

Calculo de descensos en un campo de bombeo en medios porosos

Christian N. Pfarher, Juan Pablo Garbarino, Marina Castro

Trabajo práctico final de “Métodos numéricos y simulación”, II-FICH-UNL.

15 de julio de 2010

Índice

1. Introducción	3
2. Objetivos	3
3. Base Teórica	3
3.1. Modelo matemático	3
4. Desarrollo	4
4.1. Datos del problema	4
4.1.1. Cálculo de la velocidad de extracción de agua a partir del caudal	5
4.2. Definición de Geometría	5
4.3. Propiedades del medio y de los materiales	6
4.3.1. Material Suelo	6
4.3.2. Material Wall o Pared	8
4.4. Condiciones de borde	9
4.5. Mallado	12
4.6. Condiciones temporales	12
4.7. Ejecución	13
5. Resultados	13
6. Conclusiones	13

1. Introducción

El flujo subterráneo de agua es un componente importante de todos los sistemas hidráulicos. Tiene un papel central en el presupuesto de agua para uso doméstico, industrial y en agricultura. La administración del recurso implica tomar decisiones sobre donde perforar para extraer o inyectar y sobre las estrategias de control. También implica decisiones sobre la calidad del agua producida, lo que a su vez se relaciona con la disponibilidad del recurso. Las reservas de agua subterránea como las napas y los acuíferos están formadas por la infiltración natural de agua de lluvia. Proveen el líquido a casas e industrias, a través de perforaciones individuales o de la explotación a gran escala por parte de empresas de servicios públicos. Vamos a centrar nuestra atención en los acuíferos. Un acuífero es una formación geológica subterránea capaz de almacenar y rendir agua. El acuífero ocupa un dominio constituido por un medio poroso: tierra, arena, basaltos, granitos –usualmente fisurados– son todos ejemplos de medios porosos, que exhiben en común el estar constituidos por una matriz sólida y poros. Las condiciones geológicas e hidrológicas determinan su tipo y funcionamiento. Hay dos tipos de acuíferos: los confinados y los no confinados. En el acuífero confinado, el agua está atrapada entre las capas impermeables de la roca o entre grietas de la formación rocosa. Dicha agua podría encontrarse almacenada a presión. Si perforamos, el nivel de agua asciende hasta situarse en una determinada posición que coincide con el nivel de saturación del acuífero en el área de recarga. Si la topografía es tal que la boca del pozo está por debajo del nivel del agua, el pozo es surgente o artesiano; si no es así el nivel del agua ascenderá hasta el nivel correspondiente, pero no será surgente. El agua está sometida a una presión superior a la atmosférica y ocupa totalmente los poros o huecos de la formación geológica, saturándola totalmente. No existe zona no saturada. En un acuífero no confinado, en cambio, el agua no está almacenada a presión por no estar encapsulada en la roca. Si se hiciera un pozo en él, el agua se tendría que bombear a la superficie. En el presente trabajo, se presentan los resultados de la simulación de un campo de bombeo en medios porosos en un acuífero

ver si el acuífero es libre o confinado!!!!!!!

. El campo consta de dos pozos de bombeo de agua que funcionan un cierto período de tiempo extrayendo un caudal de agua. Para la realización del trabajo se utilizó el software de pre y pos proceso GiD ¹. Mediante el mismo, se utilizó el *módulo de pre-proceso* para la carga de los datos del problema, mientras que para la simulación se utilizó Tdyn ²(*módulo de post-proceso*).

2. Objetivos

El objetivo de este trabajo, consiste en la simulación de líneas de corrientes y equipotenciales en un campo de bombeo (medio poroso) con 2 bombas de extracción de agua en un acuífero libre (no confinado), homogéneo e isótropo. ver bien que vamos a poner como objetivos

3. Base Teórica

3.1. Modelo matemático

Para la resolución del problema utilizamos *Tdyn*, el cual está basado en la solución numérica de las ecuaciones de *Navier-Stokes* empleando el *FEM*. *Tdyn* resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones para un fluido incompresible o ligeramente compresible de un dominio Ω dado y un intervalo de tiempo $(0, t)$:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (u \bullet \nabla) u \right) + \nabla p - \nabla \bullet (\mu \nabla u) = \rho f \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (1)$$

$$\nabla \bullet u = 0 \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (2)$$

donde $u = u(x, t)$ denota el vector velocidad, $p = p(x, t)$ el campo de presiones, ρ la densidad (constante), μ la viscosidad dinámica del fluido y la f la aceleración volumétrica.

¹<http://gid.cimne.upc.es/>

²es un entorno tridimensional de análisis fluidodinámico (CFD) y multifísica basado en el método de los elementos finitos estabilizado

Las ecuaciones de arriba necesitan ser combinadas con las siguientes condiciones de borde:

$$u = u_c \text{ en } \Gamma_D \times (0, t); \quad (3)$$

$$p = p_c \text{ en } \Gamma_P \times (0, t); \quad (4)$$

$$n \cdot \sigma \cdot g_1 = 0, n \cdot \sigma \cdot g_2 = 0, n \cdot u = u_M \text{ en } \Gamma_M \times (0, t); \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; \quad (6)$$

$$p(x, 0) = p_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; \quad (7)$$

En las ecuaciones de arriba, $\Gamma = \partial\Omega$ denota la frontera del dominio Ω , siendo n el vector normal unitario y g_1, g_2 los vectores tangentes de la frontera $\partial\Omega$, u_c es el campo de velocidad sobre Γ_D , p_c la presión sobre Γ_P , σ es el campo de tensiones, u_M el valor de la velocidad normal y u_0, p_0 los campos de velocidad y presión iniciales. La unión de Γ_D, Γ_P y Γ_M debe ser Γ ; la intersección entre ellos es el conjunto vacío, ya que un punto de la frontera puede ser parte de un único tipo de superficie, a menos que forme parte del borde entre dos de ellas.

La discretización espacial de las ecuaciones de *Navier - Stokes* es realizada mediante el método de elementos finitos, mientras que para la discretización en el tiempo debe considerarse un algoritmo iterativo tal como el *Método de pasos fraccionarios (Fractional Step Method) de dos pasos (implícito)*.

También hay que aclarar que no se utiliza un modelo de turbulencia (como lo es el de Smagorinsky) ya que se está en presencia de un flujo lento.

4. Desarrollo

4.1. Datos del problema

Los datos que se pudieron obtener del problema son:

- Discretización del área a modelar:
 - Dominio: $x = 1000$ [m], $y = 1000$ [m]
 - Acuífero libre, homogéneo e isótropo ($K_x = K_y = K_z$) que significa cada una de estas cosas?
 - Espesor del acuífero: 20 [m]*
- Ubicación de los Pozos de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: $x = 150$ [m], $y = 650$ [m]
 - Pozo Bombeo 2: $x = 750$ [m], $y = 250$ [m]
- Caudal de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: 60 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
 - Pozo Bombeo 2: 40 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo: 0,5[m]* esto no era dato! pero los calculso lo hicimos con este valor
- Filtro: Tramo filtrante de longitud 15 m.*
- Transmisividad: 600 $\left[\frac{m^2}{d}\right]$
 Coef de trasmisividad: cuanto mas chiquito es mas lento se mueve el agua en el suelo.ver!!
- Coeficiente de almacenamiento: $5 * 10^{-2}$ creo que este no lo usamos... ver
- Porosidad efectiva: $5 * 10^{-2}$

También hay que aclarar que nos encontramos en presencia de suelo saturado, esto es.....ver!

4.1.1. Cálculo de la velocidad de extracción de agua a partir del caudal

Se procedió a convertir las unidades de los datos del problema (Caudal de extracción de los pozos a velocidad) para poder ingresarlas en el software de simulación. En dinámica de fluidos, *caudal* es la cantidad de fluido que avanza en una unidad de tiempo. Se denomina también “Caudal volumétrico.” o “Índice de flujo fluido”. El cálculo del caudal de agua viene expresado por:

$$Q = V \cdot S \quad (8)$$

donde en la ecuación (8) Q es el caudal, V es la velocidad y S es la sección de la tubería

- Pozo de Bombeo 1: a partir de la ec. (8) y dado que se conoce el caudal del pozo de bombeo 1 $Q_1 = 60 \left[\frac{m^3}{h} \right]$ se puede calcular la velocidad de extracción V_1 como:

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_1 \cdot S_1 \\ Q_1/S_1 &= V_1 \\ \frac{60 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot r^2} &= V_1 \quad \text{donde } r \text{ es el radio de la tubería} \end{aligned}$$

dado que $r = 0,25 [m]$ y reemplazando

$$\begin{aligned} \frac{1 [h]}{3600 [s]} \cdot \frac{60 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot 0,25^2 [m^2]} &= V_1 \\ 0,084883 \left[\frac{m}{s} \right] &= V_1 \\ 0,085 \left[\frac{m}{s} \right] &\approx V_1 \end{aligned}$$

- Pozo de Bombeo 2: procediendo de la misma manera escrita arriba y con el caudal del pozo de bombeo 2 $Q_2 = 40 \left[\frac{m^3}{h} \right]$ se puede calcular la velocidad de extracción V_2 como:

$$\begin{aligned} Q_2 &= V_2 \cdot S_2 \\ Q_2/S_2 &= V_2 \\ \frac{40 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot r^2} &= V_2 \quad \text{donde } r \text{ es el radio de la tubería} \end{aligned}$$

dado que $r = 0,25 [m]$ y reemplazando

$$\begin{aligned} \frac{1 [h]}{3600 [s]} \cdot \frac{40 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot 0,25^2 [m^2]} &= V_2 \\ 0,056588 \left[\frac{m}{s} \right] &= V_2 \\ 0,057 \left[\frac{m}{s} \right] &\approx V_2 \end{aligned}$$

4.2. Definición de Geometría

Para la geometría en tres dimensiones se tiene los siguientes datos: En las figuras 1, 2 y 3 se pueden observar las dimensiones de las geometrías según los datos del problema. Hay que aclarar aquí que el cuadrado de $300 m. \times 300 m.$ que se visualiza en la figura 2 como el rectángulo de $400 m. \times 300 m.$ en la misma figura, solo fueron dibujados con el objetivo, de a posteriori, realizar un refinamiento del dominio en la zona que más interesa visualizar.

También, se debe aclarar, que tanto el *tramo filtrante*, el *espesor del acuífero* y el *diámetro de los pozos* descriptos en la sección 4.1 fueron redimensionados con el objetivo de tener una mejor visualización de los resultados, quedando con las siguientes dimensiones:

- Espesor del acuífero(amplificado por un factor 10): $200 [m]^*$

- Tramo filtrante de longitud (amplificado por un factor 10): 150 m.*
- Diámetro del pozo (amplificado por un factor 40): 20[m]* que vamos a poner al final? que la simulacion se hizo en un radio de 20 m? o que la redimensiones fue echa con ese objetivo? me parece que esto esta mal pero bueno.. ver que haceR!

A continuación se presentan los datos de los elementos que forman la geometría:

- Número de puntos: 33
- Número de líneas: 52
- Número de superficies: 28
- Número de volúmenes: 3

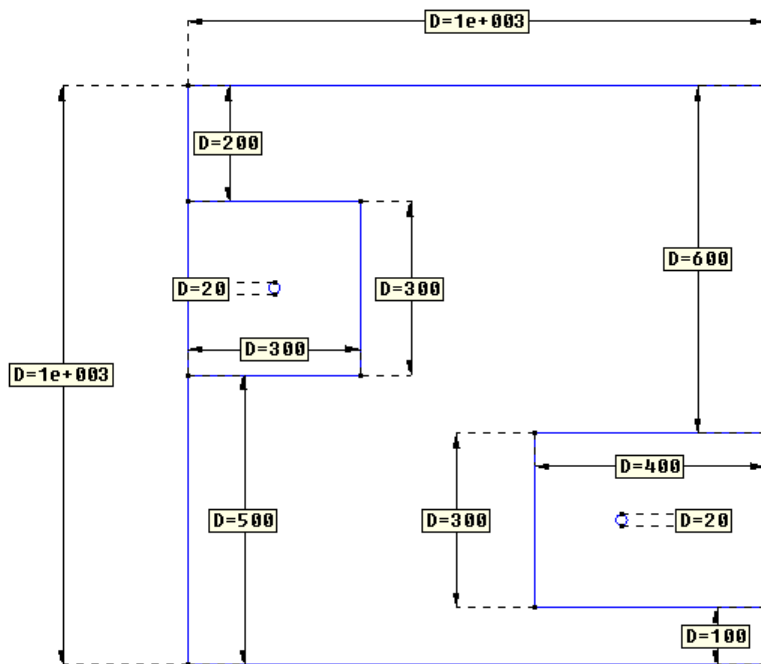


Figura 1: Vista General de las cotas en el Plano XY

En la figura 4 se pueden observar las generaciones de las superficies (color magenta) y volúmenes (color cyan) de la geometría.

4.3. Propiedades del medio y de los materiales

A partir de los datos del problema se tuvieron que realizar conversiones de unidades y el cálculo de diferentes valores para ser ingresados en el programa GID para definir los parámetros del modelo.

4.3.1. Material Suelo

En la pestaña ransol de la ventana de materiales de fluidos para el material suelo de se introdujeron los siguientes valores:

- Modelo de Fluido: flujo incompresible (la densidad del fluido permanece constante con el tiempo $\rho = cte.$)

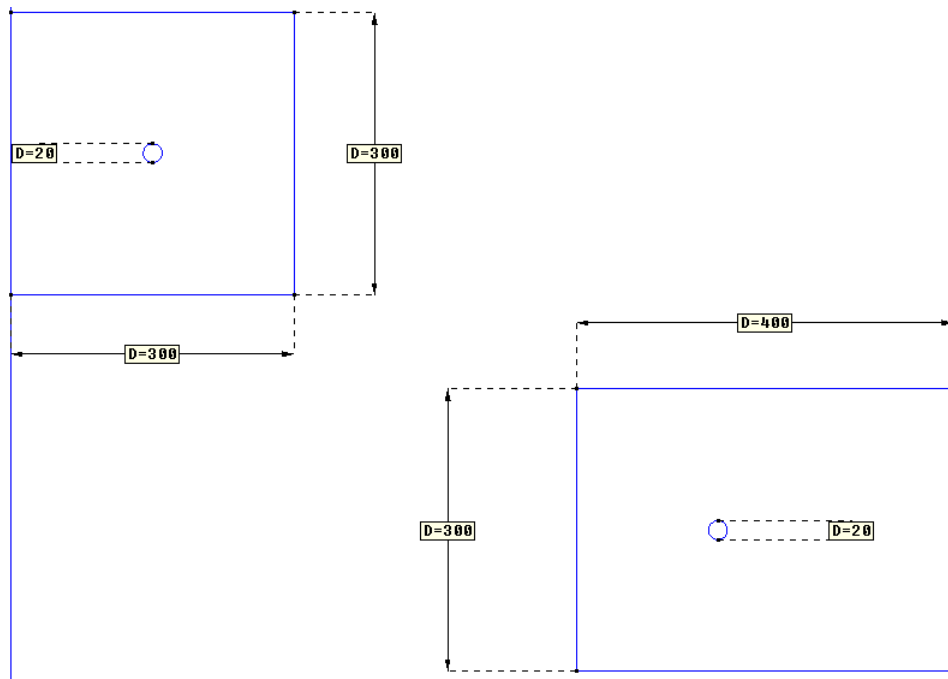


Figura 2: Vista en detalle (pozos) de las cotas en el Plano XY

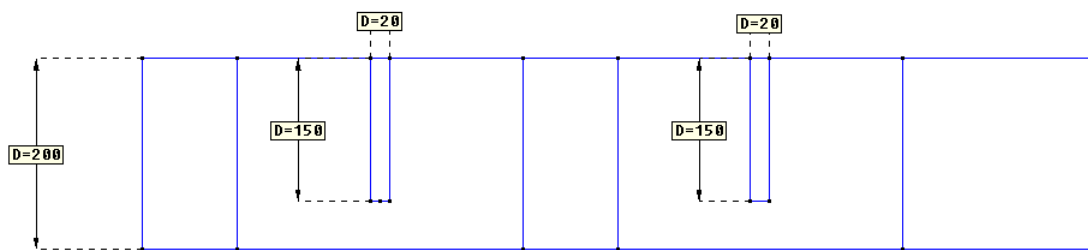


Figura 3: Vista en de las cotas en el plano YZ

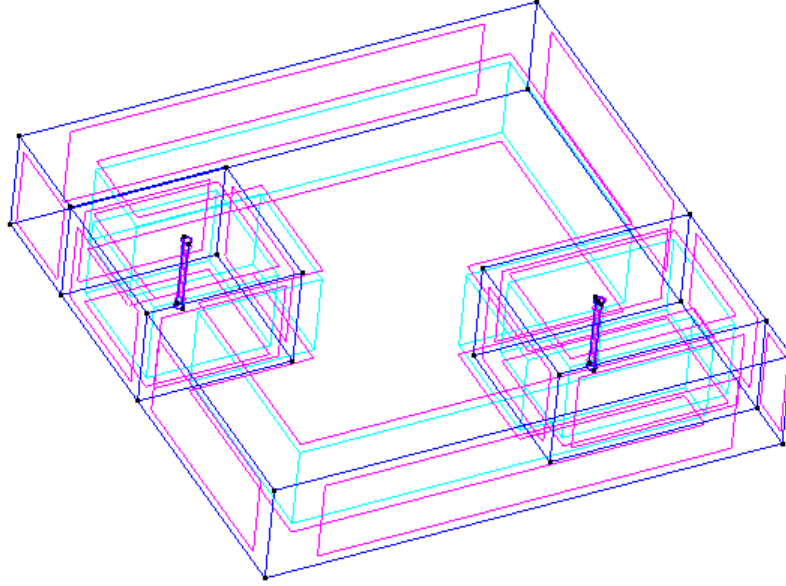


Figura 4: Superficies y Volúmenes de la Geometría

- Densidad: $999,7 \text{ Kg}/\text{m}^3$ (agua a 10°C)³
- Viscosidad: $0,001307 \text{ Pa.s}$ (agua a 10°C)⁴
- Resistencia de la Ley de Darcy: quizás explicar que corno y como se haya este coeficiente de 0.0000017 y que representa la ley de darcy.. porosidad del suelo...
 k = conductividad 1 m^2 o 1 darcy
 silvina: Ley de resistencia de darcy: es la ley que habla de la velocidad que tiene el agua para moverse dentro del medio poroso. Hay 6 valores porque este coef puede ser homogéneo en todo el suelo, esto se llama suelo isotrópico, es el que tiene el mismo coef de transmisividad en todos los sentidos: x,y,z. Cuando el suelo tiene distinto coef se usa toda la matriz que es lo real y lo normal. A los fines del cálculo lo usamos como isotrópico, entonces solo completamos la diag principal y con el mismo valor (hay que ver el tema de la unidad, porque esta distinta a los datos).

$$\begin{pmatrix} 0,0000017 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0000017 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0000017 \end{pmatrix} [1/\text{m}^2] \quad (9)$$

Debido a que se está en presencia de un acuífero isótropo, en (9) se puede observar que sólo la diagonal principal de la matriz presenta valores diferentes de cero.

En la figura 5 se puede observar la asignación del material definido a la parte del dominio correspondiente.

4.3.2. Material Wall o Pared

En la ventana de contornos fluidos se asigno a las paredes de ambos pozos el contorno definido por defecto Wall. El tipo de contorno seleccionado fue el *FixWall* con el ángulo por defecto de 60° . Este es el modelo

³según datos obtenidos de Tabla-libro ...

⁴según datos obtenidos de Tabla-libro ...

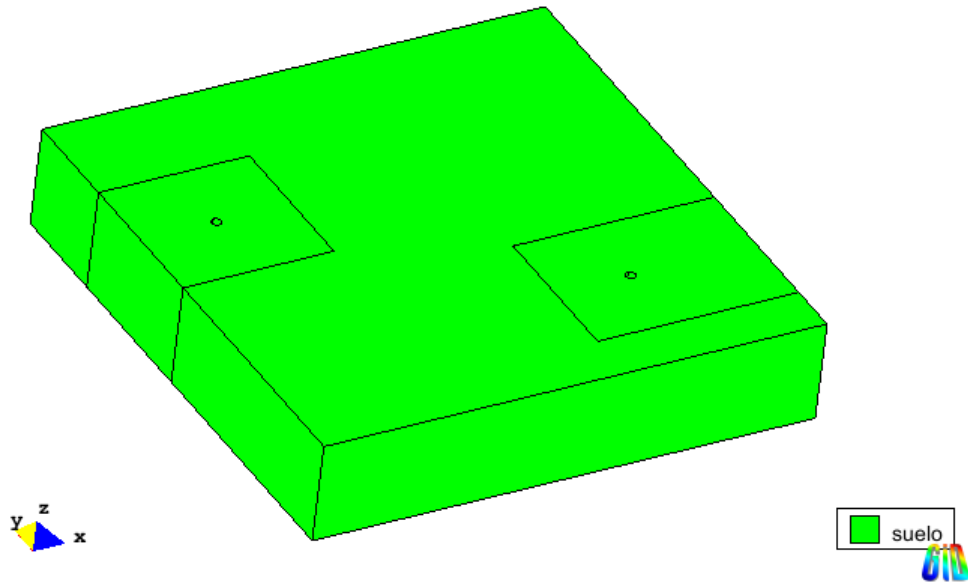


Figura 5: Material Suelo asignado a la geometría

elegido en Tdyn para simular el comportamiento del flujo en las paredes del dominio. Básicamente, impone que la velocidad en las superficies asignadas será nula, modelando así la pared del pozo por la que no existe penetración de agua hacia el interior del pozo. En la figura 6 se puede observar el material asignado a ambos pozos.

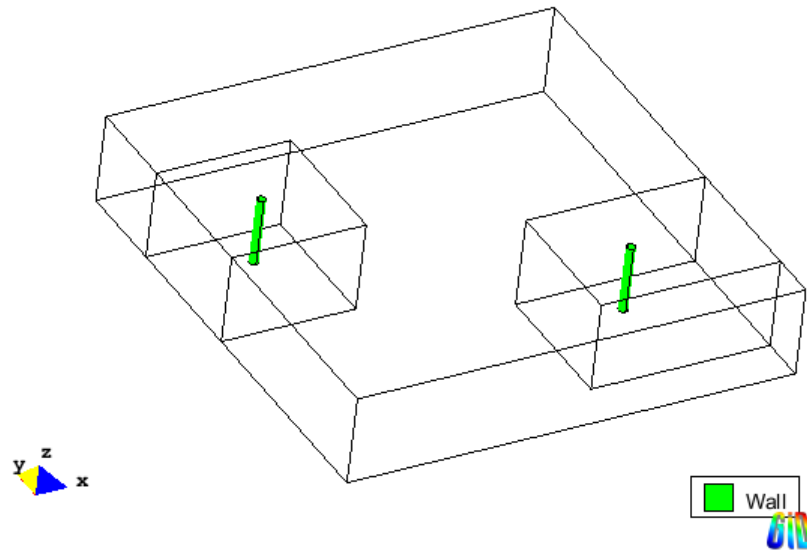


Figura 6: Material Wall o Pared asignado a la geometría

4.4. Condiciones de borde

Para fijar las condiciones de borde, se procedió mediante el menú datos \Rightarrow condiciones \Rightarrow ransol. Luego se selecciono la opción de asignación de propiedades a superficies y se procedió a fijar las diferentes condiciones:

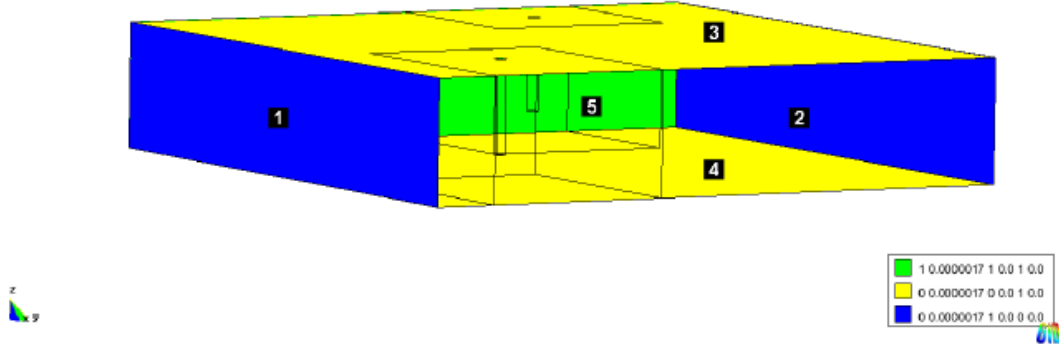


Figura 7: Velocidades Fijas

Fijar Velocidad

Como se puede ver en la figura 7 las condiciones asignadas a cada una de las superficies enumeradas son las siguientes:

1. Superficie 1 y 2:

$$\begin{aligned} V_x &= 0,0000017 \text{ [m/s]} \\ \text{Fija } V_y &= 0,0 \text{ [m/s]} \\ V_z &= 0,0 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

Observar, que en las superficies 1 y 2 se fija la velocidad V_y a 0, esto se hace con el objetivo de impedir que el fluido escape del dominio (impermeabilidad de las paredes laterales). En la dirección de x y y el movimiento es libre.

2. Superficie 3 y 4:

$$\begin{aligned} V_x &= 0,0000017 \text{ [m/s]} \\ V_y &= 0,0 \text{ [m/s]} \\ \text{Fija } V_z &= 0,0 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

En estas superficies se fija la velocidad V_z a 0 (para representar la impermeabilidad de la superficie superior e inferior del campo). En las direcciones de x y y el movimiento es libre.

3. Superficie 5:

$$\begin{aligned} \text{Fija } V_x &= 0,0000017 \text{ [m/s]} \\ \text{Fija } V_y &= 0,0 \text{ [m/s]} \\ \text{Fija } V_z &= 0,0 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

Se puede observar que en esta superficie, se fijan las velocidades en las 3 direcciones, x , y y z . Esto modela la entrada de agua que se desplaza en una sola dirección (x). Además ese desplazamiento es a la misma velocidad con el que se determinó la constante de permeabilidad k de la *Ley de Darcy*.

Fijar Presión

En la figura 8 se puede observar que se fijó un valor de referencia para la presión en la superficie del extremo final de salida del campo con valor igual a 0,0 [Pa]. Esto significa que los resultados que obtendremos para la presión serán relativos a esta condición.

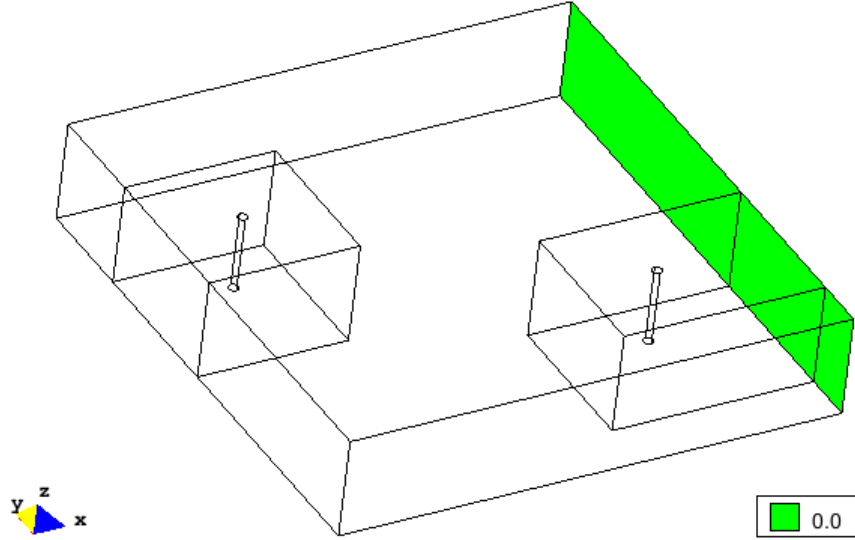


Figura 8: Condición fija de presión

Campo de Velocidad

Para modelar la extracción de agua de los pozos, se aplicó un campo de velocidad como se observa en la figura (11). Para ambos pozos se generó una función dependiente del tiempo que modela el proceso de extracción de agua de la bomba durante un periodo de tiempo. En las figuras (9) y (10) se puede observar una pendiente creciente entre los pasos 100 y 500 (encendido de la bomba de extracción de agua) y una pendiente decreciente entre los pasos de tiempo 50000 y 50400 (apagado de la bomba de extracción de agua). Entre los valores que se encuentran entre 500 y 50000 la velocidad es constante igual a la velocidad de extracción que posee la bomba del pozo.

A continuación se presentan las condiciones asignadas a cada pozo:

■ Pozo 1:

$$\begin{aligned}
 \text{Fijar ValorX} &= 0,0 \text{ [m/s]} \\
 \text{Fijar ValorY} &= 0,0 \text{ [m/s]} \\
 \text{Fijar ValorZ} &= \text{if}(t \leq 100 | t > 50400) \text{ then } (vz = 0) \text{ else } (\text{if}(t > 100 \& t \leq 500) \text{ then} \\
 &\quad (vz = 0,00021 * (t - 100)) \text{ else } (\text{if}(t > 500 \& t \leq 50000) \text{ then } (vz = 0,085) \\
 &\quad \text{else } (vz = -0,00021 * (t - 50400)) \text{ endif) endif) endif \text{ [m/s]}
 \end{aligned} \tag{10}$$

La función escrita para el *ValorZ* en (10) se puede observar en la figura (9) y viene dada por la función matemática (11)

$$Vz_1(t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \leq 100 \vee t > 50400 \\ 0,00021 * (t - 100) & , \quad t \wedge 100 \leq 500 \\ 0,085 & , \quad t \wedge 500 \leq 50000 \\ -0,00021 * (t - 50400), & \text{eoc} \end{cases} \tag{11}$$

■ Pozo 2:

$$\begin{aligned}
 \text{Fijar ValorX} &= 0,0 \text{ [m/s]} \\
 \text{Fijar ValorY} &= 0,0 \text{ [m/s]} \\
 \text{Fijar ValorZ} &= \text{if}(t \leq 100 | t > 50400) \text{ then } (vz = 0) \text{ else } (\text{if}(t > 100 \& t \leq 500) \text{ then} \\
 &\quad (vz = 0,00014 * (t - 100)) \text{ else } (\text{if}(t > 500 \& t \leq 50000) \text{ then } (vz = 0,057) \\
 &\quad \text{else } (vz = -0,00014 * (t - 50400)) \text{ endif) endif) endif \text{ [m/s]}
 \end{aligned} \tag{12}$$

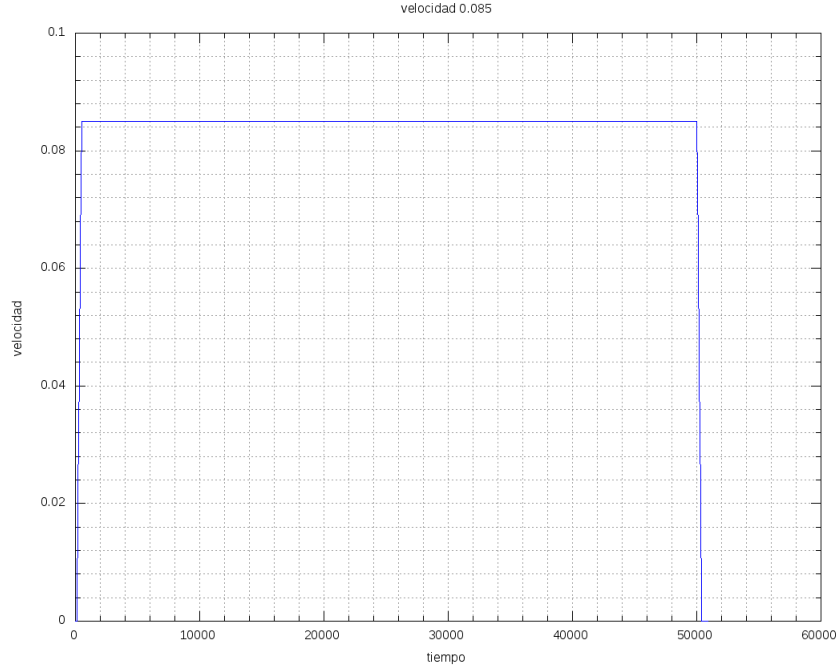


Figura 9: Función tiempo vs. velocidad de campo de velocidad en Z representada en (10) y (11)

La función escrita para el $ValorZ$ en (12) se puede observar en la figura (10) y viene dada por la función matemática (13)

$$V_{z_2}(t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \leq 100 \vee t \geq 50400 \\ 0,00014 * (t - 100) & , \quad t \geq 100 \wedge t \leq 500 \\ 0,057 & , \quad t \geq 500 \wedge t \leq 50000 \\ -0,00014 * (t - 50400), & eoc \end{cases} \quad (13)$$

4.5. Mallado

Para el mallado, se asignaron diferentes tamaños a las superficies debido a que se deseó obtener un mayor detalle en las cercanías de ambos pozos. Para ello se subdividió el dominio como se muestra en las figuras 1 y 2, luego se aplicó una malla no estructurada de diferentes tamaños para las diferentes entidades como se puede ver en las figuras 16 y 17. Además, en las preferencias de mallado de Gid, (*Utilidades ->preferencias ->pestaña malla*), se fijó la transición de tamaños no estructurados a 0,4. A continuación, se presentan los tipos y cantidades de elementos con los que esta conformado la geometría:

- Número de nodos: 118551
- Número de tetraedros: 651913. En la Fig. 12 se puede observar la calidad del mallado.
- Número de triángulos: 43082. En la Fig. 13 se puede observar la calidad del mallado.
- Total de elementos: 694995

4.6. Condiciones temporales

La simulación se llevo a cabo con un $\Delta t = 100 [s]$ y se simularon 50400 o 50500 pasos ver!

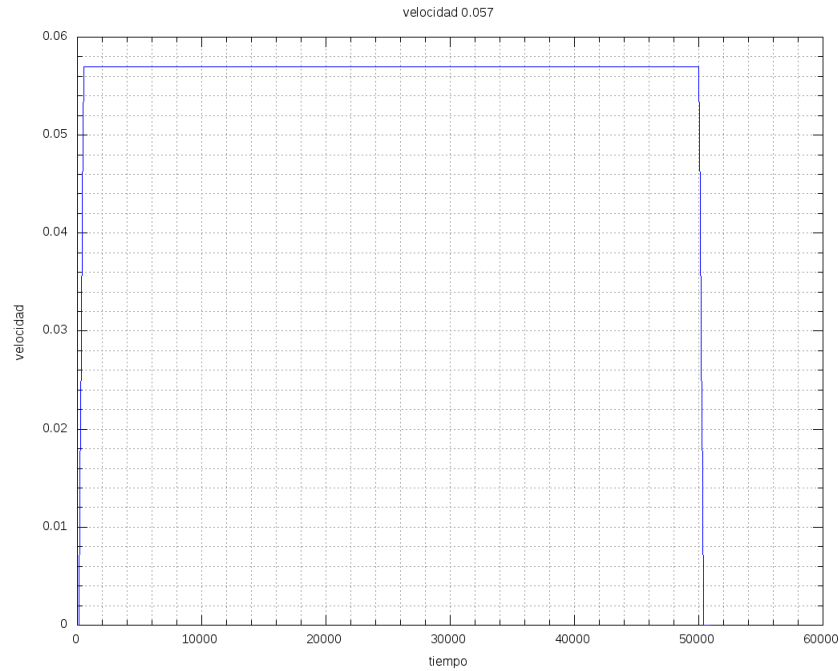


Figura 10: Función tiempo vs. velocidad de campo de velocidad en Z representada en (12) y (13)

4.7. Ejecución

cambiar el titulo esto es como se llevo a cabo la corrida

ver graficos en un nodo o punto la evolucion de una variable. -¿point evolution-¿velocity-¿module-¿elijo un nodo

5. Resultados

v(veloc) -¿lineas de flujo/vect p-¿equipotenciales realizar cortes lo que vamos a ver va a ser las equipotenciales (lineas de presión que son perpendiculares al flujo). siempre es contraria a la línea de velocidad

En los softwares específicos de hidrogeología, fijate que acá tenes el esquema de cálculo que es una malla muy gruesa en dos dimensiones, que te va a dar isocurvas de niveles. Se va a ver como esto va bombeando y ese nivel de agua cerca de la bomba va ir deprimiéndose formando el cono de depresión. Eso, así de esa forma acá no lo vamos a poder hacer, porque para poder hacer eso en 3D (en 2D si se puede) tenes que tener un soft que distinga entre suelo no saturado y suelo saturado. En el suelo saturado las ecs de gobierno son distintas a las del no saturado. El soft que tenemos solamente tiene las ecs de gob del suelo saturado, el no saturado tiene un modelo mucho más complejo, en realidad estos modelos son bidimensionales porque no calculan el flujo en suelo saturado, lo que calculan sería la curva, la interfaz, sería la sup que los separa, nada más, sería la ubicación de esa sup que distingue zona saturada de la no saturada. que tiene ecuaciones simples, pero no calcula detalles del flujo, este modelo calcula el flujo en suelo saturado. Se coincidiera que se está en presencia de un estrato de suelo saturado (esto es saturado de agua). Vamos a tener líneas equipotenciales (un en líneas de igual potencial hidráulico) las cuales son perpendiculares a las líneas del flujo y serían valores de presión que ejerce el agua sobre el suelo. Esas líneas equipotenciales van a ser equivalentes en interpretación a las líneas de superficie que se calculan tradicionalmente en hidrología.

6. Conclusiones

si el mod respondió que problemas tuvimos? ahí hacer mención al pozo grande y tiempo de cálculo... pozo real vs pozo simulado

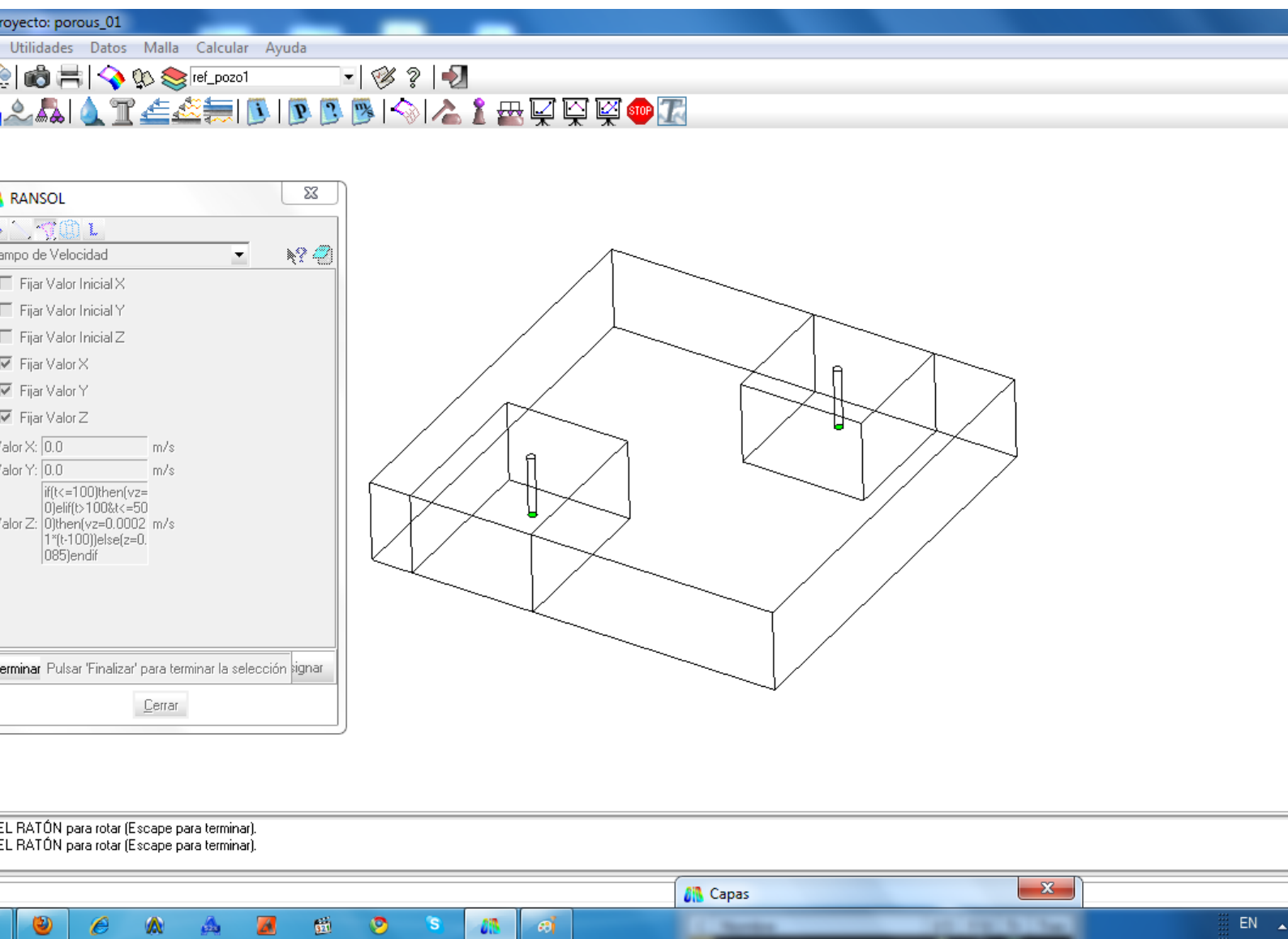


Figura 11: Condición de campo de velocidades

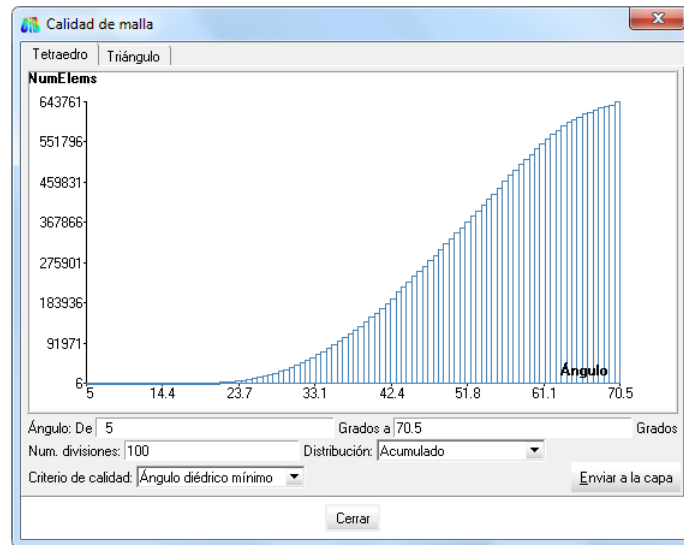


Figura 12: Calidad de la Malla - Tetraedros

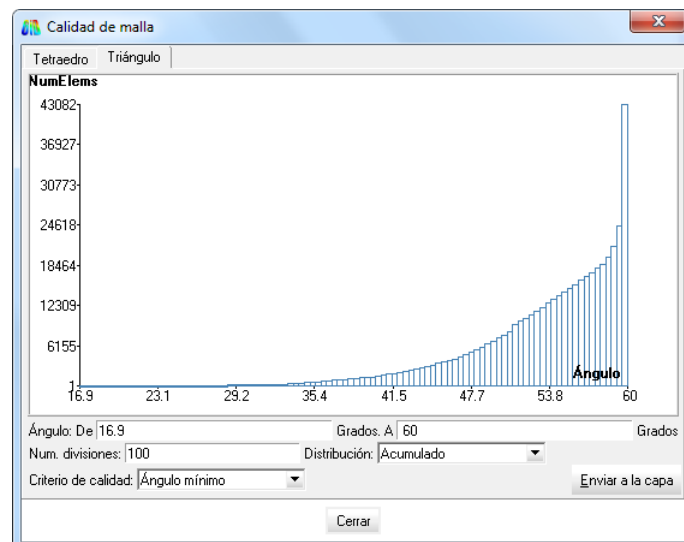


Figura 13: Calida de la Malla - Triángulos

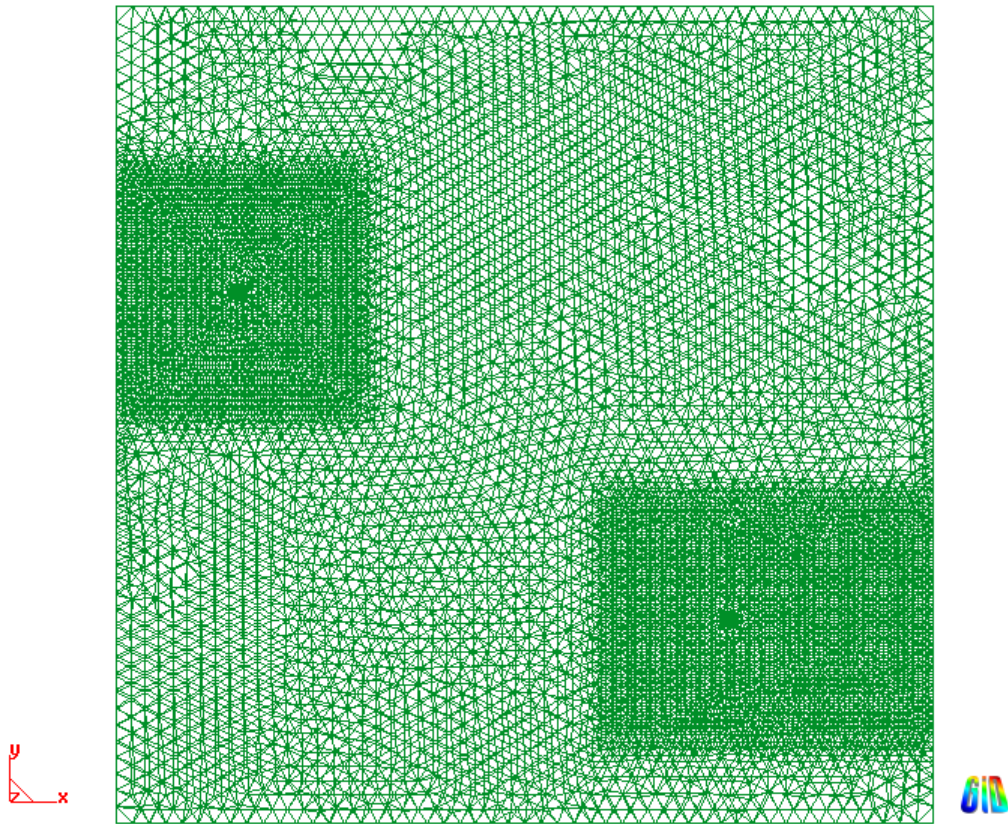


Figura 14: Vista en el plano XY de la malla

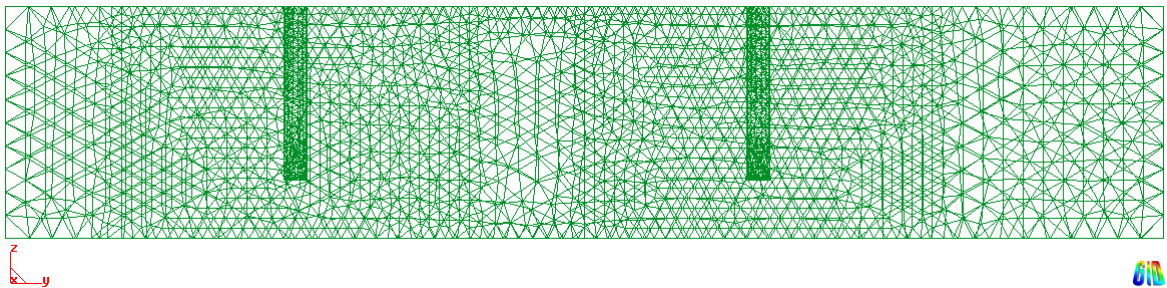


Figura 15: Vista en el plano YZ de la malla

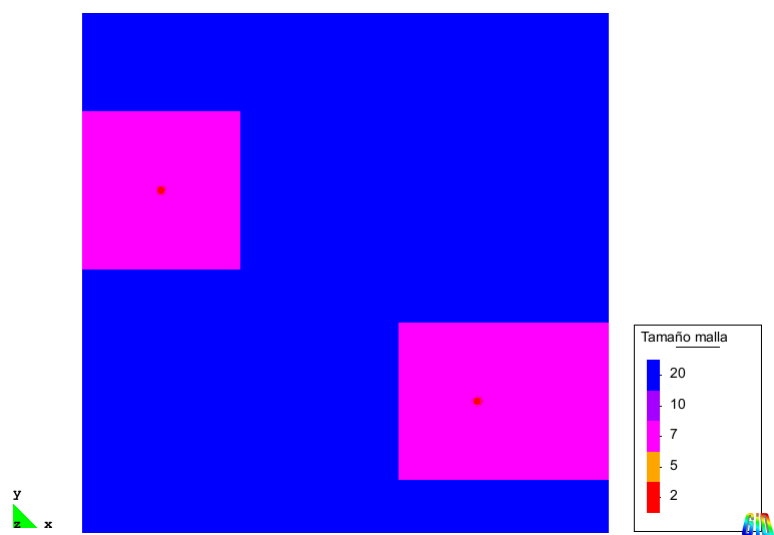


Figura 16: Tamaños de elementos de la malla - Vista en el plano XY

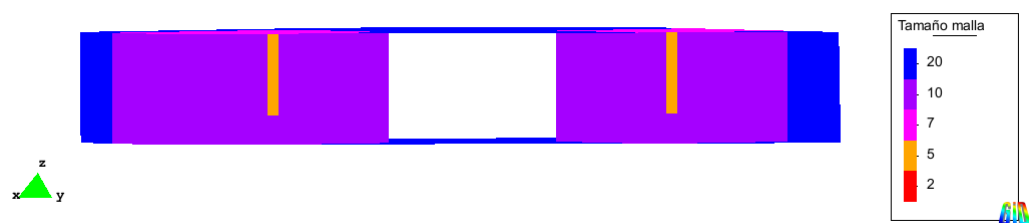


Figura 17: Tamaños de elementos de la malla - Corte transversal