ResolSysteme (0.1.8), version « pyluatex »

1 Préambule, avec le package pyluatex

2 Affichage d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
On considère les matrices $A=\AffMatrice(1,2 § 3,4)$
et $B=\AffMatrice[n](-1,-1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)$
et $C=\AffMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

On considère les matrices
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$
 et $B = \begin{pmatrix} -1 & ^{-1}\!/_3 & 4 \\ ^{1}\!/_3 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$.

3 Déterminant d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

Le déterminant de $A=\Lambda (1,2 \ 3,4)$ est $\det(A)=\det (1,2 \ 3,4)$.

Le déterminant de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = -2$.

Le déterminant de $A=\Lambda (-1,0.5 \ -1/2,4)$ est $\det(A)=\Lambda (-1,0.5 \ -1/2,4)$.

Le déterminant de $A=\begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$ est $\det(A)=-3.75.$

Le dét. de \$A=\begin{pNiceMatrix} -1&\frac13&4 \\ \frac13&4&-1 \\ -1&0&0 \end{pNiceMatrix}\$ est \$\\det(A) \approx \DetMatricePY[dec=3](-1,1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)\$.

Le dét. de
$$A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 4\\ \frac{1}{3} & 4 & -1\\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 est $\det(A) \approx 16{,}333.$

Le dét. de \$A=\begin{pNiceMatrix} $1\&2\&3\&4\5\&6\&7\&0\1\&1\&1\&1\2\&-3\&-5\&-6 \end{pNiceMatrix}$ est \$\det(A)=\DetMatricePY(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)\$.

1

Le dét. de
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$
 est $\det(A) = 24$.

4 Calculs avec des matrices, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

 $\$ ProduitMatricesPY(1,2)(3 § 4)[Aff]\$ et \$\ProduitMatricesPY(1,2)(3,4 § 5,6)[Aff]\$ \\ \$\ProduitMatricesPY(-5,6 § 1,4)(2 § 7)[Aff]\$ et \$\ProduitMatricesPY(-5,6 § 1,4)(2,-4 § 7,0)[Aff]\$

\$\ProduitMatricesPY(1,2,3)(4 § 5 § 6)[Aff]\$ et \$\ProduitMatricesPY(1,2,3)(1,1,1 § 2,1,5 §
0,5,-6)[Aff]\$\\

\$\ProduitMatricesPY(1,1,1 \ 2,1,5 \ 0,5,-6)(1 \ 2 \ 3)[Aff]\$ et

\$\ProduitMatricesPY(1,1,1 \ 2,1,5 \ 0,5,-6)(1,2,3 \ -5,-4,2 \ 3,3,10)[Aff]\$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 18 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 19 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & -4 & 3 \\ 3 & 3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 16 \\ 12 & 15 & 59 \\ -43 & -38 & -45 \end{pmatrix}$$

\$\ProduitMatricesPY(1,2,3,4)(5 § 6 § 7 § 8)[Aff]\$\\

 $\Pr duitMatricesPY(1,2,3,4)(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)[Aff]$

\$\ProduitMatricesPY(1,1,1,5 \ 2,1,5,6 \ 0,5,-6,0 \ 1,-5,4,2)(1 \ 2 \ 3 \ 4)[Aff]\$\\

\$\ProduitMatricesPY(1,1,1,5 \ 2,1,5,6 \ 0,5,-6,0 \ 1,-5,4,2)(1,5,4,0 \ 2,-1,-1,5 \ 3,0,1,2, \ 4,6,9,10)[Aff]\$

\$\MatricePuissancePY(1,1 § 5,-2)(7)[Aff]\$\\
\$\MatricePuissancePY(1,1,-1 § 5,-2,1 § 0,5,2)(3)[Aff]\$ \\
\$\MatricePuissancePY(1,1,1,1 § 5,-2,1,5 § 0,5,2,-1 § 0,1,1,1)(5)[Aff]\$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^7 = \begin{pmatrix} -559 & 673 \\ 3365 & -2578 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} -24 & 8 & -16 \\ 65 & -58 & 9 \\ 25 & 70 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} 886 & 769 & 769 & 913 \\ 1730 & 847 & 1090 & 1655 \\ 1395 & 1865 & 1622 & 1565 \\ 720 & 625 & 625 & 742 \end{pmatrix}$$

5 Inverse d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

L'inverse de $A=\left[PNiceMatrix] 1&2 \ 3&4 \end{pNiceMatrix} est $A^{-1}=MatriceInversePY<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.$

L'inverse de
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$
 est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de $A=\left[pNiceMatrix] 1\&2 \ 3\&4 \end{pNiceMatrix}$ est $A^{-1}=MatriceInversePY*<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.$

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de $A=\left[pNiceMatrix\} 1\&2 \ 3\&6 \end{pNiceMatrix}$ est $A^{-1}=MatriceInversePY<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,6)$.$

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} =$ Matrice non inversible.

L'inverse de $A=\left[pNiceMatrix\} 1\&2 \ 3\&4 \end{pNiceMatrix} est $A^{-1}=MatriceInversePY[d]<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.$

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de \$A=\begin{pNiceMatrix} $1\&2\&3\4\&5\&6\7\&8\&8 \end{pNiceMatrix}$ est \$A^{-1}=\MatriceInversePY<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)\$.

3

L'inverse de
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$
 est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

L'inverse de \$A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3\\4&5&6\\7&8&8 \end{pNiceMatrix} est \$A^{-1}=\mathrm{InversePY*<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)\$.

L'inverse de
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$
 est $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & \frac{-13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

L'inverse de \$A=\begin{pNiceMatrix} $1\&2\&3\&4\\5\&6\&7\&0\\1\&1\&1\&1\&2\&-3\&-5\&-6 \end{pNiceMatrix}$ est \$A^{-1}=\MatriceInversePY[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)\$.

$$\text{L'inverse de } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix} \text{ est } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5/8 & 1/24 & -1/2 & 1/3 \\ -17/8 & -5/24 & 9/2 & -2/3 \\ 11/8 & 7/24 & -7/2 & 1/3 \\ 1/8 & -1/8 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

6 Résolution d'un système, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

La solution de $\simeq -9x-8y=-8,3x-6y=-7$ est =% \left\lbrace \SolutionSystemePY(-9,-8 \ 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace\.

La solution de
$$\begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases} \text{ est } S = \left\{ \left(-\frac{4}{39}; \frac{29}{26} \right) \right\}.$$

La solution de $\systeme\{x+2y=-5,4x+8y=1\}$ est $\mathcal\{S\}=\%$ \left\lbrace \SolutionSystemePY(1,2 § 4,8)(-5,1) \right\rbrace\$.

La solution de $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 4x + 8y = 1 \end{cases}$ est $S = \{\text{Matrice non inversible}\}.$

La solution de $\simeq -9x-8y=-8,3x-6y=-7$ est $\mathcal{S}=\%$ \left\lbrace \SolutionSystemePY[d](-9,-8 \ 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace\.

La solution de $\begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases}$ est $S = \left\{ \left(-\frac{4}{39}; \frac{29}{26} \right) \right\}$.

La solution de $\systeme\{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5\}$ est $\mathcal\{S\}=\%$ \left\lbrace \SolutionSystemePY(1,1,1 \ \ 3,2,-1 \ \ -1,-1,2)(-1,6,-5) \right\rbrace\.

La solution de $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = 6 \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases}$ est $S = \{(2; -1; -2)\}.$

La solution de x+y+z=-1,3x+2y-z=-5,-x-y+2z=0 est donnée par x=x \SolutionSystemePY*[d]<cell-space-limits=2pt>(1,1,1 § 3,2,-1 § -1,-1,2)(-1,-5,0)[Matrice]\$.

La solution de
$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = -5 \text{ est donnée par } X = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{10}{3} \\ -x - y + 2z = 0 \end{pmatrix}.$$

 $\label{lassolution de } \xyzt = 1, x+z+t=-1, x+y+t=1, x+y+z=0 \ est \xyzt = x+z+t=-1, x+z+z+t=-1, x+y+z=0 \ est \xyzt = x+z+t=-1, x+z+z+t=-1, x+z+z=0 \ est \xyzt = x+z+t=-1, x+z+z=0 \ est \xyzt = x+z+t=-$

La solution de
$$\begin{cases} y+z+t=1\\ x + z + t = -1\\ x+y + t = 1\\ x+y+z = 0 \end{cases} \text{ est } \mathcal{S} = \left\{ \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right) \right\}.$$

La solution de $\systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}$ est $X= \systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}$

[dec] <cell-space-limits=2pt>

(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § -2,-3,-5,-6)(-10,0,4,7)

[Matrice]

La solution de
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = -10 \\ 5x + 6y + 7z = 0 \\ x + y + z + t = 4 \\ -2x - 3y - 5z - 6t = 7 \end{cases}$$
est $X = \begin{pmatrix} 17,75 \\ -12,75 \\ -1,75 \\ 0,75 \end{pmatrix}$

7 État probabiliste d'un graphe probabiliste, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

État initial : $P_0 = AffEtatProb[t](1/3,2/3)$.

Matrice de transition :

\$M=\AffMatrice[dec](0.75,0.25 § 0.9,0.1)\$

État à l'instant 5 :

\$P_5 \approx \EtatProbPY[dec=3](1/3,2/3)%

(0.75,0.25 § 0.9,0.1)

(5)\$

État initial : $P_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$.

Matrice de transition : $M = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.9 & 0.1 \end{pmatrix}$

État à l'instant $5: P_5 \approx (0.783 \quad 0.217)$

```
 \begin{split} &\text{État initial}: \$P_0 = \texttt{AffEtatProb[dec]}(0.33,0.52,0.15)\$. \\ &\text{Matrice de transition}: \\ &\$\texttt{M} = \texttt{AffMatrice[dec]}\% \\ &(0.1,0.2,0.7 \ \S \ 0.25,0.25,0.5 \ \S \ 0.15,0.75,0.1)\$ \\ &\text{État à l'instant 7}: \\ &\$\texttt{P}_7 \ \texttt{Approx} \ \texttt{EtatProbPY[dec=3]} \\ &(0.33,0.52,0.15)\% \\ &(0.1,0.2,0.7 \ \S \ 0.25,0.25,0.5 \ \S \ 0.15,0.75,0.1) \\ &(7)\$ \\ &\text{État initial}: P_0 = \begin{pmatrix} 0.33 & 0.52 & 0.15 \end{pmatrix}. \\ &\text{Matrice de transition}: M = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.15 & 0.75 & 0.1 \end{pmatrix} \\ &\text{État à l'instant 7}: P_7 \approx \begin{pmatrix} 0.184 & 0.432 & 0.384 \end{pmatrix}
```

```
 \begin{split} &\text{État initial}: \$P_0 = \texttt{AffEtatProb[dec]}(0.33,0.52,0.15,0)\$. \\ &\text{Matrice de transition}: \\ &\$\texttt{M=AffMatrice[dec]}\% \\ &(0.1,0.2,0.3,0.4 \ \S \ 0.25,0.25,0.25 \ \S \ 0.15,0.15,0.2,0.5 \ \S \ 0.3,0.3,0.2,0.2)\$ \\ &\text{État à l'instant } 4: \\ &\$P_4 \ \texttt{Approx } \ \texttt{EtatProbPY[dec=3]} \\ &(0.33,0.52,0.15,0)\% \\ &(0.1,0.2,0.3,0.4 \ \S \ 0.25,0.25,0.25,0.25 \ \S \ 0.15,0.15,0.2,0.5 \ \S \ 0.3,0.3,0.2,0.2)\% \\ &\text{État initial}: P_0 = \begin{pmatrix} 0.33 & 0.52 & 0.15 & 0 \end{pmatrix}. \\ &\text{Matrice de transition}: M = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.15 & 0.15 & 0.2 & 0.5 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix} \\ &\text{État à l'instant } 4: P_4 \approx \begin{pmatrix} 0.211 & 0.232 & 0.233 & 0.324 \end{pmatrix}
```

8 État stable d'un graphe probabiliste, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
L'état stable du gr. prob. de matrice $M=\AffMatrice[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$ est $\Pi = \text{EtatStablePY}[d](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$ ou $\Pi = \text{EtatStablePY}[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$.  

L'état stable du gr. prob. de matrice M = \begin{pmatrix} 0.72 & 0.28 \\ 0.12 & 0.88 \end{pmatrix} est \Pi = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} & \frac{7}{10} \end{pmatrix} ou \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}.
```

L'état stable du gr. prob. de matrice $M=\Lambda(0.9,0.03,0.07 \ 0.30,0.43,0.27 \ 0.14,0.07,0.79)$

est \$\Pi = \EtatStablePY[d](0.9,0.03,0.07 § 0.30,0.43,0.27 § 0.14,0.07,0.79)\$ ou $\Phi = \text{EtatStablePY[dec]}(0.9,0.03,0.07 \ 0.30,0.43,0.27 \ 0.14,0.07,0.79)$.

L'état stable du gr. prob. de matrice $M = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.03 & 0.07 \\ 0.3 & 0.43 & 0.27 \\ 0.14 & 0.07 & 0.79 \end{pmatrix}$

 $\frac{3}{10}$) ou $\Pi = \begin{pmatrix} 0.63 & 0.07 & 0.3 \end{pmatrix}$.

L'état stable du gr. prob. de matrice

\$M=\AffMatrice[dec](0.1,0.2,0.3,0.4 § 0.25,0.25,0.25,0.25 § 0.15,0.15,0.2,0.5 § 0.3,0.3,0.2,0.2)\$

est \$\Pi \approx \EtatStablePY[dec=5](0.1,0.2,0.3,0.4 \ 0.25,0.25,0.25,0.25 \ 0.15,0.15,0.2,0.5 \ 0.3,0.3,0.2,0.2)\$.

 $\begin{pmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.15 & 0.15 & 0.2 & 0.5 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$ L'état stable du gr. prob. de matrice M=

est $\Pi \approx (0.21123 \quad 0.23235 \quad 0.23274 \quad 0.32368)$.