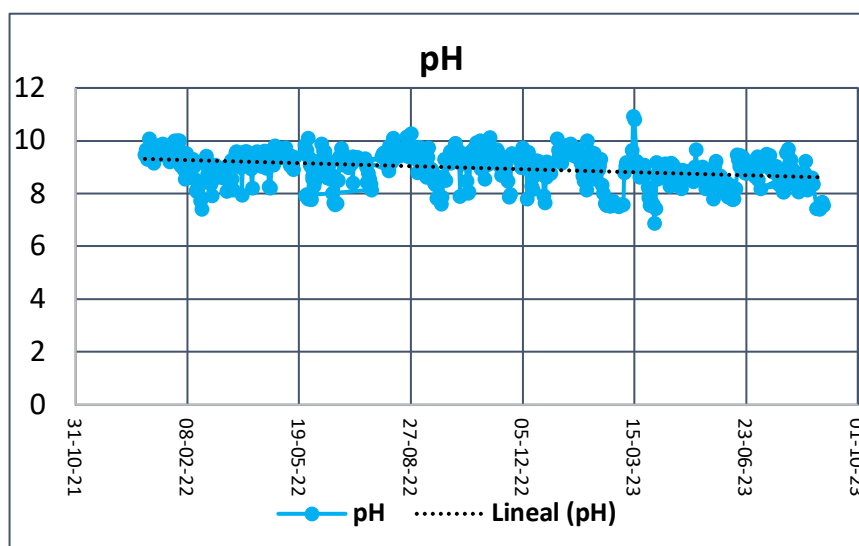


Gráfico 6 pH

En el gráfico 6 se observa una clara tendencia de los datos a mantener un valor constante en el flujo de alimentación, esto es muy importante debido a que el floculante es sensible al pH, y cambios en este parámetro podrían hacer que la eficiencia para flocular partículas disminuya. Estos son parámetros obtenidos en pruebas de laboratorio, y su monitoreo en el tiempo es indispensable.

En el gráfico 7, se presenta la dosificación y concentración de floculante en la pulpa con respecto al tiempo.

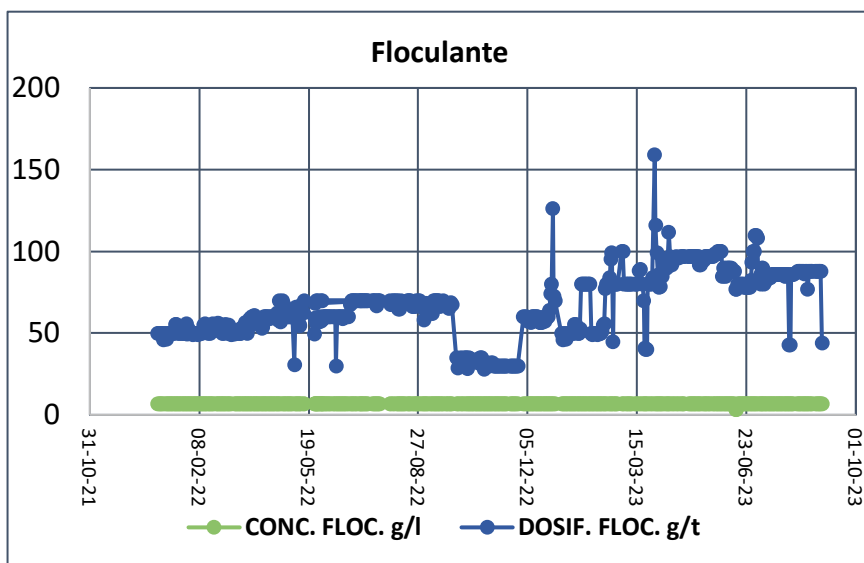


Gráfico 7 Floculante

En el gráfico 7 se observa, que la concentración de floculante en la pulpa es constante con respecto al tiempo de operación del espesador en estudio, indicando una eficiente dosificación del floculante, si bien este parámetro es mucho más variable no es de gran relevancia mientras que la concentración de floculante sea cuasi constante.

En el gráfico 8, se presenta la altura del nivel espejo del espesador, es decir, la altura de la zona de clarificación del espesador con respecto al tiempo de operación.

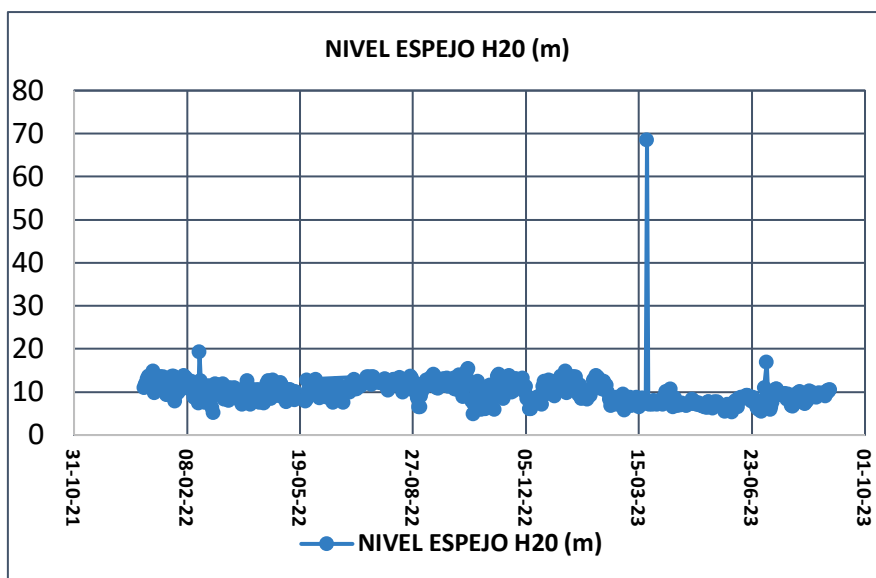


Gráfico 8 Nivel Espejo

En el gráfico 8 se observa, una clara tendencia de la nube de datos a mantenerse cuasi constante durante el tiempo de operación en estudio, con una leve disminución en el último periodo, que podría estudiarse con más detalle en el balance de masa para inferir su causa revisando las variables de entrada. Se observan claros puntos fuera de la nube de tendencia, que podrían ser errores, evidentemente el de 68 metros, es un error dado que las dimensiones del espesador no aceptan tales valores de la zona de clarificación. Esta variable podría ser un parámetro de eficiencia del floculante y espesador.

### 6.3 Selección del Modelo y Método de resolución

Tras la revisión bibliográfica y el estudio del sistema, se realizó una selección de un modelo capaz de representar lo que ocurre dentro del equipo, y que pueda ser validado con la base de datos proporcionada. Considerando esta información y una simplificación del problema, se decidió utilizar el Modelo fenomenológico que considera el estado de una suspensión en un punto  $x$  y en un instante  $t$  puede ser caracterizado completamente por la concentración volumétrica  $\phi = \phi(x, t)$  mediante las funciones  $f_{bk}(\phi)$  se representan las variables del sistema.

Además, se tienen las siguientes consideraciones y limitaciones para establecer un modelo matemático:

- Variables de entrada (alimentación) para modelar son % de sólidos, flujo volumétrico, densidad, concentración de floculante, torque, nivel espejo, resistencia a la fluencia,
- Se considerará que la región de líquido claro no hay sólidos.
- Se desea determinar la evolución de la concentración en volumen de sólidos en función del tiempo  $t$  y profundidad  $x$  (crece hacia abajo).
- Discontinuidad en  $x$ , debido a la separación del flujo de alimentación en dos flujos globales (flujo por rebalse de líquido claro y flujo de descarga de sólidos), dificulta su modelación
- Estado estacionario
- Viscosidad despreciable

El modelo simplificado se representa en la siguiente ecuación:

$$\phi'(x) = \frac{q_R(\phi(x) - \phi_R) + f_{bk}(\phi(x))}{a(\phi(x))} \quad \text{para } x < x_R; \quad \phi(x_R^-) = \phi_R.$$

*Ecuación 4 [E4]*

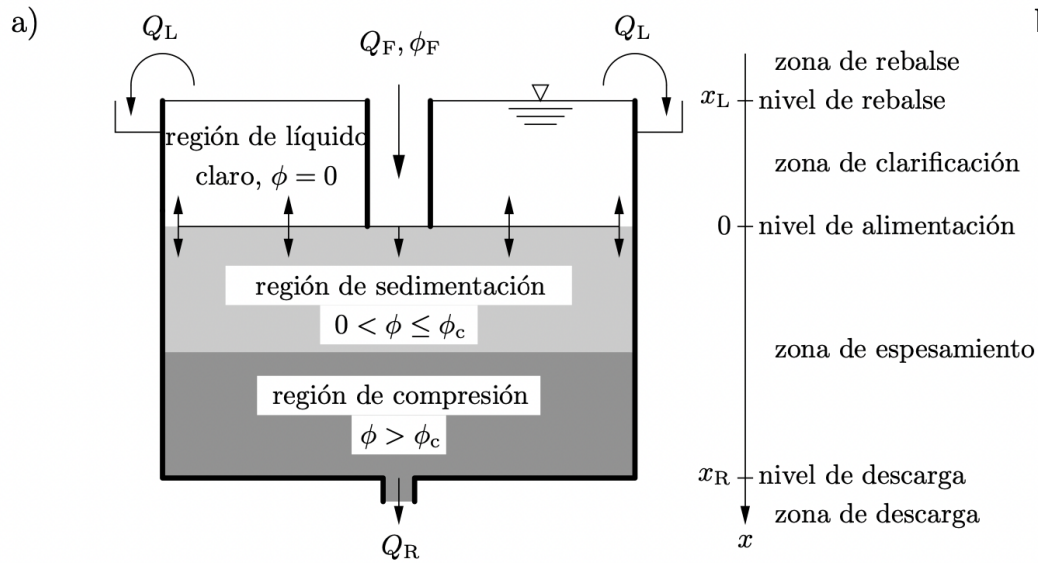


Ilustración 9 Diagrama Fenomenológico [19]

Con respecto al método de resolución, se considerarán las entradas y salidas del proceso considerado en la modelación.

Con las limitaciones de este estudio, se decidió realizar una solución de comportamiento polinomial con un entrenamiento del modelo predictivo a desarrollar, utilizando *Regresión lineal* en Python para determinar el comportamiento de la concentración de sólidos con respecto al tiempo construyéndolo a partir de los datos de planta y un balance de masa global del sistema.

#### 6.4 Validación y entrenamiento del modelo

El modelo se validó, utilizando datos diferentes a los que fue entrenado en la regresión lineal en Python, siendo cada grupo escogido al azar por el software. La siguiente imagen, muestra parte del código implementado para obtener el modelo polinómico de grados  $n$ .

```

[9]: print(len(X))
      print(len(y))
      537
      537

[10... from sklearn.model_selection import train_test_split
      X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.2, random_state=42, shuffle=False)

[19... from sklearn.linear_model import LinearRegression
      modelo = LinearRegression()
      modelo.fit(X_train, y_train)

[19... LinearRegression
      LinearRegression()

```

Ilustración 10 Códigos implementados en Python [10]

Además, este código tiene las variables que corresponden al sistema real con la función de regresión lineal se obtiene el resultado final.

### 6.5 Simulación del modelo en condiciones de la base de datos

Finalmente, en este modelo matemático preliminar, se decide simular todos los datos de la planta con las 8 variables de entrada, para comparar el resultado con los datos de planta. También se utilizó la función de Python de error cuadrático medio entregando un valor de 2.62 %. El cual es un valor aceptable en esta primera etapa, como se observa a continuación:

```
[24...] y_pred = modelo.predict(X_test)

[25...] from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score

mse = mean_squared_error(y_test, y_pred)
r2 = r2_score(y_test, y_pred)

print(f'Error Cuadrático Medio: {mse}')
print(f'Coeficiente de Determinación (R^2): {r2}')

Error Cuadrático Medio: 2.6244708419661573
Coeficiente de Determinación (R^2): 0.05726586131895173

[20...] modelo.intercept_

[20...] -7.566416705730312

[22...] modelo.coef_

[22...] array([ 1.44656883e-03,  4.10093237e-03,  2.27340366e-02,  4.68921609e-04,
          2.44130015e-02, -2.34391065e-02,  2.99899494e-01,  2.67934186e-03,
          -2.7755756e-17,  2.14250014e-01,  6.36486931e-03])
```

*Ilustración 11 Códigos implementados en Python [11]*

Tras corroborar que el modelo es capaz de predecir el comportamiento del sistema de espesadores, se procedió a realizar un análisis más exhaustivo de las variables del sistema, entendiendo que según la ley de conservación de masa y la condición de que el espesador opera en estado estacionario, se podría simplificar la cantidad de variables que se tienen en el modelo.



## Capítulo III: Validación con datos de planta.

### 7 Balance Masa no Químico

Se decide realizar un balance de masa no químico, asumiendo que las reacciones que ocurren dentro del espesador no son relevantes en estado estacionario, y la floculación al ser un proceso reversible, no genera sustancias químicas nuevas en el sistema.

Para realizar el balance de masa no químico, y sin depurar los datos, se promediaron los valores de la base de datos entregada. Específicamente, se consideraron los valores del Flujo Total Alimentado DCT (como entrada), el Flujo Total Descargado DCT (como salida underflow), y el Flujo Volumétrico (como overflow).

La mayor parte de los datos coincidían en el balance de masa entre la suma del underflow y el overflow; no obstante, surgieron 65 inconsistencias que impidieron la coincidencia del balance de masa, concentrándose la mayor parte de estos errores entre octubre y noviembre de 2022, esto podría deberse a múltiples causas operaciones de planta, se necesitaría más información sobre si existió alguna variación en el proceso o algún evento crítico. El balance de masa se ve reflejado y resumido en la Ilustración 12 siguiente.

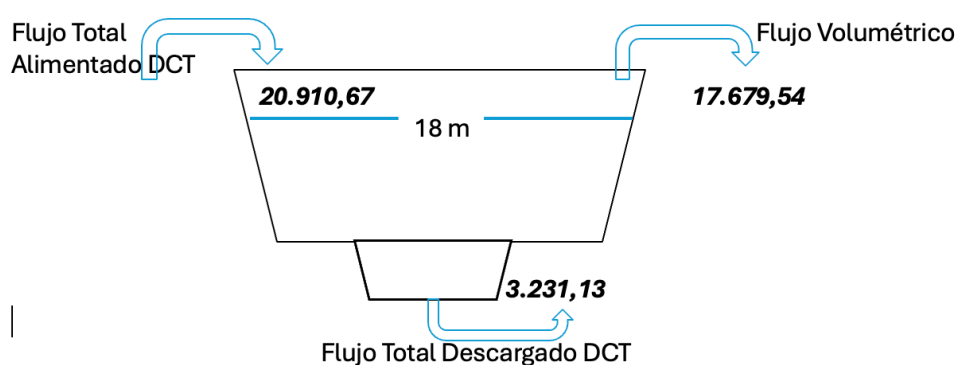


Ilustración 12 Balance de Masa no Químico [I12]

Se puede observar que la masa del sistema se conserva al comparar las condiciones de flujo volumétrico total inicial y final de la base de datos que representa al sistema, ya que no hay cambios perceptibles en la densidad de este, ni del agua y el área se considera constante, por lo que se puede ver un estimado del sólido a continuación:

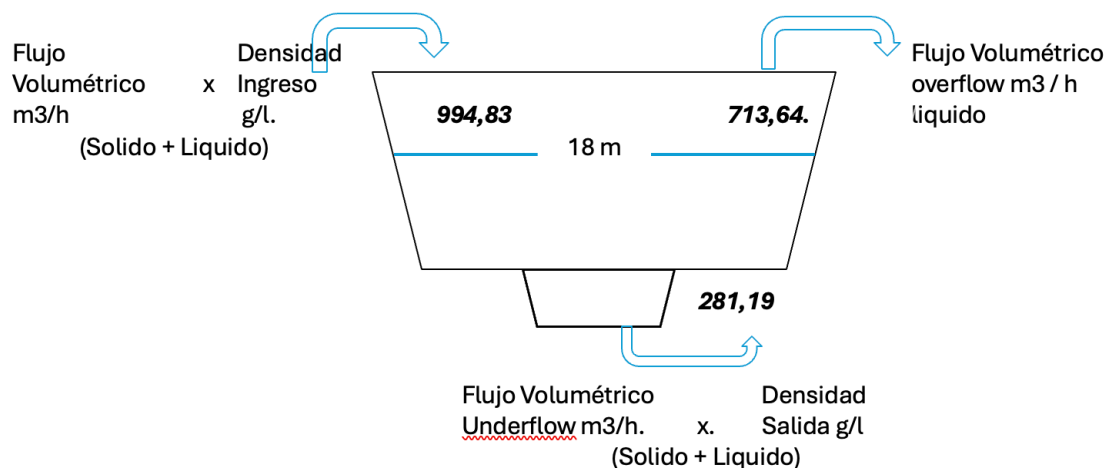


Ilustración 13 Balance Masa / Masa [13]

## 8 Segundo modelo

Tras el análisis de la base de datos entregada por Paterson & Cooke y el balance de masa de los flujos másicos del sistema, se decidió realizar una selección de las variables a considerar en el método de resolución predictivo de la concentración volumétrica  $\phi = \phi(x, t)$  mediante las funciones  $fbk(\phi)$ , que sea capaz de representar lo que ocurre dentro del equipo, y que pueda ser validado con la base de datos proporcionada. Considerando esta información y una simplificación del problema, se decidió utilizar el Modelo fenomenológico escogido en el capítulo anterior que considera el estado de una suspensión en un punto  $x$  y en un instante  $t$ .

Con las limitaciones de este estudio, se repite la metodología al buscar una nueva solución de comportamiento polinomial con el entrenamiento del modelo predictivo a desarrollar, utilizando *Regresión lineal* en Python para determinar el comportamiento de la concentración de sólidos con respecto al tiempo construyéndolo a partir de los datos de planta y un balance de masa global del sistema.

### 8.1 Selección de Variables del sistema

Tras un análisis de cada variable presente en la base de datos, asumiendo que algunas variables según la literatura y metodología tales que:

- Los espesadores cuentan con distintos sensores como flujómetro totalizador que indica la cantidad de material que entra al sistema completo y un flujómetro en cada descarga de los espesadores.
- manómetros, que miden la presión en los sistemas hidráulicos que mueven las rastras en los espesadores, lo que finalmente se traduce en el torque en el equipo.
- En el espesado de esteriles muchos de los instrumentos y teorías de reología no son aplicables por ende, se asume que estas variables de la base de datos son obtenidas a través de un cálculo.

Es por esto, que se decide escoger las siguientes variables para este capítulo:

1. Flujos volumétricos de entrada, underflow y overflow.
2. Densidades de la pulpa de entrada, de rebalse y de la pasta.
3. Concentración de sólidos (%) de entrada y salida.
4. NTU
5. Torque
6. Presión de Cono

## 8.2 Método de Resolución del modelo

Se realizó una solución de comportamiento polinomial nuevamente con un entrenamiento del modelo predictivo a desarrollar, utilizando *Regresión lineal* en Python para determinar el comportamiento de la concentración de sólidos con respecto al tiempo construyéndolo a partir de solo las variables elegidas.

## 8.3 Simulación del modelo según la base de datos

Finalmente, con este modelo matemático polinomial, se simuló con los todos los datos de la planta con las 6 variables de entrada, para comparar el resultado con los datos de planta. También se utilizó la función de Python de error cuadrático medio entregando un valor de 1.69 %.

Se observa, una mejor aproximación al reducir la cantidad de variables del sistema, la limpieza de la base de datos y el balance de masa realizado. No obstante, es importante recalcar que esta de disminuir las variables a utilizar, no puede ser 100% validada debido a las limitaciones de este estudio.

## Conclusiones

Como resultado de este estudio bibliográfico, se concluye que el sistema de espesadores de relave presenta oportunidades significativas de mejora en términos de eficiencia operativa y gestión de riesgos, debido a su importante función de recuperación de agua para la recirculación de esta al sistema. En la actualidad, el agua es un recurso escaso que debe ser bien utilizado en la industria minera.

La revisión bibliográfica proporciona una visión integral y técnica de los espesadores de relaves y su papel en la industria minera, destacando sus diferentes configuraciones establecidas a la fecha según los parámetros operacionales presente en la planta.

Los modelos abordados, entregan una visión simplificada de la fenomenología de la separación sólido-líquido en los espesadores, que permiten un acercamiento a la realidad operacional que vive la minería actualmente en Chile. Pero aleja la posibilidad de ser utilizados para el objetivo de este trabajo.

Mediante el uso de tecnología avanzada y la automatización del sistema de espesadores, se puede generar eficiencia significativa. Los sistemas de monitoreo y control en tiempo real, permiten una gestión más precisa de las variables críticas, como la densidad de la alimentación y la dosificación de floculantes, haciendo que el proceso de sedimentación y recuperación de agua sea mas efectivo.

## Discusión primera entrega

Durante la revisión bibliográfica se detectaron variables que no han sido abordadas por los modelos presentados en este informe, tales como la distribución granulométrica del relave, posibles acumulaciones de sólidos sedimentados por aumento de floculantes, aumento o disminución de la viscosidad y mineralogía del relave.

Además, las simplificaciones de los modelos presentados no incorporan efectos de pared, efectos de turbulencia dentro del estanque y cambios de temperatura que puedan provocar diversos comportamientos del fluido.

En la revisión bibliográfica realizada y en el desarrollo del proyecto, se han identificado varios aspectos relevantes que influyen en la eficiencia y operación de los espesadores de relaves en la minería. A continuación, se discuten algunos puntos clave:

### *1. Modelos y Tecnologías Actuales*

Durante la investigación, se exploraron diversos modelos matemáticos y fluidodinámicos utilizados en la simulación y optimización de espesadores de relaves. Estos modelos varían desde simplificaciones en una dimensión hasta modelos más complejos que consideran la variabilidad del área de sedimentación y la consolidación de sólidos. Cada modelo tiene sus ventajas y limitaciones, especialmente en términos de precisión y complejidad computacional. La elección del modelo adecuado depende de las características específicas de la operación minera y de las variables disponibles en la base de datos.

### *2. Variables Operacionales y Limitaciones*

Se identificaron y discutieron las variables operacionales clave que afectan la eficiencia de los espesadores, como la concentración de la alimentación, el tipo y cantidad de floculantes utilizados, y la geometría del equipo. Sin embargo, también se reconoció la existencia de limitaciones en la base de datos disponible, como la falta de información detallada sobre la distribución granulométrica del relave y la variabilidad de la viscosidad del fluido durante la operación. Estas limitaciones pueden afectar la precisión de los modelos propuestos y deben abordarse en estudios futuros para mejorar la simulación del proceso.

### *3. Desafíos y Oportunidades*

Uno de los principales desafíos identificados es la necesidad de incorporar variables adicionales que puedan influir significativamente en la eficiencia de los espesadores, como la mineralogía del relave y los efectos de turbulencia dentro del estanque. Estos factores pueden introducir variaciones en el comportamiento del fluido y la sedimentación, afectando la recuperación de agua y la calidad del relave.

## Discusión segunda entrega

El principal objetivo de este estudio es determinar la evolución de la concentración en volumen de sólidos en función del tiempo  $t$  y profundidad  $x$ . Donde la complejidad del modelo está dada por la discontinuidad en  $x$ , debido a la separación del flujo de alimentación en dos flujos globales (flujo por rebalse de líquido claro y flujo de descarga de sólidos).

La región de compresión zona de interés caracterizada por  $\phi = \phi_c$ , localizada por debajo del nivel de alimentación  $x = 0$ .

Durante la realización del modelo preliminar en Python se decidieron tomar las siguientes consideraciones y alcances del estudio:

- La zona de clarificación del espesador es gobernada por la sedimentación de Kynch (ideal), es decir, todas las partículas sedimentan a la misma velocidad.
- Muchas suspensiones reales son polidispersas, es decir las partículas sólidas no poseen el mismo tamaño sino que una distribución de tamaños, propiedad que causa efectos de segregación por tamaño y la formación de áreas de composiciones diferentes, por tanto se asumirá que las partículas alcanzan el fondo cubren toda el área seccional del espesador sin acumulaciones.
- El espesador está en régimen continuo y permanente, es decir, el flujo de alimentación es igual al flujo de salida sin acumulación de material.
- La concentración crítica del modelo será en el instante de tiempo cuando las partículas sólidas chocan entre sí.
- Se desprecia la viscosidad, el efecto pared.
- Se considera un espesador de pasta (cono profundo) debido a que es una de las mejores tecnologías disponibles, a pesar del alto costo de construcción.
- La concentración de sólidos en el rebose se asumirá igual a cero, por tanto, la turbidez es 0.
- Esfuerzo a la fluencia se considera según la ley de Herschel-Bulkley, considerando dependencia del tiempo. Consideración que se espera corroborar con la contra parte de la empresa.
- Las condiciones operacionales revisadas por los datos informados, es decir, la concentración de floculante en la pulpa, el pH de entrada y salida luego de la revisión se consideran óptimas y que están controladas como la operación lo requiere. Por tanto, no son variables a utilizar en el modelo, sino más bien parámetros de eficiencia operacional.
- La temperatura constante en este sistema es considerada a 25°C, sin considerar pérdidas de agua por evaporación.

El modelo acá abordado, entrega una visión simplificada de la fenomenología de la concentración volumétrica dentro del espesador, en la zona de compresión donde las partículas ya floculadas comienzan a interactuar con condiciones de borde de velocidades relativas igual a 0 en las fases en estado estacionario.

Es necesario, realizar un balance macroscópico para corroborar los datos de la información entregada de planta que se alejan de la nube de tendencia y para entender la correlación de las variables a utilizar.

En este primer modelo, se consideraron todas las variables aportadas por la base de datos debido a que era necesario desarrollar un primer acercamiento con el software Python, para resolver este modelo numérico. Por otro lado, no se cuenta con datos de la altura de la zona de compresión, asumiendo no ser necesarios para este modelo.

Las variables de entrada (alimentación) del modelo preliminar son % de sólidos, flujo volumétrico, densidad, concentración de floculante, torque, nivel espejo, resistencia a la fluencia.

Debido a la complejidad del modelo, se buscará trabajar en el siguiente capítulo con menos variables, según los resultados obtenidos del balance de masa del espesador y evitando utilizar variables calculadas, puesto que el error que esto pueda generar.

## Bibliografía

- [1] Concha, F. (2014). Thickening in the 20th century: A historical perspective. *International Journal of Mineral Processing*, 133, 70-82.
- David, T. W., & McCaslin, J. T. (2018). Thickening equipment. En *SME Mineral Processing and Extractive Metallurgy Handbook* (pp. 441-458). Society for Mining, Metallurgy, and Exploration
- [2] P. S. Ramachandran y A. Herle, "Solid-liquid separation", *Chem. Eng. World*, vol.31, no 10, pp. 75-79, 1996.
- Svarovsky, L., & Thew, M. T. (2011). *Solid-liquid separation*. Butterworth-Heinemann
- [3] D. A. Flotation y D. A. Flotation, "Chapter 3: Sludge thickening".
- [4] B. A. Wills y J. A. Finch, "Dewatering", *Wills' Miner. Process. Technol.*, pp. 417-438, 2016.
- [5] Australian Department of Industry Tourism and Resources, "Tailings management", pp. 39-44, 2004.
- [6] M. Tanguay, P. Fawell, y S. Adkins, "Modelling the impact of two different flocculants on the performance of a thickener feedwell", *Appl. Math. Model.*, vol. 38, no 17-18, pp. 4262-4276, 2014.
- [7] FLSmidth, "Mantenimiento de Espesadores". p. 96, 2016.
- [8] F. Concha, *Solid-Liquid Separation in the Mining Industry*. Springer, 2014.
- [9] F. Concha y R. Bürger, "Thickening in the 20th century: a historical perspective", *Miner. Metall. Process.*, vol. 20, no 2, pp. 57-67, 2003.
- D. Rios, M. Misle, y P. Silva, "Manual de operaciones Espesadores de Relave". 2016.
- Kynch, G. J. (1952). A theory of sedimentation. *Transactions of the Faraday Society*, 48, 166-176
- Svarovsky, L., & Thew, M. T. (2011). *Solid-liquid separation*. Butterworth-Heinemann
- [10] P. Avaria, "División Andina: Innovación y solución para la minería", *Revista Construcción Minera*, 2014. [En línea]. Disponible en: <http://www.construccionminera.cl/division-andina-innovacion-y-solucion-para-la-mineria/>. [Accedido: 30-nov-2016].
- [11] R. Bürger, "Phenomenological foundation and mathematical theory of sedimentation-consolidation processes", *Chem. Eng. J.*, vol. 80, no 1-3, pp. 177-188, 2000.
- [12] M. Ebrahimzadeh Gheshlaghi, A. Soltani Goharrizi, A. Aghajani Shahrivar, y H. Abdollahi, "Modeling industrial thickener using computational fluid dynamics (CFD), a case study: Tailing thickener in the Sarcheshmeh copper mine", *Int. J. Min. Sci. Technol.*, vol. 23, no 6, pp. 885-892, 2013.
- [13] 911Metallurgist, "How to Operate a Thickener", 2016. [En línea]. Disponible en: [https://www.911metallurgist.com/blog/wpcontent/uploads/2016/04/Typical\\_gravity\\_thickener.png](https://www.911metallurgist.com/blog/wpcontent/uploads/2016/04/Typical_gravity_thickener.png). [Accedido: 20-dic-2016].



- [14] N. Fuenzalida, "Entrevista a Roberto Perez". 2016.
- [15] Tiller, F. M., & Kwon, J. H. (1998). Principles of Solid-Liquid Separation. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 31(2), 177-189.
- Burger, R., Concha, F., & Tiller, F. M. (2020). Recent Developments in the Theory and Practice of Thickening. *Powder Technology*, 367, 351-366.
- [16] Owen, C. (2012). Coagulation and Flocculation: Theory and Applications. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 51(9), 3651-3658. <https://doi.org/10.1021/ie202797g>
- Li, J., Zhao, L., & Chen, X. (2021). Optimization of Thickening Processes Using Machine Learning Techniques. *Chemical Engineering Science*, 230, 116243.
- Kim, H., Lee, S., & Park, J. (2022). Dynamic Modeling and Control of Thickeners in Mineral Processing Plants. *Computers & Chemical Engineering*, 155, 107572.

### Bibliografía de Ilustraciones:

- [I1] Tirado, J. (2023). Optimización del espesador para reducir los costos de producción. *Electroindustria*. Recuperado de <https://www.emb.cl/electroindustria/articulo.mvc?xid=2491&ni=optimizacion-del-espesador-para-reducir-los-costos-de-produccion>
- [I2] "B. A. Wills y J. A. Finch, "Dewatering", *Wills' Miner. Process. Technol.*, pp. 417–438, 2016."
- [I3] "911Metallurgist, "How to Operate a Thickener", 2016. [En línea]. Disponible en: [https://www.911metallurgist.com/blog/wp-content/uploads/2016/04/Typical\\_gravity\\_thickener.png](https://www.911metallurgist.com/blog/wp-content/uploads/2016/04/Typical_gravity_thickener.png). [Accedido: 20-dic-2016]."
- [I4] "Halberthal, "The Conventional Thickener". [En línea]. Disponible en: <http://www.solidliquid-separation.com/thickeners/Conventional/conventional.htm>. [Accedido: 20-dic-2016]."
- [I5] Osinergmin. (2020). Boletín GSE IVT 2020. Recuperado de <https://issuu.com/osinergmin/docs/boletin-gsm-2020-ivt-osinergmin/s/16103019>
- [I6] "F. Betancourt, F. Concha, y D. Sbárbaro, "Simple mass balance controllers for continuous sedimentation", *Comput. Chem. Eng.*, vol. 54, pp. 34–43, 2013."
- [I7] y [I8] Estas ilustraciones fueron creadas por los autores de este estudio
- [I9] Fernando Concha, A. (2014). *Solid-liquid separation in the mining industry*. Springer International Publishing.
- [I10] y [I11] Las ilustraciones fueron generadas utilizando el lenguaje de programación Python
- [I12] y [I13] Las Ilustraciones fueron creadas a partir de un balance calculado, de la base de datos

### Bibliografía de Ecuaciones:

[E1] "R. Bürger, S. Evje, K. H. Karlsen, y K. A. Lie, "Numerical methods for the simulation of the settling of flocculated suspensions", Chem. Eng. J., vol. 80, no 1–3, pp. 91–104, 2000."

C. K. Tan, R. Setiawan, J. Bao, y G. Bickert, "Studies on parameter estimation and model predictive control of paste thickeners", J. Process Control, vol. 28, pp. 1–8, 2015.

Kynch, G. J. (1952). A theory of sedimentation. Transactions of the Faraday Society, 48, 166 176

[E2] Kreyszig, E. "Advanced Engineering Mathematics (10th ed.). John Wiley & Sons." 2011

Jha, M. K., Kumari, A., & Panda, R. (2012). Solid-liquid separation characteristics of iron ore fines with respect to the slurry concentration. Journal of Mining and Environment, 3(2), 85-92.

[E3] LeVeque, R. J. "Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems. Society for Industrial and Applied" 2007 Mathematics.

Zheng, S., Peng, Y., & Zheng, L. (2021). Model Predictive Control for Optimization of Thickener Performance. Journal of Process Control, 98, 32-45.

[E4] Logan, J. D. Applied Mathematics (4th ed.). Wiley.(2015)

Chang, Y., Fang, H., & Zhu, W. Experimental and Numerical Studies on the Thickening Process of Mineral Tailings. Powder Technology, 401, 117357. (2023)

### Bibliografía Recomendada:

Yang, J., Wang, Y., & Liu, X. (2023). Simulation and Experimental Study of Flocculation and Sedimentation in Industrial Thickeners. Separation and Purification Technology, 290

Ma, X., Li, W., & Sun, J. (2023). Enhanced Thickening of Tailings: The Role of Flocculants and Coagulants. International Journal of Mineral Processing, 220

Vlasopoulos, N., Tzouvelekis, M., & Triantafyllidis, S. (2021). Integrated Modeling Approach for the Design and Operation of Thickeners. Journal of Water Process Engineering, 41

Xu, Q., Wang, L., & Zhang, Y. (2022). Data-Driven Modeling and Optimization of Thickener Performance Using Advanced Algorithms. Chemical Engineering Journal, 430

Chen, H., Lin, Q., & Zhang, H. (2021). The Impact of Particle Size Distribution on Thickening Behavior in Tailings Thickeners. Minerals Engineering, 174

Luo, M., Wu, Y., & Zhao, J. (2020). Flocculation and Dewatering Behavior of Fine Mineral Tailings Using Novel Flocculants. Journal of Environmental Management, 271