

Travaux pratiques

— UE 2P021 - Electromagnétisme et électrocinétique —

Version enseignants

Pour les anciens de l'UE : cette année la 1ère partie du TP1 a été modifiée, les feutres d'encre conductrice étant épuisés et trop chers à remplacer, on utilisera des cadres métalliques ; le reste des TP est resté le même.

L'objectif des séances de TP de cette UE est :

- de matérialiser les notions abstraites de potentiel, champ, condensateur etc. en électrostatique
- d'introduire expérimentalement les notions de magnétostatique et induction qui seront vues *plus tard* en cours,
- d'acquérir en électrocinétique des compétences théoriques (calculs de résistances équivalentes et tension-courant dans un circuit, charge d'un condensateur, fonction de transfert : pourra être demandé à l'examen) et pratiques (manipulation oscillo, GBF, multimètre etc. - qui apparaîtront progressivement dans le semestre). *N.B. : environ la moitié des étudiants n'aura jamais fait d'électrocinétique.*

Organisation :

Les enseignants ont la responsabilité de faire émarger impérativement à chaque séance les étudiants (sur feuille volante) et de transmettre, rapidement autant que possible, la feuille à Corinne Sandanassamy. Attention car une absence non justifiée peut empêcher de valider l'UE.

Les étudiants ayant une absence justifiée (maladie, décès, convocation en préfecture, obligation professionnelle) doivent contacter par mail C. Sandanassamy au secrétariat dans les 7 jours suivant l'absence (ou avant l'absence si elle est prévisible) pour trouver si possible un créneau de rattrapage dans un autre groupe. Alors, C. Sandanassamy fixe un créneau à l'étudiant et met en copie du mail l'enseignant qui l'accueillera ; **sans cette autorisation, il n'est pas permis de prendre part à une séance pour laquelle on n'était pas prévu.** Si elle ne trouve pas de créneau de rattrapage possible, l'étudiant sera noté absent à cette séance et sa note de TP portera sur les autres séances sans le pénaliser.

En cas de retard important en TP, un étudiant sera toujours accepté (pour ne pas être éliminé de l'UE) mais pourra être pénalisé dans sa note par l'enseignant.

On dispose de 7 postes dans chacune des deux salles qui auront TP de 2P021 en parallèle. Certains groupes de TP pouvant atteindre 16 étudiants, il pourra être nécessaire en cas

de sureffectif dans son groupe de basculer certains étudiants vers le groupe qui occupe l'autre salle, voire de faire des trinômes.

Il faut fermer la porte à clé en partant et s'assurer que le matériel a été remis en l'état (éléments dans leur boîte ou leur sachet ou sur la table de l'enseignant, câbles rangés, pas de migrations d'un poste à l'autre etc). Les appareils doivent être débranchés, le curseur des générateurs de courant continu doit être remis à zéro. Merci de faire attention à laisser une salle en bon ordre afin que de ne pas ralentir le démarrage de la séance suivante.

Pour la plupart des appareils, des notices simplifiées seront fournies sur chaque paillasse (elles sont aussi sur Moodle dans la partie Enseignants). Il faut impérativement que les étudiants consultent ces notices, elles contiennent les modes d'emploi mais aussi des précautions importantes et les incertitudes liées aux appareils.

Le tracé des courbes se fera toujours avec Qtiplot, qui ressemble un peu à Origin. Les étudiants commencent le semestre avec une maîtrise inégale de Qtiplot ; une notice de Qtiplot sera fournie sur la paillasse.

Incertitudes :

Les notions relatives à la mesure et à l'incertitude ont été abordées en L1 pendant l'UE CMP. Notamment, **l'incertitude type a été définie comme l'écart type sur la mesure**, de sorte que pour une distribution d'erreurs gaussienne l'erreur a *65% de chances* d'être inférieure à l'incertitude etc. (donc ce n'est pas surprenant si certains binômes trouvent dans leur mesure un écart à la valeur théorique supérieur à l'incertitude : ça doit arriver 1 fois sur 3 dans la définition choisie).

Du fait de cette définition, on a des lois de propagation des incertitudes du style $\delta(x+y) = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$; par contre, si l'incertitude était définie telle que l'erreur est *systématiquement* inférieure à l'incertitude, les propagations d'incertitudes auraient la forme $\delta(x+y) = \delta x + \delta y$.

Le choix pour cette UE de 2P021 est de ne demander un traitement rigoureux des incertitudes que dans quelques manip afin d'éviter les traitements superficiels ou trop compliqués - sachant que les étudiants maîtrisent ces notions en L2 de façon très inégale.

Notation :

Pour la notation des comptes-rendus, il faut se donner un barème qui n'aboutisse pas à sur-noter, ni à sous-noter. On peut proposer à titre d'exemple la méthode suivante :

1) Noter chaque copie par une lettre de A à C sur les critères suivants :

- quantité : toutes les manip ont-elles été faites ? (sur ce point notamment on pourra être plus indulgent pour un monôme et plus exigeant pour un trinôme)
- qualité des mesures : sont-elles complètes et conformes à ce qui était attendu ?
- présentation des résultats (données, courbes) : axes, unités, titre, légende...
- calculs théoriques préliminaires : sont-ils corrects ? ont-ils été préparés à l'avance ?

- interprétation qualitative des mesures : la physique est-elle comprise ?
- exploitation quantitative des résultats et comparaison aux valeurs théoriques attendues,
- traitement des incertitudes et discussion des résultats aberrants et sources d'erreurs,
- clarté de la rédaction, orthographe.

2) En fonction de ces critères (auxquels on attribuera des poids plus ou moins équivalents), attribuer à chaque copie une note sur 10 : 9 = qualité exceptionnelle, 8 = très bien (A presque partout), 7 = bien (A-B), 6 = moyen, 5 = léger (nombreux B et C), 4 voire moins = insuffisant (peu de résultats expérimentaux, interprétations fausses, physique très confuse etc).

Pour ne pas créer d'injustice et de malaise entre étudiants, quelle que soit la méthode de notation que vous adoptez, merci de vous en tenir à cette échelle générale de notes et de ne pas donner 8 ou 9 à tout le monde (ni d'ailleurs 5 ou 6 à tout le monde - ce qui est plus rare).

Consignes générales

Cette UE comprend 4 séances de travaux pratiques, à chacune desquelles la présence est obligatoire. Une absence non justifiée en TP peut empêcher la validation de l'UE. En cas d'absence justifiée, il faut contacter Corinne Sandanassamy (corinne.sandanassamy@upmc.fr) le plus tôt possible et sous 7 jours grand maximum pour trouver une séance de rattrapage. Le nombre de postes de TP disponibles est limité, il est donc indispensable que chacun respecte la date de TP qui lui a été attribuée ; en cas d'indisponibilité majeure uniquement on pourra échanger sa date avec celle d'un autre étudiant à condition d'obtenir l'autorisation de C. Sandanassamy longtemps à l'avance. **Tout étudiant qui se présente à une séance pour laquelle il n'est pas prévu sera refusé et considéré comme absent.**

Il est impératif de préparer à l'avance chaque séance de travaux pratiques en lisant le sujet attentivement et en effectuant les calculs théoriques. En particulier, les séances 3 et 4 (électrocinétique) comprennent des parties théoriques qui seront revues avec l'enseignant mais devront obligatoirement être préparées à l'avance et intégrées au compte-rendu.

On rendra en fin de séance un compte-rendu par binôme. Il n'est pas demandé, pour cette UE, d'introduction ni de description du protocole expérimental ; on demande uniquement de donner les grandeurs et courbes demandées (***bien sûr avec titre, axes, unités, légende etc.*** - sinon ça ne veut rien dire...), de répondre aux questions posées (théoriques ou pratiques), voire de porter un regard critique sur les anomalies éventuellement observées. Pour que le compte-rendu soit lisible, il faut bien indiquer le numéro de chaque question et répondre par une phrase qui évite toute ambiguïté ("L'incertitude de la mesure de tension est ici de 3 mV" et pas "c'est 3 mV").

Pour chaque TP, le matériel est fourni avec une **notice d'utilisation qu'il faut absolument consulter** afin de manipuler le matériel correctement et sans risque. Certains appareils (oscilloscope, GBF, multimètre) sont standard et il serait bon de maîtriser leur utilisation de base en fin de semestre.

Incertitudes :

Pour des expériences de travaux pratiques, l'erreur de mesure est typiquement de 5-10 %, voire 1-3 % pour les appareils les plus précis (par exemple le multimètre). Le traitement rigoureux des incertitudes peut être long et délicat ; **pour cette UE, il sera demandé seulement pour certaines expériences explicitement signalées**. Pour les autres expériences, on ne demande pas de calculs d'incertitudes ni de barres d'erreurs ; cependant, si un écart de l'ordre de 10 % ou plus entre la théorie et l'expérience est constaté, il faudra le signaler et essayer de proposer une explication (précise...).

On rappelle les formules de propagation d'erreurs :

$$\text{si } G(x) \quad , \quad \delta G = \left| \frac{dG}{dx} \right| \delta x$$

$$\text{si } G = x + y \quad , \quad (\delta G)^2 = (\delta x)^2 + (\delta y)^2$$

$$\text{si } G = xy \quad \text{ou si } G = x/y \quad , \quad \left(\frac{\delta G}{G} \right)^2 = \left(\frac{\delta x}{x} \right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y} \right)^2$$

On prendra garde à ne pas donner de résultats de mesure avec plus de chiffres significatifs que l'incertitude ne le permet. Ainsi, si on a mesuré une tension de 2,734572 V avec une incertitude de 2,5 mV, il est pertinent de donner comme valeur $2\,734 \pm 2,5 \text{ mV}$ ou peut-être $2\,734,5 \pm 2,5 \text{ mV}$ mais pas 2,7 V (ce serait insuffisamment précis et on perdrait de l'information importante) ni 2,734572 V (car les 2 dernières décimales ne seraient pas significatives).

1 Champs électrique et magnétique

L'objectif de cette séance de TP est d'étudier différentes distributions du champ électrique (qui a été vu en cours) et du champ magnétique (qui sera vu plus tard dans le semestre). Elle se compose de 2 parties indépendantes auxquelles on consacrerá respectivement environ 2h30 et 1h30 ; afin d'éviter de débóder, on vous demande pour chaque binóme de rendre le compte-rendu de la première partie au bout de 2h30 maximum, puis le compte-rendu de la seconde partie en fin de séance.

Attention : pour des raisons techniques on utilisera deux générateurs différents dans ces deux parties. Celui de la première partie est un petit module placé, avec les autres éléments de cette partie, dans une grande boîte de rangement en plastique. Le générateur de la seconde partie est le gros boítier situé sur la paillasse.

Objectifs du TP

L'objectif du TP est de donner une vision plus concrète des notions de champs scalaire et vectoriel, de lignes de champ, d'équipotentielles, de gradient etc. Á ce stade du semestre, l'électrostatique a été partiellement traitée en cours mais pas la magnétostatique. On doit donc introduire les bases de magnétostatique et notamment les différences avec le champ électrique mais éviter les notions de dipóle magnétique, de póles Nord et Sud magnétiques, le théorème d'Ampère, le bonhomme d'Ampère etc.

Ce n'est pas grave si chaque partie du TP n'est pas terminée, par contre il faut absolument que les deux parties soient abordées, c'est pourquoi on demande de stopper la première partie obligatoirement au bout de 2h30 au maximum (et de rendre la copie dans la foulée pour pouvoir se consacrer entièrement à la seconde partie). Le matériel de la première partie est rangé dans des boîtes, il faut absolument que tout soit remis dans la boîte à la fin de cette partie et qu'il n'y ait pas de mélange entre boîtes pour éviter de faire perdre du temps à la séance suivante. Il faudra faire très attention à ne pas perdre les punaises (ce sont des punaises conductrices spéciales).

Pour cette année, le tracé au stylo à encre conductrice des motifs a été remplacé par des motifs métalliques à punaiser. L'avantage de ce nouveau système est de gagner du temps sur la mise en place de l'expérience, par contre le contact électrique avec le papier noir est un peu moins bon (ce qui n'empêche pas les courbes obtenues d'être assez proches de la théorie).

1.1 Champ et potentiel électrostatiques (2h30 maximum)

1.1.1 Introduction

L'objectif de cette partie du TP est de faire, dans un plan (celui du papier noir), une carte du potentiel $V(M)$ et du champ $\vec{E}(M)$ électrostatiques créés par un puis deux cercles chargés. Ces cercles sont des rondelles métalliques (conductrices) qui seront punaisées sur le papier noir et reliées à un générateur de tension qui les portera au potentiel souhaité.

On rappelle que champ et potentiel sont liés par $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$. Le potentiel est donc une

primitive de \vec{E} : il est, comme toute primitive, défini à une constante près. Il faut donc toujours choisir un potentiel de référence (souvent, on décide que $V \rightarrow 0$ à l'infini). C'est pourquoi nous allons fixer un cadre métallique sur le pourtour de la feuille : ce cadre sera relié au potentiel nul (la masse) du générateur.

Le rectangle extérieur brise la symétrie de révolution du problème, mais de manière marginale (aplatissement des équipotentiellles et petite déviation de la courbe $V(x)$ à la théorie). Il est tentant de baptiser "potentiel nul à l'infini" notre choix de référence, en faisant grossièrement l'hypothèse que le rectangle est très grand, mais on ne peut pas du tout dire ça car $V(\rho)$ est ici en $\ln \rho$ (symétrie cylindrique) et ne tend donc pas vers zéro à l'infini.

La mesure du potentiel se fait à l'aide d'un voltmètre, appareil de mesure de tension (en Volts). La tension est la différence de potentiel entre deux points. Si on place le voltmètre entre un point du cadre et un point M dont on veut mesurer le potentiel, le voltmètre affichera $V(M)$ puisque, par choix de référence, $V = 0$ sur le cadre (fig. 1).

La rondelle métallique est chargée en la reliant à un générateur de tension : si on la relie à un générateur de tension V_0 , elle reçoit du générateur la charge Q nécessaire¹ pour que ses points soient au potentiel V_0 (et Q est du signe de V_0). En-dehors de la rondelle, là où il n'y a pas de charges, le potentiel décroît de $V \approx V_0$ en bordure du disque jusqu'à $V = 0$ sur le cadre.

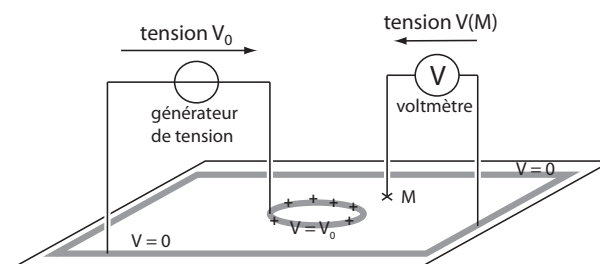


FIGURE 1 – Schéma de principe de la cartographie du potentiel électrostatique.

1.1.2 Branchements

Le papier noir porte des croix tous les centimètres et deux axes qui seront appelés Ox et Oy . Fixer par des punaises (en appuyant bien) les 4 barres métalliques autour de la feuille noire afin de réaliser un cadre continu. Fixer par une punaise l'une des rondelles métalliques, de rayon $R = 1,5 \text{ cm}$, centrée à la position $(x_1 = -a = -2,5 \text{ cm}, y_1 = 0)$ (voir figure 2).

Pour fixer le potentiel sur les électrodes, nous utilisons une source de tension continue, symétrique, à zéro central. Celle-ci délivre une tension $V_{\text{rouge}} - V_{\text{noir}} = V_0 = +15 \text{ V}$ entre la prise rouge et la prise noire, et $V_{\text{bleu}} - V_{\text{noir}} = -V_0 = -15 \text{ V}$ entre la prise bleue et la

1. N.B. : bien sûr dans ces conducteurs métalliques seuls les électrons sont mobiles : recevoir une charge Q positive consiste donc en fait à perdre des électrons et pas à recevoir des charges positives.

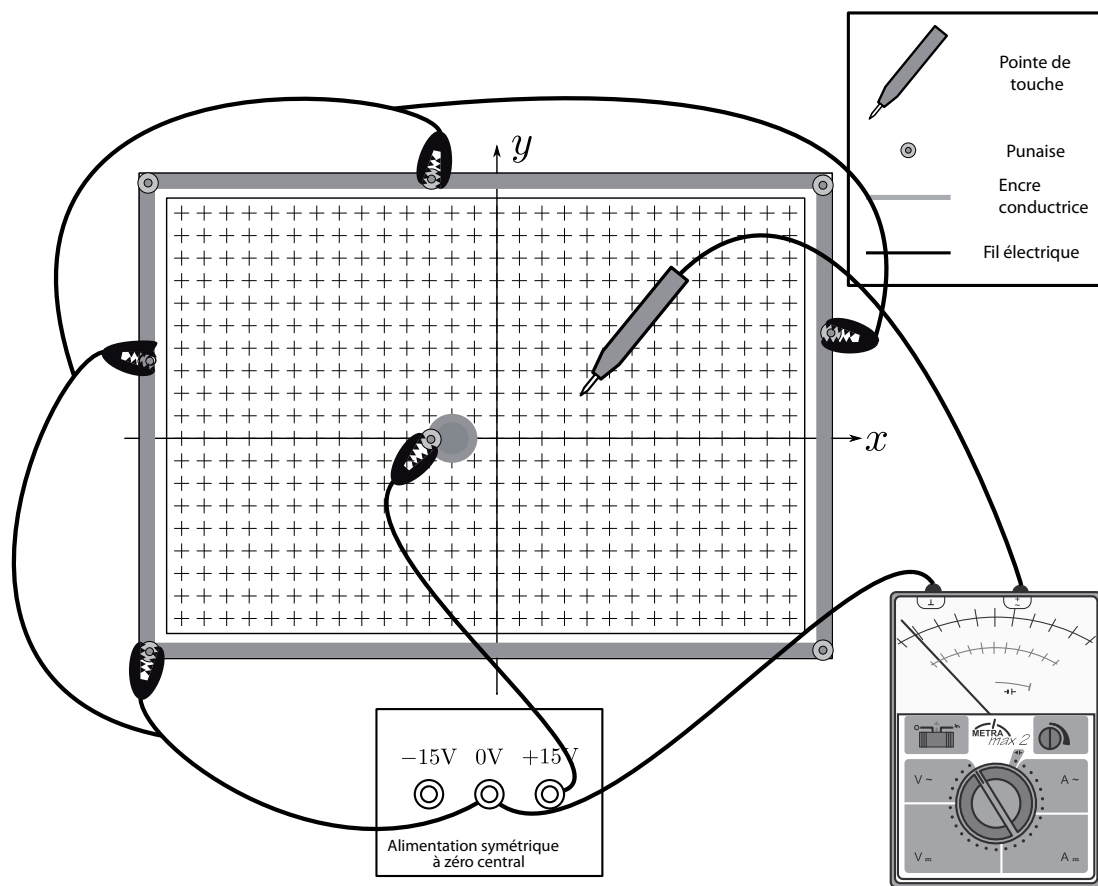


FIGURE 2 – Schéma du dispositif expérimental.

prise noire. La prise noire est reliée à la terre, qui est en général choisie comme "masse" dans les circuits électriques, c'est-à-dire comme référence de potentiel nul, et qui sera aussi notre référence de potentiel nul pour cette expérience : $V_{\text{noir}} = 0$.

Par des pinces crocodiles et des câbles, relier chaque barre du cadre de contour à la prise noire de la source de tension (voir figure 2). Relier de même la punaise de la rondelle centrale à la prise rouge de la source de tension.

Pour mesurer le potentiel électrique $V(M)$ en un point du papier, on mesure la tension $U(M)$ entre ce point du papier et la prise noire de la source de tension : $U(M) = V(M) - V_{\text{noir}}$. Relier pour cela, à l'aide d'un câble banane, la prise noire de l'alimentation à la masse du voltmètre. Brancher sur l'autre prise du voltmètre une *pointe de touche*. La tension lue sur le voltmètre est directement le potentiel $V(M)$ au niveau de la pointe (voir figure 2).

Il faut bien appuyer sur le cadre pour que le contact se fasse au maximum mais dans tous les cas le résultat n'est pas parfait. Dans les coins de la feuille, on mesure seulement 0,5 V mais au milieu des côtés du rectangle le potentiel est loin d'être nul : 3-4 V sur les grands côtés et 1,5-2 V sur les petits. Ces valeurs descendent un peu quand on appuie fortement sur le cadre mais sans se rapprocher de zéro. Au niveau du disque, le potentiel est seulement de 11-13 V.

1.1.3 Potentiel créé par un cercle chargé

a) Déplacer la pointe de touche dans le plan de la feuille et repérer les points pour lesquels le potentiel mesuré est de $+5\text{ V}$. L'ensemble de ces points forme l'équipotentielle de potentiel $+5\text{ V}$. Repérer de même l'équipotentielle à $+7\text{ V}$. En s'aidant du quadrillage, reporter le tracé de ces 2 équipotentielles sur une feuille de papier millimétré. Quelle forme attendrait-on au vu des symétries du problème ? Est-ce bien ça qui est obtenu ?

b) Mesurer le potentiel $V(x)$ le long de l'axe (Ox) . On prendra un point tous les centimètres, de $x = -1\text{ cm}$ à $x = 13\text{ cm}$. Tracer avec Qtiplot la courbe de V en fonction de $\ln \rho$ où $\rho = x - x_1$ est la distance au centre du cercle (coordonnées polaires). On indiquera les barres d'erreur (on prendra une erreur d'une graduation pour la mesure de tension). (Ne pas imprimer la courbe tout de suite, on l'imprimera à la question suivante)

Ce papier noir est en fait un papier faiblement conducteur (on peut en fabriquer "artisanale-ment" en trempant du papier dans certains composés chimiques). Pour cette raison, si le cercle est au potentiel 15 V mais qu'il n'y a pas le contour rectangulaire placé à la masse, l'ensemble de la feuille, isolée sur son support de liège, sera au potentiel 15 V .

Quand on relie le cercle au potentiel 15 V et le rectangle externe à la masse, un faible courant circule dans la feuille de l'un à l'autre. La conservation de la charge impose que le flux de \vec{j} soit conservatif dans le plan, et donc (puisque \vec{E} et \vec{j} sont proportionnels) \vec{E} , entre le cercle et le rectangle externe, est à flux conservatif dans le plan et non dans l'espace : il diminue donc en $1/r$ et pas en $1/r^2$. C'est vraisemblablement ceci qui permet d'avoir des valeurs de champ et de potentiel pas trop faibles et justifie le recours à ce papier conducteur par le fabricant. Du coup, les formules théoriques qui décrivent nos cercles (voir ci-dessous) sont en fait les formules de cylindres infinis.

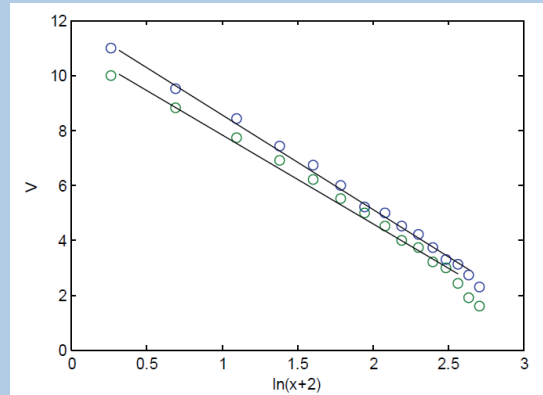
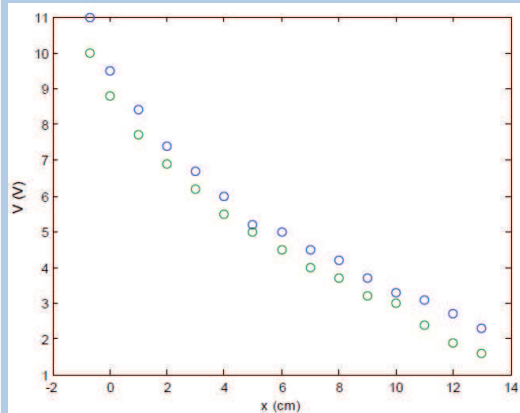
c) Faire un ajustement des données par la loi théorique² :

$$V(\rho \geq R) = V_0 - V_1 \ln \frac{\rho}{R}, \quad (1)$$

où V_0 est le potentiel mesuré en $\rho = R$. On imposera dans l'ajustement la valeur de $R = 1,5\text{ cm}$ et on ajustera les valeurs de V_0 et V_1 : quelles valeurs trouve-t-on ? L'ajustement de la courbe est-il satisfaisant ? Commenter.

2. Cette loi théorique est celle du potentiel créé par un *cylindre* infini, de même rayon que le cercle et d'axe la normale au papier (comme si le système était invariant par translation). Pourtant le système chargé est un cercle et pas un cylindre. La raison est que le cercle conducteur est sur une feuille de papier noir spécial qui guide le champ électrique dans le plan de la feuille : ce n'est pas pareil que si le cercle chargé était dans le vide. Autrement dit, le système se comporte comme s'il était 2D et pas 3D. L'intérêt de ce type de papier est que le champ électrique créé par les charges dans ce plan garde une valeur plus élevée, donc mesurable, même à plusieurs centimètres de distance.

L'ajustement est assez bon, avec un écart à la courbe théorique possible pour les points les plus éloignés du cercle, toujours en raison de la forme rectangulaire du cadre à la masse. On trouve une valeur de V_0 sensiblement plus basse que 15 V parce que le contact de la rondelle avec le papier n'est pas optimal.



Gauche : 2 mesures différentes de courbe $V(\rho)$ pour un cercle chargé (mesure test faite avec $a = 2$ cm au lieu de 2,5 cm). Les courbes sont décalées l'une par rapport à l'autre car V_0 varie d'une mesure à l'autre (11-12 V) selon la façon dont la punaise est enfoncée. Droite : tracé logarithmique, en bon accord avec la théorie sauf vraiment près du cadre.

La formule théorique fournie est celle du cylindre infini chargé en surface. La signification de V_1 est délicate à préciser car elle dépend en fait des conditions aux limites :

- sans cadre extérieur, il faudrait connaître σ pour exprimer V_1 : c'est ce qu'on fait en TD,
- si le cadre à la masse était un cercle de rayon R_2 , on aurait $V_1 = V_0 / \ln(R_2/R)$,
- comme le cadre à la masse est un rectangle, la formule ci-dessus n'est pas valable.

1.1.4 Potentiel et champ créés par deux cercles chargés (de signes opposés)

En suivant la même procédure que précédemment, ajouter une seconde rondelle de rayon $R = 1,5$ cm, centré sur le point de coordonnées $(x_2 = +a = +2,5$ cm, $y_2 = 0)$. Appliquer le potentiel $V_{\text{bleu}} = -15$ V sur ce second cercle.

Potentiel électrostatique

a) Tracer les équipotentiels à $V = +5$ V, $V = 0$ et $V = -5$ V comme précédemment. Les reporter sur une nouvelle feuille de papier millimétré. L'équipotentielle $V = 0$ était-elle prévisible ?

Champ électrostatique

Le dispositif permet également de mesurer le champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$ (supposé parallèle au plan du papier). En effet, la différence de potentielle δV entre deux points M et M' très proches, de coordonnées \vec{r} et $\vec{r} + d\vec{r}$, est donnée par

$$\delta V = V(\vec{r} + d\vec{r}) - V(\vec{r}) \simeq \overrightarrow{\text{grad}V} \cdot d\vec{r} = -\vec{E}(\text{M}) \cdot \overrightarrow{\text{MM}'} \quad (2)$$

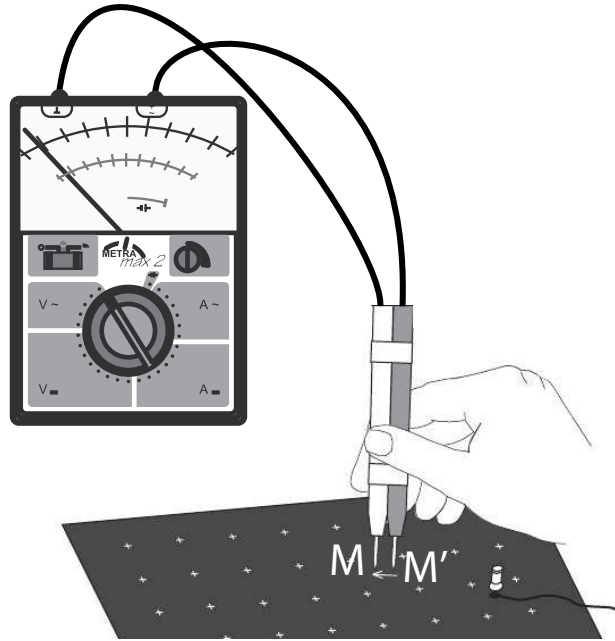


FIGURE 3 – Mesure du champ électrique avec deux pointes de touche. La tension lue sur le voltmètre est $U = V(M') - V(M)$.

On dispose d'une pièce en plastique dans laquelle deux pointes de touche peuvent être fixées, séparées par une distance constante $MM' = \ell$. Placer les deux pointes et mesurer la valeur de ℓ . On peut tourner cette pièce de façon à faire varier la direction du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ (voir figure 3). Si on met le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ parallèlement à \vec{E} (et orienté dans le même sens), on peut donc mesurer le champ électrique via $E = -\delta V / \ell$.

b) On va admettre qu'en tout point de l'axe (Oy) , \vec{E} est parallèle à \vec{u}_x . Comment le justifier par des éléments du cours et/ou par le résultat de la question précédente ?

Normalement les arguments de symétrie ou de lignes de champ perpendiculaires aux équipotentiels ont déjà été vues en cours.

c) En plaçant donc les deux pointes de touche suivant $\overrightarrow{MM'} = \ell \vec{u}_x$, mesurer la norme du champ électrique $\vec{E}(x = 0, y)$ pour différents points de l'axe (Oy) . On prendra un point tout les centimètres. Tracer avec Qtiplot la courbe expérimentale $E(y)$.

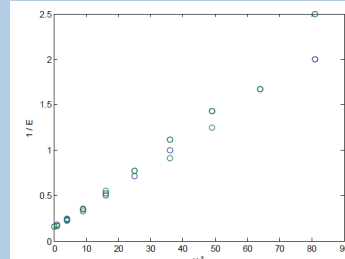
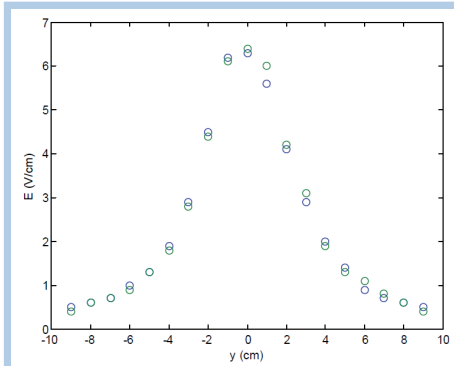
L'amplitude du champ électrique créé par ces deux cercles, le long de l'axe (Oy) , est théoriquement ³

$$E(y) = E_0 \frac{a^2}{a^2 + y^2}, \quad (3)$$

3. Cette formule s'obtient à partir du potentiel de la première partie, en sommant les potentiels créés par deux cercles de signes opposés et en faisant le gradient du potentiel.

d) Faire un ajustement des données expérimentales par la loi (3) en prenant a et E_0 comme paramètres ajustables. L'ajustement est-il satisfaisant ?

Commentez la valeur de a trouvée. Correspond-elle à la valeur à laquelle vous vous attendiez ?



Gauche : 2 mesures de $E(y)$ (tests faits à $a = 2$ cm). Droite : tracé de $1/E$ en fonction de y^2 (non demandé dans le TP) : la loi théorique est à peu près vérifiée, toujours avec des variations dans les valeurs liées au manque de contrôle du contact entre les rondelles et la feuille.

On trouve E_0 autour de 7,6 V/m et $a = 2,3$ cm - alors qu'on avait pris ici $a = 2$ cm. Comment expliquer cette légère différence sur a ? Si on avait une influence entre les rondelles, on trouverait plutôt a plus faible que la valeur attendue (les charges + et - s'attirant). Peut-être un effet d'influence de chaque rondelle avec le cadre rectangulaire ?? A ce stade du semestre, les étudiants n'ont pas vu les conducteurs et l'influence (sauf peut-être pour les groupes qui passent en dernier), mais on peut à la limite essayer de leur expliquer simplement le phénomène.

1.2 Champ magnétique

1.2.1 Introduction

Le **champ magnétique** est noté \vec{B} , son unité est le tesla (T). Il existe différentes **sources de champ magnétique** dont les deux plus importantes sont le **courant électrique** (c'est-à-dire le déplacement d'ensemble de charges électriques dans un circuit) et les **aimants permanents** (tels que la boussole ou les "magnets" que l'on trouve dans le commerce⁴). Les mouvements des couches métalliques profondes du globe terrestre sont aussi la source d'un **champ magnétique terrestre**.

Un courant électrique se caractérise par son **intensité** (notée I et exprimée en ampères - A). L'intensité d'un courant exprime la quantité de charge qui passe en un point du circuit par unité de temps : $I = dq/dt$. Par exemple, si un fil électrique est parcouru par un courant de 1 A, en une seconde un point du circuit sera parcouru par une charge de 1 C.

Un courant électrique d'intensité constante, comme c'est le cas pour cette séance de TP, crée un champ magnétique constant : on est alors dans le domaine de la **magnéto - statique**.

4. Le comportement magnétique des matériaux s'explique en partie par des mouvements d'électrons localisés à l'échelle microscopique, et en partie par le *spin* qui sera abordé en L3.

1.2.2 Champ créé par un aimant

Placer l'aimant (rouge-vert) sur le support en plastique blanc, au-dessus d'une feuille de papier (on orientera l'aimant dans le sens de la largeur de la feuille). Approcher de l'aimant la boussole (rouge-blanche), qui s'oriente parallèlement au champ magnétique (avec la pointe blanche dans le sens du champ). Attention à ne pas mettre l'aiguille de la boussole en contact avec l'aimant sinon on risque de fausser l'aimantation de la boussole ; **on fera aussi attention à ne pas placer l'aimant à proximité des montres, cartes magnétiques, disques durs, pacemakers, appareils auditifs etc..**

Tracer sur la feuille l'allure de quelques lignes de champ (il s'agit bien d'un tracé grossier, il n'est pas possible d'avoir des lignes de champ très exactes par ces moyens de mesure rudimentaires). Pour ceci, on choisit un point de départ et on y place la boussole (fig. 4). On sait que la ligne de champ passant par ce point doit être tangente à \vec{B} donc à la direction de la boussole. Tracer sur la feuille cette direction puis décaler la boussole légèrement (1 cm par exemple) suivant cette direction. Tracer la direction de \vec{B} au niveau de ce nouveau point, puis déplacer de nouveau la boussole suivant le sens de \vec{B} . On construira ainsi la ligne de champ point par point de proche en proche en suivant à chaque fois la direction de la boussole.

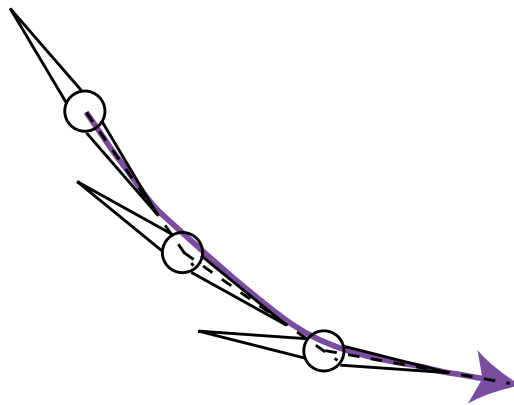
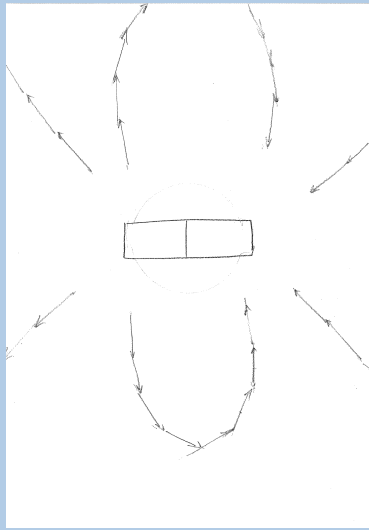


FIGURE 4 – Principe du tracé d'une ligne de champ : en tout point de la ligne de champ, la boussole doit être tangente à cette ligne, ce qui permet de construire une ligne de proche en proche à partir d'un point de départ choisi arbitrairement.

Attention : l'aimantation de la petite aiguille peut avoir été inversée si elle a été en contact avec le gros aimant ou si elle a été placée entre les bobines de Helmholtz et qu'elles ont été alimentées soudainement. Il faut pour ce TP s'assurer que c'est bien la partie blanche de l'aiguille qui indique le sens de \vec{B} : la partie rouge de l'aiguille doit être attirée par la partie rouge de l'aimant rouge/vert. Si ce n'est pas le cas, on rétablira l'aimantation de l'aiguille dans le sens souhaité en mettant sa pointe rouge en contact avec la partie rouge de l'aimant.

La notion de pôles Nord/Sud n'est a priori pas connue, on ne cherche pas à en parler ici.

On arrive à peu près à distinguer la courbure des lignes de champ, qui font des boucles assez large, c'est pourquoi il faut placer l'aimant dans le sens de la largeur de la feuille.



1.2.3 Champ créé par une ou deux bobines

On considère les deux bobines placées respectivement, sur leur support gradué, aux positions 0 (bobine fixe) et 6,5 cm (bobine mobile). On place le teslamètre sur son support et on positionne la sonde à la position 3,25 cm, c'est-à-dire au milieu des deux bobines (lire la notice pour la lecture des graduations).

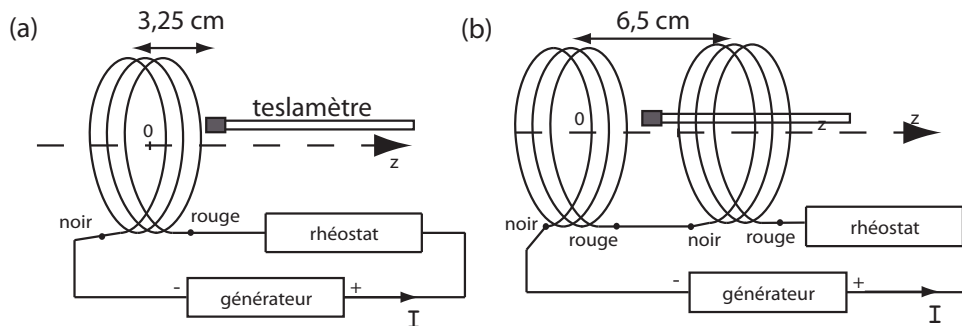


FIGURE 5 – (a) Branchement à une bobine. (b) Branchement à 2 bobines. Le rhéostat sera réglé grossièrement (position du curseur) autour de 20Ω . Son rôle est d'éviter qu'une fausse manoeuvre ne génère un courant trop élevé qui endommagerait les bobines.

Quand les bobines ne sont pas alimentées : il y a quand même un champ magnétique, c'est le champ terrestre (on peut le mettre en évidence avec la boussole). Il faut le compenser en réglant le "zéro" du teslamètre (voir notice).

a) Réaliser le montage de la figure 5(a) avec le générateur qui alimente le rhéostat et la première bobine (celle qui est à la position 0). On prendra un courant d'intensité $I = 1\text{ A}$ circulant de la borne rouge vers la borne noire de la bobine. Quel est le champ mesuré par le teslamètre ?

- b) Alimenter maintenant uniquement la seconde bobine (position 6,5 cm), toujours avec un courant de 1 A dans le sens rouge - noir. Quel est le champ mesuré ?
- c) Alimenter en même temps les 2 bobines, branchées *en série*, avec un courant d'intensité $I = 1$ A circulant dans le sens rouge-noir pour chaque bobine (fig. 5(b)). Quel est le champ mesuré ?
- d) Changer les branchements des 2 bobines en faisant circuler le courant dans le sens noir-rouge-noir-rouge. Quel est le champ mesuré ?
- e) Faire circuler maintenant le courant dans le sens noir-rouge-rouge-noir. Quel est le champ mesuré ?
- f) Conclusion : le champ magnétique vérifie-t-il, comme le champ électrique, le principe de superposition ? Expliquer chacun des résultats obtenus ci-dessus.

g) Revenir au sens de branchement de la figure 5(b) (rouge-noir-rouge-noir). Déplacer le teslamètre le long de l'axe entre les positions 0 et 6,5 cm. Quelles sont les valeurs maximales et minimales de champ mesurées *sur cet intervalle* ? Calculer la variation relative de champ $(B_{max} - B_{min})/B_{max}$ sur cet intervalle.

Cette configuration, appelée *configuration de Helmholtz*, où les bobines sont séparées d'une distance égale à leur rayon, permet de créer entre les bobines un champ magnétique très uniforme. Elle est utilisée dans différentes expériences (notamment au TP 2) où on souhaite placer un objet à étudier dans une zone de champ magnétique uniforme.

Il faudra peut-être adapter la résistance du rhéostat si on n'arrive pas à atteindre 1 A. La notion de résistance n'est a priori pas bien connue par les étudiants.

En alimentant dans le sens rouge-noir, on mesure un champ magnétique positif ou négatif : ça dépend dans quel sens l'enroulement des bobines a été fait, ce n'est pas pareil sur tous les montages. En tout cas a priori pour tous les montages les deux bobines sont dans le même sens, si bien que rouge-noir-rouge-noir est le bon sens de branchement pour que les champs s'ajoutent. On peut connaître le sens de circulation du courant en regardant en-dessous de la bobine le sens du bobinage des fils, mais ça n'apporte pas grand chose aux étudiants car ils ne connaissent pas encore la "règle du tire-bouchon de Maxwell".

Remarque : le rhéostat est utilisé dans ce TP au lieu des boîtiers de résistances AOIP habituels car il peut résister à des intensités élevées.

1.2.4 Dépendance en I du champ magnétique

On garde le même placement des bobines et du teslamètre et le branchement rouge-noir-rouge-noir de la figure 5(b).

- a) Mesurer le champ magnétique B pour différentes valeurs de I comprises entre 0 et 1,5 A.
- b) Tracer avec Qtiplot la courbe B(I), en incluant les incertitudes sur B et I (données dans la notice).
- c) La courbe est-elle en accord avec la « loi de Biot et Savart » qui affirme entre autres que le champ magnétique créé par un courant d'intensité I est proportionnel à I ?

- d) Ajuster la courbe expérimentale par une relation linéaire : $B = \alpha I$. Quelle est la valeur de α obtenue ? Quelle est l'incertitude donnée par Qtiplot sur α ?
- e) Le calcul théorique sur la loi de Biot et Savart (qui sera abordé ultérieurement en TD) montre que le champ au centre des bobines en configuration de Helmholtz est :

$$\|\vec{B}\| = \frac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}a} \quad (4)$$

où μ_0 est une constante physique appelée perméabilité du vide. Déduire de la valeur de α mesurée une valeur de μ_0 .

f) Quelle est l'incertitude sur μ_0 ? On n'oubliera pas les incertitudes sur a et N (indiquées sur la notice).

g) Comparer cette valeur de μ_0 à sa valeur tabulée : $\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} \text{ T.m/A}$.

Les incertitudes sont données dans les notices. L'incertitude sur B est fournie par le constructeur, celle sur I est obtenue en comparant avec une mesure au multimètre.

2 Condensateur et induction

Objectifs du TP

Au moment de ce TP 2, le champ magnétique n'a été abordé qu'au TP 1 mais pas en cours. Les conducteurs en équilibre auront déjà été vus pour certains groupes (selon leur semaine de passage en TP) mais pas tous et l'induction n'aura pas été abordée du tout. Ce TP est donc une introduction expérimentale qui vise à **mettre en évidence la capacité et l'induction**, à établir la loi de Faraday et à conclure sur les propriétés des éléments d'électrocinétique de base.

Par ailleurs, l'un des objectifs du TP est de s'habituer à **manipuler l'oscilloscope** pour les étudiants (la majorité) qui l'ont encore peu utilisé ainsi que les amplitudes crête-à-crête, efficaces etc.

Les 2 parties durent 2 heures chacune, on doit commencer la seconde au bout de 2 heures, que la première soit finie ou pas, afin de pouvoir y consacrer suffisamment de temps ; c'est pourquoi on propose de ramasser le compte-rendu de la première partie au bout de 2h afin d'obliger les étudiants à se consacrer pleinement ensuite à la seconde partie. Le matériel de la partie 1 est rangé séparément sur une table à part afin d'éviter d'encombrer les postes : les étudiants iront chercher le matériel en début de cette partie et le ramèneront à la fin. Chaque boîte contient le matériel pour un binôme, il faut vraiment faire en sorte que le matériel soit toujours bien réparti dans chaque boîte en fin de séance pour éviter de faire perdre du temps à la séance suivante. Le programme de la séance est chargé, il ne sera peut-être pas possible de tout faire mais ce n'est pas grave ; il sera sûrement nécessaire de bien aider les étudiants sur les aspects techniques pour qu'ils n'y perdent pas trop de temps.

Cette séance de travaux pratiques vise à introduire, de façon expérimentale, deux effets électromagnétiques qui jouent un rôle essentiel dans les circuits électriques et seront abordés en cours dans la suite du semestre. Elle se compose de 2 parties indépendantes auxquelles on consacrera un temps égal ; afin d'éviter de déborder, on vous demande pour chaque binôme de rendre le compte-rendu de la première partie au bout de 2 heures, puis le compte-rendu de la seconde partie en fin de séance. **La seconde partie commence par une partie théorique qui doit être préparée à la maison.**

2.1 Capacité du condensateur plan (2 heures)

2.1.1 Introduction

On considère, dans cette partie, l'expérience suivante : deux plaques métalliques de surface S , se faisant face, sont séparées d'une distance d (voir figure 6). On impose entre elles une tension (différence de potentiel) U . Sous l'effet de la tension U , des charges $+Q$ et $-Q$ s'accumulent sur chacune des deux plaques.

On forme ainsi un *condensateur*⁵, capable de stocker une charge électrique. On stocke donc de l'énergie sous forme électrostatique, que l'on peut par la suite restituer sous la forme d'un courant électrique. On dit alors que l'on décharge le condensateur : si l'on branchait par exemple une ampoule (ou une résistance) aux bornes du condensateur, les charges électriques stockées dans le condensateur pourraient se propager d'une plaque à l'autre, via l'ampoule, et ce jusqu'à ce que la charge portée par chaque plaque soit nulle. Le courant électrique qui résulterait de ce mouvement de charges permettrait de faire briller l'ampoule : on aurait déchargé le condensateur dans l'ampoule (voir figure 7).

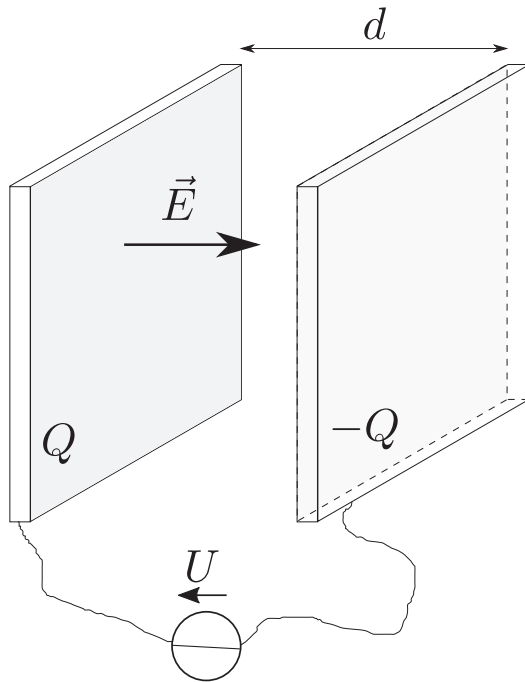


FIGURE 6 – Condensateur plan

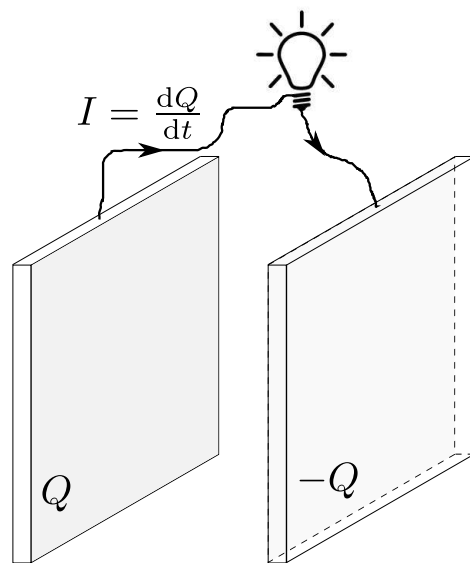


FIGURE 7 – Un exemple de décharge du condensateur

2.1.2 Matériel et précautions d'usage

On cherche ici à déterminer expérimentalement la relation entre la tension appliquée U et la charge Q portée par les plaques. On dispose de deux paires de plaques, de surfaces $S_1 = 400 \text{ cm}^2$ et $S_2 = 800 \text{ cm}^2$. Commencer par utiliser les plaques de surface S_2 pour réaliser le montage de la figure 8.

- Les plaques sont montées sur un rail permettant de les déplacer. Pour contrôler la distance d entre les plaques, on dispose de cales en plastique noir, à placer aux quatre coins des plaques (voir figure 8). Selon que l'on place ces cales sur une seule des deux plaques ou sur les deux, et selon que l'on place le côté fin ou épais de ces cales entre les plaques, on peut obtenir les valeurs $d = 1, 2, 3, 4$ ou 6 mm . Ne jamais utiliser les plaques sans cale plastique : les plaques ne doivent pas se toucher lorsqu'on impose la tension U . En cas de besoin, on dispose de pinces à linge permettant de maintenir les plaques serrées.

5. On désigne cette géométrie spécifique sous le nom de condensateur plan dans la mesure où les deux armatures métalliques sont des plans.

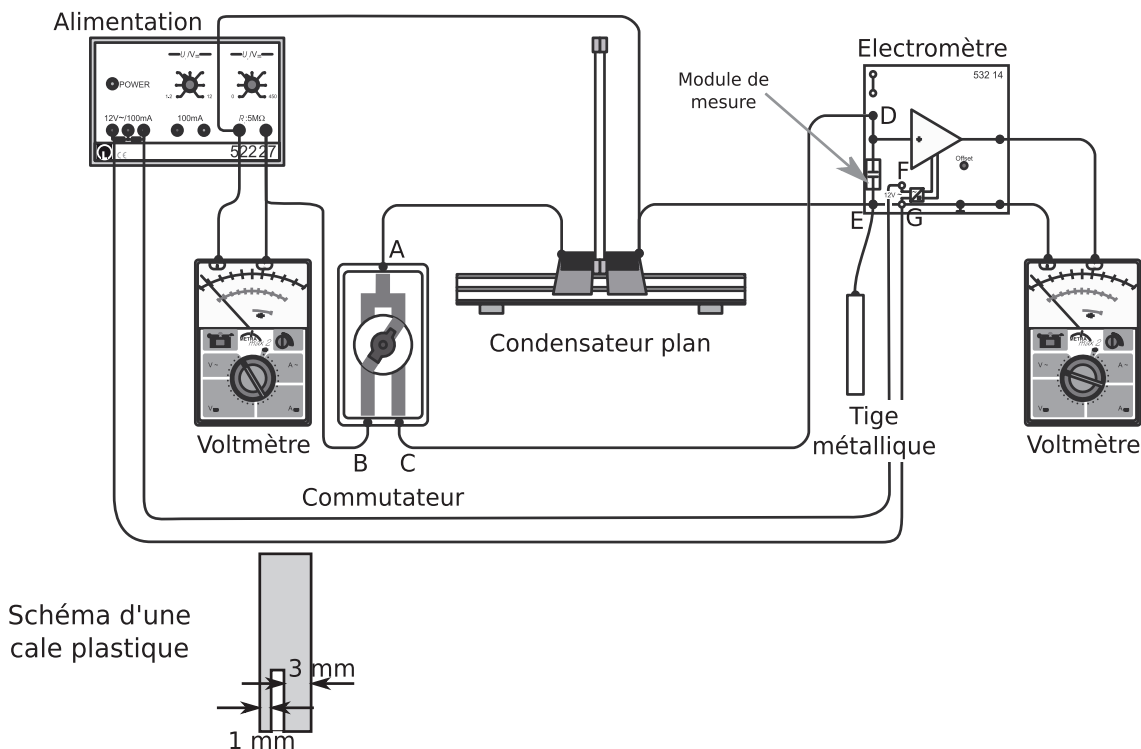


FIGURE 8 – Schéma du montage pour la mesure de la capacité du condensateur plan et d’une cale plastique permettant de régler la distance entre les deux plaques du condensateur.

- Un générateur de tension continue permet d’imposer une différence de potentiel U entre les deux plaques. Ne pas dépasser 300 V et ne pas toucher les plaques lorsqu’une haute tension y est appliquée. On peut noter que l’impédance interne de $5\text{ M}\Omega$ de ce générateur l’empêche de délivrer plus de $90\text{ }\mu\text{A}$, tandis qu’un être humain commence à être sensible au courant continu à partir d’environ 1 mA ;
- Un électromètre permet de mesurer une charge électrique. Il doit être alimenté par une tension alternative de 12 V (bornes noires à gauche du boîtier d’alimentation) via ses bornes F et G. Il est accompagné d’un petit module, à brancher entre les bornes D et E de l’électromètre. Nous disposons de deux modules, l’un de couleur rouge, l’autre de couleur bleue. La tension U_s mesurée en sortie de l’électromètre est proportionnelle à la charge électrique Q que l’on y a transférée depuis le condensateur plan : $Q = \alpha U_s$.

Avec le module rouge, $\alpha = 100\text{ nC/V}$; avec le module bleu, $\alpha = 10\text{ nC/V}$

- Un commutateur manuel permet de relier le condensateur soit à la source de tension U , soit à l’électromètre. Faire bien attention à placer la borne B du commutateur sur la borne rouge de la source de tension ;
- La tige métallique doit être reliée au point E de l’électromètre, reliée à la borne bleue de la source de tension (terre). Pendant toutes les mesures, garder la tige métallique à la main. Les charges que l’on mesure dans cette expérience sont petites. En gardant la tige à la main, on évite de fausser les mesures en apportant soi-même des charges que l’on aurait pu accumuler (frottements des vêtements etc.).

Comme indiqué dans le sujet, le générateur ne peut pas débiter de courants dangereux, ce qui évite les risques si on touche la plaque positive (on l'a déjà fait sans problème).

Le principe de la mesure de charge est que l'on décharge le condensateur plan dans un second condensateur connu de capacité α très grande par rapport à C ; afin d'éviter d'embrouiller les étudiants, on appellera cet objet "module" et on ne leur dira pas que c'est un second condensateur. L'électromètre va donc servir à mesurer la tension aux bornes de ce second condensateur. Si la mesure de tension était faite directement avec le voltmètre aux bornes du second condensateur, il se déchargerait dans le voltmètre, même avec une résistance interne de quelques $M\Omega$. C'est pourquoi l'électromètre comprend, semble-t-il, un A.O. en montage suiveur de sorte que le voltmètre mesure une tension U_s égale à la tension entre les points D et E, mais sans décharge du condensateur.

Mesure d'une charge Pour mesurer la charge Q portée par une plaque, on suivra, quelle que soit l'expérience réalisée, le protocole suivant :

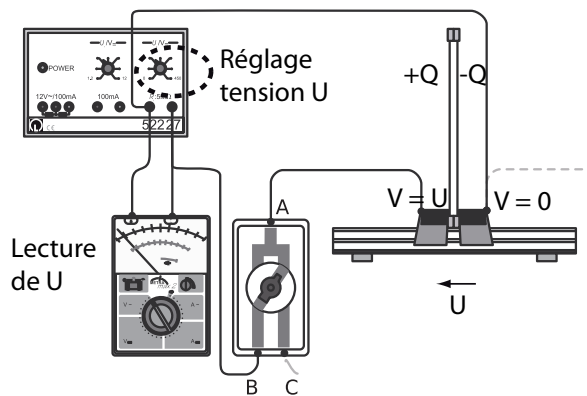
1. Le commutateur est à la position C. Décharger au préalable l'électromètre (qui a tendance à se charger tout seul très légèrement) en court-circuitant le module de mesure, c'est-à-dire en rajoutant, sans rien débrancher, un fil électrique entre les bornes D et E de l'électromètre (le voltmètre en sortie de l'électromètre doit alors indiquer $U_s = 0$) ;
2. Placer le commutateur en position B afin de relier le condensateur au générateur de tension et appliquer la tension U choisie, que l'on mesurera au voltmètre. Les plaques du condensateur portent à ce stade une charge $\pm Q$ (fig. 9) ;
3. Retirer le court-circuit (fil reliant D et E), placer aussitôt le commutateur en position C pour transférer la charge Q du condensateur vers l'électromètre et lire la tension U_s en sortie de l'électromètre⁶. On en déduit Q par $Q = \alpha U_s$;
4. Enfin, décharger le condensateur en touchant avec la tige métallique la plaque qui est reliée au point A (la tension U_s doit alors chuter à zéro).

Toutes ces étapes devront être répétées, dans cet ordre, à chaque fois que vous aurez à mesurer la charge accumulée dans le condensateur.

Comme indiqué, dès qu'on retire le court-circuit entre les points D et E, et avant même qu'on ait eu le temps de basculer le commutateur de B à C, il arrive que le signal du second voltmètre commence à augmenter, parfois très rapidement. Il semblerait que le câble entre C et D ait tendance à se charger tout seul par influence (et à transmettre cette charge vers l'électromètre) s'il est trop proche des parties du système qui sont au potentiel U , c'est-à-dire de la plaque de gauche du condensateur, du câble qui la relie au point A et du câble entre le point B et l'alimentation. Si on éloigne bien ce câble DE par rapport

6. N.B. : Pour certaines mesures, l'aiguille du voltmètre continue de se déplacer longtemps après avoir placé le commutateur en position C. Malgré les précautions prises, l'électromètre se charge en effet en permanence du fait, par exemple, de la proximité d'autres appareils électriques. On n'attendra donc pas trop longtemps pour lire la valeur de U_s après la commutation : on lira la position de l'aiguille au moment, pas toujours évident à repérer, où sa vitesse de déplacement diminue brusquement.

Etape 2 :



Etape 3 :

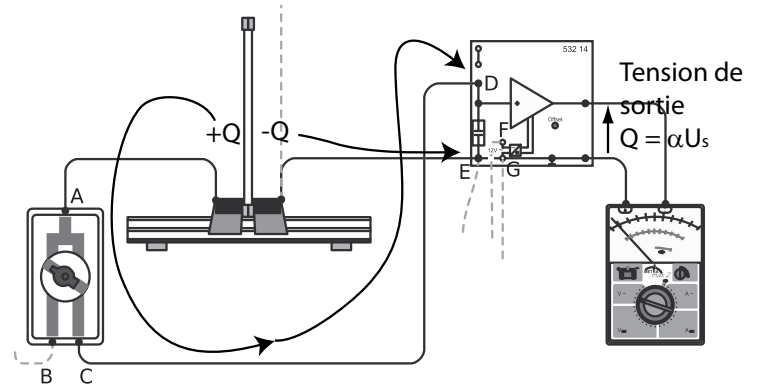


FIGURE 9 – Etapes de la mesure d'une charge

au condensateur plan et à ces deux autres câbles, on parvient à réduire franchement ces effets d'influence et le signal peut être raisonnablement stable.

2.1.3 Expériences

a) Placer les plaques de surface S_2 à la distance $d = 4 \text{ mm}$ l'une de l'autre, et mesurer Q avec l'électromètre pour 6 valeurs de U comprises entre 0 V et 300 V . On utilisera ici le module bleu de l'électromètre.

Tracer ensuite Q en fonction de U . On constate que c'est une droite : le comportement du condensateur peut donc se caractériser par sa *capacité* C telle que $Q = CU$. Par un ajustement de la courbe avec Qtiplot, déterminer la valeur de C pour cette configuration de condensateur.

Pour la suite, on admettra que $Q = CU$ est toujours vérifié, sans reprendre à chaque fois des valeurs de U entre 0 et 300 V . On mesurera Q uniquement à $U = 300 \text{ V}$ et on en déduira C .

b) Mesurer ainsi C pour les 5 valeurs de d ajustables avec les cales. On utilisera cette fois le module rouge de l'électromètre. Tracer C en fonction de $1/d$. Faire un ajustement *affine* de cette courbe pour les valeurs de d comprises entre 2 et 6 mm (le point à $d = 1 \text{ mm}$, correspondant aux plaques très proches, souffre d'un biais important et s'écarte de la loi théorique).

c) Pour un condensateur plan de taille suffisamment grande (distance entre les plaques beaucoup plus petite que leur taille caractéristique), situé dans le vide (ou dans l'air), la capacité s'exprime simplement sous la forme

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \quad (5)$$

où S est la surface des plaques.

Notre capacité mesurée est la somme de la capacité du condensateur $C = \varepsilon_0 S/d$ et d'une capacité parasite C_{para} liée notamment au support, aux câbles etc. A partir de l'ajustement réalisé à la question précédente, déterminer d'une part cette capacité parasite C_{para} et d'autre part une estimation de ε_0 . Comparer ce résultat à la valeur tabulée $\varepsilon_0 \approx 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Questions facultatives

d) Remplacer maintenant les grandes plaques par les petites plaques, de surface S_1 . Mesurer de nouveau C pour $d = 4 \text{ mm}$ (toujours en mesurant Q pour $U = 300 \text{ V}$; utiliser le module bleu). Commenter le résultat de la mesure par rapport à la question a) (on pourra soustraire la capacité parasite C_{para} trouvée à la question précédente afin d'avoir une valeur plus exacte de C).

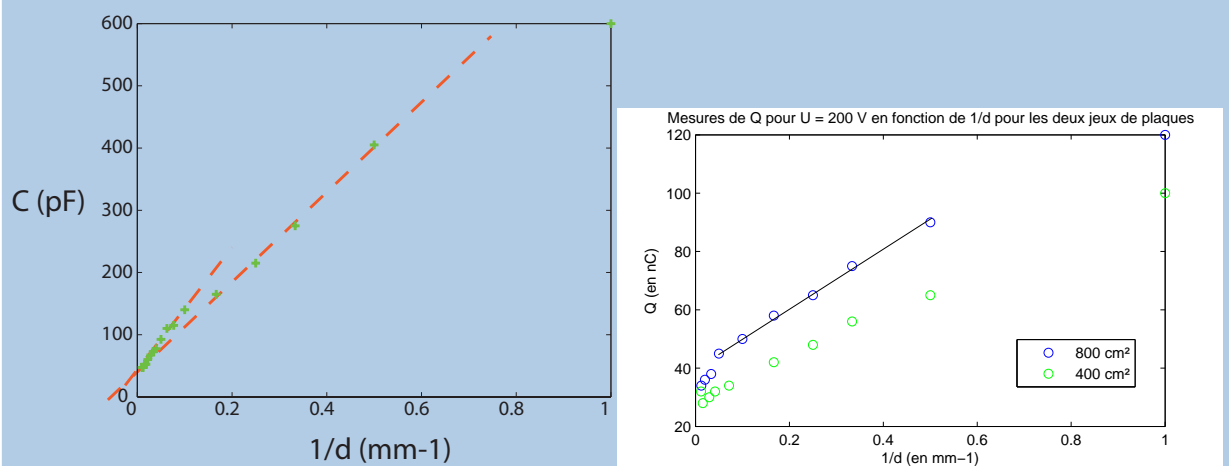
e) Si le milieu entre les deux plaques n'est pas l'air ou le vide, on a cette fois-ci $C = \varepsilon S/d$ avec $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ où ε_r est la permittivité diélectrique relative du milieu.

On dispose d'une plaque de verre et d'une plaque de polystyrène, d'épaisseur $d = 4 \text{ mm}$. Placer dans le condensateur l'une de ces plaques, sans les cales en plastique, et mettre les plaques du condensateur en contact avec la plaque choisie. Mesurer une nouvelle fois C avec le module rouge de l'électromètre. En déduire une valeur de ε_r pour ce matériau.

N.B. Les valeurs tabulées de ε_r sont de 4-7 pour le verre et de 2,5 environ pour le polystyrène.

a) Q et U sont bien proportionnelles et on trouve 220 à 260 pF selon les manips.

b) L'introduction de la capacité parasite est nouvelle par rapport à l'an dernier où les résultats étaient assez éloignés de la théorie. On a par ce moyen un assez bon accord à la théorie : par exemple sur la courbe ci-dessous à gauche, on obtient $C = 38 \text{ pF} + (730 \text{ pF} \cdot \text{mm})/d$ sur l'intervalle 2-6 mm ce qui donne $\varepsilon_0 = 9,1 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Une autre mesure (pas tracée ici) a donné $8,6 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Par contre sur la courbe de droite pour les grandes plaques on extrait $6,1 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$: il reste donc des sources d'erreur pas très bien comprises dans certains cas. La capacité parasite est assez variable d'une série de mesures à l'autre, peut-être en fonction de la longueur des câbles, on a trouvé de 40 pF (courbe de gauche) à 210 pF (courbe de droite).



On peut noter que la variation de d peut être prolongée jusqu'à 10 cm ou plus en écartant les plaques davantage que 6 mm et en lisant leur position sur le support gradué. On voit sur les deux courbes, à d plus grand, une rupture de la relation linéaire (à 6 mm pour la courbe de gauche, vers 20 mm pour celle de droite), peut-être en raison d'une perte de parallélisme des plaques quand on n'utilise plus les cales ou parce que la capacité parasite change quand on éloigne fortement les plaques. On limitera nos mesures aux valeurs de 1 à 6 mm et l'ajustement à l'intervalle 2-6 mm comme indiqué dans l'énoncé.

c) Sur la courbe de droite ci-dessus, pour les points verts (petites plaques), on peut fitter la portion 2-6 mm par : $C = (350\text{pF/mm})/d + 155\text{pF}$. La capacité parasite (155 pF) n'est donc pas très exactement la même que pour les grandes plaques (210 pF), mais on demande aux étudiants de supposer que c'est la même car on ne veut pas les obliger à refaire les mesures pour toutes les valeurs de d avec les petites plaques. La pente de 350 pF/mm donne $\varepsilon_0 = 8,7 \cdot 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$.

2.2 Induction électromagnétique (2 heures)

Le principe de l'expérience de cette partie est le suivant (fig. 10) : deux grandes bobines sont parcourues par un courant d'intensité $I(t)$. Un champ magnétique $\vec{B}(t) = B(t)\vec{u}_z$ est ainsi créé entre les deux grandes bobines (cf TP1). Quand une petite bobine est placée entre ces deux grandes bobines, il apparaît aux bornes de cette petite bobine une tension (différence de potentiel entre les deux extrémités A et B de la bobine) qui sera notée $e(t) = V_B - V_A$ et appelée **force électromotrice (f.e.m.) induite**⁷. Un des objectifs de cette partie sera de déterminer la relation entre $e(t)$ et le champ $\vec{B}(t)$ qui lui donne naissance.

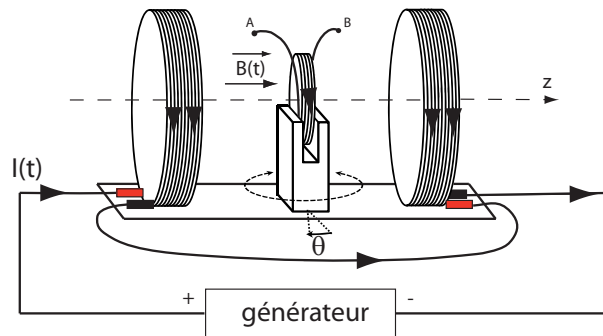


FIGURE 10 – Schéma de principe de l'expérience de mise en évidence de l'induction.

2.2.1 Considérations théoriques préliminaires (à préparer à l'avance)

La relation entre $\vec{B}(t)$ et $e(t)$ peut prendre, a priori, de nombreuses formes. Pour ce TP, on se limitera à supposer que la relation correcte est l'une des huit relations ci-dessous, et on cherchera à déterminer laquelle :

7. Attention : le nom de « force » a été consacré par l'usage mais il s'agit bien d'une tension (en Volts) et pas d'une force (en Newtons).

- a) $e(t) = -KB(t)$ b) $e(t) = -KdB/dt$
c) $e(t) = -KB^2(t)$ d) $e(t) = -K\Phi$
e) $e(t) = -Kd(B^2)/dt$ f) $e(t) = -Kd\Phi/dt$
g) $e(t) = -Kd^2B/dt^2$ h) $e(t) = -Kd^2\Phi/dt^2$

où K est une constante et Φ désigne le flux du champ magnétique à travers la petite bobine. Nous avons donc envisagé que la relation puisse être linéaire (a, b, d, f, g, h) ou quadratique (c, e), impliquant éventuellement une dérivée temporelle (b, e, f) ou une dérivée seconde (g, h) ou un flux (d, f, h). Pour simplifier, nous admettrons d'ores et déjà que $K > 0$ (en fait ce signe est très important et sa signification physique sera vue en détail en cours).

On notera respectivement a et N le rayon et le nombre de spires de chaque grande bobine, b et n le rayon et le nombre de spires de la petite bobine, et θ l'angle dont est tourné l'axe de la petite bobine par rapport à l'axe z des grandes bobines (fig. 10). On se placera en configuration de Helmholtz (distance a entre les bobines, cf TP 1) On considérera alors que $B(t) = \eta_1 I(t)$ avec $\eta_1 = \mu_0 N(4/5)^{3/2}/a$ (cf TP 1) et $\Phi(t) = \eta_2 \cos(\theta) I(t)$ avec $\eta_2 = \eta_1 n \pi b^2$ (le flux à travers la petite bobine est n fois le flux à travers chaque spire). Finalement, dans le cas d'une intensité de la forme $I(t) = I_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$ (intensité sinusoïdale d'amplitude I_0 et de fréquence ν_0), les relations a) à h) aboutissent respectivement à :

- a) $e(t) = -K\eta_1 I_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$ b) $e(t) = 2\pi\nu_0 K\eta_1 I_0 \sin(2\pi\nu_0 t)$
c) $e(t) = -\frac{K\eta_1^2 I_0^2}{2} (1 + \cos(4\pi\nu_0 t))$ d) $e(t) = -K\eta_2 \cos(\theta) I_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$
e) $e(t) = 2\pi\nu_0 K\eta_1^2 I_0^2 \sin(4\pi\nu_0 t)$ f) $e(t) = 2\pi\nu_0 K\eta_2 \cos(\theta) I_0 \sin(2\pi\nu_0 t)$
g) $e(t) = (2\pi\nu_0)^2 K\eta_1 I_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$ h) $e(t) = (2\pi\nu_0)^2 K\eta_2 \cos(\theta) I_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$

a) Calculer η_1 et η_2 , sachant que $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ S.I., $a = 6,5$ cm, $b = 2,5$ cm, $N = 95$ et $n = 200$.

$\eta_1 = 1,3 \cdot 10^{-3}$ S.I. et $\eta_2 = 5,1 \cdot 10^{-4}$ S.I.

b) On rappelle qu'une tension $e(t)$ comprenant une composante e_{DC} constante et une composante sinusoïdale de fréquence ν et d'amplitude $e_0 > 0$ s'exprime comme :

$$e(t) = e_0 \cos(2\pi\nu t + \phi) + e_{DC}$$

Pour chacun des cas a) à h), exprimer les caractéristiques ν , e_0 , e_{DC} et ϕ du signal $e(t)$ en fonction de K , η_1 , η_2 , I_0 , ν_0 et θ . On prendra en compte que $\sin(x) = \cos(x - \pi/2)$ et que $-\cos(x) = \cos(x + \pi)$.

	ν	e_{DC}	e_0	ϕ
a	ν_0	0	$K\eta_1 I_0$	π
b	ν_0	0	$KI_0\eta_1 2\pi\nu_0$	$-\pi/2$
c	$2\nu_0$	$-K\eta_1^2 I_0^2/2$	$KI_0^2\eta_1^2/2$	π
d	ν_0	0	$KI_0\eta_2 \cos(\theta)$	π
e	$2\nu_0$	0	$KI_0^2\eta_1^2 2\pi\nu_0$	$-\pi/2$
f	ν_0	0	$KI_0\eta_2 2\pi\nu_0 \cos(\theta)$	$-\pi/2$
g	ν_0	0	$KI_0\eta_1 (2\pi\nu_0)^2$	0
h	ν_0	0	$KI_0\eta_2 (2\pi\nu_0)^2 \cos(\theta)$	0

(ceci si $\cos \theta \geq 0$, pour bien faire il faudrait aussi aborder le cas $\cos \theta < 0$, dans ce cas $\cos \theta$ est remplacé par $|\cos \theta|$ et on ajoute π à la phase)

2.2.2 Détermination de la relation entre $e(t)$ et $B(t)$

Réaliser le montage ci-dessous, constitué

- d'une part d'un circuit comprenant le générateur de basses fréquences (GBF) (borne "50 Ω OUTPUT"), les grandes bobines en configuration de Helmholtz (cf TP1, attention au sens des branchements), une résistance variable (boîtier noir AOIP) dont la valeur sera fixée ici à $R = 500 \Omega$,
- et d'autre part d'une petite bobine montée sur un support en plastique blanc entre les grandes bobines ; on prendra $\theta = 0$ (petite bobine parallèle aux grandes),
- avec un oscilloscope pour visualiser la tension aux bornes de la résistance (voie 1) et la tension aux bornes de la petite bobine $e(t)$ (f.e.m. induite) (voie 2).

N.B. : l'oscilloscope ne peut mesurer que des tensions et pas des intensités. C'est pourquoi on introduit la résistance R dans le circuit : en mesurant sur la voie 1 la tension $U(t) = RI(t)$ (loi d'Ohm) aux bornes de la résistance, il suffit de diviser par R pour accéder à $I(t)$ qui est proportionnelle à $B(t)$. La voie 2, par contre, affiche directement la f.e.m. induite $e(t)$ qui nous intéresse.

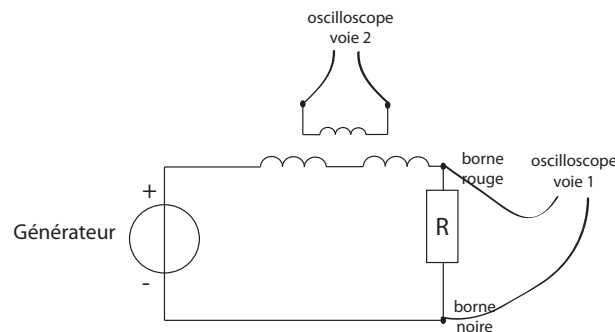


FIGURE 11 – Schéma électrique de l'expérience.

Normalement, la petite bobine est montée avec un câble banane-BNC branché dans sa prise et attaché pour que les étudiants ne puissent pas l'enlever. L'objectif est d'éviter un accident sérieux qui est déjà arrivé 2 fois en 10 ans : compte-tenu de la forme de la prise de la petite bobine, de type connecteur électro-ménager, les étudiants l'ont alimentée directement par le secteur, si bien que le support de la bobine a pris feu. Si jamais cette sécurité n'était pas en place, il faudrait absolument dire aux étudiants de faire attention à réaliser un branchement correct. (NB dans ce cas on fait rentrer les fiches banane dans la prise de la bobine et les enfonçant toutes les deux en même temps)

Il faut bien respecter les positions borne rouge / borne noire indiquées sur le schéma ; si on les inverse, comme la borne noire (masse) de l'oscillo est à la terre et la masse du générateur aussi, on aboutit à court-circuiter la résistance (boucle de masse). Ceci impose aussi de respecter l'ordre bobine-résistance et non résistance-bobine, sinon il n'y a aucun moyen de brancher l'oscillo correctement. Les problèmes de boucles de masse se manifestent classiquement dans ce TP par un signal $e(t)$ anormalement faible, instable et très bruité.

La valeur de la résistance est choisie afin d'éviter les problèmes de passe-bas liés au circuit RL (qui sont compliqués à expliquer aux étudiants à ce stade) : pour R plus petite, la f.e.m. est plus forte donc moins bruitée mais I_0 varie avec ν ce qui complique la manip où on mesure e_0 en fonction de ν . Avec $R = 500\ \Omega$, I_0 varie de moins de 1% entre 0 et 2,5 kHz.

On devrait avoir les GBF qui présentent une seule sortie, à $50\ \Omega$ (en plus de la "TTL"). **Si par manque de matériel on devait utiliser les appareils présentant aussi une sortie $1\ \Omega$ (fiches banane), il ne faudrait surtout pas se servir de cette sortie.**

a) Se placer à une fréquence ν_0 proche de 2 kHz au GBF, avec l'amplitude du signal délivré par le GBF à sa valeur maximale. Quelle est la fréquence ν de la f.e.m. induite $e(t)$ mesurée sur la voie 2 ? Quelles sont, parmi les 8 relations a) à h), celles qui ne sont pas compatibles avec cette observation et que l'on peut éliminer ? Quel est le point commun de toutes ces relations ?

b) Tourner la petite bobine autour de son axe vertical pour des valeurs de θ comprises entre 0 et π . Observe-t-on une variation du signal de la voie 2 ? Quelles sont, parmi les relations restantes, celles qui sont compatibles avec cette observation ?

c) Régler l'amplitude du signal du GBF à sa valeur maximale, en prenant une fréquence du GBF $\nu_0 = 500\ \text{Hz}$ et la bobine ramenée à $\theta = 0$. Mesurer à l'aide du mode "measure" de l'oscilloscope la tension efficace du signal de la voie 1. En déduire l'amplitude RI_0 de ce signal⁸, puis l'amplitude I_0 de l'intensité du courant circulant dans les bobines. Quelle est l'erreur sur I_0 (voir notice de l'oscilloscope ; on prendra une erreur relative de 1 % sur R) ?

8. On rappelle que la valeur efficace d'un signal sinusoïdal (de moyenne nulle comme c'est le cas ici) est égale à son amplitude divisée par $\sqrt{2}$.

Ici il faut s'assurer que les étudiants ne confondent pas courant et tension et ont bien pensé à diviser par R .

d) Mesurer de même la tension efficace aux bornes de la voie 2 et en déduire l'amplitude e_0 . Quelle est l'erreur sur e_0 ? Mesurer e_0 pour une douzaine de valeurs de fréquence ν_0 comprises entre 0,3 et 2,5 kHz. Tracer avec Qtiplot la courbe de e_0 en fonction de ν_0 . On portera sur la courbe les barres d'erreur, l'incertitude étant pour ν_0 de 1 %. Quelles sont, parmi les relations a) à h) que l'on n'a pas encore éliminées, celles qui sont compatibles avec la forme de la courbe ? Conclure sur la relation entre $e(t)$ et $\vec{B}(t)$.

L'affichage du GBF donne d'après le constructeur une valeur de fréquence précise à 5 % de la fin de gamme donc environ 50 Hz pour le calibre 1 kHz, mais la comparaison avec une mesure à l'oscilloscope donne plutôt un écart de 1 %, que l'on retiendra comme incertitude.

- e) Ajuster la courbe de la question d) par une droite de la forme $e_0 = \alpha \nu_0$. Que vaut α ? Quelle est l'incertitude donnée par Qtiplot sur α ?
- f) En déduire, par comparaison avec la relation théorique, une estimation de la constante K .
- g) Quelle est la dimension de K ? (on donne : $[B] = \text{MT}^{-2}\text{I}^{-1}$ et $[e] = \text{ML}^2\text{T}^{-3}\text{I}^{-1}$)
- h) Quelle est l'incertitude sur la mesure de K ? On prendra une incertitude relative de 5 % sur b , de 2 % sur N , de 1 % sur a et on négligera l'incertitude sur n , $\cos(\theta)$, R et ν_0 .

La courbe doit suivre parfaitement une droite ; on aura peut-être une légère erreur systématique si jamais on a utilisé la valeur crête-à-crête au lieu de la valeur efficace (la valeur crête-à-crête est prise comme la différence du max et du min, elle est donc très sensible au bruit sur ces deux valeurs, tandis que la valeur efficace est obtenue comme une moyenne sur tous les points affichés à l'écran). Des erreurs importantes peuvent apparaître si les étudiants n'ont pas vu que la fonction "measure" de l'oscilloscope donne des résultats faux quand la courbe déborde de l'écran (cf notice).

À partir de la courbe de la question d), on trouve par exemple une pente de $\alpha = (5,97 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ V/Hz}$, dont on déduit $|K| = 0,945$. L'erreur relative est de 5,5 % (obtenue en cumulant celles de 0,5, 5, 2, 1 et 1 respectivement sur α , b , N , a et I_0). Le résultat obtenu est donc bien dans la plage d'incertitude.

N.B. L'incertitude donnée par Qtiplot sur α ne prend en compte que l'incertitude des points en ordonnée ; ce n'est pas un problème ici car l'incertitude sur la fréquence est très faible.

2.3 Conclusion (importante !)

Un composant électronique sera caractérisé par la relation entre sa tension U et son intensité I :

- pour une résistance, on sait que $U = RI$ (loi d'Ohm, qui sera revue au TP suivant),

- pour un condensateur, nous avons vu qu'il porte sur ses plaques les charges $\pm Q$ avec $Q = CU$; puisque l'intensité qui le parcourt est dQ/dt , on a $I = C.(dU/dt)$,
- pour une bobine, enfin, la bobine crée un champ magnétique qui a un effet d'induction *sur elle-même* ; il apparaît donc aux bornes de la bobine une f.e.m. induite de la forme $U = L.(dI/dt)$ (L étant l'*inductance* de la bobine).

Ces trois types de composants, aux comportements différents (relation linéaire entre U et I impliquant ou pas une dérivée), constituent des éléments de base des circuits électriques et seront utilisés dans les montages des TP 3 et 4.

3 Bases d'électrocinétique

Objectifs du TP

L'électrocinétique n'est plus abordée au lycée (sauf peut-être la loi d'Ohm) et quasiment pas en L1 à l'UPMC (à l'exception, pour certains groupes, de séances de physique expérimentale), beaucoup d'étudiants n'auront donc a priori aucune notion d'électrocinétique. Ce n'est pas le cas cependant des Peip qui ont une UE d'électronique de base en parallèle de celle-ci, abordant le même genre d'aspects de manière plus poussée mais sans faire le lien avec l'électromagnétisme ; ils auront donc de meilleures notions que les autres groupes, mais ces séances constituent pour eux une révision utile. Par ailleurs, les étudiants de Mono et de majeure ingénierie mécanique ont une UE de physique expérimentale au premier semestre de L2 qui aborde certains aspects d'électrocinétique et de filtrage.

Cette séance de TP est précédée par une séance de cours et une séance de TD introduisant les éléments de base de l'électrocinétique : notion de circuit électrique, définition du courant et de la tension, lois de Kirchhoff, loi d'Ohm, résistance équivalente, lien U-I pour le condensateur et la bobine, définition des impédances complexes. **Cette séance et la suivante sont donc des séances sur l'électrocinétique visant à la fois à présenter ses aspects pratiques et à revoir attentivement les éléments théoriques, ces derniers devant absolument être maîtrisés pour l'examen.**

Les étudiants doivent préparer les parties théoriques chez eux, ils rédigent la solution en séance en binôme et les insèrent dans leur compte-rendu en fin de séance. Il faudrait que l'enseignant donne quelques explications nécessaires au tableau, peut-être les résultats théoriques indispensables au TP, mais pas de correction détaillée au tableau, et qu'ensuite il prenne le temps de passer au moins une fois avec chaque binôme d'étudiants afin de reprendre leurs calculs avec eux (en allant plus ou moins loin suivant le niveau de préparation par les étudiants...) et s'assurer qu'ils ont compris. L'évaluation des comptes-rendus s'assurera donc que les calculs sont corrects mais portera principalement sur les aspects expérimentaux.

Il faudra donner des explications sur les calibres et insister pour qu'ils soient respectés. L'ampèremètre (multimètre à piles) doit absolument être utilisé en calibre "A" ; le calibre "mA" est limité à 20 mA et le dépassement de cette valeur peut détruire la résistance de mesure de l'appareil (ce qui peut arriver facilement à la moindre erreur de branchement, même quand les valeurs à mesurer sont théoriquement inférieures à 20 mA, c'est pourquoi on se limitera toujours au calibre "A" bien qu'il soit moins précis)

On utilisera par ailleurs le fusible, qui est monté dans un porte-fusible : cordon électrique rouge ou noir avec un logement qui se dévisse et dans lequel on met le fusible (a priori on les rangera sur le bureau de l'enseignant).

Nota bene : les calculs de base d'électrocinétique de chaque partie doivent être préparés chez soi et pourront être évalués à l'examen.

Afin de ne pas endommager les résistances et les multimètres, il faudra absolument ne pas dépasser les valeurs de courant indiquées dans l'énoncé et choisir des calibres adaptés. Pour éviter toute erreur de manipulation, on montera systématiquement un fusible (60 mA) en série avec le générateur.

3.1 Mesures de résistance

3.1.1 Résistance d'un fil et conductivité

Pour cette partie, on ne dispose pas d'un nombre suffisant de postes pour tous les binômes : ceux qui n'ont pas de planche de mesure passeront directement à la suite et reviendront à cette partie plus tard.

Théorie : On s'intéresse tout d'abord à la résistance de fils conducteurs. On peut montrer que la résistance R d'un fil dépend de la conductivité γ du matériau qui la constitue, de sa section S et de sa longueur ℓ :

$$R = \frac{\ell}{\gamma S} \quad (6)$$

a) Un fil de longueur 1 m a-t-il une résistance plus élevée ou plus basse qu'un fil de longueur 2 m ? Un fil de rayon 2 mm a-t-il une résistance plus élevée ou plus basse qu'un fil de rayon 1 mm ?

b) Supposons un câble de cuivre de rayon $300 \mu\text{m}$ et de longueur 1 m ($\gamma_{\text{Cu}} = 5,8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$). D'après cette formule, quelle est sa résistance ? La résistance des câbles peut-elle être négligée par rapport aux résistances de 10 à 1000 Ω qui seront utilisées dans les autres parties du TP ?

On trouve $0,06 \Omega$.

Mesures : On se propose de vérifier expérimentalement que la résistance d'un fil conducteur est proportionnelle à sa longueur, et, connaissant sa section, d'en déduire la conductivité du matériau dont il est constitué. On dispose pour ceci d'une planche portant 5 fiches permettant de connecter 4 longueurs différentes de fil (multiples de 50 cm). La section du fil est inscrite sur la planche.

c) Mesurer, à l'aide d'un multimètre utilisé comme ohmmètre (lire absolument la notice), la résistance R du fil en fonction de ℓ . Tracer à l'aide de Qtiplot la courbe $R(\ell)$, et ajuster la courbe par une droite de formule $R = R_0 + K\ell$.

d) Le terme R_0 est introduit pour décrire une résistance supplémentaire introduite soit par une légère erreur systématique du multimètre, soit par les résistances de contact au niveau des connexions et qui dépendent des propriétés de surface des fiches. Quelle valeur de R_0 mesurez-vous ?⁹

9. Cette valeur sera négligeable pour la suite du TP mais elle joue un rôle ici car on mesure des résistances R très petites.

e) Quelle valeur de K trouvez-vous ? En déduire la conductivité γ de ce matériau. Sachant que les conductivités électriques (en $10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) du cuivre, de l'étain, de l'or et du constantan (alliage nickel-cuivre) sont respectivement 5,9, 0,7, 4,5 et 0,2, de quel matériau peut être constitué votre fil ?

Par exemple, sur les planches où le fil est de diamètre 0,8 mm, on mesure, pour les longueurs 0,5, 1, 1,5 et 2 m, les résistances 0,59, 1,08, 1,58 et 2,06 Ω . Le fit donne $R_0 = 0,1 \Omega$ et $K = 1 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$, donc une conductivité de $2 \cdot 10^6 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$: c'est du constantan. Pour les fils de diamètre 0,5 mm, on trouve $K = 2,6 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$: c'est aussi du constantan

3.1.2 Résistance équivalente d'un ensemble de résistances

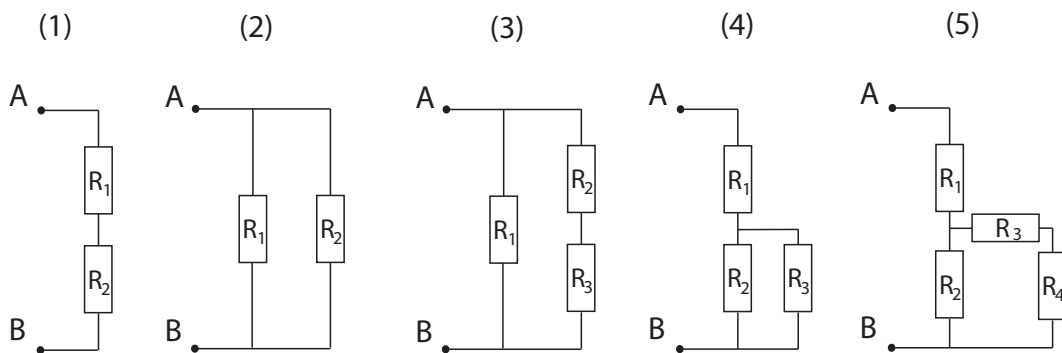


FIGURE 12 – Cinq situations de résistances en série et/ou en parallèle.

Théorie : il a été montré en cours que deux résistances R_1 et R_2 en série (figure 12, cas (1)) ont une résistance équivalente de $R_{eq} = R_1 + R_2$, tandis que deux résistances R_1 et R_2 en parallèle (fig. 12, cas (2)) ont une résistance équivalente R_{eq} donnée par $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$.

- **Cas (3) :** exprimer la résistance $R_{eq,23}$ équivalente aux deux résistances R_2 et R_3 en série, puis la résistance $R_{eq,tot}$ équivalente à l'ensemble des trois résistances entre les points A et B (NB $R_{eq,tot}$ est donc donnée par le calcul de la résistance équivalente à R_1 et $R_{eq,23}$ branchées en parallèle).
- **Cas (4) :** exprimer la résistance $R_{eq,23}$ équivalente à R_2 et R_3 en parallèle, puis la résistance $R_{eq,tot}$ équivalente à l'ensemble des trois résistances entre les points A et B.
- **Cas (5) :** exprimer de même la résistance $R_{eq,tot}$ équivalente aux quatre résistances branchées entre A et B.

Cas (3) :

$$R_{eq,tot} = \frac{1}{1/R_1 + 1/(R_2 + R_3)} \quad (7)$$

Cas (4) :

$$R_{eq,tot} = R_1 + \frac{1}{1/R_2 + 1/R_3} \quad (8)$$

Le cas (5) est R_1 en série avec le cas (3) ou bien le cas (4) où R_3 devient $R_3 + R_4$:

$$R_{eq,tot} = R_1 + \frac{1}{1/R_2 + 1/(R_3 + R_4)} \quad (9)$$

Mesures : Réaliser expérimentalement les ensembles de résistances (1) à (5) de la figure 12 en prenant, pour toutes les résistances, la même valeur $R = 100 \Omega$ (boîtiers réglables noirs AOIP). Dans chacun de ces 5 cas, mesurer la résistance entre les points A et B à l'aide du multimètre et calculer la valeur théorique.

Certaines résistances peuvent être endommagées et présenter des valeurs très différentes des valeurs attendues.

On attend : $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, $R_3 = 66 \Omega$, $R_4 = 150 \Omega$, $R_5 = 166 \Omega$.

3.2 Loi d'Ohm

On va chercher dans cette partie à vérifier la loi d'Ohm, qui affirme que la tension U aux bornes d'une résistance R est égale à $U = RI$ où I est l'intensité qui traverse la résistance.

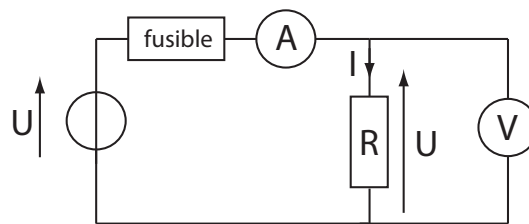


FIGURE 13 – Montage d'étude de la loi d'Ohm.

Le branchement du multimètre est sans piège car il ne crée pas de problème de boucle de masse, à la différence de l'oscilloscope au TP2.

Pour les multimètres à piles, il y a plusieurs modèles possibles mais il faut faire attention à ne pas utiliser les RISH multi 15S : pour une raison inconnue (quiconque a une explication à proposer sera bienvenu...) ces appareils en mode ampèremètre possèdent une résistance interne de 50Ω , ce qui fausse évidemment la mesure.

- Prendre une résistance réglable $R = 100 \Omega$. Vérifier sa valeur exacte au multimètre-ohmmètre. Quelle est l'incertitude sur cette mesure (voir notice) ?
- Brancher le générateur de courant continu sur la résistance en série **avec le fusible** et avec le multimètre à piles (fig. 13) en mode ampèremètre et **en calibre "A"** (consulter la notice pour les réglages).

- c) Régler le générateur pour délivrer une intensité d'environ 40 mA (**valeur à ne pas dépasser**). Quelle valeur de U attend-on théoriquement ? Quel calibre faudra-t-il donc choisir pour la mesure de U : 200 mV, 2 V, 20 V ou plus ?
- d) Brancher le multimètre Metrix comme voltmètre **avec le bon calibre**, aux bornes de la résistance (c'est-à-dire en parallèle avec elle) (fig. 13). Il faudra retenir que l'ampèremètre se branche en série tandis que le voltmètre se branche en parallèle.
- e) Mesurer I et U . Comment change la valeur mesurée quand on inverse les bornes du multimètre-ampèremètre ? et quand on inverse les bornes du multimètre-voltmètre ?
- f) Faire varier I de 40 à 0 mA (en gardant R constante) et mesurer U et I . Tracer I en fonction de U à l'aide de Qtiplot. Indiquer les barres d'erreur sur la courbe.
- g) Ajuster la courbe par une droite de la forme $I = (1/R) \times U$. Quelle valeur de R obtient-on par ce moyen ?
- h) Quelle est l'incertitude donnée par Qtiplot sur $1/R$? En déduire l'incertitude sur R . Comparer cette valeur de R avec celle mesurée par l'ohmmètre.

Comme Qtiplot calcule son incertitude sur la pente à partir uniquement de son incertitude sur l'ordonnée, on met en ordonnée la grandeur sur laquelle il y a la plus grande incertitude, c'est pourquoi on fait tracer $I(U)$ et non $U(I)$.

On trouve par exemple : $R = 100,09 \pm 0,13 \Omega$ avec le multimètre-ohmmètre et $R = 101,4 \pm 0,4 \Omega$ via la mesure $I(U)$. Il y aurait donc une (très légère !) source d'erreur non identifiée : résistance de contact supplémentaire ? performance du multimètre en très légère baisse s'il n'a pas été ré-étalonné depuis longtemps ?

Remarque : les étudiants considèrent parfois la valeur donnée par l'ohm-mètre comme la "vraie" valeur de R , mais cette valeur n'est pas davantage "vraie" que l'autre.

3.3 Etudes de circuits en régime continu

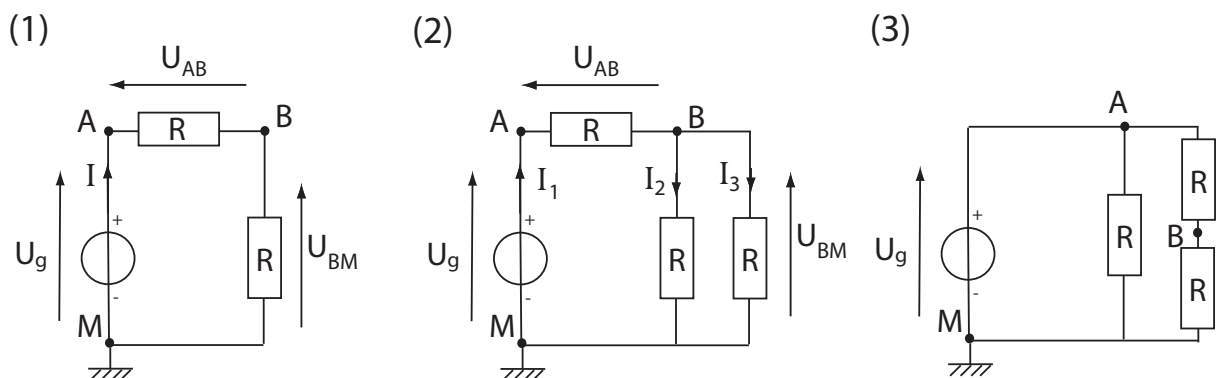


FIGURE 14 – Schémas de 3 circuits.

Théorie : On considère ici trois circuits (fig. 14) constitués de résistances R et d'un générateur de tension U_g (R et U_g sont connus : ce sont les paramètres imposés par l'ex-

périmentateur). L'objectif est de calculer les tensions et courants dans chaque portion de ces circuits.

Le traitement de ce genre d'exercice a fait l'objet d'un exercice de TD, c'est l'occasion de le revoir. On visera d'appliquer une seule méthode : identifier les inconnues, écrire toutes les lois des mailles/des noeuds/d'Ohm, résoudre le système d'équations. On irait plus vite en appliquant des notions de résistance équivalente et de pont diviseur de tension, mais on ne cherchera pas à faire utiliser cette méthode par les étudiants car elle demande une trop grande maîtrise des concepts d'électrocinétique. Ceux qui la connaissent (PEIP, anciens de prépa etc) peuvent évidemment l'utiliser.

Pour le circuit (1), on commence par repérer les inconnues : ici elles ont déjà été indiquées sur le schéma, il s'agit de l'intensité I et des tensions U_{AB} et U_{BM} ; il y a donc 3 inconnues, il faudra écrire 3 équations reliant entre elles ces inconnues afin de résoudre le problème.

- On ne peut pas écrire de loi des noeuds : il n'y a pas de noeud.
- Ecrire la loi des mailles.
- Ecrire la loi d'Ohm pour chacune des résistances (en prenant garde à bien orienter les tensions et intensités : convention récepteur).
- Manipuler les 3 équations obtenues afin d'obtenir l'expression de I , U_{AB} et U_{BM} en fonction de U_g et R .

Le cas du circuit (2) pourra être traité de la même façon :

- Cette fois on a 5 inconnues : I_1 , I_2 , I_3 , U_{AB} et U_{BM} .
- Ecrire la loi des noeuds.
- Ecrire la loi des mailles.
- Ecrire la loi d'Ohm.
- Manipuler les 5 équations obtenues afin d'obtenir l'expression des 5 inconnues en fonction de U_g et R .

On résoudra le cas du circuit (3) de la même façon, en définissant sur le schéma du circuit les inconnues du problème, en écrivant les lois des mailles, des noeuds et d'Ohm autant de fois que nécessaire afin d'obtenir un nombre suffisant d'équations (distinctes) puis en résolvant le système d'équations.

Circuit (1) :

$$U_{AB} + U_{BM} = U_{AM} = U_g \text{ (loi des mailles)}$$

$$U_{AB} = RI, U_{BM} = RI \text{ (loi d'Ohm)}$$

$$\text{Conclusion : } U_{AB} = U_{BM} = U_g/2 \text{ et } I = U_g/2R.$$

Circuit (2) :

$$I_2 + I_3 = I_1 \text{ (loi des noeuds)}$$

$$U_{AB} + U_{BM} = U_{AM} = U_g \text{ (loi des mailles)}$$

$$U_{BM} = RI_2 = RI_3 \text{ et } U_{AB} = RI_1 \text{ (loi d'Ohm)}$$

$$\text{donc } U_{BM} = U_g/3, U_{AB} = 2U_g/3 \text{ et } I_2 = I_3 = I_1/2 = U_g/3R.$$

Circuit (3) : on peut définir les inconnues de plusieurs façons différentes, par exemple considérer que U_{AM} est une inconnue si on n'a pas vu qu'elle est égale à U_g . Considérons comme inconnues U_{AB} , U_{BM} , et les intensités I_1 , I_2 et I_3 définies comme en (2). On trouve finalement :

$$U_{AB} = U_{BM} = U_g/2 \text{ et } I_3 = I_2/2 = I_1/3 = U_g/2R$$

Mesures : Réaliser les circuits (1), (2) et (3) avec $U_g = 1,2 \text{ V}$ et $R = 100 \Omega$ (en pensant au **fusible** en série avec le générateur). On s'assurera au préalable que les résistances sont bien égales à 100Ω par une mesure au multimètre-ohmmètre (on rappelle que cette mesure doit se faire sur la résistance en-dehors du circuit et surtout débranchée). Mesurer à l'aide des multimètres (correctement branchés...) toutes les tensions et intensités de chaque circuit et comparer à leurs valeurs théoriques. Pour le circuit (1), représenter sur un schéma le branchement du multimètre pour chaque mesure. On utilisera de nouveau le multimètre à piles en calibre "A" pour les mesures d'intensité et le multimètre Metrix dans un calibre bien choisi pour les mesures de tension.

Si les résistances ont bien la bonne valeur l'erreur doit être très faible sur la tension.

Théoriquement on attend :

(1) $U_{AB} = U_{BM} = 0,6 \text{ V}, I = 6 \text{ mA}$

(2) $U_{BM} = 0,4 \text{ V}, U_{AB} = 0,8 \text{ V}, I_2 = I_3 = I_1/2 = 4 \text{ mA}$

(3) $U_{AB} = U_{BM} = 0,6 \text{ V}, I_3 = 6 \text{ mA}, I_2 = 12 \text{ mA}, I_1 = 18 \text{ mA}$

3.4 Charge d'un condensateur

On considère maintenant un « circuit RC » comprenant une résistance R et un condensateur de capacité C en série, alimenté par une tension continue U_g (fig. 15). On note U_C la tension aux bornes du condensateur. Le circuit est muni d'un interrupteur qui sera tout d'abord ouvert¹⁰. On part d'un condensateur déchargé (tension $U_C = 0$) et, à $t = 0$, on ferme l'interrupteur de sorte que le condensateur va se charger.

On rappelle que les faces du condensateur portent les charges $+Q$ et $-Q$ avec $Q = CU_C$ et que l'intensité qui traverse le condensateur est $I = dQ/dt = C.dU_C/dt$. La charge du condensateur reste donc constante tant que l'interrupteur est ouvert ($I = 0$). Quand l'interrupteur est fermé, le générateur charge le condensateur jusqu'à la tension U_g . Le condensateur ne se charge pas instantanément (il faudrait que $I = dQ/dt$ soit infinie), l'objectif de cette partie est donc d'étudier la dynamique de la charge¹¹.

Théorie : Montrer que U_C obéit à l'équation différentielle du premier ordre :

10. « interrupteur ouvert » = le courant ne passe pas, « interrupteur fermé » = le circuit est fermé, le courant passe

11. N.B. : au TP2, nous avons vu un condensateur plan de capacité beaucoup plus faible, de l'ordre de 100 pF . Lorsque nous chargeons ce condensateur, la résistance interne du générateur fourni étant de $5 \text{ M}\Omega$, le temps caractéristique de charge du condensateur était de l'ordre de la dizaine de ms : la charge était donc instantanée à l'échelle de la durée de notre mesure.

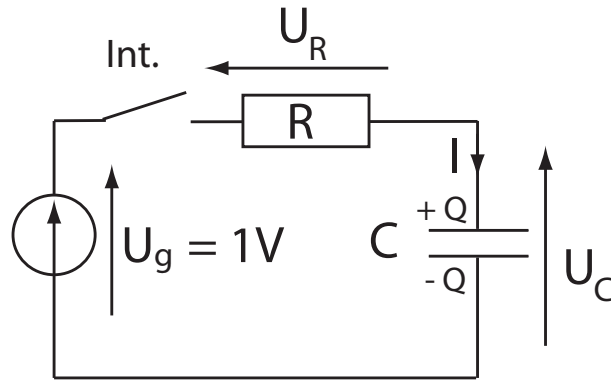


FIGURE 15 – Schéma de principe du circuit RC.

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = \frac{1}{\tau}U_g$$

et exprimer τ en fonction de R et C . Résoudre cette équation (avec $U_C(0) = 0$) et exprimer $U_C(t)$.

$$\tau = RC \text{ et } U_C(t) = U_g(1 - \exp(-t/RC))$$

Mesures : Le circuit RC est monté dans un boîtier blanc, comprenant la résistance R de $50\text{ k}\Omega$ (composant beige) et le condensateur de capacité $C = 2\text{ mF}$ (gros composant bleu). Attention : c'est un «condensateur chimique» qui ne doit absolument pas être branché dans le mauvais sens, sinon il se détruit.

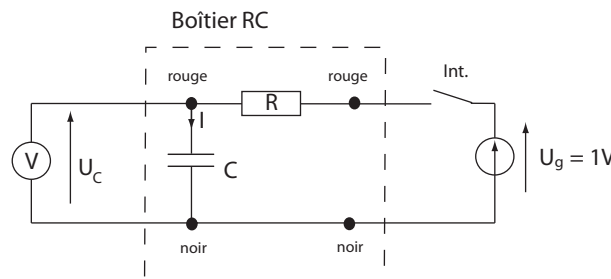


FIGURE 16 – Montage d'étude de la charge d'un condensateur (« circuit RC »). N.B. : de façon inhabituelle, sur ce schéma le générateur est représenté à droite car c'est comme ça que les branchements seront faits sur les boîtiers disponibles en TP.

Brancher sur le boîtier le générateur de tension continue et le voltmètre, en respectant les branchements indiqués sur la figure 16. On mesurera t à l'aide d'un chronomètre de téléphone ou de l'ordinateur. Au cas où le condensateur serait resté chargé depuis le TP précédent, on commencera par le décharger en le court-circuitant par un câble. Régler U_g autour de 1 V et mesurer précisément sa valeur exacte. A l'instant $t = 0$, fermer l'interrupteur et démarrer le chronomètre. Pour différentes valeurs de t jusqu'à $t = 10\text{ mn}$, mesurer la tension $U(t)$ (U_C varie rapidement au début de la charge, puis plus lentement ensuite).

Tracer la courbe $\ln(U_g - U_C(t))$ expérimentale et ajuster par la loi théorique pour en déduire la valeur de τ . Comparer cette valeur à la valeur de τ prévue par la théorie.

Une petite diode noire est montée en parallèle du condensateur au cas où il serait alimenté dans le mauvais sens.

Il faut tracer la courbe $\ln(U_g - U_C)$ avec la valeur de U_g mesurée (précisément) et pas avec la valeur cible de 1 V, sinon ça introduit une erreur importante aux temps longs (la courbe n'est plus une droite) et on mesure plutôt 130 s. On peut suggérer aux étudiants, si ça ne fitte pas bien, d'ajuster directement la courbe $U_C(t)$ par sa formule théorique exponentielle en incluant U_g comme paramètre ajustable : on a alors un meilleur fit, mais on ne démontre pas aussi bien la validité de la formule exponentielle ; c'est pourquoi on demande en priorité aux étudiants, comme méthode à appliquer de manière générale, de tracer la courbe en échelle log pour que la courbe attendue soit une droite. Une autre possibilité est de limiter le fit à une portion de la courbe afin de limiter le poids des mesures aux temps longs, dont le log aura davantage d'incertitude.

En procédant correctement, on arrive à un temps caractéristique de 115 s. au lieu de 100 s. C'est sans doute la diode noire en parallèle du condensateur qui en est responsable ?

Il arrive que le condensateur, même isolé, se charge spontanément très légèrement : effet de l'environnement électrostatique ?

3.5 Partie complémentaire (à faire s'il reste du temps)

Le pont de Wheatstone (fig. 17) est un montage inventé en 1833 par Christie puis amélioré par Wheatstone, permettant de mesurer la valeur d'une résistance. De nombreux appareils reposent sur une mesure de résistance : par exemple une variation de pression ou de température peut être mesurée via son effet sur la résistance d'un composé bien calibré. L'intérêt du pont de Wheatstone est alors qu'il permet de mesurer de faibles variations de résistance.

Le principe de fonctionnement du circuit est le suivant : on a une résistance R_1 inconnue qu'on souhaite à mesurer. R_3 et R_4 sont deux résistances connues fixées. R_2 est une résistance connue que l'on peut faire varier. On ajuste la valeur de R_2 jusqu'à ce que le courant i mesuré par l'ampèremètre soit nul (le pont est alors dit « équilibré »). Les valeurs de R_2 , R_3 et R_4 étant connues pour le pont équilibré permettent d'en déduire R_1 .

Théorie : l'ampèremètre mesure l'intensité i qui le traverse sans introduire de perturbation dans le circuit c'est-à-dire que la tension à ses bornes est nulle ($U_{CD} = 0$).

a) A l'aide de la loi des mailles, écrire une relation entre I_1 , I_3 , R_1 et R_3 , et une autre relation entre I_2 , I_4 , R_2 et R_4 . b) Déterminer quelle relation il doit y avoir entre R_1 , R_2 , R_3 et R_4 pour que $i = 0$.

$$U_{AC} = U_{AD} = R_1 I_1 = R_3 I_3 \text{ et } U_{CB} = U_{DB} = R_2 I_2 = R_4 I_4$$

Si $i = 0$, $I_1 = I_2$ et $I_3 = I_4$ (loi des noeuds)

Donc si $i = 0$, il faut que $R_1 I_1 = R_3 I_3$ et $R_2 I_1 = R_4 I_3$ donc $R_1/R_2 = R_3/R_4$.

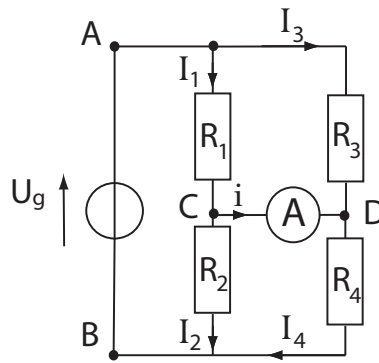


FIGURE 17 – Montage du pont de Wheatstone.

Mesures : Réaliser le montage du pont de Wheatstone avec $U_g = 3\text{ V}$, $R_1 = 340\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$ et $R_4 = 1\text{ k}\Omega$. Placer en R_2 un boîtier de décades de résistance. On va faire comme si la valeur de R_1 n'était pas connue. Ajuster la valeur de R_2 de sorte que l'intensité affichée par l'ampèremètre soit nulle. En déduire une mesure de R_1 , cette valeur est-elle correcte ?

On mesure par exemple que pont est équilibré pour $R_2 = 3372\ \Omega$, on en déduit que $R_1 = R_2 R_3 / R_4 = 337\ \Omega$.

4 Circuits en régime sinusoïdal

Objectifs du TP

L'impédance complexe a été définie en cours, et le circuit RL a été vu en TD. Cette séance de TP est donc l'occasion de réviser ces calculs qui doivent être maîtrisés (pour les plus simples : RL, RC) à l'examen. Comme pour le TP3, il faudrait passer un peu de temps sur les calculs avec chaque binôme (s'ils ont fait l'effort de préparer). Le cas du circuit RLC pose à beaucoup d'étudiants des difficultés assez lourdes de manipulation des nombres complexes, c'est pourquoi son traitement théorique a été réduit au minimum.

De nouveau, pour ce TP, les calculs doivent être préparés chez soi et rendus avec la copie ; ils pourront être évalués à l'examen.

Un filtre est un circuit destiné à transformer un certain signal introduit en entrée en un signal de sortie modifié. On caractérise un filtre par sa *fonction de transfert*, notée H , qui est le rapport (en nombre complexe) de la grandeur de sortie sur la grandeur d'entrée.

On peut étudier un filtre par sa réponse en fréquence, c'est-à-dire la dépendance de H en fonction de la fréquence ν du signal d'entrée. Un *filtre passe-bas* (resp. *passe-haut*) ne déforme pas les signaux de fréquence en-dessous (resp. au-dessus) d'une certaine *fréquence de coupure* (notée ν_c), et atténue (*coupe*) les fréquences qui sont au-dessus (resp. en-dessous). Un filtre *passe-bande* ne déforme pas les fréquences d'un certain intervalle de fréquences (*bande passante*) et atténue les fréquences en-dehors de cet intervalle. Le *facteur de qualité* décrit le caractère plus ou moins étroit du filtre passe-bande.

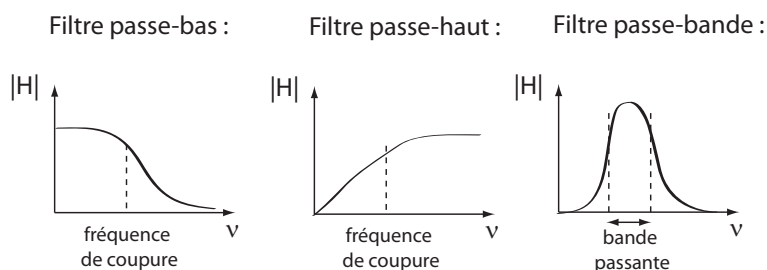


FIGURE 18 – Schéma des réponses de systèmes passe-bas, passe-haut et passe-bande.

4.1 Filtre RC

4.1.1 Etude théorique

Le circuit ci-dessous, composé d'une résistance R en série avec un condensateur de capacité C , est alimenté par une tension $u_e(t) = U_e \cos(\omega t + \phi_e)$ sinusoïdale de pulsation ω , d'amplitude U_e et de phase ϕ_e . On souhaite déterminer la tension $u_s(t) = U_s \cos(\omega t + \phi_s)$ aux bornes de la résistance. On note $\underline{u_e} = U_e \exp(j(\omega t + \phi_e))$ et $\underline{u_s} = U_s \exp(j(\omega t + \phi_s))$ les tensions complexes respectivement associées à $u_e(t)$ et $u_s(t)$ (avec $j^2 = -1$).

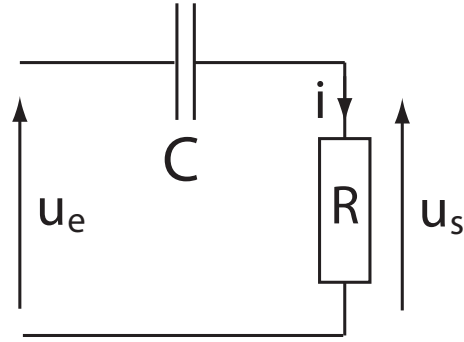


FIGURE 19 – Schéma du circuit RC.

a) En s'aidant des notions de tension, d'intensité et d'impédance complexes, déterminer \underline{u}_s en fonction de \underline{u}_e , R , C et ω . On rappelle les impédances complexes de la résistance : $Z = R$ et du condensateur : $Z = 1/Cj\omega$.

b) On définit pour ce circuit la fonction de transfert suivante¹² : $H(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$. Montrer que :

$$H(j\omega) = \frac{j(\omega/\omega_c)}{1 + j(\omega/\omega_c)}$$

et exprimer la *pulsation de coupure* ω_c en fonction de R et C .

$$\omega_c = 1/RC$$

c) Cette fonction de transfert est caractérisée par son module appelé *gain* $G(\omega) = |H(j\omega)| = U_s/U_e$. Montrer que¹³ le gain est donné par

$$G(\omega) = \frac{\omega/\omega_c}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}}$$

Que vaut $G(\omega \rightarrow 0)$? $G(\omega_c)$? $G(\omega \rightarrow \infty)$? Tracer l'allure de la courbe $G(\omega)$. Quelle est la nature (passe-...) du filtre ?

d) Cette fonction de transfert est également caractérisée par son argument $\phi = \arg(H) = \phi_s - \phi_e$ qui donne le déphasage entre tension d'entrée et tension de sortie. Montrer¹⁴ que $\phi = \pi/2 - \text{atan}(\omega/\omega_c)$. Que vaut ϕ pour $\omega \rightarrow 0$? $\omega = \omega_c$? $\omega \rightarrow \infty$? Tracer l'allure de la courbe $\phi(\omega)$.

12. Cette fonction est traditionnellement notée $H(j\omega)$ car ω intervient toujours multipliée par j dans l'expression de la fonction.

13. On rappelle que, pour x et y réels, $|1/z| = 1/|z|$.

14. On rappelle que, si $z = x + jy$ avec x et y réels, $\phi = \arg(z)$ vérifie $\phi = \text{atan}(y/x)$ si $x > 0$ - et $\phi = \pi/2$ si $x = 0$ et $y > 0$. D'autre part, $\arg(z_1/z_2) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$.

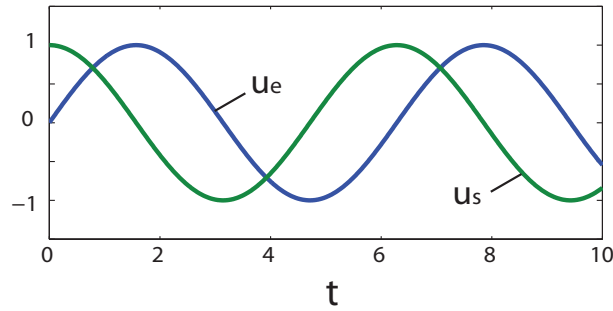
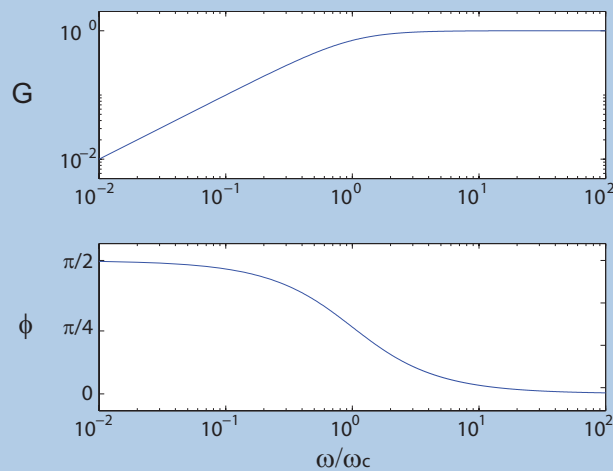


FIGURE 20 – Schéma de deux signaux u_s et u_e avec u_s déphasé de $\pi/2$ par rapport à u_e (c'est-à-dire que u_s varie avec un quart de période d'avance sur u_e).

Ci-dessous les courbes $G(\omega/\omega_c)$ et $\phi(\omega/\omega_c)$:



4.1.2 Etude expérimentale

Réaliser le montage de la figure 19 en plaçant en entrée (tension $u_e(t)$) un GBF (sortie "output 50 Ω " comme au TP2) à la fréquence ν (on rappelle $\nu = \omega/2\pi$), avec une amplitude U_e du signal fourni de l'ordre de 2 V (**à ne pas dépasser afin de ne pas endommager la résistance**). On utilisera une résistance $R = 300 \Omega$ et une capacité (boîte à décades bleue) $C = 1 \mu\text{F}$. Visualiser $u_e(t)$ et $u_s(t)$ sur les deux voies de l'oscilloscope.

e) Que vaut théoriquement ω_c ? Quelle est la fréquence de coupure théorique correspondante $\nu_c = \omega_c/2\pi$?

f) Régler le GBF à la fréquence 1 kHz. Mesurer les valeurs efficaces des tensions $u_e(t)$ et $u_s(t)$ avec la fonction "measure" de l'oscilloscope. En déduire le gain $G(\nu = 1 \text{ kHz})$. Quelle est l'incertitude sur les tensions efficaces ? En déduire l'incertitude sur G .

g) Toujours à la fréquence 1 kHz, mesurer le déphasage ϕ du signal $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$. On se rappellera que ϕ décrit de combien de périodes $u_s(t)$ est *en avance* par rapport à $u_e(t)$: par exemple, sur la figure 13, u_s est en avance d'un quart de période, donc $\phi = 2\pi/4 = \pi/2$.

h) Répéter la mesure de $G(\nu)$ et $\phi(\nu)$ pour des valeurs de ν échelonnées de 0,1 à 100 kHz (en prenant environ 3 valeurs de ν par décade : 0,1, 0,2, 0,5, 1, 2, 5, 10 kHz etc., sauf au voisinage de ν_c où on resserrera les valeurs de ν car c'est là que se produit l'effet recherché). Tracer la courbe $G(\nu)$ en échelle log-log (c'est-à-dire : G et ν en log) et $\phi(\nu)$ en échelle semi-log (ϕ en normal et ν en log)¹⁵. On portera les barres d'erreur sur la courbe $G(\nu)$ en prenant une incertitude relative de 1 % pour ν . L'allure de la courbe correspond-elle à ce que prévoit la théorie ?

i) Quelle est la valeur maximale de G mesurée (notée G_{max}) ? Pour quelle valeur de fréquence est-elle mesurée ?

Si on définit ν_c comme la fréquence pour laquelle on mesure $G(\nu_c) = G_{max}/\sqrt{2}$, quelle valeur expérimentale de ν_c en déduit-on ? Comparer cette valeur à la valeur théorique de ν_c .

j) Si on définit ν_c comme la fréquence pour laquelle on mesure $\phi(\nu_c) = \pi/4$, quelle valeur expérimentale de ν_c en déduit-on ?

Comme au TP2, il faut que chaque mesure de tension à l'oscillo, à l'aide d'un câble BNC-banane, se fasse en mettant la fiche banane noire sur le point du circuit qui est à la masse, et la fiche rouge à l'autre point. En effet, la fiche noire est mise à la masse de l'oscillo, qui est à la terre, alors que la masse du générateur est aussi à la terre : si ces branchements ne sont pas respectés, on introduit un court-circuit via la terre (**boucle de masse**).

Il faut mesurer l'amplitude U_e pour chaque fréquence car elle change avec la fréquence en lien avec la résistance interne du GBF.

4.1.3 Application à un enregistrement sonore

Nous allons montrer comment ce principe de filtrage peut s'appliquer au traitement électronique d'un enregistrement sonore. La gamme des fréquences audibles s'étend (au maximum) entre 20 Hz et 20 kHz. Nous allons utiliser le signal fourni par la sortie audio de l'ordinateur comme signal d'entrée, et remplacer la résistance du circuit par un casque audio de sorte que le signal entendu dans le casque sera proportionnel à la tension u_s aux bornes du casque qui joue (approximativement) le rôle d'une résistance. On écouterá les fichiers son1, son2 et son3 disponibles sur le Moodle 2P021 dans la partie TP.

k) On considère que le casque se comporte, pour notre expérience, approximativement comme une résistance $R = 35 \Omega$. Que vaut théoriquement la fréquence de coupure $\nu_c = \omega_c/2\pi$ dans le cas $C = 0,5 \mu F$? et dans le cas $C = 9,5 \mu F$?

l) Ecouter dans le casque le fichier son1. C'est un signal de fréquence 500 Hz. Comparer le son entendu dans les cas $C = 0,5$ et $9,5 \mu F$. Y a-t-il un cas pour lequel le signal est plus fort que pour l'autre ? Comment l'expliquer ? Faire un schéma.

m) Mêmes questions pour le fichier son2 qui est un signal de fréquence 10 kHz.

n) Le fichier son3 est un enregistrement du mouvement "L'éléphant" du *Carnaval des animaux* de Camille Saint-Saëns. Le thème est exécuté par la contrebasse, dont la tonalité

15. Le choix d'une échelle log est indispensable pour ν car on a pris des points pour des valeurs de ν échelonnées sur plusieurs décades : en échelle normale, on ne verrait rien de ce qui se passe pour les petites fréquences.

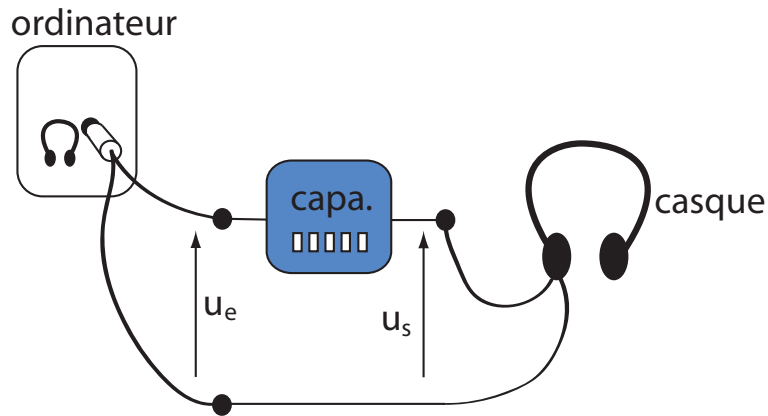


FIGURE 21 – Schéma du montage de filtrage d'un enregistrement sonore.

grave imite la lenteur du pachyderme. Elle est accompagnée par des accords de piano (plus aigus). Pour chacune des valeurs $C = 0,5$ et $9,5 \mu\text{F}$, lequel des instruments entend-on le plus distinctement ? Comment l'expliquer ?

k) $\nu_c = 9,1 \text{ kHz}$ pour $C = 0,5 \mu\text{F}$ et 480 Hz pour $9,5 \mu\text{F}$.

l) On distingue que le signal est plus faible à $0,5 \mu\text{F}$ ($\nu \ll \nu_c$) qu'à $9,5 \mu\text{F}$ ($\nu \simeq \nu_c$).

m) Il n'y a pas de différence entre les deux signaux sonores entendus : dans les deux cas $\nu > \nu_c$ donc $H' \simeq 1$.

n) Pour $C = 9,5 \mu\text{F}$ le signal est peu modifié (fréquence de coupure très basse) et la contre basse domine nettement. Pour $C = 0,5 \mu\text{F}$, par contre, les basses fréquences sont atténuées, et on entend le piano autant que la contre basse voire un peu plus. Cependant, la fréquence fondamentale des notes jouées (440 Hz pour le "la" de la gamme centrale du piano) est peut-être plutôt en-dessous de la fréquence de coupure dans les deux cas : c'est surtout au niveau des harmoniques que le filtrage se fait.

4.2 Circuit RLC en série

4.2.1 Etude théorique

Le circuit ci-dessous, composé d'une résistance R en série avec une bobine de coefficient d'auto-induction L et d'un condensateur de capacité C , est alimenté par une tension sinusoïdale $u_e(t)$ de pulsation ω . On souhaite déterminer la tension $u_s(t)$ aux bornes de la résistance. On note $\underline{u_e}$ et $\underline{u_s}$ les grandeurs complexes respectivement associées à $u_e(t)$ et $u_s(t)$, et on cherche la fonction de transfert $H(j\omega) = \underline{u_s}/\underline{u_e}$.

a) Exprimer l'intensité complexe \underline{i} en fonction de $\underline{u_e}$, R , L , C et ω . On rappelle l'impédance complexe d'une bobine : $Z = Lj\omega$.

b) En déduire que la fonction de transfert s'écrit :

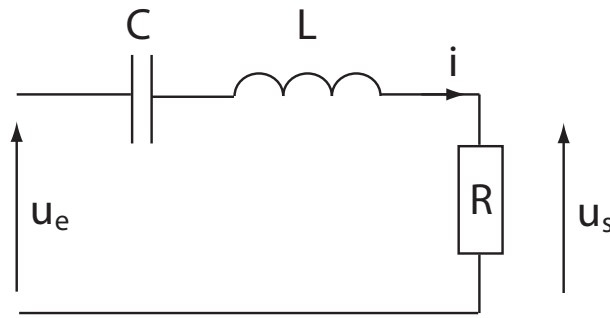


FIGURE 22 – Schéma du circuit RLC en série.

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + Lj\omega + 1/Cj\omega} \quad (10)$$

et réécrire cette expression sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (11)$$

en donnant pour ω_0 et Q les valeurs adéquates.

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \text{ et } Q = L\omega_0/R.$$

c) Exprimer le gain $G(\omega) = |H(j\omega)|$.

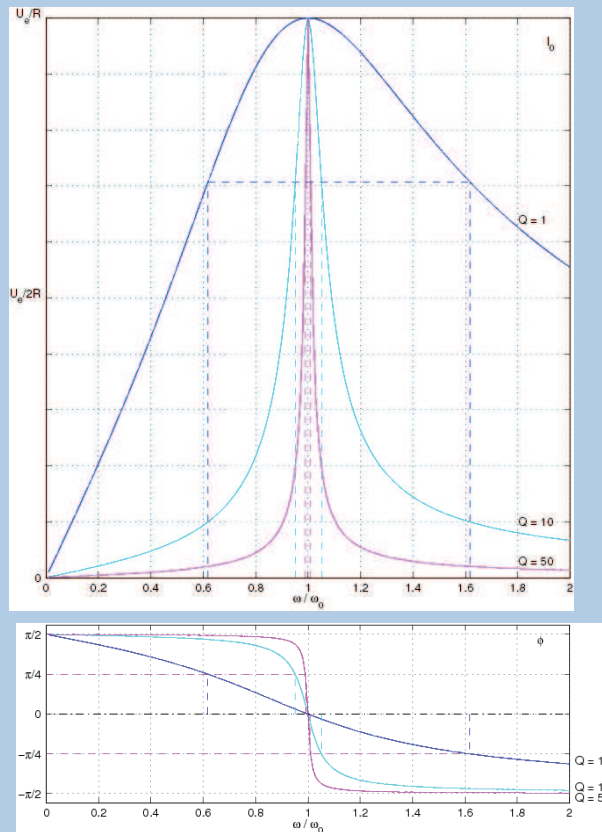
d) Montrer que la valeur maximale de $G(\omega)$ est $G_{max} = 1$; pour quelle valeur de ω cette valeur est-elle atteinte ? (NB cette valeur de ω constitue la *pulsation de résonance* du circuit) On admettra que la fonction $G(\omega)$ ne présente pas d'autre maximum.

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

La valeur maximale de 1 est atteinte en $\omega = \omega_0$.

e) Quelle est la valeur de G dans la limite $\omega \rightarrow 0$? et dans la limite $\omega \rightarrow \infty$? Tracer l'allure de la courbe $G(\omega)$. De quel type de circuit (passe-...) s'agit-il ?

Les courbes de gain (et de déphasage bien que ce ne soit pas demandé) sont tracées ci-dessous :



4.2.2 Etude expérimentale

On utilise toujours le GBF pour fournir une tension sinusoïdale **d'amplitude environ 2 V (à ne pas dépasser)**. Brancher aux bornes du générateur une résistance $R = 300 \Omega$ en série avec la bobine fournie et un condensateur de capacité $C = 60 \text{ nF}$ afin de réaliser le montage RLC. On affichera $u_e(t)$ et $u_s(t)$ sur les deux voies de l'oscilloscope, et on s'intéressera à leurs amplitudes U_e et U_s mesurées comme précédemment.

f) Par un balayage rapide des fréquences et en cherchant la fréquence pour laquelle $G = U_s/U_e$ est maximal, déterminer la fréquence de résonance $\nu_0 = \omega_0/2\pi$. En déduire une valeur du coefficient d'auto-induction L de la bobine.

On mesure par exemple $\nu_0 = 2024 \text{ Hz}$, ce qui donne $L = 0,103 \text{ H}$. L'impédance nominale des bobines est $L = 0,1 \text{ H}$ (elle est d'ailleurs indiquée sur certaines bobines!).

g) Mesurer et tracer le rapport $G(\nu) = U_s/U_e$ pour des valeurs de ν échelonnées entre $\nu_0/2$ et $3\nu_0/2$. Quelle est sur cette courbe la valeur maximale de G (notée G_{max}) ?

Il faut absolument mesurer U_e à chaque fréquence pour tracer U_s/U_e , car U_e ne reste pas constante et chute de 20 % au voisinage de la résonance (résistance interne du GBF).

A résonance on trouve $G_{max} \sim 0,9$ en raison de la résistance interne de la bobine : par rapport au calcul de la partie théorique, la tension mesurée aux bornes de R est donc multipliée par $R/(R + R_{bobine})$.

h) Evaluer sur la courbe la largeur $\Delta\nu$ de la plage de fréquences sur laquelle $G > G_{max}/\sqrt{2}$. On peut montrer en examinant l'expression théorique de $G(\omega)$ que le rapport $\nu_0/\Delta\nu$, appelé *facteur de qualité* du circuit, est égal à Q. En déduire une valeur expérimentale de Q et comparer à la valeur théorique. Quelle serait l'allure de la courbe si on remplaçait la résistance de $300\ \Omega$ par une résistance de $3\text{ k}\Omega$?

On attend $Q = L\omega_0/R = 4$, ici aussi la résistance de la bobine intervient un peu sur le facteur de qualité mesuré mais c'est moins observable.

On pourrait estimer Q par une autre méthode, en repérant les bornes de la bande passante comme étant les fréquences pour lesquelles $\phi = \pm \pi/4$, mais ce ne sera pas abordé ici. On trouverait un résultat similaire (et peut-être plus précis).

4.2.3 Application à un signal carré

Le circuit est désormais alimenté par un signal carré d'amplitude $0,5\text{ V}$ à la fréquence de résonance et on prend toujours $R = 300\ \Omega$.

i) Visualiser à l'oscilloscope la tension aux bornes de R. Sachant que toute fonction périodique impaire $f(t)$ peut s'écrire comme une somme de fonctions sinusoïdales (*série de Fourier*) sous la forme $f(t) = \sum A_n \sin(n\omega t)$ (fig. 23), interpréter la courbe vue à l'oscilloscope.

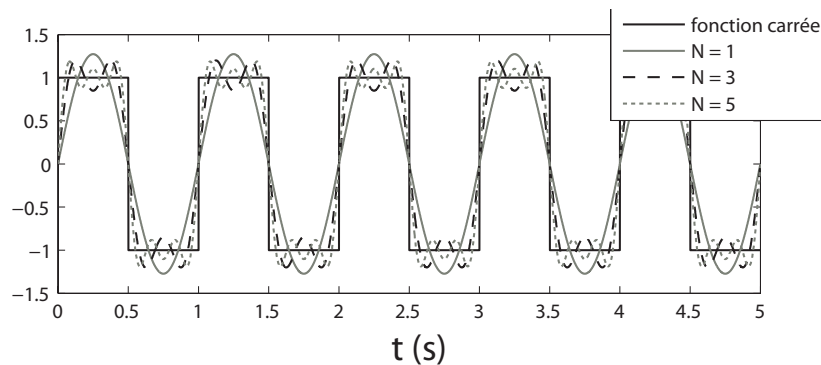


FIGURE 23 – Noir : fonction carrée. Gris : approximation de la fonction carrée par la formule $\sum_{n=1}^N A_n \sin(n\omega t)$, pour $N = 1, 3$ et 5 . Plus on ajoute de termes d'ordres n élevés (N grand), plus la somme devient une bonne approximation d'une fonction carrée.

Le choix de la valeur de R se justifie ici : elle doit être un peu grande par rapport à la résistance interne $50\ \Omega$ du GBF car sinon les créneaux délivrés par le GBF sont déformés au voisinage de la résonance. Mais si on prend R trop grande le facteur de qualité est trop

faible. La valeur proposée de $300\ \Omega$ est un bon compromis, même si les créneaux du GBF sont un peu déformés.

On sélectionne très clairement le fondamental, la courbe est bien sinusoïdale.