

ResolSysteme (0.1.3), version « pyluatex »

1 Préambule, avec le package pyluatex

```
\documentclass[french,a4paper,10pt]{article}
\usepackage[margin=1.5cm]{geometry}
\usepackage[executable=python.exe]{pyluatex}
\usepackage[pyluatex]{ResolSysteme}           %version pyluatex, lua + shell-escape
\usepackage{systeme}
\sisetup{locale=FR,output-decimal-marker={,}}
```

2 Affichage d'une matrice, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

On considère les matrices $A=\text{\AffMatrice}(1,2 \text{ } 3,4)$
et $B=\text{\AffMatrice}[n](-1,1/3,4 \text{ } 1/3,4,-1 \text{ } -1,0,0)$
et $C=\text{\AffMatrice}(1,2,3,4 \text{ } 5,6,7,0 \text{ } 1,1,1,1 \text{ } 2,-3,-5,-6)$.

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1/3 & 4 \\ 1/3 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$.

3 Calculs avec des matrices, 2x2 ou 3x3

$\text{\ProduitMatrices}(1,2)(3 \text{ } 4)[\text{Aff}]$ et $\text{\ProduitMatrices}(1,2)(3,4 \text{ } 5,6)[\text{Aff}]$ \\
 $\text{\ProduitMatrices}(-5,6 \text{ } 1,4)(2 \text{ } 7)[\text{Aff}]$ et $\text{\ProduitMatrices}(-5,6 \text{ } 1,4)(2,-4 \text{ } 7,0)[\text{Aff}]$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = (11) \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = (13 \quad 16)$$
$$\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 30 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 20 \\ 30 & -4 \end{pmatrix}$$

$\text{\ProduitMatrices}(1,2,3)(4 \text{ } 5 \text{ } 6)[\text{Aff}]$ et $\text{\ProduitMatrices}(1,2,3)(1,1,1 \text{ } 2,1,5 \text{ } 0,5,-6)[\text{Aff}]$ \\
 $\text{\ProduitMatrices}(1,1,1 \text{ } 2,1,5 \text{ } 0,5,-6)(1 \text{ } 2 \text{ } 3)[\text{Aff}]$ et
 $\text{\ProduitMatrices}(1,1,1 \text{ } 2,1,5 \text{ } 0,5,-6)(1,2,3 \text{ } -5,-4,2 \text{ } 3,3,10)[\text{Aff}]$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = (32) \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} = (5 \quad 18 \quad -7)$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 19 \\ -8 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & -4 & 3 \\ 3 & 3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 16 \\ 12 & 15 & 59 \\ -43 & -38 & -45 \end{pmatrix}$$

$\text{\CarreMatrice}(-5,6 \text{ } 1,4)[\text{Aff}]$ \\
 $\text{\CarreMatrice}(-5,6,8 \text{ } 1,4,-9 \text{ } 1,-1,1)[\text{Aff}]$

$$\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 31 & -6 \\ -1 & 22 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -5 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & -9 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 39 & -14 & -86 \\ -10 & 31 & -37 \\ -5 & 1 & 18 \end{pmatrix}$$

$\text{\$}\text{\textbackslash MatricePuissancePY}(1,1 \text{ \&S } 5,-2)(7)[\text{Aff}]\text{\$}\text{\textbackslash}$
 $\text{\$}\text{\textbackslash MatricePuissancePY}(1,1,-1 \text{ \&S } 5,-2,1 \text{ \&S } 0,5,2)(3)[\text{Aff}]\text{\$} \text{\textbackslash}$
 $\text{\$}\text{\textbackslash MatricePuissancePY}(1,1,1,1 \text{ \&S } 5,-2,1,5 \text{ \&S } 0,5,2,-1 \text{ \&S } 0,1,1,1)(5)[\text{Aff}]\text{\$}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^7 = \begin{pmatrix} -559 & 673 \\ 3365 & -2578 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} -24 & 8 & -16 \\ 65 & -58 & 9 \\ 25 & 70 & -7 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} 886 & 769 & 769 & 913 \\ 1730 & 847 & 1090 & 1655 \\ 1395 & 1865 & 1622 & 1565 \\ 720 & 625 & 625 & 742 \end{pmatrix}$$

4 Inverse d'une matrice, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

L'inverse de $\text{\$A=}\text{\textbackslash begin\{pNiceMatrix\}} 1\&2 \text{\textbackslash\&S } 3\&4 \text{\textbackslash end\{pNiceMatrix\}}\text{\$}$ est
 $\text{\$A}^{-1}=\text{\textbackslash MatriceInversePY}<\text{cell-space-limits=2pt}>(1,2 \text{ \&S } 3,4)\text{\$}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de $\text{\$A=}\text{\textbackslash begin\{pNiceMatrix\}} 1\&2 \text{\textbackslash\&S } 3\&4 \text{\textbackslash end\{pNiceMatrix\}}\text{\$}$ est
 $\text{\$A}^{-1}=\text{\textbackslash MatriceInversePY*}<\text{cell-space-limits=2pt}>(1,2 \text{ \&S } 3,4)\text{\$}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de $\text{\$A=}\text{\textbackslash begin\{pNiceMatrix\}} 1\&2 \text{\textbackslash\&S } 3\&6 \text{\textbackslash end\{pNiceMatrix\}}\text{\$}$ est
 $\text{\$A}^{-1}=\text{\textbackslash MatriceInversePY}<\text{cell-space-limits=2pt}>(1,2 \text{ \&S } 3,6)\text{\$}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \text{Matrice non inversible}$.

L'inverse de $\text{\$A=}\text{\textbackslash begin\{pNiceMatrix\}} 1\&2\&3\text{\textbackslash\&S } 4\&5\&6\text{\textbackslash\&S } 7\&8\&8 \text{\textbackslash end\{pNiceMatrix\}}\text{\$}$ est
 $\text{\$A}^{-1}=\text{\textbackslash MatriceInversePY*}[d]<\text{cell-space-limits=2pt}>(1,2 \text{ \&S } 3,4)\text{\$}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

L'inverse de $\text{\$A=}\text{\textbackslash begin\{pNiceMatrix\}} 1\&2\&3\text{\textbackslash\&S } 4\&5\&6\text{\textbackslash\&S } 7\&8\&8 \text{\textbackslash end\{pNiceMatrix\}}\text{\$}$ est
 $\text{\$A}^{-1}=\text{\textbackslash MatriceInversePY}<\text{cell-space-limits=2pt}>(1,2,3 \text{ \&S } 4,5,6 \text{ \&S } 7,8,8)\text{\$}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \text{MatriceInversePY} \langle 1, 2, 3 \text{ } 4, 5, 6 \text{ } 7, 8, 8 \rangle$.

$$\text{L'inverse de } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix} \text{ est } A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \text{MatriceInversePY} \langle 1, 2, 3, 4 \text{ } 5, 6, 7, 0 \text{ } 1, 1, 1, 1 \text{ } 2, -3, -5, -6 \rangle$.

$$\text{L'inverse de } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix} \text{ est } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5/8 & 1/24 & -1/2 & 1/3 \\ -17/8 & -5/24 & 9/2 & -2/3 \\ 11/8 & 7/24 & -7/2 & 1/3 \\ 1/8 & -1/8 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

5 Résolution d'un système, 2x2 ou 3x3 ou 4x4

La solution de $\text{\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}}$ est $\text{\mathcal{S}} = \text{\left\lbrace \SolutionSystemePY} \langle -9, -8 \text{ } 3, -6 \rangle \langle -8, -7 \rangle \text{\right\rbrace}$.

$$\text{La solution de } \begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases} \text{ est } \mathcal{S} = \left\{ \left(-\frac{4}{39}; \frac{29}{26} \right) \right\}.$$

La solution de $\text{\systeme{x+2y=-5,4x+8y=1}}$ est $\text{\mathcal{S}} = \text{\left\lbrace \SolutionSystemePY} \langle 1, 2 \text{ } 4, 8 \rangle \langle -5, 1 \rangle \text{\right\rbrace}$.

$$\text{La solution de } \begin{cases} x + 2y = -5 \\ 4x + 8y = 1 \end{cases} \text{ est } \mathcal{S} = \{\text{Matrice non inversible}\}.$$

La solution de $\text{\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}}$ est $\text{\mathcal{S}} = \text{\left\lbrace \SolutionSystemePY} \langle -9, -8 \text{ } 3, -6 \rangle \langle -8, -7 \rangle \text{\right\rbrace}$.

$$\text{La solution de } \begin{cases} -9x - 8y = -8 \\ 3x - 6y = -7 \end{cases} \text{ est } \mathcal{S} = \left\{ \left(-\frac{4}{39}; \frac{29}{26} \right) \right\}.$$

La solution de $\text{\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}}$ est $\text{\mathcal{S}} = \text{\left\lbrace \SolutionSystemePY} \langle 1, 1, 1 \text{ } 3, 2, -1 \text{ } -1, -1, 2 \rangle \langle -1, 6, -5 \rangle \text{\right\rbrace}$.

$$\text{La solution de } \begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = 6 \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases} \text{ est } \mathcal{S} = \{(2; -1; -2)\}.$$

La solution de $\text{\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=-5,-x-y+2z=0}}$ est donnée par $X=\%$
 $\text{\SolutionSystemePY*[d]<cell-space-limits=2pt>(1,1,1 \S 3,2,-1 \S -1,-1,2)(-1,-5,0)[Matrice]}.$

La solution de
$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 2y - z = -5 \\ -x - y + 2z = 0 \end{cases}$$
 est donnée par $X = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{10}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$

La solution de $\text{\systeme[xyzt]{y+z+t=1,x+z+t=-1,x+y+t=1,x+y+z=0}}$ est $\text{\mathcal{S}=\%$
 $\text{\left\lbrace\SolutionSystemePY*[d](0,1,1,1 \S 1,0,1,1 \S 1,1,0,1 \S 1,1,1,0)(1,-1,1,0)\right\rbrace}.$

La solution de
$$\begin{cases} y + z + t = 1 \\ x + z + t = -1 \\ x + y + t = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$
 est $\mathcal{S} = \left\{ \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right) \right\}.$

La solution de $\text{\systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}}$ est $\text{\mathcal{S}=\%$
 \left\lbrace
 $\text{\SolutionSystemePY}$
 $\text{\[dec]<cell-space-limits=2pt>}$
 $\text{(1,2,3,4 \S 5,6,7,0 \S 1,1,1,1 \S -2,-3,-5,-6)(-10,0,4,7)}$
 \[Matrice]
 $\text{\right\rbrace}.$

La solution de
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = -10 \\ 5x + 6y + 7z = 0 \\ x + y + z + t = 4 \\ -2x - 3y - 5z - 6t = 7 \end{cases}$$
 est $\mathcal{S} = \left\{ \begin{pmatrix} 17,75 \\ -12,75 \\ -1,75 \\ 0,75 \end{pmatrix} \right\}.$