ResolSysteme [fr]

Des outils pour des

systèmes linéaires,

avec xint ou lua.

Version 0.1.0 -- 6 Février 2023

Cédric Pierquet
c pierquet -- at -- outlook . fr
https://github.com/cpierquet/ResolSysteme

- Des commandes pour travailler sur des matrices carrées (2x2, 3x3 ou 4x4).
- Des commandes pour résoudre des systèmes linéaires (2x2, 3x3 ou 4x4).

Le **déterminant** de $A=\begin{pmatrix} -1 & 0,5 \\ \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A)=-4{,}25$.

L'**inverse** de la matrice $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1}=\begin{pmatrix} -{}^{15}/_{8} & -{}^{1}/_{8} & {}^{3}/_{2} & -1 \\ {}^{23}/_{8} & {}^{1}/_{8} & {}^{1}/_{2} & 2 \\ -{}^{9}/_{8} & {}^{1}/_{8} & -{}^{3}/_{2} & -1 \\ {}^{1}/_{8} & -{}^{1}/_{8} & {}^{1}/_{2} & 0 \end{pmatrix}$.

La **solution** de $\begin{cases} y+z+t=1 \\ x+z+t=-1 \\ x+y+t=1 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)\right\}$.

LaTeX

pdfLaTeX

LuaLaTeX

TikZ

TeXLive

MiKTeX

Table des matières

Première partie
Introduction

1 Le package ResolSysteme

1.1 Introduction

L'idée est de *proposer* des outils pour travailler sur des systèmes linéaires (de taille réduite !) en permettant :

— d'afficher la **solution** (si elle existe) ;

— d'afficher le **déterminant** et l'éventuelle **inverse** de la matrice des coefficients.

À noter que les calculs – en interne – peuvent être effectués de deux manières :

— via les packages xint* pour des formats **2x2** ou **3x3** ;

— via lua et le package pyluatex (à charger manuellement du fait des options spécifiques) pour des formats **2x2**, **3x3** ou **4x4**.

L'utilisation de lua nécessite une compilation adaptée, à savoir en LuaLaTeX et en activant le mode –shell-escape.

La méthode par pyluatex utilise le module sympy, qui est donc à installer en amont !

1.2 Packages utilisés, choix de formatage

Le package est compatible avec les compilations usuelles en latex, pdflatex, lualatex (obligatoire pour le lua !!) ou xelatex.

Il charge les packages et librairies suivantes :

— `xintexpr` et `xinttools` ;

— `sinuitx`, `nicefrac` et `nicematrix` ;

— `xstring` et `listofitems`.

Les nombres sont formatés par la commande `\num` de sinuitx, donc les options choisies par l'utilisateur se propageront aux résultats numériques.

L'affichage des matrices est gérée par le package nicematrix, et des options spécifiques *simples* pourront être placées dans les différentes commandes.

1.3 Chargement du package, et option

Le package peut donc se charger de deux manières différentes, suivant si l'utilisateur utilise le moteur lua ou non.
À noter que les commandes *classiques* sont disponibles même si l'utilisateur charge l'option lua.

Code LaTeX

```
%chargement du package sans passer par pyluatex, calculs via xint
\usepackage{ResolSystemes}
```

Code LaTeX

```
%chargement du package pyluatex et du package avec [lua]
\usepackage[options]{pyluatex}
\usepackage[lua]{ResolSystemes}
```

Deuxième partie
Commandes

2 Une commande interne : écriture sous forme d'une fraction

2.1 La commande

En *interne*, le code utilise une commande pour formater un résultat sous forme fractionnaire, avec gestion des entiers et gestion du signe « – ».

Code LaTeX
```
\ConvVersFrac(*)[option de formatage]{calcul}
```

2.2 Utilisation

Concernant cette commande, qui est dans un bloc `ensuremath` :

- la version *étoilée* force l'écriture du signe « – » avant l'éventuelle fraction ;
- le premier argument, *optionnel* et entre [...] permet de spécifier un formatage du résultat :
  - ⟨**t**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `tfrac` ;
  - ⟨**d**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `dfrac` ;
  - ⟨**dec**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` (sans arrondi !) ;
  - ⟨**dec=k**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` arrondi à 10^{-k} ;
- le second argument, *obligatoire*, est quant à lui, le calcul en syntaxe `xint`.

Code LaTeX
```
%sortie par défaut (fraction avec - sur numérateur)
\ConvVersFrac{-10+1/3*(-5/16)}

%sortie avec - avant la fraction
\ConvVersFrac*{-10+1/3*(-5/16)}

%sortie en displaystyle
\ConvVersFrac*[d]{-10+1/3*(-5/16)}

%sortie en décimal arrondi à 0,0001
\ConvVersFrac[dec=4]{-10+1/3*(-5/16)}

%entier correctement formaté
\ConvVersFrac{2+91/7}
```

Code LaTeX

$\tfrac{-485}{48} \qquad -\tfrac{485}{48} \qquad -\dfrac{485}{48} \qquad -10{,}1042 \qquad 15$

2.3 Interaction avec les commandes « matricielles », limitations

En *interne*, le formatage des résultats est géré par cette commande, et les options disponibles existent donc de la même manière pour les commandes liées aux systèmes linéaires.

Il ne sera par contre pas possible de spécifier des options différentes pour chacun des coefficients, autrement dit l'éventuelle option se propagera sur l'ensemble des résultats !

Les *transformations* en fraction devraient pouvoir fonctionner avec des calculs *classiques*, mais il est possible que, dans des cas *spécifiques*, les résultats ne soient pas ceux attendus !

3 Calcul de déterminant

3.1 Introduction

La première commande (matricielle) disponible est pour calculer le déterminant d'une matrice :

- **2x2** ou **3x3** pour le package *classique* ;
- **2x2** ou **3x3** ou **4x4** pour le package *lua*.

Code LaTeX
```
%version classique
\DetMatrice(*)[option de formatage](matrice)

%version lua
\DetMatriceLUA(*)[option de formatage](matrice)
```

3.2 Utilisation

Concernant cette commande, qui est à insérer dans un environnement *math* :

- la version *étoilée* force l'écriture du signe « − » avant l'éventuelle fraction ;
- le premier argument, *optionnel* et entre [...] permet de spécifier un formatage du résultat :
  - ⟨**t**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `tfrac` ;
  - ⟨**d**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `dfrac` ;
  - ⟨**dec**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` (sans arrondi !) ;
  - ⟨**dec=k**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` arrondi à 10^{-k} ;
- le second argument, *obligatoire* et entre (...), est quant à lui, la matrice donnée par ses coefficients `a11,a12,...;a21,a22,...` (syntaxe héritée de `sympy`).

Code LaTeX
```
%version classique
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2\\3&4\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A)=\DetMatrice(1,2;3,4)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = -2$.

Code LaTeX
```
%version classique
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix}-1&{0,5}\\\frac12&4\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A)=\DetMatrice[dec](-1,0.5;1/2,4)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & 0,5 \\ \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = -4{,}25$.

Code LaTeX
```
%version classique
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix}-1&\frac13&4\\\frac13&4&-1\\-1&0&0\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A) \approx \DetMatrice[dec=3](-1,1/3,4;1/3,4,-1;-1,0,0)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 4 \\ \frac{1}{3} & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est $\det(A) \approx 16{,}333$.

```
%version lua
Le dé. de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2\\3&4\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A)=\DetMatriceLUA(1,2;3,4)$.
```

Le dé. de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = -2$.

```
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix}-1&{0,5}\\\frac12&4\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A)=\DetMatriceLUA*[d](-1,0.5;1/2,4)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & 0,5 \\ \frac12 & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = -\dfrac{17}{4}$.

```
%version lua
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix}-1&\frac13&4\\\frac13&4&-1\\-1&0&0\end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A) \approx \DetMatriceLUA[dec=3](-1,1/3,4;1/3,4,-1;-1,0,0)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & \frac13 & 4 \\ \frac13 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est $\det(A) \approx 16{,}333$.

4 Inverse d'une matrice

4.1 Introduction

La deuxième commande (matricielle) disponible est pour calculer l'éventuelle inverse d'une matrice :

— **2x2** ou **3x3** pour le package *classique* ;

— **2x2** ou **3x3** ou **4x4** pour le package *lua*.

```
%version classique
\MatriceInverse(*)[option de formatage]<options nicematrix>(matrice)

%version lua
\MatriceInverseLUA(*)[option de formatage]<options nicematrix>(matrice)
```

4.2 Utilisation

Concernant cette commande, qui est à insérer dans un environnement *math* :

— la version *étoilée* force l'écriture du signe « − » avant l'éventuelle fraction ;

— le premier argument, *optionnel* et entre [...] permet de spécifier un formatage du résultat :

  — ⟨**t**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `tfrac` ;

  — ⟨**d**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `dfrac` ;

  — ⟨**dec**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` (sans arrondi !) ;

  — ⟨**dec=k**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` arrondi à 10^{-k} ;

— le deuxième argument, *optionnel* et entre <...> correspond aux ⟨**options**⟩ à passer à l'environnement `pNiceMatrix` ;

— le troisième argument, *obligatoire* et entre (...), est quant à lui, la matrice donnée par ses coefficients `a11,a12,...;a21,a22,...` (syntaxe héritée de `sympy`).

À noter que si la matrice n'est pas inversible, le texte `Matrice non inversible` est affiché.

Code LaTeX

```
%version classique
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2\\3&4\end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse<cell-space-limits=2pt>(1,2;3,4)$.
```

L'inverse de $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ est $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1\\\frac{3}{2}&\frac{-1}{2}\end{pmatrix}$.

Code LaTeX

```
%version classique
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&8\end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3;4,5,6;7,8,8)$.
```

L'inverse de $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&8\end{pmatrix}$ est $A^{-1}=\begin{pmatrix}-8/3&8/3&-1\\10/3&-13/3&2\\-1&2&-1\end{pmatrix}$.

Code LaTeX

```
%version lua
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2\\3&4\end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverseLUA*[d]<cell-space-limits=2pt>(1,2;3,4)$.
```

L'inverse de $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ est $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1\\\dfrac{3}{2}&-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$.

Code LaTeX

```
%version lua
L'inv. de $A=\begin{pNiceMatrix}1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\-2&-3&-5&-6\end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverseLUA*[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3,4;5,6,7,0;1,1,1,1;-2,-3,-5,-6)$.
```

L'inv. de $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\-2&-3&-5&-6\end{pmatrix}$ est $A^{-1}=\begin{pmatrix}-15/8&-1/8&3/2&-1\\23/8&1/8&1/2&2\\-9/8&1/8&-3/2&-1\\1/8&-1/8&1/2&0\end{pmatrix}$.

5 Résolution d'un système linéaire

5.1 Introduction

La deuxième commande (matricielle) disponible est pour déterminer l'éventuelle solution d'un système linéaire qui s'écrit matriciellement $A \times X = B$:

— **2x2** ou **3x3** pour le package *classique* ;

— **2x2** ou **3x3** ou **4x4** pour le package *lua*.

Code LaTeX

```
%version classique
\SolutionSysteme(*)[opt de formatage]<opts nicematrix>(matriceA)(matriceB)[opt Matrice]

%version lua
\SolutionSystemeLUA(*)[opt de formatage]<opts nicematrix>(matriceA)(matriceB)[opt Matrice]
```

5.2 Utilisation

Concernant cette commande, qui est à insérer dans un environnement *math* :

— la version *étoilée* force l'écriture du signe « – » avant l'éventuelle fraction ;
— le premier argument, *optionnel* et entre [...] permet de spécifier un formatage du résultat :
  — ⟨**t**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `tfrac` ;
  — ⟨**d**⟩ pour l'affichage de la fraction en mode `dfrac` ;
  — ⟨**dec**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` (sans arrondi !) ;
  — ⟨**dec=k**⟩ pour l'affichage du résultat en mode `décimal` arrondi à 10^{-k} ;
— le deuxième argument, *optionnel* et entre <...> correspond aux ⟨**options**⟩ à passer à l'environnement `pNiceMatrix` ;
— le troisième argument, *obligatoire* et entre (...), est quant à lui, la matrice A donnée par ses coefficients `a11,a12,...;a21,a22,...` (syntaxe héritée de `sympy`) ;
— le quatrième argument, *obligatoire* et entre (...), est quant à lui, la matrice B donnée par ses coefficients `b11;b21;...` (syntaxe héritée de `sympy`) ;
— le dernier argument, *optionnel* et entre [...], permet – grâce à ⟨**Matrice**⟩ – de présenter le vecteur solution.

À noter que si la matrice n'est pas inversible, le texte `Matrice non inversible` est affiché.

Code LaTeX

```
%version classique
La solution de $\systeme{3x+y-2z=-1,2x-y+z=4,x-y-2z=5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme*[d](3,1,-2;2,-1,1;1,-1,-2)(-1,4,5) \right\rbrace$.\\
```

La solution de $\begin{cases} 3x+y-2z=-1 \\ 2x-y+z=4 \\ x-y-2z=5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\lbrace \left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2};-\dfrac{1}{2}\right) \right\rbrace$.

Code LaTeX

```
%version lua
La solution de $\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSystemeLUA(1,1,1;3,2,-1;-1,-1,2)(-1,6,-5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} x+y+z=-1 \\ 3x+2y-z=6 \\ -x-y+2z=-5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\{(2;-1;-2)\}$.

Code LaTeX

```
%version lua
La solution de $\systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}$
est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace
    \SolutionSystemeLUA%
        [dec]<cell-space-limits=2pt>%
        (1,2,3,4;5,6,7,0;1,1,1,1;-2,-3,-5,-6)(-10,0,4,7)%
        [Matrice]
\right\rbrace$.

%pas de solution
La solution de $\systeme{x+2y=-5,4x+8y=1}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSystemeLUA(1,2;4,8)(-5,1) \right\rbrace$.
```

La solution de $\left\{\begin{array}{l} x+2y+3z+4t=-10 \\ 5x+6y+7z=0 \\ x+y+z+t=4 \\ -2x-3y-5z-6t=7 \end{array}\right.$ est $\mathcal{S}=\left\lbrace\begin{pmatrix} 17{,}75 \\ -12{,}75 \\ -1{,}75 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}\right\rbrace$.

La solution de $\left\{\begin{array}{l} x+2y=-5 \\ 4x+8y=1 \end{array}\right.$ est $\mathcal{S}=\{\text{Matrice non inversible}\}$.

Troisième partie
Historique

`v0.1.0` : Version initiale