

Cálculo de flujo subterráneo generado por bombeo

Christian N. Pfarher, Juan Pablo Garbarino, Marina Castro

Trabajo práctico final de “Métodos numéricos y simulación”, II-FICH-UNL.

13 de septiembre de 2010

Índice

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 5 |
| 2. Objetivos | 6 |
| 3. Base Teórica | 6 |
| 3.1. Modelo matemático | 6 |
| 3.2. Ley de Darcy | 6 |
| 4. Desarrollo | 7 |
| 4.1. Datos del problema | 7 |
| 4.1.1. Cálculo de la velocidad de extracción de agua a partir del caudal | 8 |
| 4.2. Definición de Geometría | 9 |
| 4.3. Propiedades del medio y de los materiales | 11 |
| 4.3.1. Material Suelo | 11 |
| 4.3.2. Material Wall o Pared | 12 |
| 4.4. Condiciones de borde | 12 |
| 4.4.1. Fijar Velocidad | 12 |
| 4.4.2. Fijar Presión | 14 |
| 4.5. Mallado | 14 |
| 4.6. Ejecución | 18 |
| 5. Resultados | 18 |
| 5.1. Resultados para $G1$ | 18 |
| 5.2. Resultados para $G2$ | 25 |
| 6. Conclusiones | 31 |
| 7. Bibliografía | 31 |

Índice de figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | (1a) Esquema de un acuífero libre - (1b) Esquema de un acuífero confinado | 5 |
| 2. | Ley de Darcy | 7 |
| 3. | Vista de las cotas en el Plano XY para $G1$ | 10 |
| 4. | Vista de las cotas en el Plano XZ para $G1$ | 10 |
| 5. | Vista de las cotas en el Plano XY para $G2$ | 10 |
| 6. | Vista de las cotas en el Plano XZ para $G2$ | 11 |
| 7. | Material Suelo asignado a la geometría | 11 |
| 8. | Material Wall o Pared asignado a la geometría | 12 |
| 9. | Velocidades Fijas | 12 |
| 10. | Condición Fijar Velocidad para los pozos de bombeo | 13 |
| 11. | Vista en detalle de la Figura (10) | 14 |
| 12. | Condición fija de presión | 14 |
| 13. | Tamaños de los elementos de la malla $G1$ - Vista en perspectiva | 15 |
| 14. | Tamaños de los elementos de la malla $G1$ - Vista plano XZ | 15 |
| 15. | Tamaños de los elementos de la malla para $G2$ - Vista plano XY | 15 |
| 16. | Tamaños de los elementos de la malla $G2$ - Vista plano XZ | 16 |
| 17. | Calidad de la Malla para $G1$ | 16 |
| 18. | Calidad de la Malla para $G2$ | 16 |
| 19. | Mallado generada para $G1$ - Vista plano XY | 17 |
| 20. | Mallado generada para $G2$ - Vista plano XY | 17 |
| 21. | Vectores para $G1$ - Vista plano XY | 18 |
| 22. | Corte a través del centro de ambos pozos para $G1$ - Vista en el plano XZ - (22a) Presión pozo 1. - (22b) Presión pozo 2. | 19 |
| 23. | Corte a través del centro de ambos pozos para $G1$ - Vista en el plano XZ - (23a) Módulo de velocidad pozo 1. - (23b) Módulo de velocidad pozo 2. | 20 |
| 24. | Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$ para $G1$ - Vista en el plano XZ - (24a) Presión. - (24b) Módulo de Velocidad. | 21 |
| 25. | Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$ para $G1$ - Vista en el plano YZ - (25a) Presión. - (25b) Módulo de Velocidad. | 21 |
| 26. | Línea roja: (situada sobre la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (27) y (35). Línea verde: (situada a 0,5 [m] de la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (28) y (36). Línea negra: (situada a 1,0 [m] de la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (29) y (37). | 22 |
| 27. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados sobre la base de los pozos. (27a) Posición en x vs. presión. - (27b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 22 |
| 28. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados a 0,5 [m] en dirección $-z$ de la base de los pozos. (28a) Posición en x vs. presión. - (28b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 23 |
| 29. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados a 1,0 [m] en dirección $-z$ de la base de los pozos. (29a) Posición en x vs. presión. - (29b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 24 |
| 30. | Vectores para $G2$ - Vista plano XY | 25 |
| 31. | Corte a través del centro de ambos pozos para $G2$ - Vista en el plano XZ - (31a) Presión pozo 1. - (31b) Presión pozo 2. | 26 |
| 32. | Corte a través del centro de ambos pozos para $G2$ - Vista en el plano XZ - (32a) Módulo de velocidad pozo 1. - (32b) Módulo de velocidad pozo 2. | 27 |
| 33. | Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$ para $G2$ - Vista en el plano XZ - (33a) Presión. - (33b) Módulo de Velocidad. | 28 |
| 34. | Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$ para $G2$ - Vista en el plano YZ - (34a) Presión. - (34b) Módulo de Velocidad. | 28 |
| 35. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados sobre la base de los pozos. (35a) Posición en x vs. presión. - (35b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 29 |
| 36. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados a 0,5 [m] en dirección $-z$ de la base de los pozos. (36a) Posición en x vs. presión. - (36b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 30 |
| 37. | Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados a 1,0 [m] en dirección $-z$ de la base de los pozos. (37a) Posición en x vs. presión. - (37b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad. | 31 |

Índice de cuadros

| | | |
|----|--|----|
| 1. | Cantidad de puntos, líneas, superficies y volúmenes para $G1$ y $G2$ | 9 |
| 2. | Cantidad de nodos, tetraedros, triángulos y elementos totales para $G1$ y $G2$ | 14 |

1. Introducción

El flujo subterráneo de agua es un componente importante de todos los sistemas hidráulicos. Tiene un papel central en el presupuesto de agua para uso doméstico, industrial y en agricultura. La administración del recurso, implica tomar decisiones sobre donde perforar para extraer o inyectar y sobre las estrategias de control. También, implica decisiones sobre la calidad del agua producida, lo que a su vez se relaciona con la disponibilidad del recurso.

Las reservas de agua subterránea como las *napas* y los *acuíferos* están formadas por la infiltración natural de agua de lluvia. Proveen el líquido a casas e industrias, a través de perforaciones individuales o de la explotación a gran escala por parte de empresas de servicios públicos.

Centraremos la atención en los acuíferos. Un acuífero es una formación geológica subterránea, capaz de almacenar y rendir agua. El acuífero ocupa un dominio constituido por un medio poroso: tierra, arena, basaltos, granitos – usualmente fisurados – que exhiben en común el estar constituidos por una matriz sólida y poros. Las condiciones geológicas e hidrológicas determinan su tipo y funcionamiento.

Tipos de acuíferos

Hay dos tipos de *acuíferos*:

- *Confinados*: el agua está atrapada entre las capas impermeables de la roca o entre grietas de la formación rocosa. Dicha agua podría encontrarse almacenada a presión. Si perforamos, el nivel de agua asciende hasta situarse en una determinada posición que coincide con el nivel de saturación del acuífero en el área de recarga.

Si la topografía es tal que la boca del pozo está por debajo del nivel del agua, el pozo es surgente o artésiano; si no es así el nivel del agua ascenderá hasta el nivel correspondiente, pero no será surgente. El agua está sometida a una presión superior a la atmosférica y ocupa totalmente los poros o huecos de la formación geológica, saturándola totalmente. No existe zona no saturada.

Un esquema de este tipo de acuíferos puede ser observado en la figura (1b).

- *No confinados o libres*: los acuíferos pueden estar cerca de la superficie terrestre, con estratos continuos formados por materiales de alta permeabilidad, que se extienden desde la superficie del terreno hasta la base del acuífero. La recarga de este acuífero, se produce debido a una infiltración vertical, a través de la zona no saturada. La recarga también se puede producir a través de flujo subterráneo lateral o desde estratos inferiores.

Un esquema de este tipo de acuíferos puede ser observado en la figura (1a).



Figura 1: (1a) Esquema de un acuífero libre - (1b) Esquema de un acuífero confinado

El problema que se presenta en el presente trabajo, trata el caso de un *acuífero confinado, homogéneo e isotrópico* el cual consta de dos pozos de bombeo de agua que extraen, cada uno, un caudal de agua, por un tiempo determinado. Un medio *homogéneo* es aquel que tiene las mismas propiedades en todas las posiciones. Esto significa que la porosidad y otros parámetros son similares en cualquier posición dentro de la unidad geológica. En un medio poroso compuesto de esferas del mismo diámetro, agrupadas uniformemente, la geometría de los huecos vacíos es la misma en cualquier dirección. De esta manera, la permeabilidad del medio es la misma en cualquier dirección, y el medio se denomina *isotrópico*. Para la realización del trabajo se utilizó el software de pre y pos proceso GiD ¹. Mediante el mismo, se utilizó el *módulo de pre-proceso* para la carga de los datos del problema, mientras que para la simulación se utilizó Tdyn ²(*módulo de post-proceso*).

¹<http://gid.cimne.upc.es/>

²es un entorno tridimensional de análisis fluidodinámico (CFD) y multifísica basado en el método de los elementos finitos estabilizado

2. Objetivos

El objetivo de este trabajo, es simular el flujo, en un medio poroso (acuífero confinado, homogéneo e isótropo), generado por un par de bombas de extracción de agua en un campo de bombeo y comprobar la existencia o no de algún tipo de interacción entre los pozos de succión de agua.

3. Base Teórica

3.1. Modelo matemático

Para la resolución del problema utilizamos *Tdyn*, el cual está basado en la solución numérica de las ecuaciones de *Navier-Stokes* empleando el *FEM*. *Tdyn* resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones para un fluido incompresible o ligeramente compresible de un dominio Ω dado y un intervalo de tiempo $(0, t)$:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (u \bullet \nabla) u \right) + \nabla p - \nabla \bullet (\mu \nabla u) = \rho f \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (1)$$

$$\nabla \bullet u = 0 \text{ en } \Omega \times (0, t) \quad (2)$$

donde $u = u(x, t)$ denota el vector velocidad, $p = p(x, t)$ el campo de presiones, ρ la densidad (constante), μ la viscosidad dinámica del fluido y la f la aceleración volumétrica.

Las ecuaciones de arriba necesitan ser combinadas con las siguientes condiciones de borde:

$$u = u_c \text{ en } \Gamma_D \times (0, t); \quad (3)$$

$$p = p_c \text{ en } \Gamma_P \times (0, t); \quad (4)$$

$$n \cdot \sigma \cdot g_1 = 0, n \cdot \sigma \cdot g_2 = 0, n \cdot u = u_M \text{ en } \Gamma_M \times (0, t); \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; \quad (6)$$

$$p(x, 0) = p_0(x) \text{ en } \Omega_D \times \{0\}; \quad (7)$$

En las ecuaciones de arriba, $\Gamma = \partial\Omega$ denota la frontera del dominio Ω , siendo n el vector normal unitario y g_1, g_2 los vectores tangentes de la frontera $\partial\Omega$, u_c es el campo de velocidad sobre Γ_D , p_c la presión sobre Γ_P , σ es el campo de tensiones, u_M el valor de la velocidad normal y u_0, p_0 los campos de velocidad y presión iniciales. La unión de Γ_D, Γ_P y Γ_M debe ser Γ ; la intersección entre ellos es el conjunto vacío, ya que un punto de la frontera puede ser parte de un único tipo de superficie, a menos que forme parte del borde entre dos de ellas. La discretización espacial de las ecuaciones de *Navier - Stokes* es realizada mediante el método de elementos finitos, mientras que para la discretización en el tiempo debe considerarse un algoritmo iterativo tal como el *Método de pasos fraccionarios (Fractional Step Method) de dos pasos (implícito)*.

También hay que aclarar que no se utiliza un modelo de turbulencia (como lo es el de Smagorinsky) ya que se está en presencia de un flujo lento (laminar).

3.2. Ley de Darcy

La *Ley de Darcy* expresa que el flujo de agua en un medio poroso, homogéneo e isótropico es proporcional a la conductividad del medio poroso o conductividad hidráulica K y a una fuerza conductora o gradiente hidráulico i .

La expresión matemática de la *Ley de Darcy* viene dada por la ecuación (8)

$$Q = K \frac{h_3 - h_4}{L} A = K \cdot i \cdot A \quad (8)$$

donde:

Q = gasto, descarga o caudal en m^3/s ,

L = longitud en metros de la muestra,

K = una constante, actualmente conocida como coeficiente de permeabilidad de Darcy, variable en función del material de la muestra, en m/s ,

A = área de la sección transversal de la muestra, en m^2 ,

h_3 = altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la entrada de la capa filtrante,

h_4 = altura, sobre el plano de referencia que alcanza el agua en un tubo colocado a la salida de la capa filtrante,

$i = \frac{h_3 - h_4}{L}$ = el gradiente hidráulico.

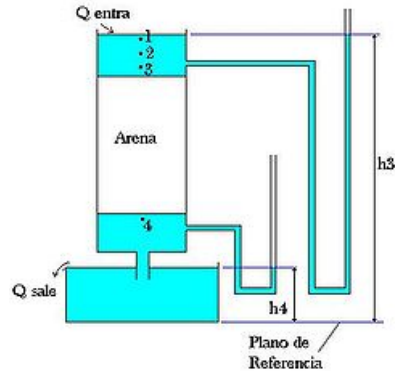


Figura 2: Ley de Darcy

La ley de Darcy es válida para todo suelo donde el flujo sea laminar (esto es, que tiene un movimiento lento): arenas finas a medias, arenas gruesas bien graduadas, arcillas y limos. Entre sus limitaciones, es posible afirmar que la constante de proporcionalidad K no es propia del medio poroso, sino que depende de las características del fluido (peso específico y viscosidad cinemática). El factor K se puede descomponer como se puede ver en (9)

$$K = k \cdot \frac{\gamma}{\mu} \quad (9)$$

donde:

K = permeabilidad de Darcy o conductividad hidráulica,

k = permeabilidad intrínseca (depende solo del medio poroso)

γ = peso específico del fluido

μ = viscosidad dinámica del fluido

Aunque sabemos que K depende tanto del medio como del propio fluido, como la parte que depende del fluido normalmente es despreciable (ya que estamos en presencia de agua, y la viscosidad y peso específico varían muy poco cuando la temperatura varía muy poco), a efectos prácticos asumimos que la K de Darcy, o *conductividad hidráulica* es una característica del medio poroso.

En algunas circunstancias, la relación entre el caudal y el gradiente hidráulico no es lineal. Esto puede suceder cuando el valor de K es muy bajo o cuando las velocidades del flujo son muy altas. En el flujo subterráneo las velocidades son muy lentas y prácticamente siempre la relación es lineal, salvo en las proximidades de captaciones bombeando en ciertas condiciones.

4. Desarrollo

Para resolver el problema, se hicieron 2 simulaciones similares pero una con un dominio levemente más pequeño que la otra.

4.1. Datos del problema

Los datos para ambas geometrías del problema son los que se presentan a continuación:

Geometría 1 (de ahora en más la llamaremos *G1*):

- Discretización del área a modelar:
 - Dominio: $x = 100$ [m], $y = 100$ [m]
 - Acuífero confinado, homogéneo e isotrópico ($K_{xx} = K_{yy} = K_{zz}$)
 - Espesor del acuífero: 20 [m]
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: $x = 17,5$ [m], $y = 77,5$ [m]
 - Pozo Bombeo 2: $x = 65,0$ [m], $y = 22,5$ [m]
- Caudal de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: 60 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
 - Pozo Bombeo 2: 40 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: 0,5[m]
- Profundidad del pozo 1 y 2: 15[m]
- Resistencia de la ley de Darcy $k = 0,0000017$ [1/m²]

Geometría 2: (de ahora en más la llamaremos *G2*):

- Discretización del área a modelar:
 - Dominio: $x = 200$ [m], $y = 200$ [m]
 - Acuífero confinado, homogéneo e isotrópico ($K_{xx} = K_{yy} = K_{zz}$)
 - Espesor del acuífero: 20 [m]
- Coordenadas de ubicación de los Pozos de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: $x = 30,0$ [m], $y = 135,0$ [m]
 - Pozo Bombeo 2: $x = 150,0$ [m], $y = 50,0$ [m]
- Caudal de bombeo:
 - Pozo Bombeo 1: 60 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
 - Pozo Bombeo 2: 40 $\left[\frac{m^3}{h}\right]$
- Diámetro del pozo 1 y 2: 0,5[m]
- Profundidad del pozo 1 y 2: 15[m]
- Resistencia de la ley de Darcy $k = 0,0000017$ [1/m²]

4.1.1. Cálculo de la velocidad de extracción de agua a partir del caudal

Dado que el caudal de los pozos para ambas geometrías es el mismo, se procedió a convertir las unidades de los datos del problema (Caudal de extracción de los pozos a velocidad) para poder ingresarlas en el software de simulación. En dinámica de fluidos, *caudal* es la cantidad de fluido que avanza en una unidad de tiempo. Se denomina también “Caudal volumétrico” o “Índice de flujo fluido”. El cálculo del caudal de agua viene expresado por:

$$Q = V \cdot S \quad (10)$$

donde en la ecuación (10) Q es el caudal, V es la velocidad y S es la sección de la tubería

- Pozo de Bombeo 1: a partir de la ec. (10) y dado que se conoce el caudal del pozo de bombeo 1 $Q_1 = 60 \left[\frac{m^3}{h} \right]$ se puede calcular la velocidad de extracción V_1 como:

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_1 \cdot S_1 \\ Q_1/S_1 &= V_1 \\ \frac{60 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot r^2} &= V_1 \text{ donde } r \text{ es el radio de la tubería} \end{aligned}$$

dado que $r = 0,25 [m]$ y reemplazando

$$\begin{aligned} \frac{1 [h]}{3600 [s]} \cdot \frac{60 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot 0,25^2 [m^2]} &= V_1 \\ 0,084883 \left[\frac{m}{s} \right] &= V_1 \\ 0,085 \left[\frac{m}{s} \right] &\approx V_1 \end{aligned}$$

- Pozo de Bombeo 2: procediendo de la misma manera escrita arriba y con el caudal del pozo de bombeo 2 $Q_2 = 40 \left[\frac{m^3}{h} \right]$ se puede calcular la velocidad de extracción V_2 como:

$$\begin{aligned} Q_2 &= V_2 \cdot S_2 \\ Q_2/S_2 &= V_2 \\ \frac{40 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot r^2} &= V_2 \text{ donde } r \text{ es el radio de la tubería} \end{aligned}$$

dado que $r = 0,25 [m]$ y reemplazando

$$\begin{aligned} \frac{1 [h]}{3600 [s]} \cdot \frac{40 \left[\frac{m^3}{h} \right]}{\pi \cdot 0,25^2 [m^2]} &= V_2 \\ 0,056588 \left[\frac{m}{s} \right] &= V_2 \\ 0,057 \left[\frac{m}{s} \right] &\approx V_2 \end{aligned}$$

4.2. Definición de Geometría

Para la geometría en tres dimensiones se tiene los siguientes datos: En las figuras (3) y (4) se pueden observar las dimensiones de la $G1$ según los datos del problema. Análogamente, pero para $G2$, se presentan las cotas en las figuras (5) y (6). Hay que aclarar aquí, que en ambas geometrías el cuadrado de $10 m. \times 10 m.$ que se visualiza alrededor de ambos pozos en las figuras (3), (4), (5) y (6), solo fueron dibujados con el objetivo, de a posteriori, realizar un refinamiento del dominio en la zona que más interesa visualizar.

En la tabla (1) se presentan los datos de los elementos que forman $G1$ y $G2$ respectivamente:

| Tipo/Geometría | G1 | G2 |
|------------------------|----|----|
| Número de puntos: | 34 | 32 |
| Número de líneas: | 48 | 48 |
| Número de superficies: | 24 | 24 |
| Número de volúmenes: | 3 | 3 |

Cuadro 1: Cantidad de puntos, líneas, superficies y volúmenes para $G1$ y $G2$

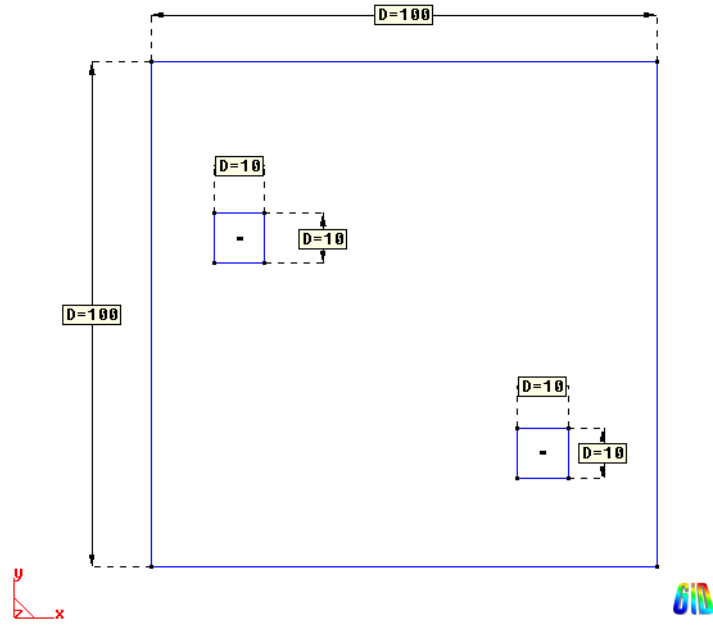


Figura 3: Vista de las cotas en el Plano XY para $G1$

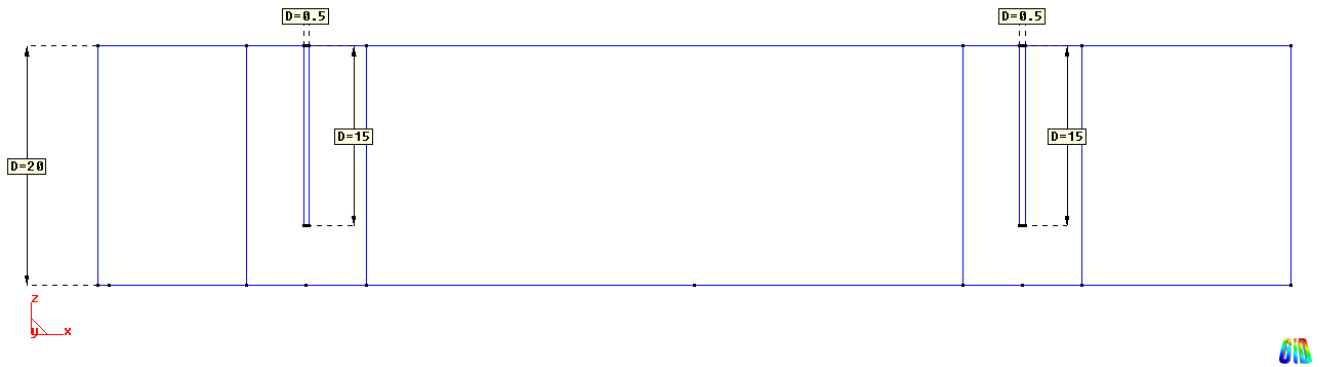


Figura 4: Vista de las cotas en el Plano XZ para $G1$

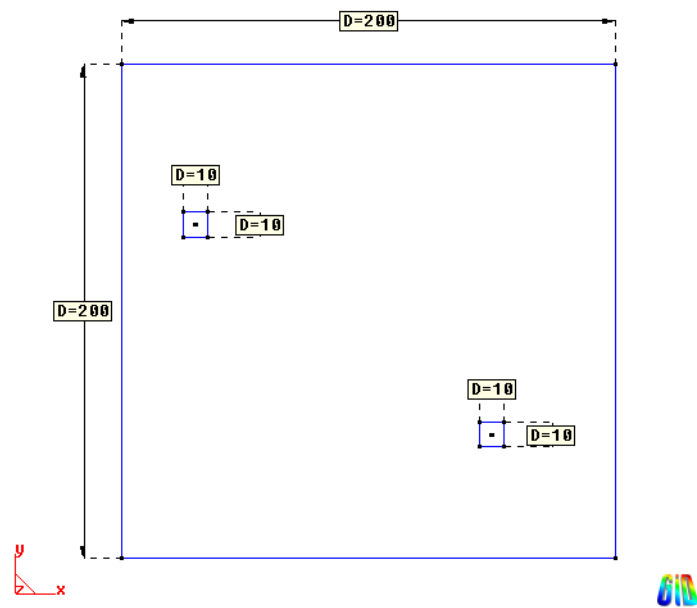


Figura 5: Vista de las cotas en el Plano XY para $G2$

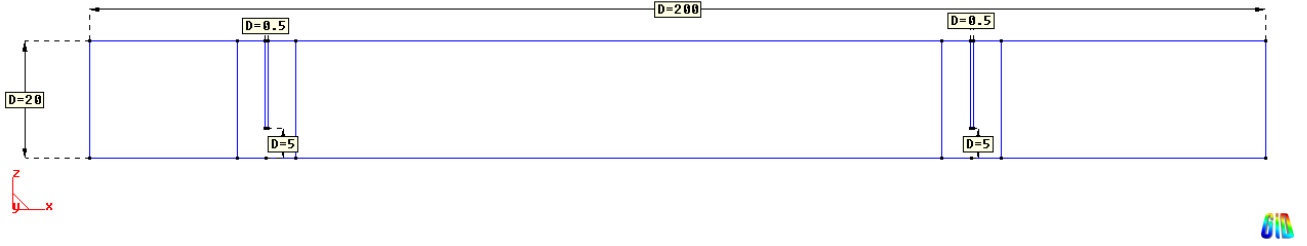


Figura 6: Vista de las cotas en el Plano XZ para $G2$

4.3. Propiedades del medio y de los materiales

A partir de los datos del problema, se tuvieron que realizar conversiones de unidades y el cálculo de diferentes valores para ser ingresados en el programa *GID* para definir los parámetros del modelo. Las propiedades asignadas son las mismas para ambas geometrías $G1$ y $G2$, por lo cual solo se especificarán una sola vez.

4.3.1. Material Suelo

En la pestaña *ransol* de la ventana de materiales de fluidos para el material suelo se introdujeron los siguientes valores:

- Modelo de Fluido: flujo incompresible (la densidad del fluido permanece constante con el tiempo $\rho = cte.$)
- Densidad: $999,7 \text{ Kg/m}^3$ (agua a 10°C)³
- Viscosidad: $0,001307 \text{ Pa.s}$ (agua a 10°C)⁴
- Resistencia de la Ley de Darcy:

$$\begin{pmatrix} 0,00000017 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,00000017 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,00000017 \end{pmatrix} [1/m^2] \quad (11)$$

Debido a que se está en presencia de un acuífero isótropo (homogéneo en todo el suelo), en (11) se puede observar que sólo la diagonal principal de la matriz presenta valores diferentes de cero.

En la figura 7 se puede observar la asignación del material definido a la parte del dominio correspondiente.

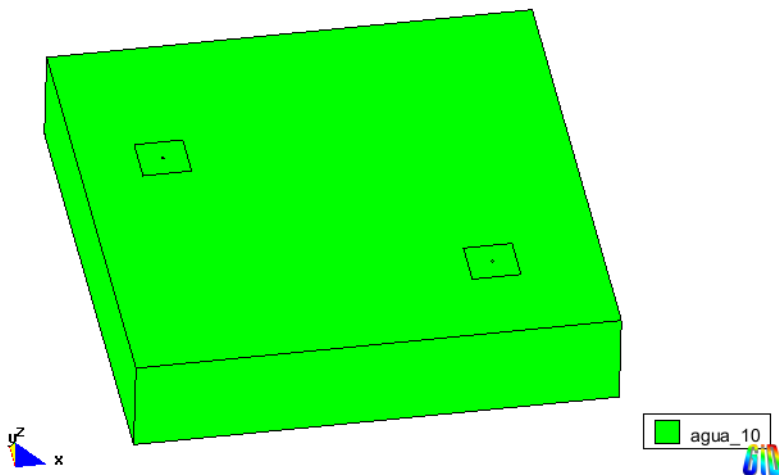


Figura 7: Material Suelo asignado a la geometría

³Datos dados por GID

⁴Datos dados por GID

4.3.2. Material Wall o Pared

En la ventana de contornos \rightarrow fluidos, se asigno a las paredes de ambos pozos el contorno definido por defecto Wall. El tipo de contorno seleccionado fue el *FixWall* con el ángulo por defecto de 60° . Este es el modelo elegido en Tdyn para simular el comportamiento del flujo en las paredes del dominio. Básicamente, impone que la velocidad en las superficies asignadas será nula, modelando así la pared del pozo por la que no existe penetración de agua hacia el interior del del mismo. En la figura 8 se puede observar el material asignado a ambos pozos.



Figura 8: Material Wall o Pared asignado a la geometría

4.4. Condiciones de borde

Para fijar las condiciones de borde, se procedió mediante el menú datos \Rightarrow condiciones \Rightarrow ransol. Luego se selecciono la opción de asignación de propiedades a superficies y se procedió a fijar las diferentes condiciones:

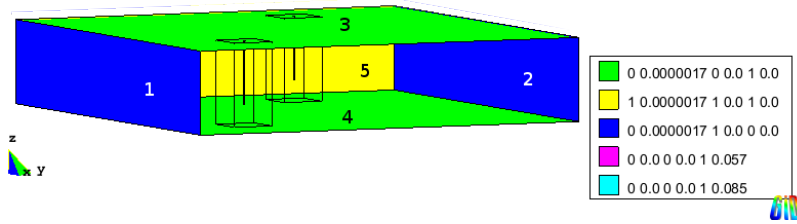


Figura 9: Velocidades Fijas

4.4.1. Fijar Velocidad

Como se puede ver en la figura (9) las condiciones asignadas a cada una de las superficies enumeradas son las siguientes:

1. Superficie 1 y 2:

$$\text{Libre } V_x = 0,0000017 \text{ [m/s]}$$

$$\text{Fija } V_y = 0,0 \text{ [m/s]}$$

$$\text{Libre } V_z = 0,0 \text{ [m/s]}$$

Observar, que en las superficies 1 y 2 marcadas en la figura (9) se fija la velocidad V_y a 0, esto se hace con el objetivo de impedir que el fluido escape del dominio (impermeabilidad de las paredes laterales). En la dirección de x y y el movimiento es libre.

2. Superficie 3 y 4:

$$\text{Libre } V_x = 0,0000017 \text{ [m/s]}$$

$$\text{Libre } V_y = 0,0 \text{ [m/s]}$$

$$\text{Fija } V_z = 0,0 \text{ [m/s]}$$

En estas superficies se fija la velocidad V_z a 0. En la superficie marcada con el número 4 en la figura (9), se lo hace para representar la impermeabilidad de la superficie inferior y superior del campo (acuífero confinado). En las direcciones de x y y el movimiento es libre.

3. Superficie 5:

$$\begin{aligned} Fija V_x &= 0,0000017 [m/s] \\ Fija V_y &= 0,0 [m/s] \\ Fija V_z &= 0,0 [m/s] \end{aligned}$$

Se puede observar que en esta superficie, se fijan las velocidades en las 3 direcciones, x , y y z . Esto, modela la entrada de agua que se desplaza en una sola dirección (x). Además ese desplazamiento es a la misma velocidad con el que se determino la constante de permeabilidad k de la *Ley de Darcy*.

Para modelar la extracción de agua de los pozos, se fijo la velocidad en el eje de las Z con el valor calculado en la sección 4.1.1 para cada uno de los pozos:

1. Pozo 1:

$$\begin{aligned} Libre V_x &= 0,0 [m/s] \\ Libre V_y &= 0,0 [m/s] \\ Fija V_z &= 0,085 [m/s] \end{aligned}$$

2. Pozo 2:

$$\begin{aligned} Libre V_x &= 0,0 [m/s] \\ Libre V_y &= 0,0 [m/s] \\ Fija V_z &= 0,057 [m/s] \end{aligned}$$

En la figura (10) y (11) se puede ver la condición asignada en color cian y magenta, para el pozo 1 y 2 respectivamente.

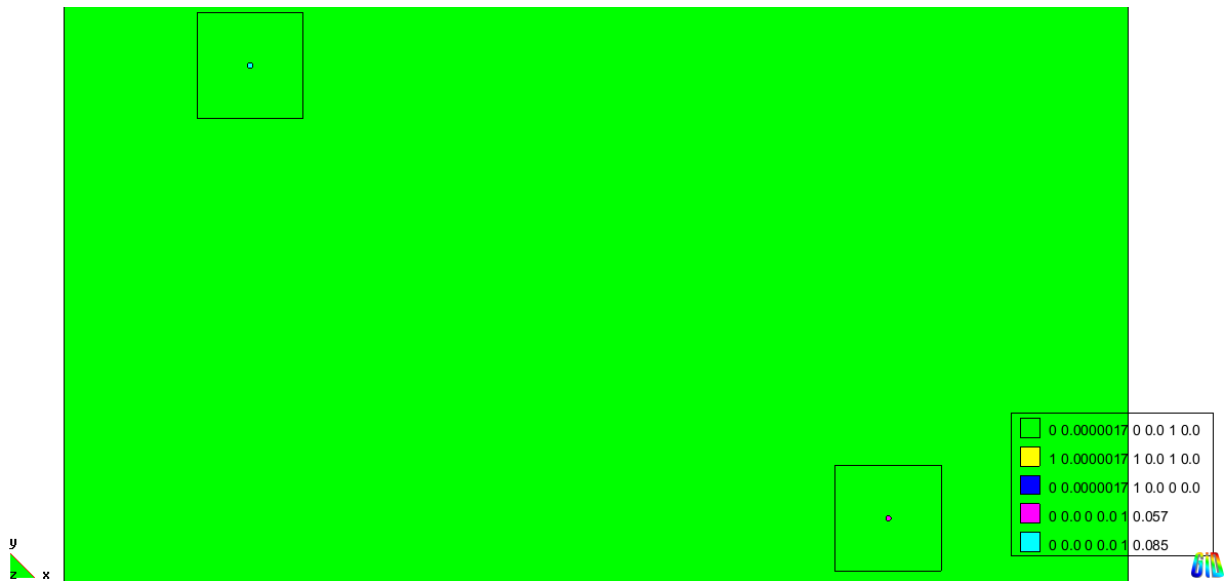


Figura 10: Condición Fijar Velocidad para los pozos de bombeo

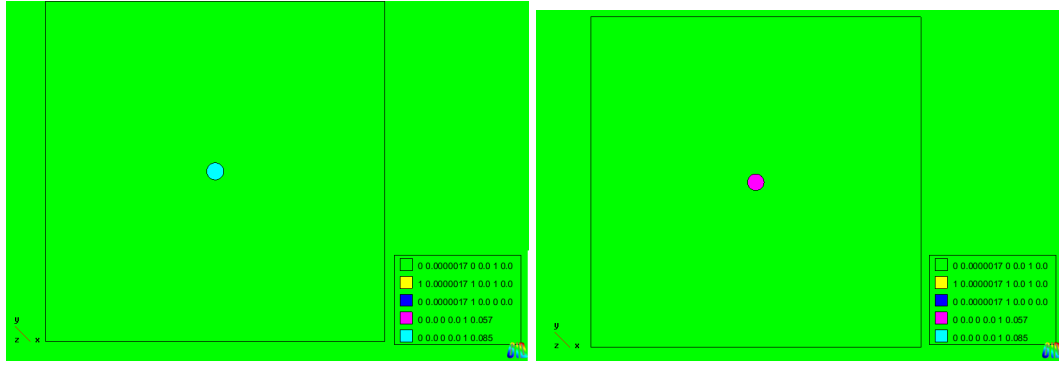


Figura 11: Vista en detalle de la Figura (10)

4.4.2. Fijar Presión

En la figura 12 se puede observar que se fijó un valor de referencia para la presión en la superficie del extremo final de salida del campo con valor igual a 0,0 $[Pa]$. Esto significa que los resultados que obtendremos para la presión serán relativos a esta condición.

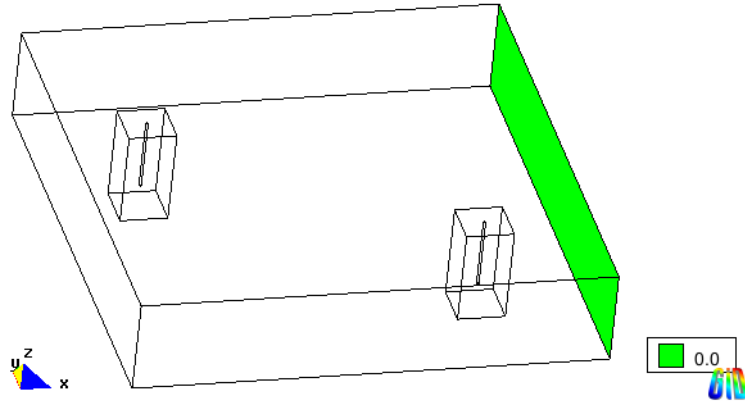


Figura 12: Condición fija de presión

4.5. Mallado

Para el mallado, se asignaron diferentes tamaños a las superficies debido a que se deseó obtener un mayor detalle en las cercanías de ambos pozos. Para ello se subdividió el dominio como se muestra en las figuras (3) y (4) para $G1$ y en las figuras (5) y (6) para $G2$. Luego, se aplicó una malla no estructurada de diferentes tamaños para las diferentes entidades, como se puede ver en las figuras (13) y (14) en el caso de $G1$ y en las figuras (15) y (16) en el caso de $G2$.

Además, en las preferencias de mallado de Gid (Utilidades \rightarrow preferencias \rightarrow pestaña malla), se fijó la transición de tamaños no estructurados a 0,3. En la tabla (2), se presentan los tipos y cantidades de elementos

| Tipo/Geometría | G1 | G2 |
|------------------------------|--------|--------|
| Número de nodos: | 122586 | 157619 |
| Número de tetraedros: | 659027 | 851671 |
| Número de triángulos: | 60952 | 70582 |
| Número de elementos totales: | 719979 | 922253 |

Cuadro 2: Cantidad de nodos, tetraedros, triángulos y elementos totales para $G1$ y $G2$

con los que esta conformado cada una de las geometrías: La calidad de la malla para $G1$ y $G2$ se muestra en la Fig. (17) y (18) respectivamente. Finalmente, en las figuras (19) y (20) se puede observar la malla generada.

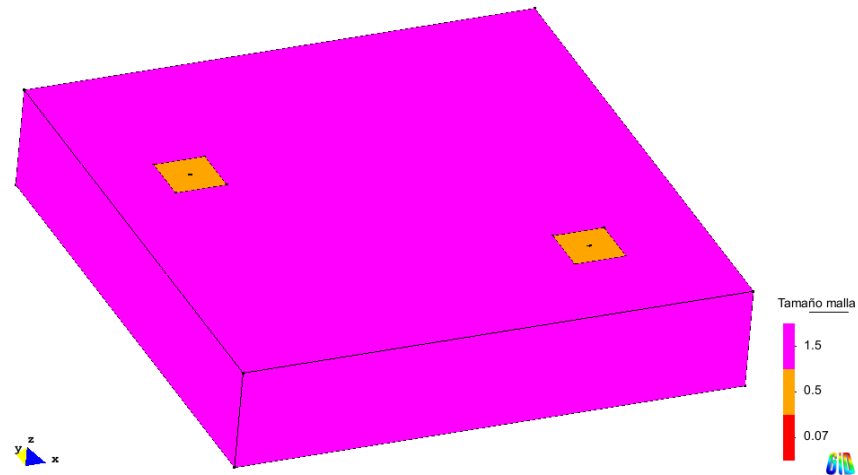


Figura 13: Tamaños de los elementos de la malla $G1$ - Vista en perspectiva

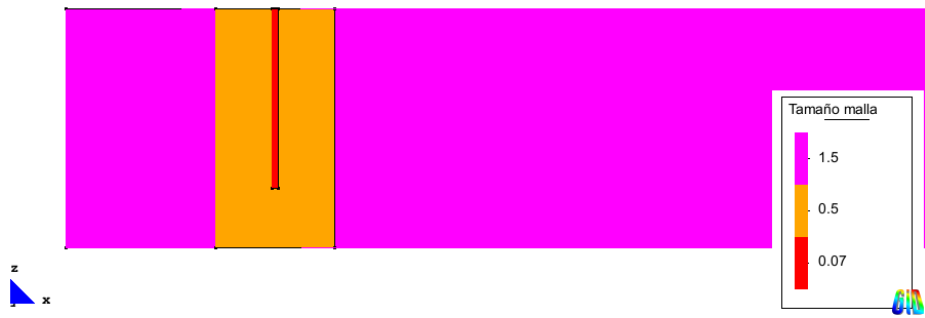


Figura 14: Tamaños de los elementos de la malla $G1$ - Vista plano XZ

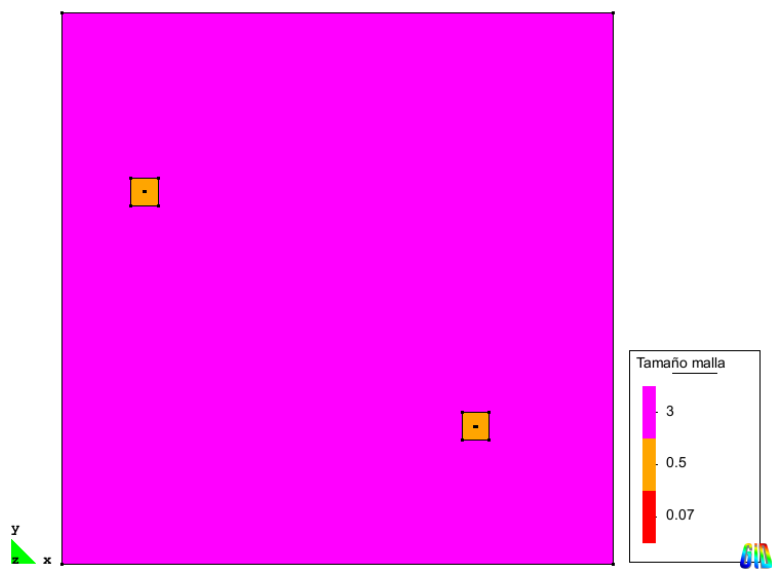


Figura 15: Tamaños de los elementos de la malla para $G2$ - Vista plano XY

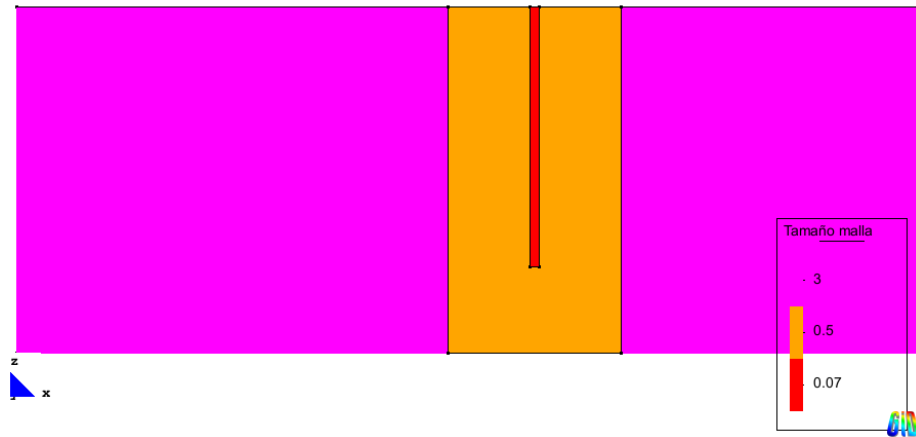


Figura 16: Tamaños de los elementos de la malla $G2$ - Vista plano XZ

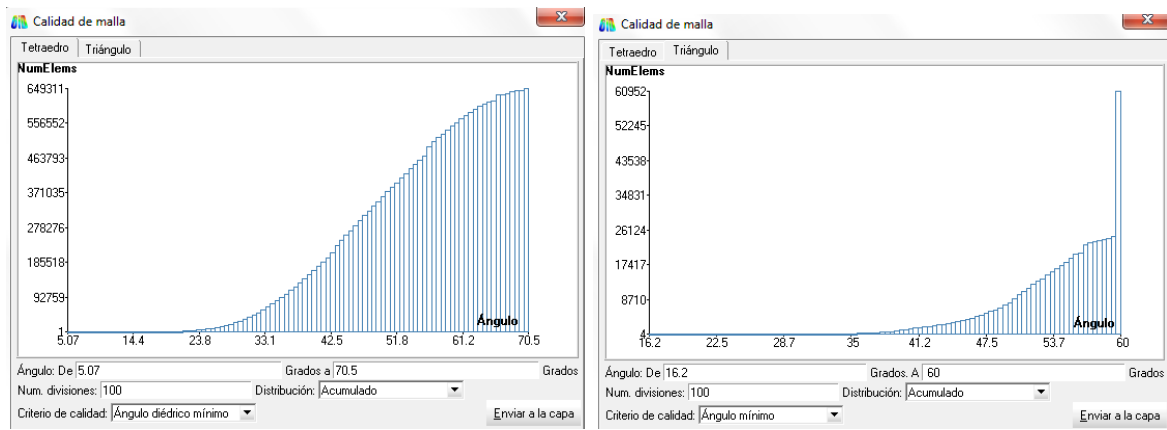


Figura 17: Calidad de la Malla para $G1$

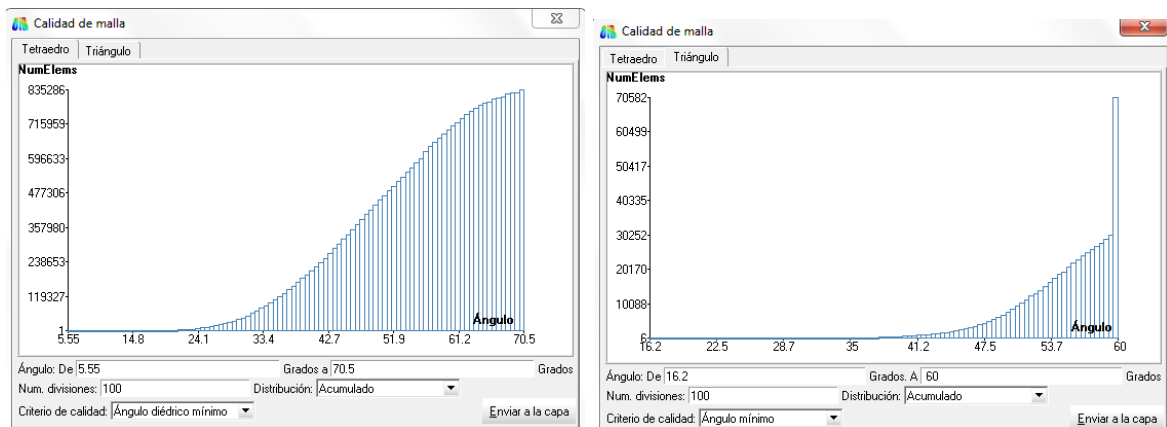


Figura 18: Calidad de la Malla para $G2$

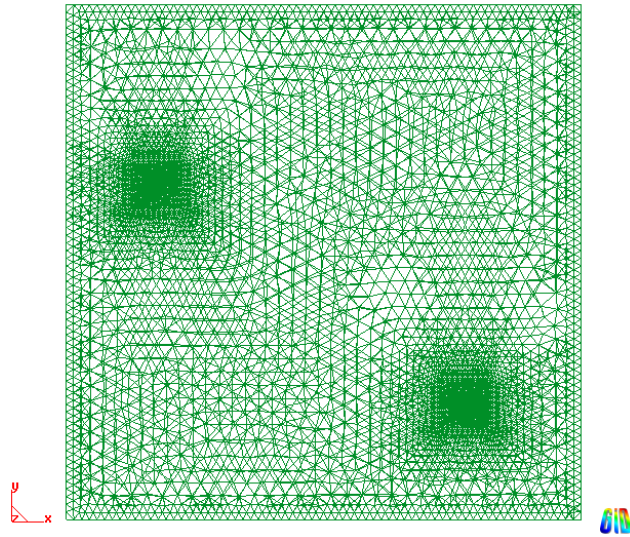


Figura 19: Mallado generada para $G1$ - Vista plano XY

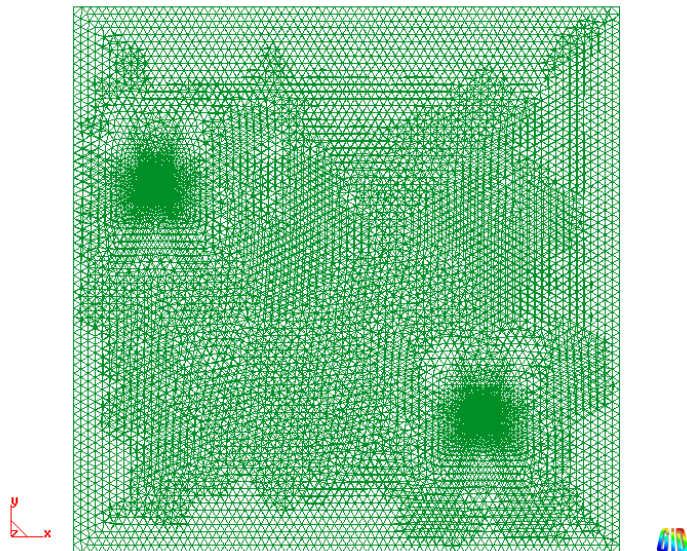


Figura 20: Mallado generada para $G2$ - Vista plano XY

4.6. Ejecución

Para la simulación, se hicieron 1000 pasos con un paso de tiempo $\Delta t = 10$ [s] lo que equivale 2 horas, 46 minutos y 40 segundos de extracción de agua por parte de las bombas.

5. Resultados

A continuación se presentan los resultados de la simulación para el problema

5.1. Resultados para $G1$

En la figura (21) se pueden observar los vectores de velocidad en el plano XY , que se desplazan de derecha a izquierda, esto es debido a la condición de borde impuesta en la pared 5 de la figura (9). También se puede ver que los vectores tienden hacia la posición de las bombas de succión de agua, lo cual referencia a las condiciones impuestas que se pueden ver en la figura (10). En la figura (22), se puede observar la presión que existe en

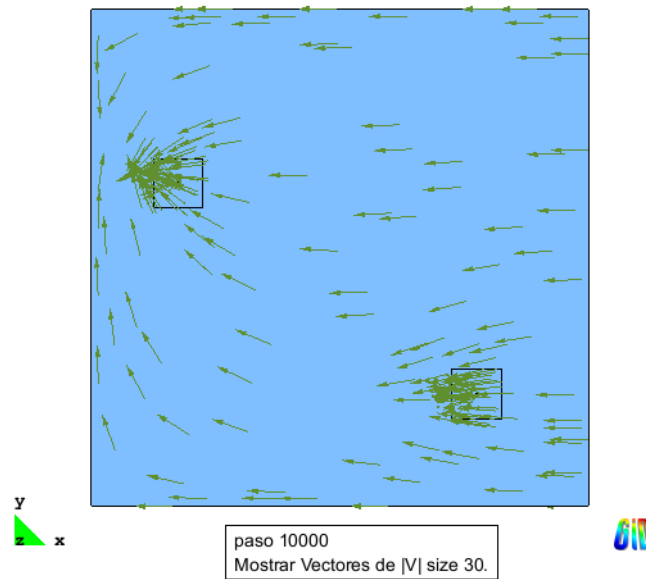
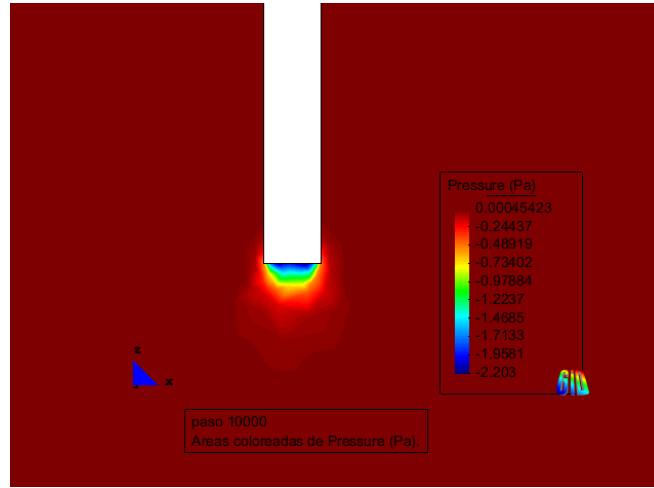
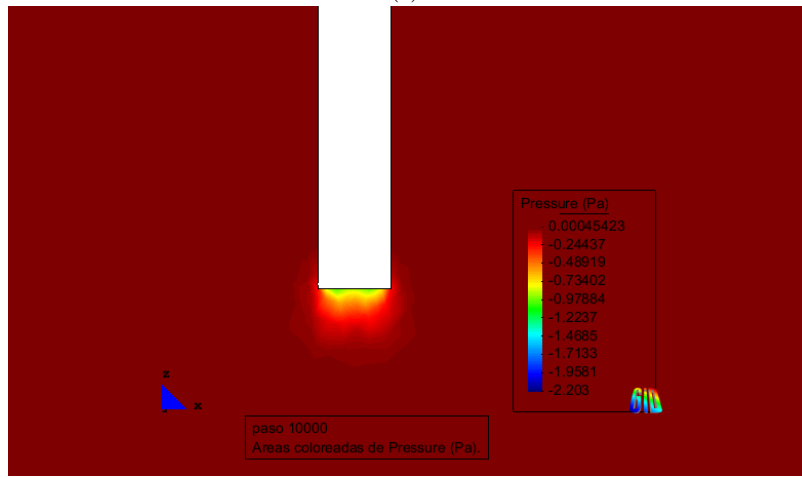


Figura 21: Vectores para $G1$ - Vista plano XY

ambas bocas de succión de ambos pozos, lo cual se obtuvo mediante la realización de un corte que pase por el centro de cada uno de los mismos. En la figura (22a), se observa una depresión mayor que en (22b). Esto se debe, a que el pozo 1, posee una velocidad de extracción de agua mayor, que la del pozo 2.



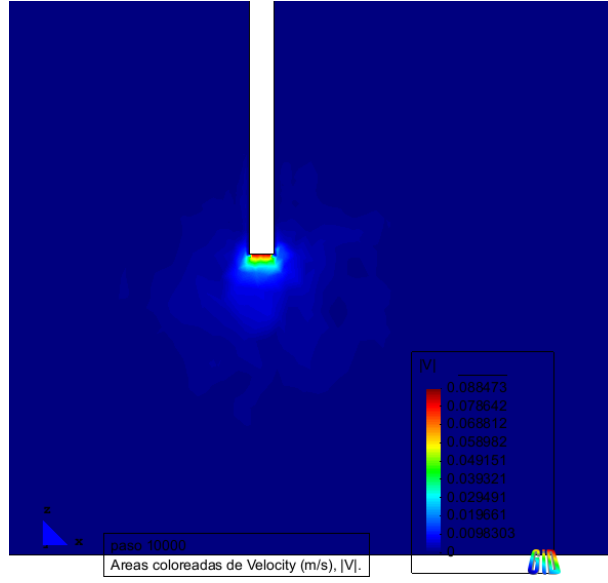
(a)



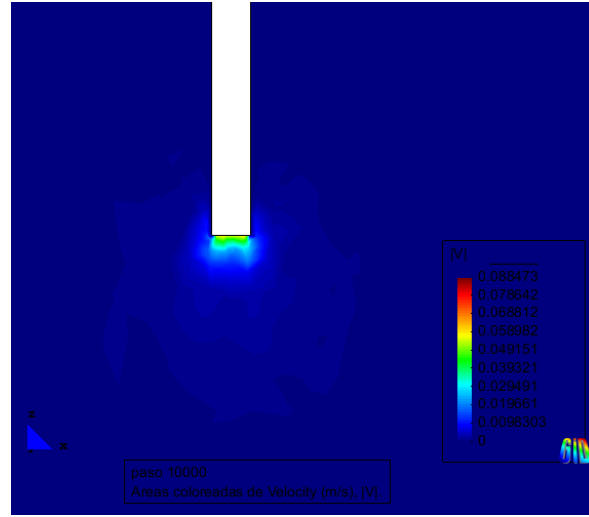
(b)

Figura 22: Corte a través del centro de ambos pozos para $G1$ - Vista en el plano XZ - (22a) Presión pozo 1. - (22b) Presión pozo 2.

En la figura (23), se observa la velocidad en las bases de los pozos, notándose un mayor valor del módulo en la fig. (23a) que en (23b), ya que como se describió antes, la velocidad de pozo 1 es de $0,085 [m/s]$, en tanto que la del pozo 2 (es levemente menor) es igual a $0,057 [m/s]$.



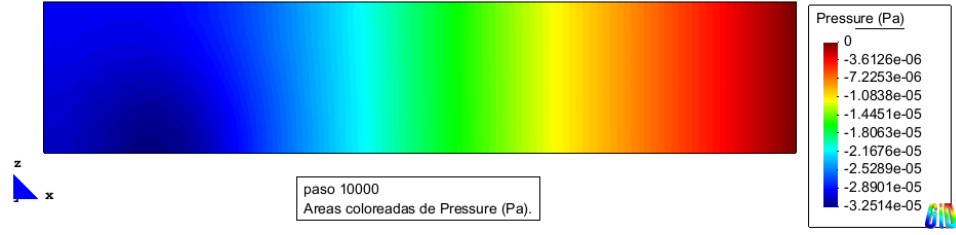
(a)



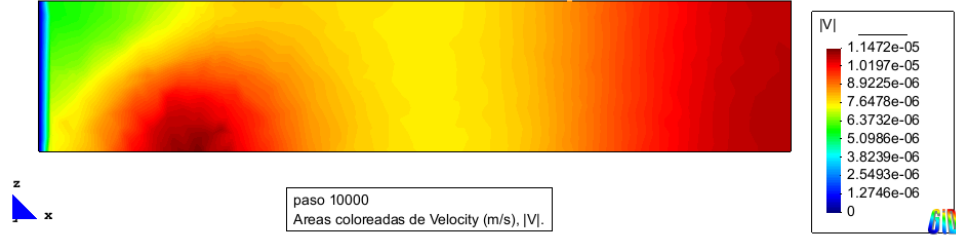
(b)

Figura 23: Corte a través del centro de ambos pozos para $G1$ - Vista en el plano XZ - (23a) Módulo de velocidad pozo 1. - (23b) Módulo de velocidad pozo 2.

En las figuras (24a) y (24b), se observa la presión y velocidad respectivamente, en un corte transversal del dominio unido por la línea de coordenadas $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$ y $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$; de forma similar, en las figuras (25a) y (25b) se puede observar presión y velocidad respectivamente, en un corte transversal del dominio unido por la línea de coordenadas $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$ y $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$;

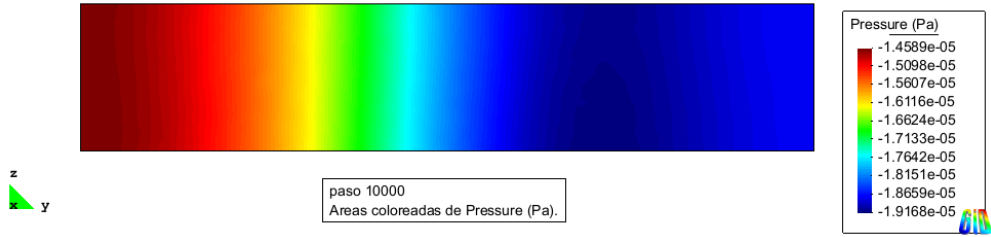


(a)

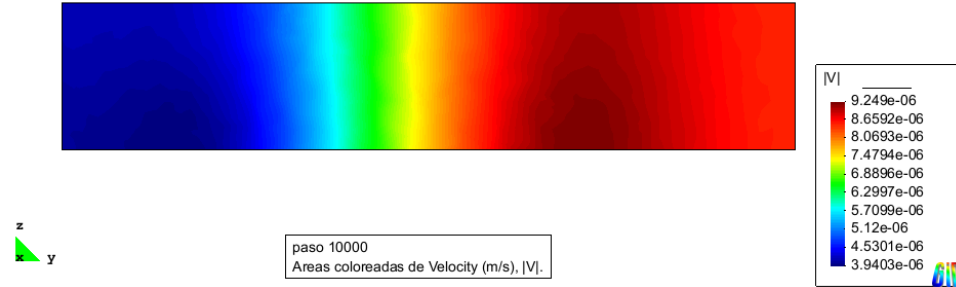


(b)

Figura 24: Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$ para $G1$ - Vista en el plano XZ - (24a) Presión. - (24b) Módulo de Velocidad.



(a)



(b)

Figura 25: Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$ para $G1$ - Vista en el plano YZ - (25a) Presión. - (25b) Módulo de Velocidad.

También se realizaron cortes como se puede observar en la figura (26), sobre los cuales se obtuvieron las gráficas de borde (Eje X: Variación en X, Eje Y: Presión/Velocidad) que se representan en las figuras (27), (28) y (29) para $G1$; y (35), (36) y (37) para $G2$.

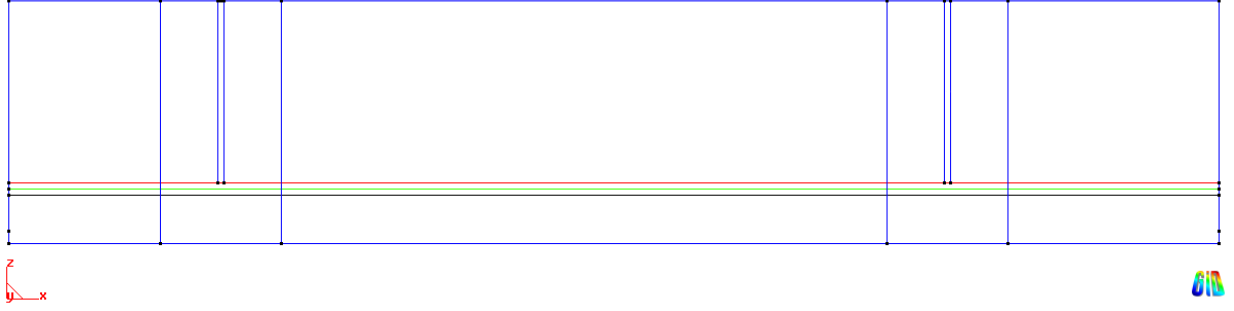
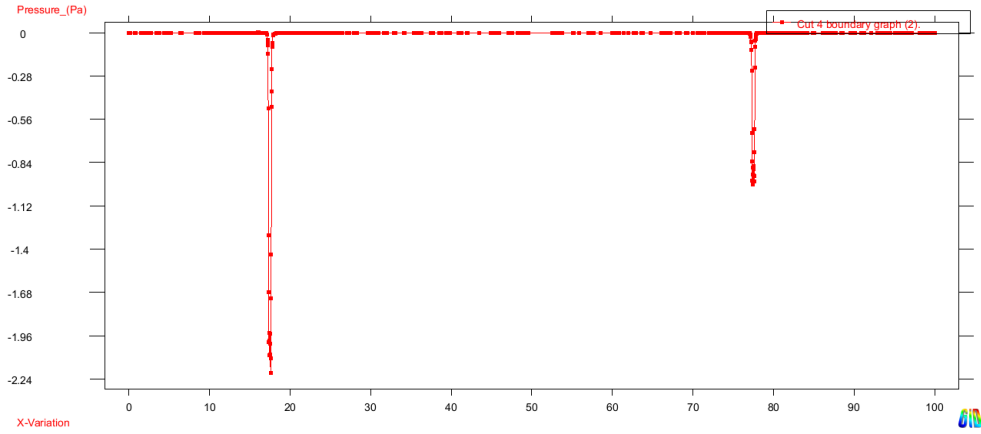


Figura 26:

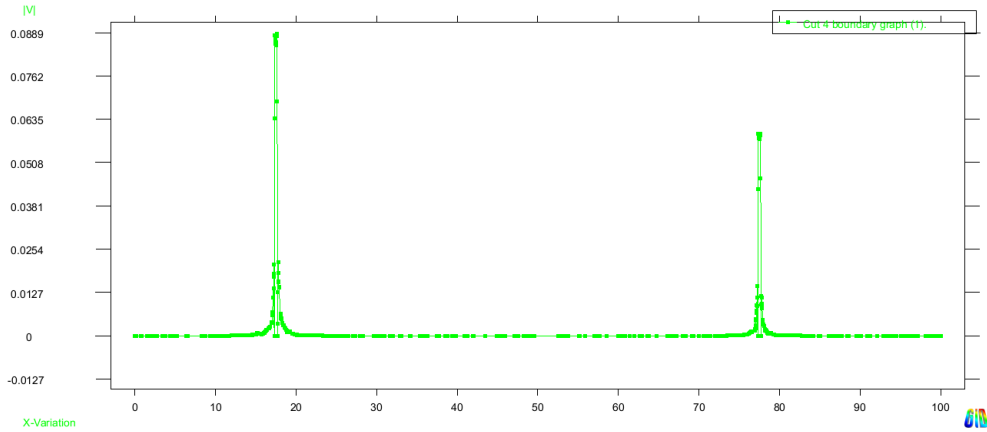
Línea roja: (situada sobre la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (27) y (35).

Línea verde: (situada a 0,5 [m] de la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (28) y (36).

Línea negra: (situada a 1,0 [m] de la base de los pozos) a partir de la cuál se obtuvieron las Gráficas de borde de la Figura (29) y (37).



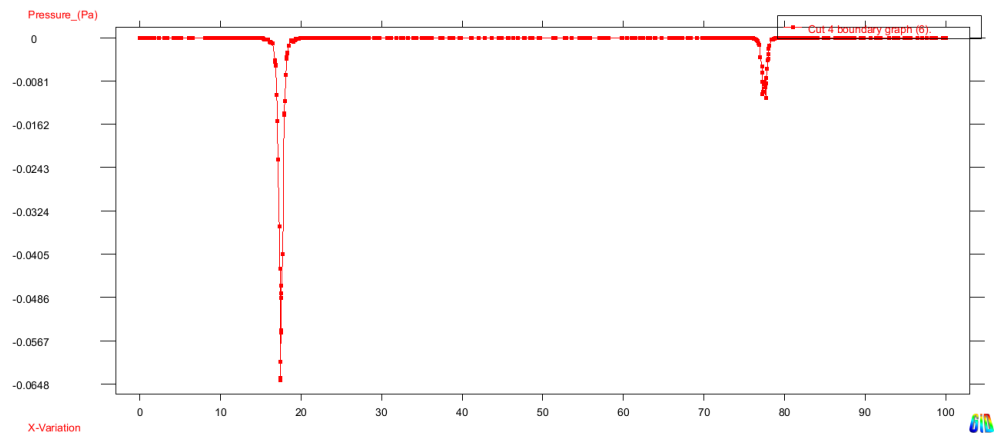
(a)



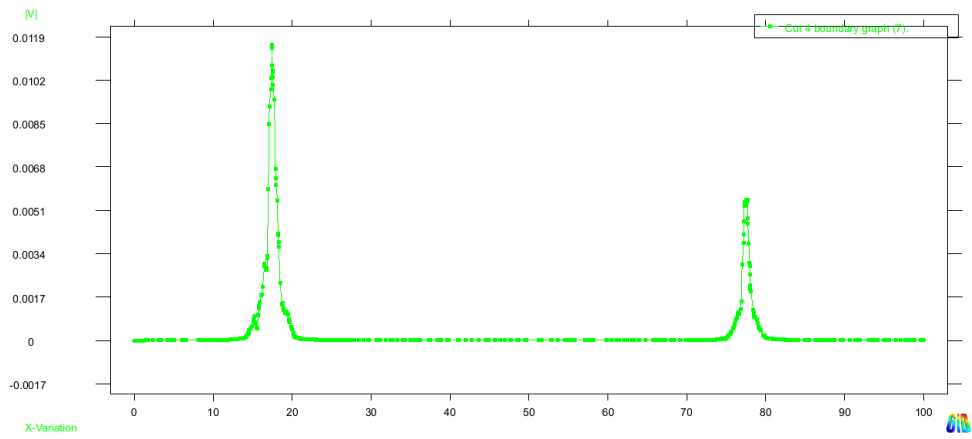
(b)

Figura 27: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados sobre la base de los pozos. (27a) Posición en x vs. presión. - (27b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.

Se puede observar, que en las gráficas (27), (28) y (29) a medida que se aleja de las bases de los pozos, el módulo de velocidad disminuye, mientras la presión aumenta. También, se puede ver, que existe una depresión mayor en el pozo 1 que en la base del pozo 2, conforme con las condiciones de bordes (velocidad en la base de los pozos) establecida en secciones anteriores.

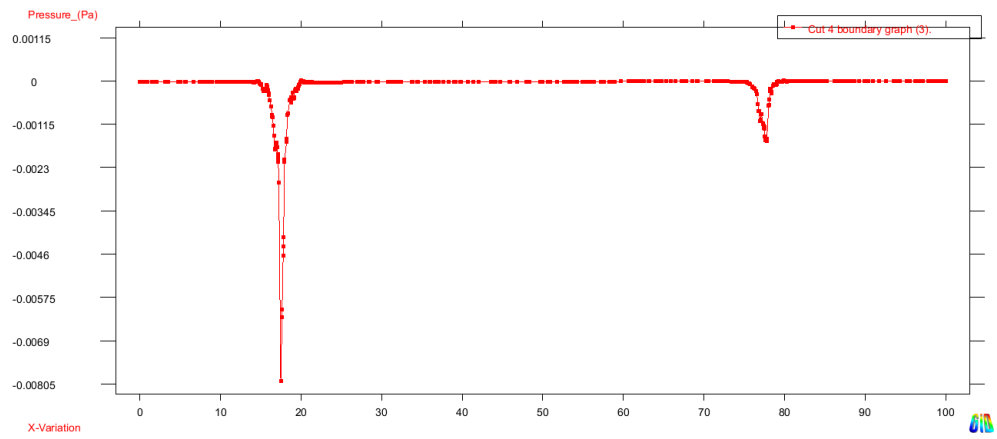


(a)

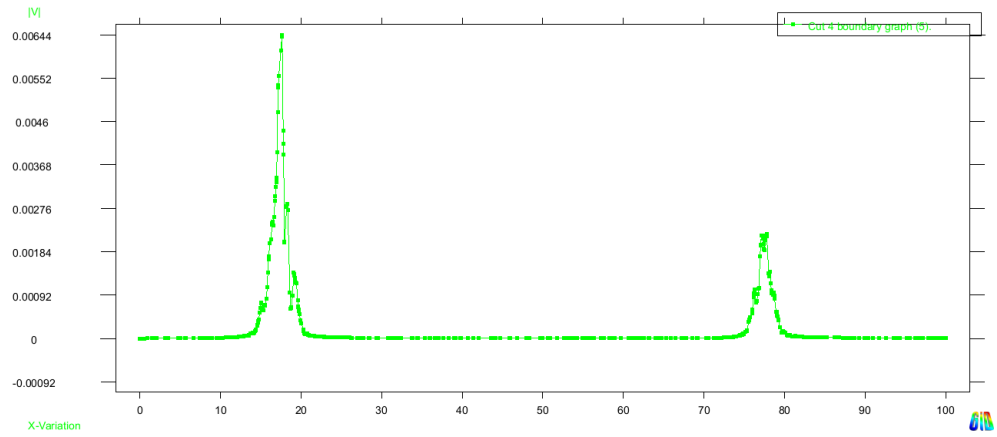


(b)

Figura 28: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados a $0,5 [m]$ en dirección $-z$ de la base de los pozos. (28a) Posición en x vs. presión. - (28b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.



(a)



(b)

Figura 29: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G1$ situados a $1,0 [m]$ en dirección $-z$ de la base de los pozos. - (29a) Posición en x vs. presión. - (29b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.

5.2. Resultados para $G2$

Para $G2$, se realizó la misma simulación que para $G1$. Debido a que los resultados obtenidos fueron similares, solo se deja para el lector imágenes de los resultados correspondientes, los cuales pueden ser interpretados de la misma manera como lo fueron en la sección (5.1).

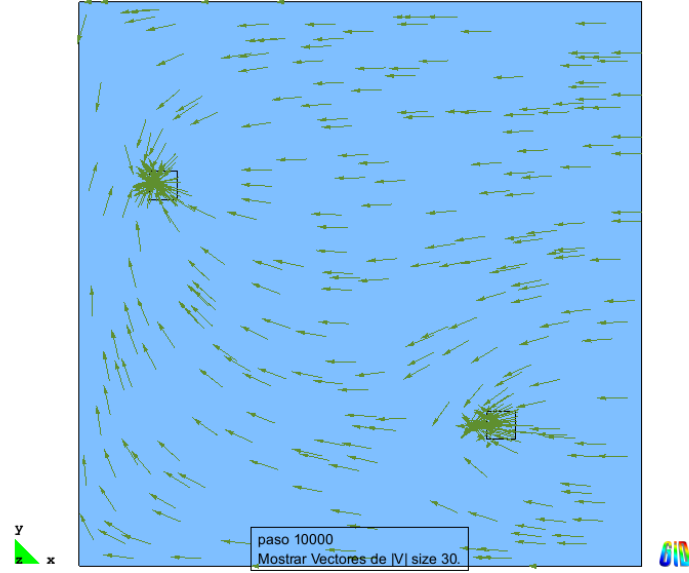
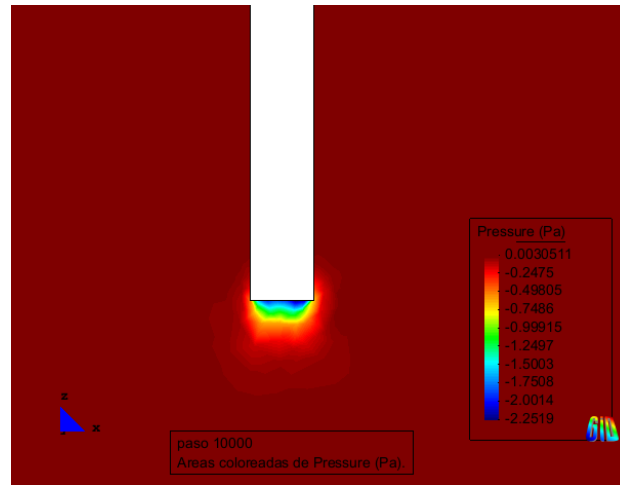
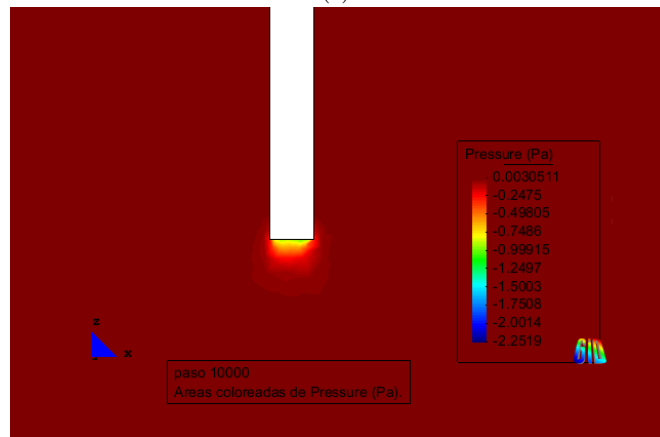


Figura 30: Vectores para $G2$ - Vista plano XY



(a)



(b)

Figura 31: Corte a través del centro de ambos pozos para $G2$ - Vista en el plano XZ - (31a) Presión pozo 1. - (31b) Presión pozo 2.

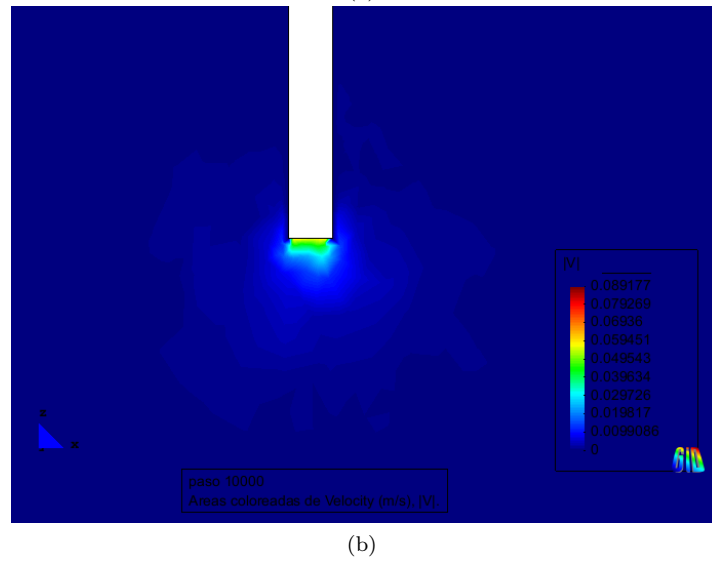
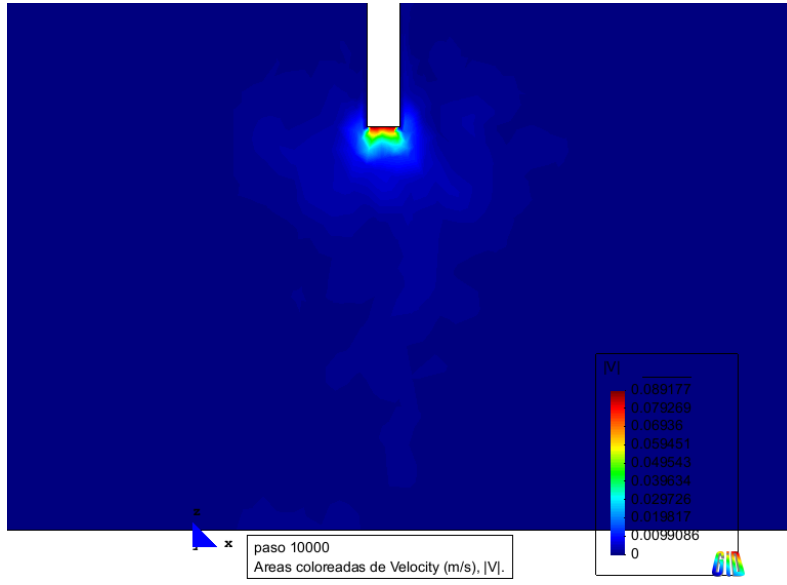


Figura 32: Corte a través del centro de ambos pozos para $G2$ - - Vista en el plano XZ - (32a) Módulo de velocidad pozo 1. - (32b) Módulo de velocidad pozo 2.

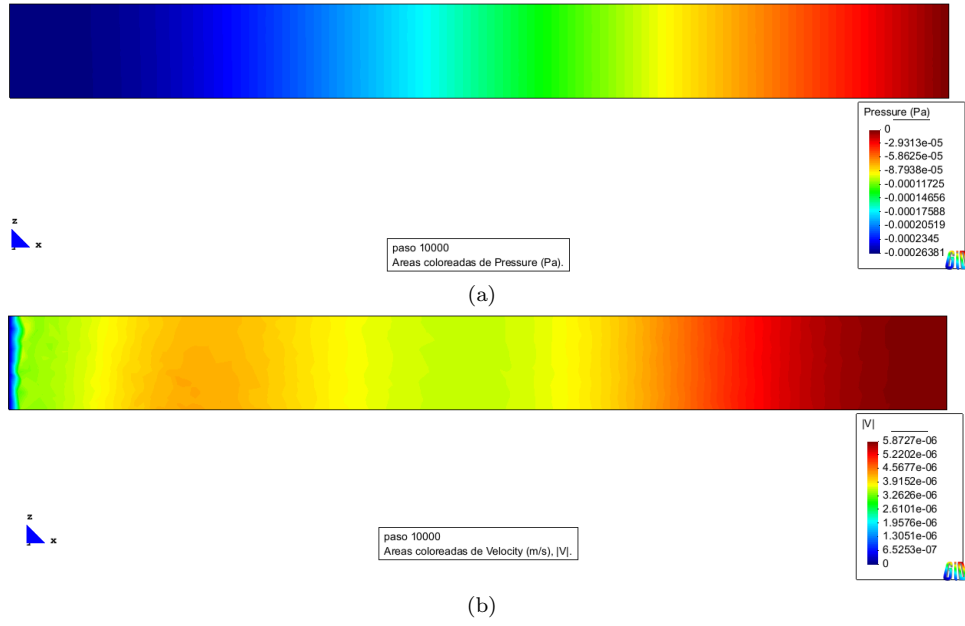


Figura 33: Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (0, 50, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (100, 50, 0)$ para $G2$ - Vista en el plano XZ - (33a) Presión. - (33b) Módulo de Velocidad.

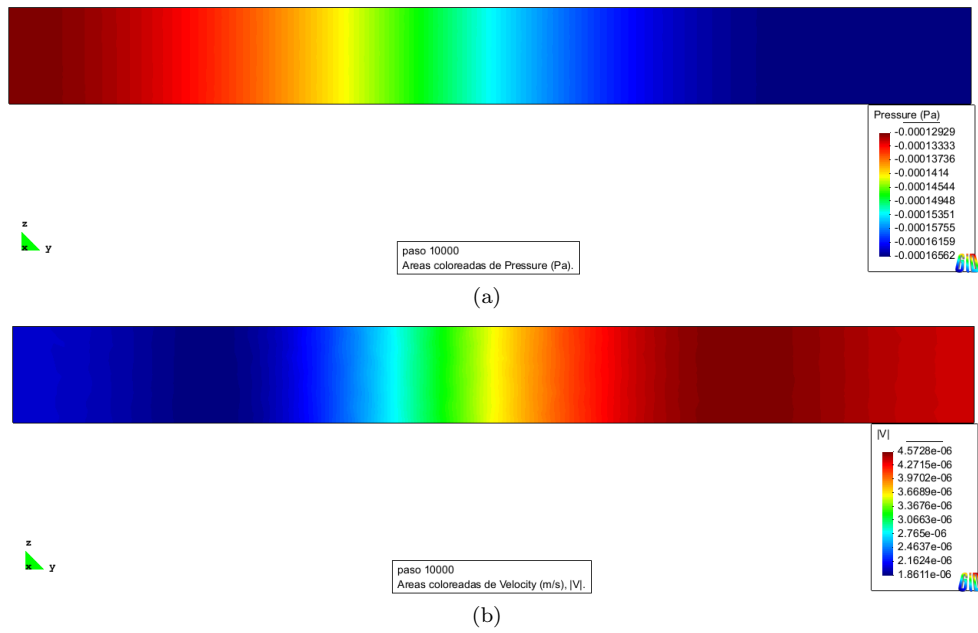
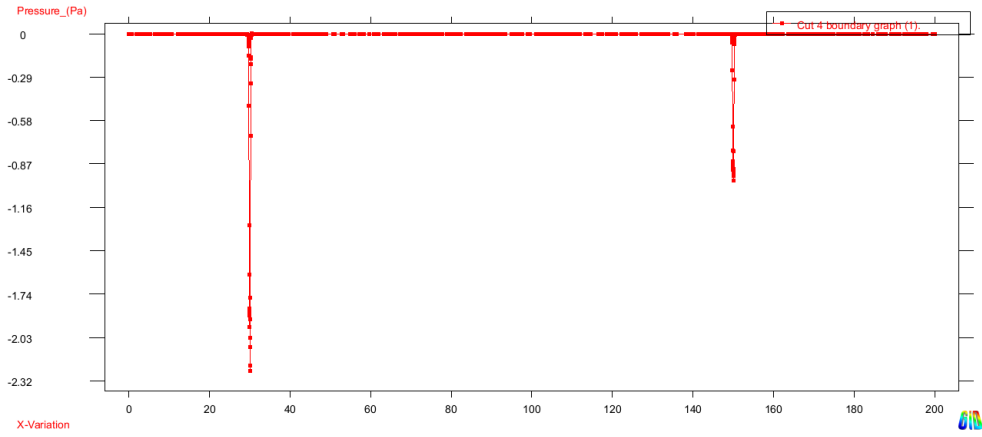
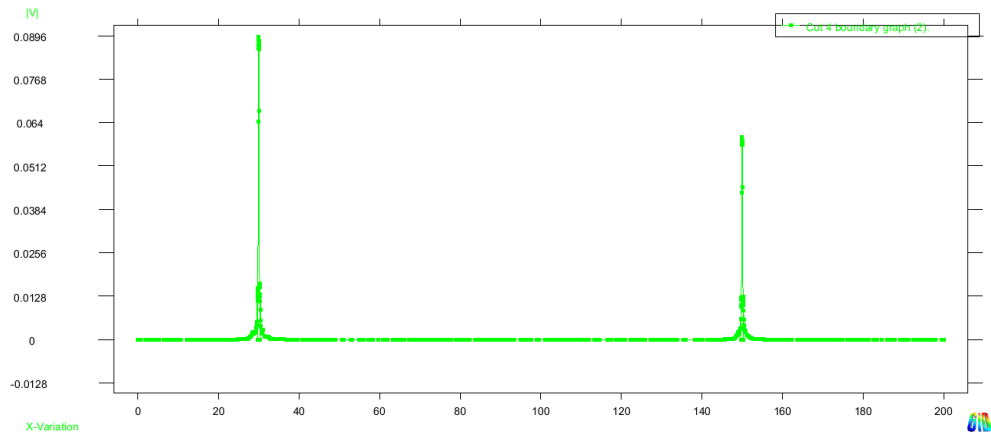


Figura 34: Corte en $(x_1, y_1, z_1) = (50, 0, 0)$ hasta $(x_2, y_2, z_2) = (50, 100, 0)$ para $G2$ - Vista en el plano YZ - (34a) Presión. - (34b) Módulo de Velocidad.

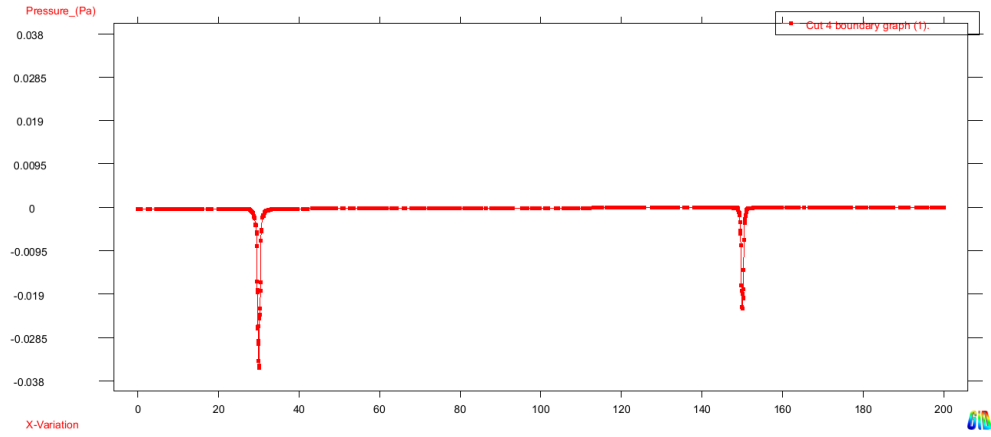


(a)

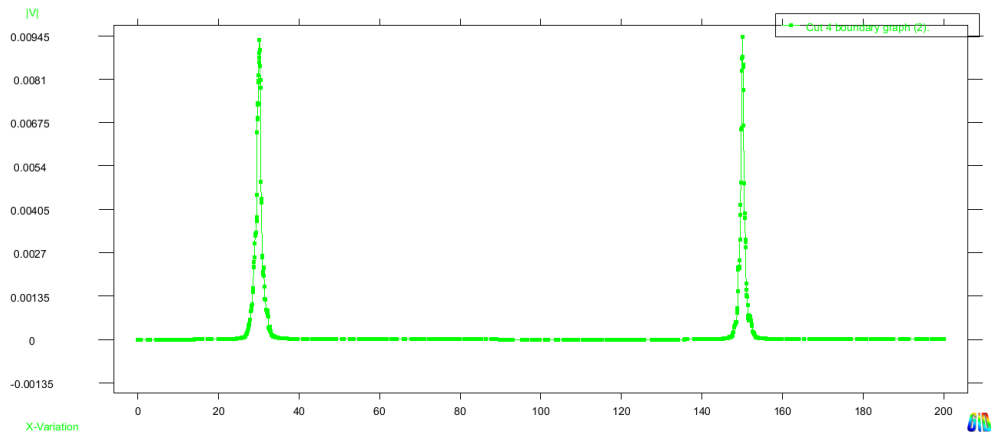


(b)

Figura 35: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados sobre la base de los pozos. (35a) Posición en x vs. presión. - (35b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.



(a)



(b)

Figura 36: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados a $0,5 [m]$ en dirección $-z$ de la base de los pozos. (36a) Posición en x vs. presión. - (36b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.

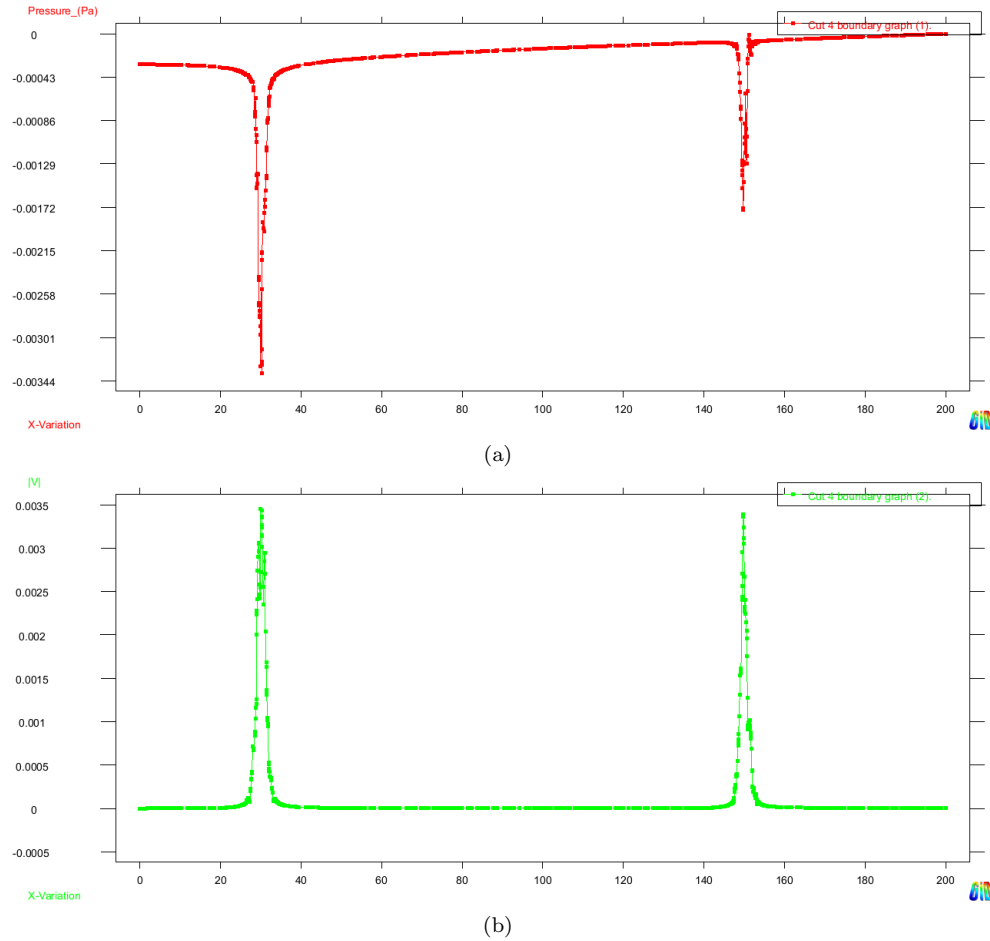


Figura 37: Perfil de presión y velocidad para los pozos 1 y 2 de $G2$ situados a $1,0 [m]$ en dirección $-z$ de la base de los pozos. (37a) Posición en x vs. presión. - (37b) Posición en x vs. Módulo de Velocidad.

Claramente se puede observar, que no existe interacción significativa entre los pozos, esto se debe a que se esta en presencia de un flujo laminar (es decir de movimiento muy lento) debido a las características del medio poroso. Incluso, y a pesar de tener un dominio más pequeño ($G1$), tampoco se pudo ver algún tipo de influencia entre los pozos en las simulaciones llevadas a cabo.

Se podría plantear la realización de la simulación para otros tipos de medios porosos, con diferentes valores de transmisividad y con mayor cantidad de pozos, para observar si existe algún tipo de influencia entre los mismos, pero dado que esto escapa a los alcances del presente trabajo, se deja como un trabajo futuro.

6. Conclusiones

Se puede concluir, que a partir del presente trabajo, se pudieron integrar los conocimientos incorporados en la materia “*Métodos numéricos y simulación*” de forma práctica y satisfactoria.

La realización del trabajo, con dos geometrías de diferentes dimensiones, permitió comparar resultados, viendo la existencia o no de interacción entre las bombas de succión de agua en un acuífero confinado, homogéneo e isótropo con un fluido laminar en un medio poroso. Por otro lado, se supo identificar los datos y condiciones inherentes al problema de manera de poder ser ingresados en el Software (GID), para poder llevar a cabo la simulación y luego, a posteriori, la interpretación de los resultados de un problema Hidrológico de la vida real.

7. Bibliografía

- GID The Personal Pre and Post Processor. Ayuda de **GID 9.04**. <http://gid.cimne.upc.es/>. 13 de septiembre de 2010, 18:00 hs.

- Compass Ingeniería y Sistemas. Ayuda de **Tdyn3d 5.9.0.11**. <http://www.compassis.com/compass>. 13 de septiembre de 2010, 18:00 hs.
- Apuntes de la materia “Métodos numéricos y simulación”, II-FICH-UNL.
- Zienkiewicz, O.C. y Morgan K. **Finite Elements and Approximation**. John Wiley & Sons Australia, Limited. 1983.
- Ven Te Chow, David R. Maidment, Larry W. Mays. **Hidrología aplicada**. McGRAW-HILL. Enero del 2000.