Cálculo de flujo subterráneo generado por bombeo

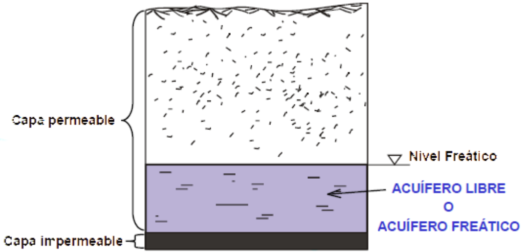
Christian N. Pfarher, Juan Pablo Garbarino, Marina Castro
Trabajo práctico final de "Métodos numéricos y simulación", II-FICH-UNL.

13 de septiembre de 2010

Objetivo

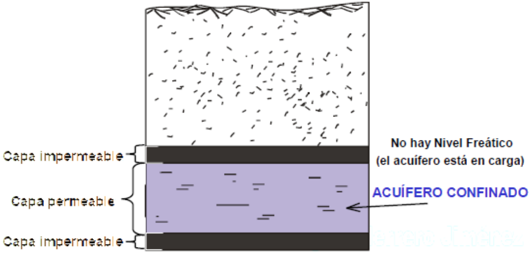
Simular el flujo, en un medio poroso (acuífero confinado, homogéneo e isótropo), generado por un par de bombas de extracción de agua en un campo de bombeo y comprobar la existencia o no de algún tipo de interacción entre los pozos de succión de agua.

Acuífero Libre o no confinado



Acuífero Confinado

- El caso del problema:



- Homogéneo
- Isótropo

Ecuación de Navier-Stokes

- *Tdyn* $\rightarrow$ basado en la solución numérica de las ecuaciones de *Navier-Stokes* empleando el *FEM*.
- *Tdyn* $\rightarrow$ resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones para un fluido incompresible o ligeramente compresible de un dominio Ω dado y un intervalo de tiempo $(0, t)$:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+(u\bullet\nabla)u\right)+\nabla p-\nabla\bullet(\mu\nabla u) = \rho f \text{ en } \Omega\times(0,t) \quad (1)$$

$$\nabla\bullet u = 0 \text{ en } \Omega\times(0,t) \quad (2)$$

- $u = u(x,t)$: denota el vector velocidad,
- $p = p(x,t)$ el campo de presiones,
- ρ la densidad (constante),
- μ la viscosidad dinámica del fluido y
- f la aceleración volumétrica.

Las Ec. (1) y (2) necesitan ser combinadas con las siguientes condiciones de borde:

$$
\begin{aligned}
u &= u_c \text{ en } \Gamma_D \times (0,t); & (3)\\
p &= p_c \text{ en } \Gamma_P \times (0,t); & (4)\\
n\cdot\sigma\cdot g_1 = 0,\ n\cdot\sigma\cdot g_2 = 0\ ,\ n\cdot u &= u_M \text{ en } \Gamma_M \times (0,t); & (5)\\
u(x,0) &= u_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; & (6)\\
p(x,0) &= p_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; & (7)
\end{aligned}
$$

- $\Gamma = \partial\Omega$ denota la frontera del dominio Ω, siendo n el vector normal unitario
- g_1, g_2 los vectores tangentes de la frontera $\partial\Omega$,
- u_c es el campo de velocidad sobre Γ_D,
- p_c la presión sobre Γ_P,
- σ es el campo de tensiones,
- u_M el valor de la velocidad normal y
- u_0, p_0 los campos de velocidad y presión iniciales
- $\Gamma_D \cup \Gamma_P \cup \Gamma_M = \Gamma$.
  $\Gamma_D \cap \Gamma_P \cap \Gamma_M = \bigcirc$. , ya que un punto de la frontera puede ser parte de un único tipo de superficie, a menos que forme parte del borde entre dos de ellas.

Ley de Darcy

Expresa que el flujo de agua en un medio poroso, homogéneo e isotrópico es proporcional a la conductividad del medio poroso o conductividad hidráulica K y a una fuerza conductora o gradiente hidráulico i.

$$Q = K\frac{h_3 - h_4}{L}A = K \cdot i \cdot A \tag{8}$$

donde:

$Q =$ gasto, descarga o caudal en m^3/s,

$L =$ longitud en metros de la muestra,

$K =$ una constante, actualmente conocida como coeficiente de permeabilidad de Darcy, variable en función del material de la muestra, en m/s,

$A =$ área de la sección transversal de la muestra, en m^2,

$h_3 =$ altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la entrada de la capa filtrante,

$h_4 =$ altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la salida de la capa filtrante,

$i = \frac{h_3 - h_4}{L} =$ el gradiente hidráulico.

Ley de Darcy

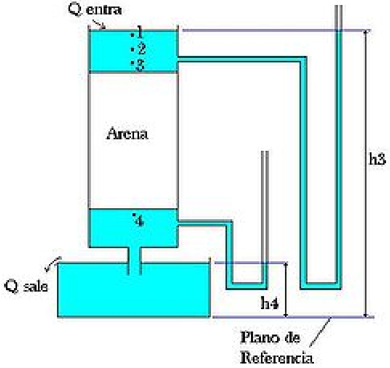


Figura: Ley de Darcy

- K depende tanto del medio como del propio fluido
- La parte que depende del fluido, normalmente es despreciable
    - viscosidad y peso específico del **agua** varían poco con la temperatura.
- A efectos prácticos asumimos: *conductividad hidráulica* (K de Darcy) es una característica del medio poroso.
- Cuando el valor de K es muy bajo o cuando las velocidades del flujo son muy altas $\rightarrow$ la relación entre el caudal y el gradiente hidráulico no es lineal
- En el flujo subterráneo las velocidades son muy lentas y prácticamente siempre la relación es lineal, salvo en las proximidades de captaciones bombeando en ciertas condiciones.

- 2 geometrías: *G1* y *G2*
- 2 simulaciones

Geometría G1

- Discretización del área a modelar:
  - **Dominio:** $x = 100\ [m]$, $y = 100\ [m]$
  - Acuífero confinado, homogéneo e isótropo $(K_{xx} = K_{yy} = K_{zz})$
  - Espesor del acuífero: $20\ [m]$
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: $x = 17{,}5\ [m]$, $y = 77{,}5\ [m]$
  - Pozo Bombeo 2: $x = 65{,}0\ [m]$, $y = 22{,}5\ [m]$
- Caudal de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: $60\ \left[\frac{m^3}{h}\right]$
  - Pozo Bombeo 2: $40\ \left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: $0{,}5[m]$
- Profundidad del pozo 1 y 2: $15[m]$
- Resistencia de la ley de Darcy $k = 0{,}0000017\ [1/m^2]$

Geometría G2

- Discretización del área a modelar:
  - **Dominio:** $x = 200 \ [m]$**,** $y = 200 \ [m]$
  - Acuífero confinado, homogéneo e isótropo $(K_{xx} = K_{yy} = K_{zz})$
  - Espesor del acuífero: $20 \ [m]$
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: $x = 30{,}0 \ [m]$, $y = 135{,}0 \ [m]$
  - Pozo Bombeo 2: $x = 150{,}0 \ [m]$, $y = 50{,}0 \ [m]$
- Caudal de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: $60 \ \left[\frac{m^3}{h}\right]$
  - Pozo Bombeo 2: $40 \ \left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: $0{,}5[m]$
- Profundidad del pozo 1 y 2: $15[m]$
- Resistencia de la ley de Darcy $k = 0{,}0000017 \ [1/m^2]$

“Caudal volumétrico”

$$Q = V \cdot S \tag{9}$$

- Q es el caudal,
- V es la velocidad y
- S es la sección de la tubería

Caudal de bombeo:

- Pozo Bombeo 1: 60 $\left[\frac{m^3}{h}\right] \Longrightarrow V = 0{,}085$
- Pozo Bombeo 2: 40 $\left[\frac{m^3}{h}\right] \Longrightarrow V = 0{,}057$

- Modelo de Fluido: flujo incompresible ($\rho = cte.$)
- Densidad: 999,7 Kg/m^3 (agua a $10^\circ C$)
- Viscosidad: 0,001307 $Pa.s$ (agua a $10^\circ C$)
- Resistencia de la Ley de Darcy:

$$\begin{pmatrix} 0{,}0000017 & 0{,}0 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0000017 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0000017 \end{pmatrix} [1/m^2] \qquad (10)$$

- acuífero isótropo (homogéneo en todo el suelo)

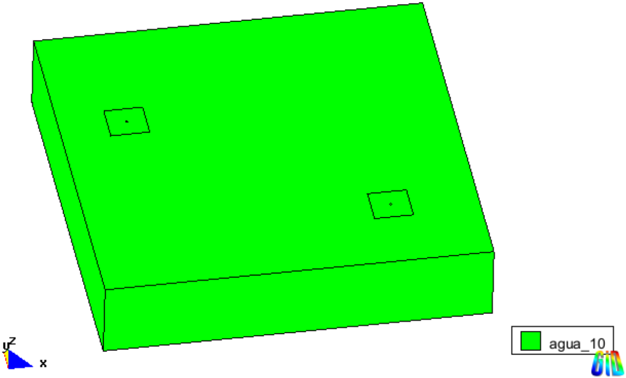


Figura: Material Suelo asignado a la geometría

V fixWall

Figura: Material Wall o Pared asignado a la geometría

Condiciones de Borde

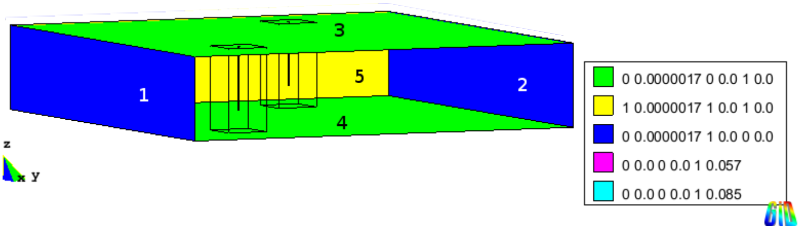
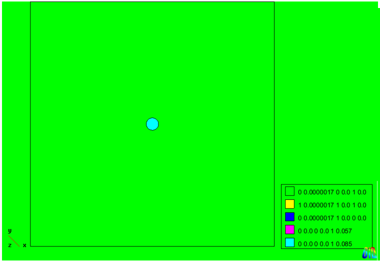
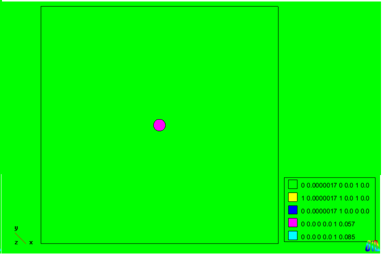


Figura: Velocidades Fijas

Condiciones de Borde





Condiciones de Borde

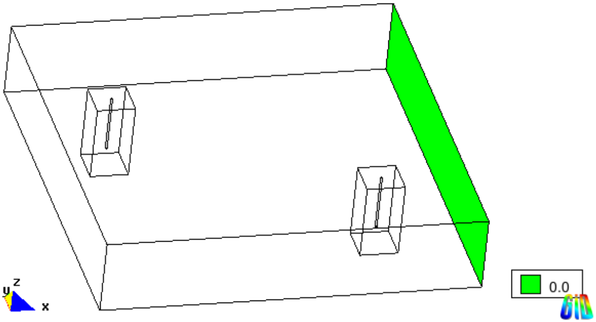


Figura: Condición fija de presión

G1

- Transición de tamaños no estructurados $= 0{,}3$.

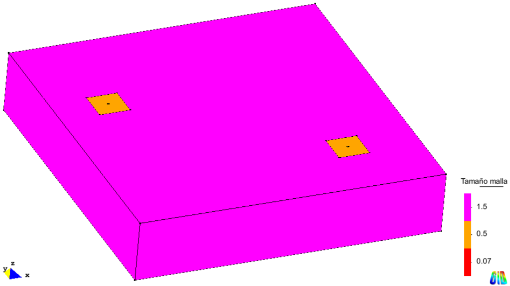


Figura: Tamaños de los elementos de la malla *G1*- Vista en perspectiva

G1

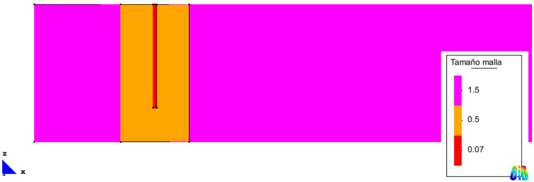


Figura: Tamaños de los elementos de la malla *G1*- Vista plano XZ

G2

- Transición de tamaños no estructurados $= 0{,}3$.

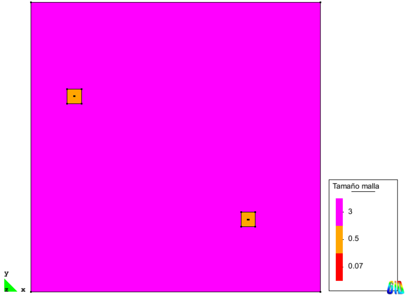


Figura: Tamaños de los elementos de la malla para *G2*- Vista plano XY

G2

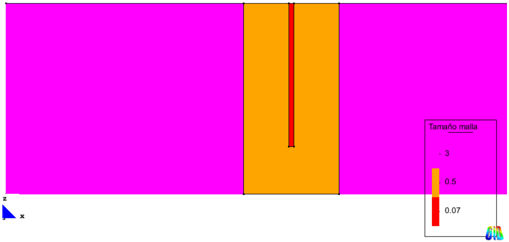


Figura: Tamaños de los elementos de la malla *G2*- Vista plano XZ

Tipo/Geometría	G1	G2
Número de nodos:	122586	157619
Número de tetraedros:	659027	851671
Número de triángulos:	60952	70582
Número de elementos totales:	719979	922253

Cuadro: Cantidad de nodos, tetraedros, triángulos y elementos totales para *G1* y *G2*

Malla para G1

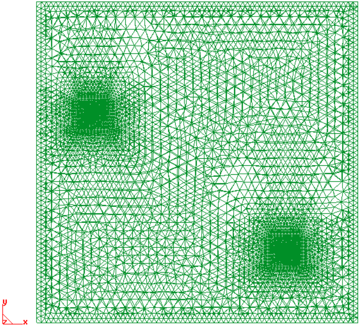


Figura: Mallado generada para *G1*- Vista plano XY

Malla para G2

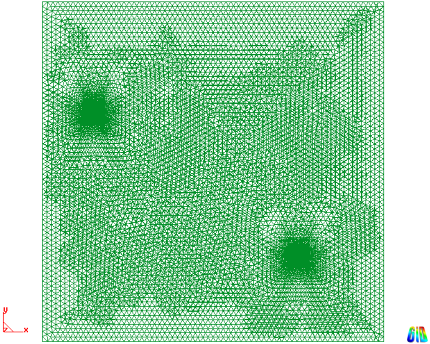
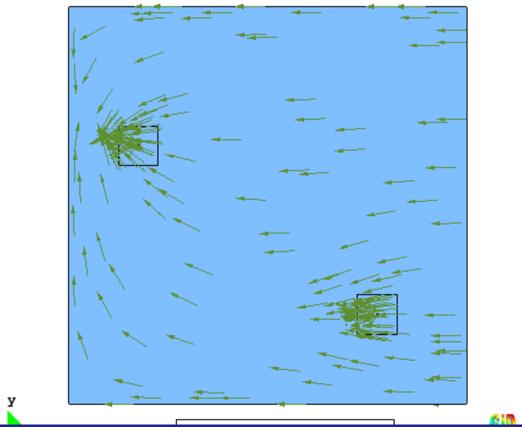


Figura: Mallado generada para *G2*- Vista plano XY

- 1000 pasos
- $\Delta t = 10\ [s]$
- 2 h., 46 m., 40 seg.

Vectores de velocidad



Presión

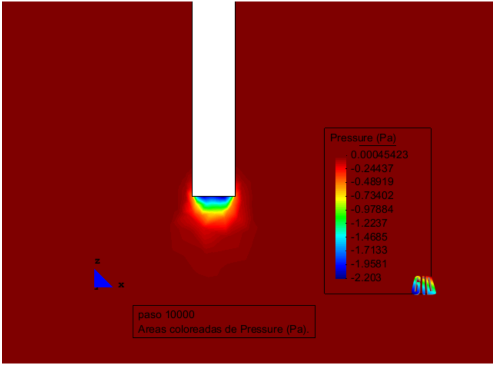


Figura: Presión pozo 1

Presión

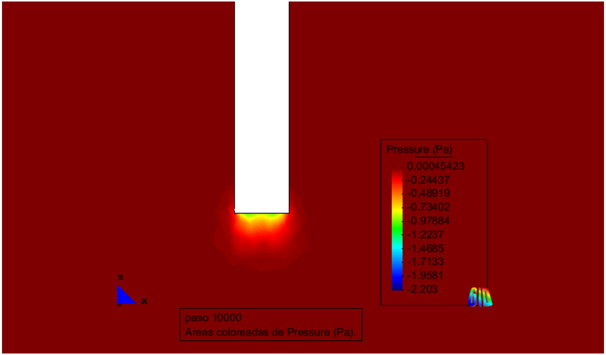


Figura: Presión pozo 2

Obtención de parámetros óptimos para Hough

Conclusiones

Trabajos futuros

d