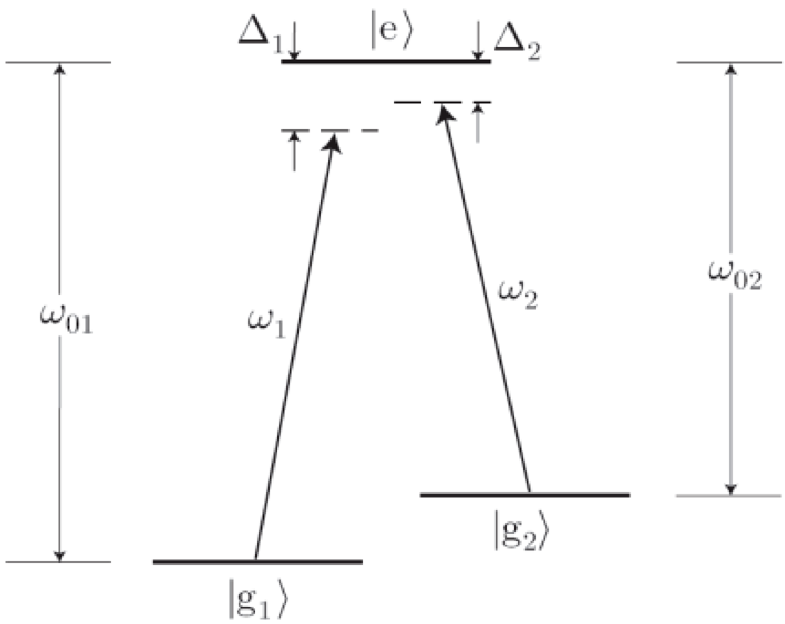
Chapitre 1

Lambda system

1.1 Présentation



On va considérer un couplage (sinusoïdal) uniquement entre $|e\rangle$ et $|g_1\rangle$ et entre $|e\rangle$ et $|g_2\rangle$. Le Hamiltonien du système s'écrit donc :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \omega_e & -\frac{\Omega_{R1}}{2} e^{-i\phi_1} e^{-i\omega_1 t} & -\frac{\Omega_{R2}}{2} e^{-i\phi_2} e^{-i\omega_2 t} \\ -\frac{\Omega_{R1}}{2} e^{i\phi_1} e^{i\omega_1 t} & \omega_{g1} & 0 \\ -\frac{\Omega_{R2}}{2} e^{i\phi_2} e^{i\omega_2 t} & 0 & \omega_{g2} \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

où ϕ_1 et ϕ_2 sont les composantes complexes des pulsations de Rabi Ω_{R1} et Ω_{R2}.

Dans ces conditions, on écrira un état quelconque du système à 3 niveaux sous la forme :

$$|\psi\rangle = c_e e^{-i\omega_e t} |e\rangle + c_{g1} e^{-i\omega_{g1} t} |g1\rangle + c_{g2} e^{-i\omega_{g2} t} |g2\rangle \tag{1.2}$$

1.1.1 Résolution dans le cas résonnant

En supposant que $\omega_1 = \omega_e - \omega_{g1}$ et $\omega_2 = \omega_e - \omega_{g2}$, on déduit de Schrödinger :

$$\dot{c_e} = \frac{i}{2}(\Omega_{R1} e^{-i\phi_1} c_{g1} + \Omega_{R2} e^{-i\phi_2} c_{g2}) \tag{1.3}$$

$$\dot{c_{g1}} = \frac{i}{2}\Omega_{R1} e^{i\phi_1} c_e \tag{1.4}$$

$$\dot{c_{g2}} = \frac{i}{2}\Omega_{R2} e^{i\phi_2} c_e \tag{1.5}$$

1.2 Dark State

On va se placer dans le cas résonnant, et on va considérer un état initialement dans une superposition des états fondamentaux :

$$|\psi\rangle (t = 0) = \cos\frac{\theta}{2} |g1\rangle + \sin\frac{\theta}{2} e^{i\psi} |g2\rangle \tag{1.6}$$

Alors, en résolvant les équations 1.3, on trouve que :

$$c_e(t) = \frac{i\sin(\Omega t/2)}{\Omega}\left[\Omega_{R1} e^{-i\phi_1}\cos\frac{\theta}{2} + \Omega_{R2} e^{-i(\phi_2+\psi)}\sin\frac{\theta}{2}\right] \tag{1.7}$$

où $\Omega = \sqrt{\Omega_{R1}^2 + \Omega_{R2}^2}$. c_{g1} et c_{g2} peuvent se calculer mais c'est chiant.

On voit que pour certaines valeurs de θ et certains paramètres de couplage, tu peux annuler c_e, et donc créer un dark state, un état fondamental qui n'est pas excité par des champs résonnants. La condition c'est que :

$$\frac{\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)} = \tan(\theta/2) = -\frac{\Omega_{R1}}{\Omega_{R2}} e^{-i(\phi_1-\phi_2-\psi)} \tag{1.8}$$

ce qui te permet d'écrire, en remplaçant dans 1.6 que le dark state généralisé s'écrit comme :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{\Omega_{R2}(t) e^{-i\phi_2} |g1\rangle + \Omega_{R1}(t) e^{-i\phi_1} |g2\rangle}{\sqrt{\Omega_{R1}^2 + \Omega_{R2}^2}} \tag{1.9}$$

Dans le cas où tu peux négliger les composantes complexes, tu vois qu'une façon de créer un dark state c'est de partir de $|g1\rangle$, avec Ω_{R2} allumé, mais Ω_{R1} éteint, puis d'allumer progressivement (adiabatiquement) Ω_{R1}. (D'ailleurs ça marche même si tu ne négliges pas les composantes complexes)