### Cálculo de flujo subterráneo generado por bombeo

Christian N. Pfarher, Juan Pablo Garbarino, Marina Castro Trabajo práctico final de "Métodos numéricos y simulación", II-FICH-UNL.

13 de septiembre de 2010

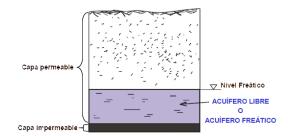


# Objetivo

Simular el flujo, en un medio poroso (acuífero confinado, homogéneo e isótropo), generado por un par de bombas de extracción de agua en un campo de bombeo y comprobar la existencia o no de algún tipo de interacción entre los pozos de succión de agua.

Acuífero libre o no confinado

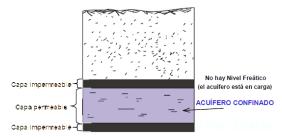
### Acuífero Libre o no confinado



Acuífero confinado

### Acuífero Confinado

• El caso del problema:



- Homogéneo
- Isótropo



Ec. de Navier-Stokes

### Ecuación de Navier-Stokes

- Tdyn → basado en la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes empleando el FEM.
- $Tdyn \rightarrow$  resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones para un fluido incompresible o ligeramente compresible de un dominio  $\Omega$  dado y un intervalo de tiempo (0,t):

Ec. de Navier-Stokes

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + (u \bullet \nabla)u\right) + \nabla \rho - \nabla \bullet (\mu \nabla u) = \rho f \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (1)$$

$$\nabla \bullet u = 0 \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (2)$$

- u = u(x,t): denota el vector velocidad,
- p = p(x, t) el campo de presiones,
- ρ la densidad (constante),
- μ la viscosidad dinámica del fluido y
- f la aceleración volumétrica.



Ec. de Navier-Stokes

Las Ec. (1) y (2) necesitan ser combinadas con las siguientes condiciones de borde:

$$u = u_c \text{ en } \Gamma_D \times (0, t);$$
 (3)

$$p = p_c \operatorname{en} \Gamma_P \times (0, t);$$
 (4)

$$n \cdot \sigma \cdot g_1 = 0, \ n \cdot \sigma \cdot g_2 = 0, \ n \cdot u = u_M \text{ en } \Gamma_M \times (0, t);$$
 (5)

$$u(x,0) = u_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\};$$
 (6)

$$p(x,0) = p_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; \quad (7)$$

- $\Gamma = \partial \Omega$  denota la frontera del dominio  $\Omega$ , siendo n el vector normal unitario
- $g_1$ ,  $g_2$  los vectores tangentes de la frontera  $\partial\Omega$ ,
- $u_c$  es el campo de velocidad sobre  $\Gamma_D$ ,
- $p_c$  la presión sobre  $\Gamma_P$ ,
- σ es el campo de tensiones,
- u<sub>M</sub> el valor de la velocidad normal y
- $u_0$ ,  $p_0$  los campos de velocidad y presión iniciales
- $\Gamma_D \cup \Gamma_P \cup \Gamma_M = \Gamma$ .  $\Gamma_D \cap \Gamma_P \cap \Gamma_M = \bigcirc$ ., ya que un punto de la frontera puede ser parte de un único tipo de superficie, a menos que forme parte del borde entre dos de ellas.

Ley de Darcy

## Ley de Darcy

Expresa que el flujo de agua en un medio poroso, homogéneo e isotrópico es proporcional a la conductividad del medio poroso o conductividad hidráulica K y a una fuerza conductora o gradiente hidráulico i.

$$Q = K \frac{h_3 - h_4}{L} A = K \cdot i \cdot A \tag{8}$$

donde:



#### Ley de Darcy

- Q = gasto, descarga o caudal en  $m^3/s$ ,
- L = longitud en metros de la muestra,
- K= una constante, actualmente conocida como coeficiente de permeabilidad de Darcy, variable en función del material de la muestra, en m/s,
- A = área de la sección transversal de la muestra, en  $m^2$ ,
- h<sub>3</sub> = altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la entrada de la capa filtrante,
- $h_4$  = altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la salida de la capa filtrante,
  - $i = \frac{h_3 h_4}{L}$  = el gradiente hidráulico.



Ley de Darcy

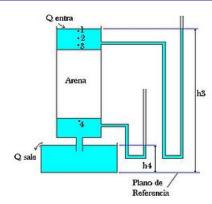


Figura: Ley de Darcy

- K depende tanto del medio como del propio fluido
- La parte que depende del fluido, normalmente es despreciable
  - viscosidad y peso específico del agua varían poco con la temperatura.
- A efectos prácticos asumimos: conductividad hidráulica (K de Darcy) es una característica del medio poroso.
- Cuando el valor de K es muy bajo o cuando las velocidades del flujo son muy altas → la relación entre el caudal y el gradiente hidráulico no es lineal
- En el flujo subterráneo las velocidades son muy lentas y prácticamente siempre la relación es lineal, salvo en las proximidades de captaciones bombeando en ciertas condiciones.



- 2 geometrías: G1 y G2
- 2 simulaciones

Datos del problema

## Geometría G1

- Discretización del área a modelar:
  - **Dominio:** x = 100 [m], y = 100 [m]
  - Acuífero confinado, homogéneo e isótropo  $(K_{xx} = K_{yy} = K_{zz})$
  - Espesor del acuífero: 20 [m]
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: x = 17.5 [m], y = 77.5 [m]
  - Pozo Bombeo 2: x = 65,0 [m], y = 22,5 [m]
- Caudal de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: 60  $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
  - Pozo Bombeo 2: 40  $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: 0,5[m]
- Profundidad del pozo 1 y 2: 15[m]
- Resistencia de la ley de Darcy k = 0.0000017  $[1 \neq m^2]$

## Geometría G2

- Discretización del área a modelar:
  - **Dominio:** x = 200 [m], y = 200 [m]
  - Acuífero confinado, homogéneo e isótropo  $(K_{xx} = K_{yy} = K_{zz})$
  - Espesor del acuífero: 20 [m]
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: x = 30,0 [m], y = 135,0 [m]
  - Pozo Bombeo 2: x = 150,0 [m], y = 50,0 [m]
- Caudal de bombeo:
  - Pozo Bombeo 1: 60  $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
  - Pozo Bombeo 2: 40  $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: 0,5[m]
- Profundidad del pozo 1 y 2: 15[m]
- Resistencia de la ley de Darcy k = 0.0000017  $[1 \neq m^2]$

Relación Caudal - Velocidad

### "Caudal volumétrico"

$$Q = V \cdot S \tag{9}$$

- Q es el caudal,
- V es la velocidad y
- S es la sección de la tubería

### Caudal de bombeo:

- Pozo Bombeo 1: 60  $\left\lceil \frac{m^3}{h} \right\rceil \Longrightarrow V = 0.085$
- Pozo Bombeo 2: 40  $\left\lceil \frac{m^3}{h} \right\rceil \Longrightarrow V = 0.057$

Propiedades del medio v de los Materiales

- Modelo de Fluido: flujo incompresible ( $\rho = cte$ .)
- Densidad: 999,7 *Kg/m*<sup>3</sup> (agua a 10°*C*)

000

- Viscosidad: 0,001307 Pa.s (agua a 10°C)
- Resistencia de la Ley de Darcy:

$$\begin{pmatrix} 0,0000017 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0000017 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0000017 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1/m^2 \end{bmatrix}$$
 (10)

acuífero isótropo (homogéneo en todo el suelo)



Desarrollo del problema

Propiedades del medio y de los Materiales

Base Teórica

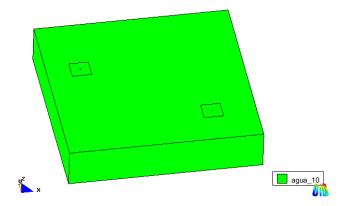


Figura: Material Suelo asignado a la geometría



Propiedades del medio y de los Materiales



Figura: Material Wall o Pared asignado a la geometría

#### Condiciones de Borde

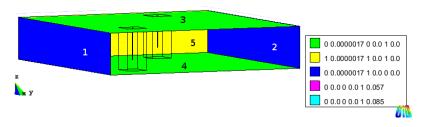


Figura: Velocidades Fijas



Desarrollo del problema



Base Teórica

000

#### Condiciones de Borde

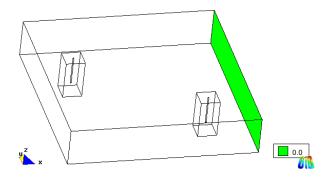


Figura: Condición fija de presión

### G1

Transición de tamaños no estructurados = 0,3.

0000000

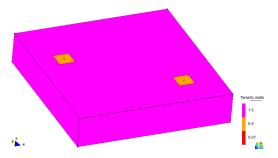
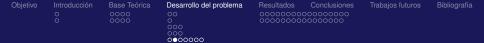


Figura: Tamaños de los elementos de la malla G1- Vista en perspectiva



G'



Figura: Tamaños de los elementos de la malla G1- Vista plano XZ

G2

• Transición de tamaños no estructurados = 0,3.

0000000

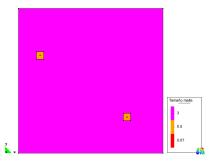


Figura: Tamaños de los elementos de la malla para G2- Vista plano XY



G2

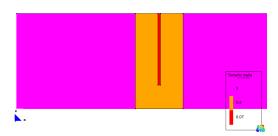


Figura: Tamaños de los elementos de la malla G2- Vista plano XZ

0000000

Mallado

| Tipo/Geometría               | G1     | G2     |
|------------------------------|--------|--------|
| Número de nodos:             | 122586 | 157619 |
| Número de tetraedros:        | 659027 | 851671 |
| Número de triángulos:        | 60952  | 70582  |
| Número de elementos totales: | 719979 | 922253 |

Cuadro: Cantidad de nodos, tetraedros, triángulos y elementos totales para G1 y G2

## Malla para G1

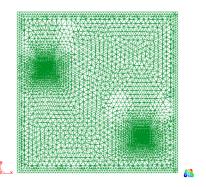


Figura: Mallado generada para G1- Vista plano XY

0000000

Mallado

## Malla para G2

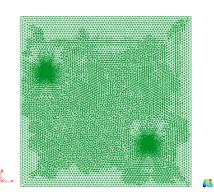


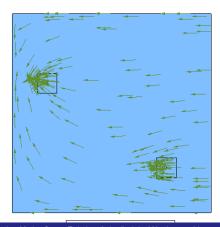
Figura: Mallado generada para G2- Vista plano XY

Ejecución

- 1000 pasos
- $\Delta t = 10 [s]$
- 2 h., 46 m., 40 seg.

Resultados para G1

### Vectores de velocidad





Resultados

Resultados para G1

## Corte por el centro de los pozos

Base Teórica

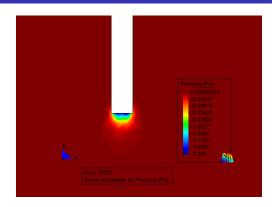


Figura: Presión pozo 1

## Corte por el centro de los pozos

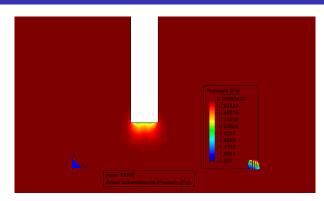


Figura: Presión pozo 2



# Corte por el centro de los pozos

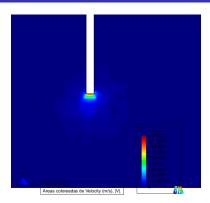


Figura: Módulo de velocidad pozo 1

## Corte por el centro de los pozos

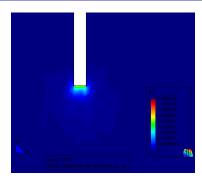


Figura: Módulo de velocidad pozo 2

### Corte transversal - H

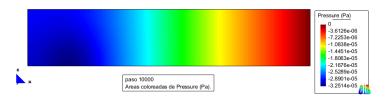


Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (0,50,0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (100,50,0)$  - Vista en el plano XZ - Presión

#### Corte transversal - H

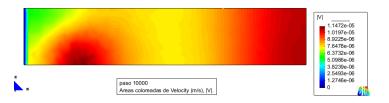


Figura: Corte en  $(x_1,y_1,z_1)=(0,50,0)$  hasta  $(x_2,y_2,z_2)=(100,50,0)$  - Vista en el plano XZ - Módulo de Velocidad

### Corte transversal - V



paso 10000 Areas coloreadas de Pressure (Pa).

Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$  - Vista en el plano XZ - Presión

-0.00014656 -0.00017588 -0.00020519 -0.0002345 -0.00026381

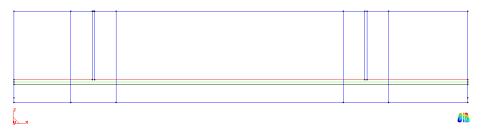
### Corte transversal - V



Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$  - Vista en el plano XZ - Módulo de velocidad



### Gráficas de borde

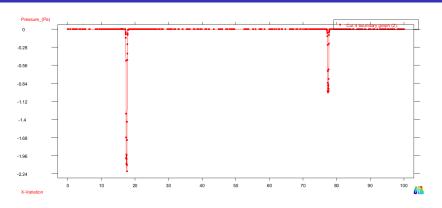


- Linea roja: situada sobre la base de los pozos
- Linea verde: situada a 0,5 [m] de la base de los pozos
- Linea negra: situada a 1,0 [m] de la base de los pozos





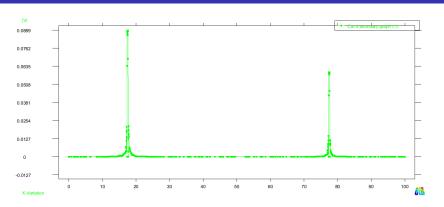
### Gráficas de borde situada sobre la base de los pozos







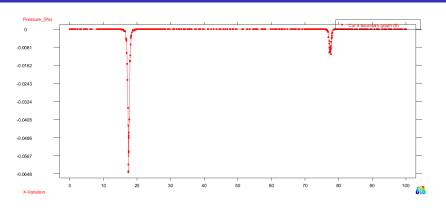
### Gráficas de borde situada sobre la base de los pozos





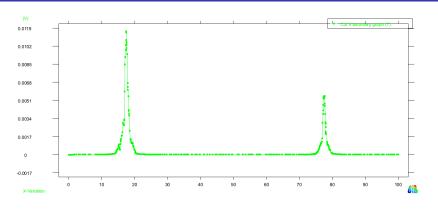


# Gráficas de borde situada a 0.5[m] de la base de los pozos





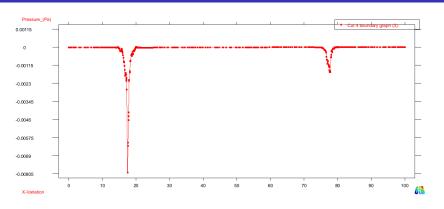
## Gráficas de borde situada a 0.5[m] de la base de los pozos







# Gráficas de borde situada a 1,0[m] de la base de los pozos

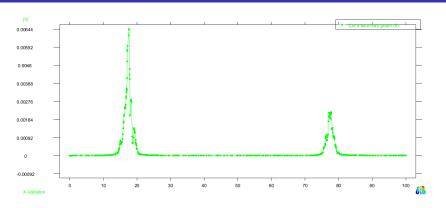






Cálculo de fluio subterráneo generado por bombeo

# Gráficas de borde situada a 1,0[m] de la base de los pozos

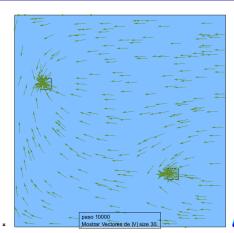




- a medida que se aleja de las bases de los pozos, módulo de velocidad disminuye y la presión aumenta
- depresión mayor en el pozo 1 que en la base del pozo 2  $\rightarrow$  velocidades de los pozos
- no hay interacción notable entre los pozos → Flujo laminar y tipo de medio poroso.

Resultados para G2

### Vectores de velocidad





Resultados

Resultados para G2

### Corte por el centro de los pozos

Base Teórica

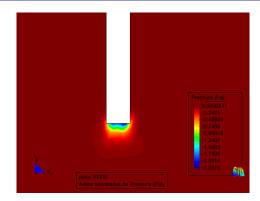


Figura: Presión pozo 1



### Corte por el centro de los pozos

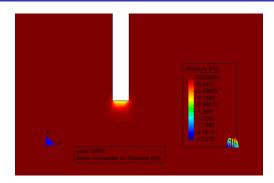


Figura: Presión pozo 2

Resultados para G2

### Corte por el centro de los pozos

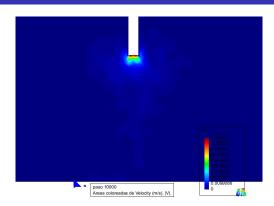


Figura: Módulo de velocidad pozo 1

### Corte por el centro de los pozos

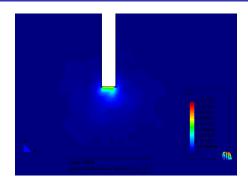


Figura: Módulo de velocidad pozo 2



#### Corte transversal - H

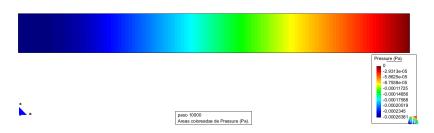


Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$  - Vista en el plano XZ - Presión

### Corte transversal - H

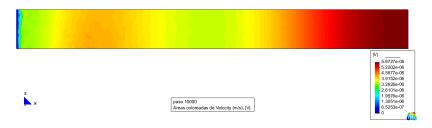


Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (0,50,0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (100,50,0)$  - Vista en el plano XZ - Módulo de Velocidad

#### Corte transversal - V

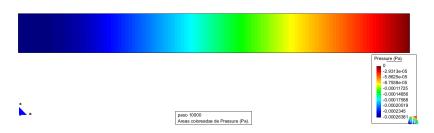


Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$  - Vista en el plano XZ - Presión

### Corte transversal - V

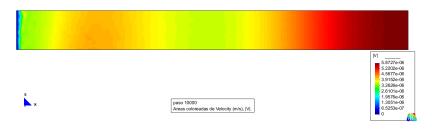
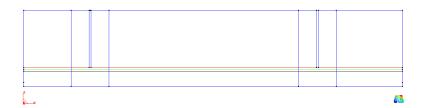


Figura: Corte en  $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$  hasta  $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$  - Vista en el plano XZ - Módulo de velocidad



### Gráficas de borde

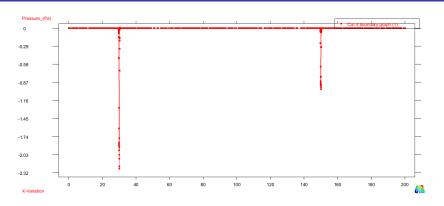


- Linea roja: situada sobre la base de los pozos
- Linea verde: situada a 0,5 [m] de la base de los pozos
- Linea negra: situada a 1,0 [m] de la base de los pozos





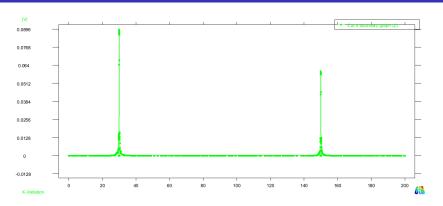
### Gráficas de borde situada sobre la base de los pozos







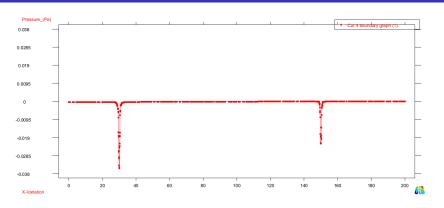
### Gráficas de borde situada sobre la base de los pozos







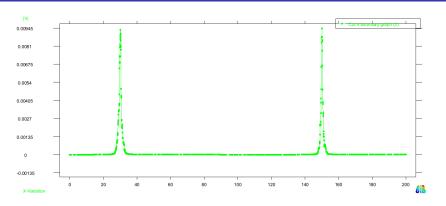
# Gráficas de borde situada a 0.5[m] de la base de los pozos







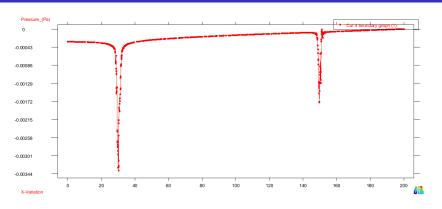
# Gráficas de borde situada a 0.5[m] de la base de los pozos







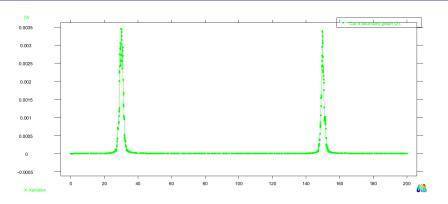
# Gráficas de borde situada a 1,0[m] de la base de los pozos







## Gráficas de borde situada a 1,0[m] de la base de los pozos



#### Conclusiones

- Se integraron los conocimientos incorporados en la materia "Métodos numéricos y simulación"
- Tener dos geometrías de diferentes dimensiones, permitió comparar resultados
- Verificar la interacción (o no) entre las bombas de succión de agua en un acuífero
  - confinado,
  - homogéneo e
  - isótropo

con un fluido laminar en un medio poroso.

- Se supo identificar los datos y condiciones del problema para aplicarlos al software.
- Se adquirieron conocimientos básicos de Hidrología

### Trabajos futuros

- Cambiar características del medio poroso Transmisividad
- Agregado de pozos
- Tamaño del dominio

### Bibliografía

- GID The Personal Pre and Post Processor. Ayuda de GID 9.04.
   http://gid.cimne.upc.es/. 13 de septiembre de 2010, 18:00 hs.
- Compass Ingeniería y Sistemas. Ayuda de Tdyn3d 5.9.0.11.
   http://www.compassis.com/compass. 13 de septiembre de 2010, 18:00 hs.
- Apuntes de la materia "Métodos numéricos y simulación", II-FICH-UNL.
- Zienkiewicz, O.C. y Morgan K. Finite Elements and Approximation. John Wiley & Sons Australia, Limited. 1983.
- Ven Te Chow, David R. Maidment, Larry W. Mays. Hidrología aplicada. McGRAW-HILL. Enero del 2000.

