

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ 2025-26

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

Профиль «Робототехника»

Ответы, Решения, ключи и методика оценивания.

По теоретическому туру максимальная оценка результатов участника 9 класса определяется арифметической суммой всех баллов, полученных за выполнение заданий и не должна превышать 40 баллов. Каждый ответ оценивается либо как правильный (полностью совпадает с ключом - ответом), либо как неправильный (отличается от ключа или отсутствует). Каждый правильный ответ имеет свой вес: 2 балла, 4 балла, 7 баллов.

В общей части даны следующие задачи:

Задача	Ответ - ключ	Оценка
09-01	4	2
09-02	20	4
09-03	4	4
09-04	36	7
09-05	14	4
09-06	902	4
09-07	30	4
09-08	10	7
09-09	430	2
09-10	102	2
09-11	12	2
09-12	3200	2
09-13	1570	2

В специальной части участникам предлагается 4 задачи 09-10, 09-11, 09-12, 09-13 из которых участник решает только одну по выбору. Проставление в бланке ответов за две задачи из приведенного списка наказывается аннулированием результатов за эти 4 задачи.

Участник должен внести ответы в бланк ответов и должен внести решения задач в странички, маркированные кодом работы. Каждая решенная задача должна иметь как ответ, так и решение. При наличии правильного ответа в бланке ответов, но отсутствия решения или если в страничке с решением ответ отличается от ответа в бланке ответов, оценка за задачу может быть аннулирована.

Общие задачи

Задача 09-01. Компьютерное зрение. 2 балла.

Условие:

Робот оборудован камерой с горизонтальным углом обзора 90 градусов. Камера снимает 10 кадров в секунду. С какой минимальной скоростью должна горизонтально пролететь муха

в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси объектива и находящейся на расстоянии 20 см от камеры, чтобы не попасть в кадр? Ответ дать в м/с округлив до целых.

Ответ: 4

Решение.

Путь муhi – это гипотенуза прямоугольного треугольника, катеты которого образуют границу угла обзора камеры. Высота прямоугольного треугольника – это минимальное расстояние от камеры до муhi. Путь муhi равен удвоенному расстоянию от камеры до муhi.

Путь муhi – 0,4 м, время 0,1 с, скорость 4 м/с

Задача 09-02. Компьютерное зрение. 4 балла.

Условие:

Представим себе специальную камеру, работающую на основе лазерной указки. Указка наводится двумя сервомоторами на точку и дает кратковременный импульс, после чего установленный рядом датчик фиксирует отраженный свет. Время между подачей и приемом импульса позволяет определить расстояние до объектов. Найдите время сканирования такой камерой разрешением 640x480 огромной стены на расстоянии 10 км от камеры, считая, что импульс для следующего пикселя подается в тот же момент, когда пришел отраженный для предыдущего. Ответ округлите до целых секунд

Ответ: 20

Решение:

время равно числу пикселей, умноженному на дважды время прохождения лучом расстояния от камеры до стены:

скорость света $c = 300000$ км/с

$$t = 2 * 10 / 300000 * 640 * 480 = 20,48 \text{ с}$$

Задача 09-03. Механика. 4 балла.

Задача: "Робот-прыгун"

Условие:

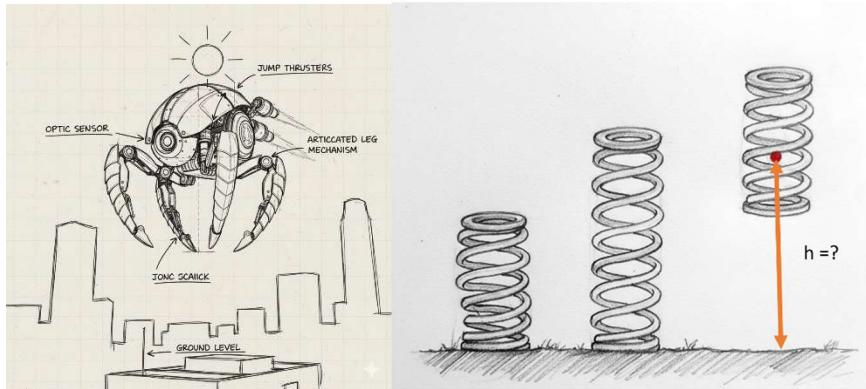
Ты проектируешь робота-прыгуна для соревнований по преодолению препятствий. Робот использует сжатую пружину для совершения прыжка. Прыжок происходит строго вертикально.

Исходные данные:

- Масса робота: $m = 2$ кг
- Жёсткость пружины: $k = 20000$ Н/м

- Максимальное сжатие пружины перед прыжком: $x = 0.1 \text{ м} (10 \text{ см})$
- Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ Н/кг}$.
- КПД прыжкового механизма (отношение энергии, ушедшей на подъем робота, к энергии сжатой пружины) составляет $\eta = 80\% (0.8)$.

Учитывая КПД механизма, рассчитай максимальную высоту, на которую сможет подняться центр масс робота относительно своего положения в момент отрыва от земли. Ответ записать в метрах.



Ответ: 4

Решение

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$k = 20000 \text{ Н/м}$$

$$x = 0,1 \text{ м}$$

$$\eta = 0,8$$

$$g \approx 10 \text{ Н/кг}$$

Рассчитаем потенциальную энергию сжатой пружины:

Формула потенциальной энергии упруго деформированной пружины: $E_{\text{упр}} = (k * x^2) / 2$

$$E_{\text{упр}} = (20000 \text{ Н/м} * (0,1 \text{ м})^2) / 2 = (20000 * 0,01) / 2 = 200 / 2 = 100 \text{ Дж}$$

Рассчитаем энергию, пошедшую на подъем (полезную энергию):

$$E_{\text{полезная}} = \eta * E_{\text{упр}} = 0,8 * 100 \text{ Дж} = 80 \text{ Дж}$$

Рассчитаем максимальную высоту прыжка:

В верхней точке вся полезная энергия перешла в потенциальную гравитационную:
 $E_{\text{полезная}} = m * g * h$

$$80 \text{ Дж} = 2 \text{ кг} * 10 \text{ Н/кг} * h$$

$$80 = 20 * h$$

$$h = 80 / 20 = 4 \text{ м}$$

Задача **09-04.** **Механика.** **7** **баллов.**

Задача: "Робот-сортировщик на наклонной плоскости"

Условие:

Ты проектируешь робота для сортировки шаров разной массы на складе. Робот должен поднимать шары по наклонной плоскости.

У тебя есть:

- Наклонная плоскость, которую можно закреплять под разными углами.
- Электромотор с известной мощностью тяги (силой, с которой он тянет робота) = 15 Н.
- Робот-платформа массой 2 кг, который может закреплять на себе шары.
- Шары для сортировки: массой 1,5 кг.
- Коэффициент трения между платформой и плоскостью постоянен и равен $\mu = 0,2$.
- Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ Н/кг}$.

Под каким максимальным углом наклона плоскости твой робот сможет подниматься без груза (сам по себе), если сила мотора 15 Н? Ответ запиши в градусах с точностью до единиц.

Ответ: 36

Решение

Дано:

Масса робота: $m_p = 2 \text{ кг}$

Сила тяги мотора: $F_{\text{тяги}} = 15 \text{ Н}$

Коэффициент трения: $\mu = 0,2$

Ускорение свободного падения: $g \approx 10 \text{ Н/кг}$

Груза нет.

Найти: α_{\max} — максимальный угол наклона.

Разберём силы, действующие на робота:

Сила тяжести: $F_{\text{тяж}} = m_p * g = 2 \text{ кг} * 10 \text{ Н/кг} = 20 \text{ Н}$

Сила реакции опоры: N

Сила трения: $F_{\text{тр}} = \mu * N$

Сила тяги мотора: $F_{\text{тяги}} = 15 \text{ Н}$

Разложим силу тяжести на составляющие:

Сила, тянувшая робота вниз вдоль плоскости: $F_{\text{скат}} = F_{\text{тяж}} * \sin(\alpha) = 20 * \sin(\alpha)$

Сила, прижимающая робота к плоскости: $F_{\text{приж}} = F_{\text{тяж}} * \cos(\alpha) = 20 * \cos(\alpha)$

Сила реакции опоры равна силе прижимающей: $N = F_{\text{приж}} = 20 * \cos(\alpha)$

Следовательно, сила трения: $F_{\text{тр}} = \mu * N = 0,2 * 20 * \cos(\alpha) = 4 * \cos(\alpha)$

Запишем условие для подъёма:

Чтобы робот мог хотя бы начать двигаться вверх, сила тяги должна быть не меньше суммы сил, мешающих движению (силы трения и скатывающей составляющей силы тяжести). Для предельного случая (равномерное движение на грани возможности):

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{скат}} + F_{\text{тр}}$$

Подставим значения в уравнение:

$$15 = 20 * \sin(\alpha) + 4 * \cos(\alpha)$$

Решим это уравнение.

Для 9 класса допустимо использовать метод подбора с использованием табличных значений.

Проверим угол 30° ($\sin 30^\circ \approx 0,5$; $\cos 30^\circ \approx 0,87$):

$20 * 0,5 + 4 * 0,87 = 10 + 3,48 = 13,48 \text{ Н} < 15 \text{ Н}$. Мотор справляется с запасом, значит, угол может быть больше.

Проверим угол 45° ($\sin 45^\circ \approx 0,71$; $\cos 45^\circ \approx 0,71$):

$20 * 0,71 + 4 * 0,71 = 14,2 + 2,84 = 17,04 \text{ Н} > 15 \text{ Н}$. Слишком круто, мотор не тянет.

Проверим угол 40° ($\sin 40^\circ \approx 0,64$; $\cos 40^\circ \approx 0,77$):

$20 * 0,64 + 4 * 0,77 = 12,8 + 3,08 = 15,88 \text{ Н} > 15 \text{ Н}$. Всё ещё не тянет.

Проверим угол 36° ($\sin 36^\circ \approx 0,587$; $\cos 36^\circ \approx 0,809$):

$$20 * 0,587 + 4 * 0,809 = 11,74 + 3,236 = 14,976 \text{ H} \approx 15 \text{ H} \text{ (погрешность округления).}$$

Задача 09-05. Алгоритмы. 4 балла.

Условие: Роботу нужно отсортировать n коробок по весу. Коробки лежат в ряд, и робот может ездить вдоль него. Весы у робота работают не совсем правильно, и он не может найти вес отдельной коробки, он может только сравнить две коробки по весу. Он действует по следующему алгоритму:

- a. Сравниваются 1 и 2 коробка
- b. Более тяжелая из коробок в предыдущем пункте сравнивается с 3-й коробкой
- c. Более тяжелая из коробок в предыдущем пункте сравнивается с 4-й коробкой и так далее $n-1$ раз
- d. Самая тяжелая коробка ставится на последнее место в ряду
- e. Затем снова 1-я коробка сравнивается со 2-й и так далее $n-2$ раза, после чего вторая по весу коробка ставится на предпоследнее место
- f. После этого то же самое делается до третьей с конца коробки, до четвертой и так далее, и массив оказывается отсортирован

Одно сравнение коробок по весу занимает 10 секунд. Время выполнения зависит только от времени сравнения, перемещение робота и перестановка коробок происходит очень быстро. Найдите время сортировки ряда из 100 коробок. Ответ дайте в часах.

Ответ: 14

Решение:

На первом шаге будет сделано 99 сравнений, на втором 98, затем 97 и так далее вплоть до 1 сравнения. $(99 + \dots + 1) * 10 \text{ с} = 49500 \text{ с} = 13.75 \text{ часа} \approx 14 \text{ часов}$

Как посчитать сумму $(99 + \dots + 1)$?
 $(99 + \dots + 1) = (99 + 0) + (98 + 1) + (97 + 2) + \dots + (45 + 44) = 50 * 99 = 4950.$

Задача 09-06. Алгоритмы. 4 балла.

Условие: Робот учится складывать оригами. Первое упражнение, которое он делает, это сгибание квадратного листа 10 на 10 см вдоль диагонали и получение треугольника. После того, как робот выполнил задачу, получившуюся фигуру фотографируют сверху и вычисляют ее площадь. Качество выполнения задачи определяется как единица минус отличие площади получившейся фигуры от площади целевой, деленное на площадь целевой: $1 - |\text{площадь получившейся} - \text{площадь целевой}| / \text{площадь целевой}$. Найдите среднее значение качества выполнения для 10 попыток, если измеренная площадь в них составила 53, 54, 56, 64, 54, 54, 53, 53, 56, 52 cm^2 . Ответ надо умножить на тысячу и округлить до целых.

Ответ: 902

Решение:

Площадь целевой фигуры составляет $10^2 / 2 = 50 \text{ см}^2$. Превышение площади в каждой из попыток составляет 3, 4, 6, 14, 4, 4, 3, 3, 6, 2 см^2 . Среднее значение качества выполнения составляет $1 - 0,098 = 0,902$

Задача 09-07. Теория управления. 4 балла.

Условие: Сильный робототехник соревнуется с сообразительным в том, кто быстрее дотолкает ящик массой 50 кг по ковру с коэффициентом трения 0,5. Сильный робототехник толкает с силой 300 Н, а слабый с силой 162,5 Н, но он поставил ящик на колеса, и эффективный коэффициент трения стал равен 0,1. Найдите момент времени, когда они встретятся, если сильный робототехник стартовал в момент времени 0, а умный на 10 секунд позже. Ответ запишите в целых секундах.

Ответ: 30

Решение:

Пусть t - момент встречи.

Сила трения ящика о ковер составляет $50 * 10 * 0,5 = 250 \text{ Н}$.

Ускорение первого равно $(300 - 250) / 50 = 1 \text{ м/с}^2$.

Сила трения ящика на колесах равна $50 * 10 * 0,1 = 50 \text{ Н}$.

Ускорение второго равно $(162,5 - 50) / 50 = 112,5 / 50 = 225 / 100 = 2,25 \text{ м/с}^2$.

В момент встречи пройденные пути равны:

$$1 * t^2 / 2 = 2,25 * (t - 10)^2 / 2$$

$$2,25 * (t - 10)^2 - t^2 = 0$$

$$2,25 * (t^2 - 20t + 100) - t^2 = 0$$

$$2,25 * t^2 - 45 * t + 225 - t^2 = 0$$

$$1,25 * t^2 - 45 * t + 225 = 0$$

$$t^2 - 36 * t + 180 = 0$$

$$(t - 30) * (t - 6) = 0$$

$$t = 30 ; t = 6$$

Подходит только решение с $t > 10$.

Задача 09-08. Теория управления. 7 баллов.

Условие:

Планирование пути робота на $n > 0$ шагов вперед требует $N = K * n^2$ операций с числами (n целое). При этом чем больше шагов рассматривается при планировании, тем лучше результат, и качество задается формулой $C = q * n$, где $q > 0$. Однако операции с числами требуют энергии и времени, так что в общем качестве работы робота они учитываются с отрицательным знаком. Формула общего качества планирования такова: $Q = -N + C$. Найдите число шагов, при котором общее качество максимально, если $K = 15$, $q = 300$, n целое число.

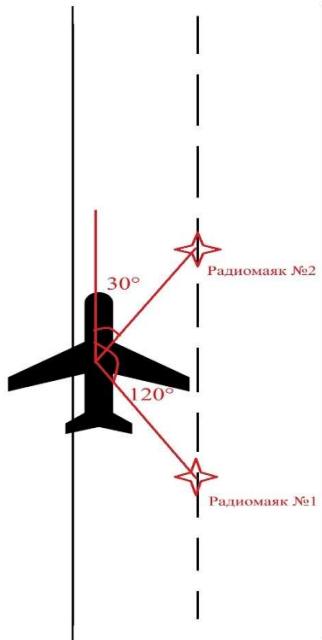
Ответ: 10**Решение:**

Общее качество имеет вид $Q = -K * n^2 + q * n$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум находится в точке $n = q / (2K) = 10$

Задача 09-09. Навигация. 2 балла.**Условие:**

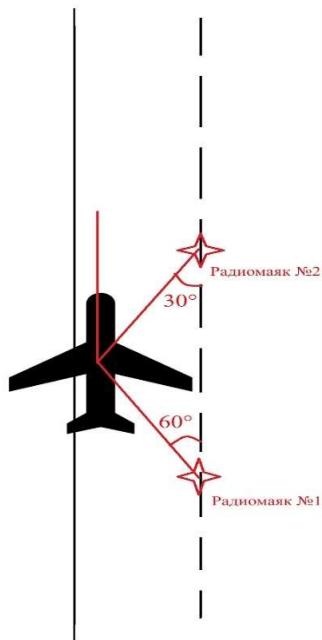
При заходе на посадку беспилотник FP-98 (Китайская беспилотная модификация Ан-2) использует систему радиомаяков из двух радиомаяков, находящихся на оси взлётно-посадочной полосы. В летательном аппарате установлен радиокомпас, указывающий направление на каждый из радиомаяков. При нахождении между первым и вторым радиомаяками (см. картинку) были зафиксированы следующие углы направления: 30 градусов на первый маяк, и 120 градусов на второй маяк. Найдите смещение беспилотника относительно оси полосы, если расстояние между маяками 1 км (L). При извлечении корней брать только 1 знак после запятой. Ответ записать в метрах, округлив до ближайшего числа, кратного 10.



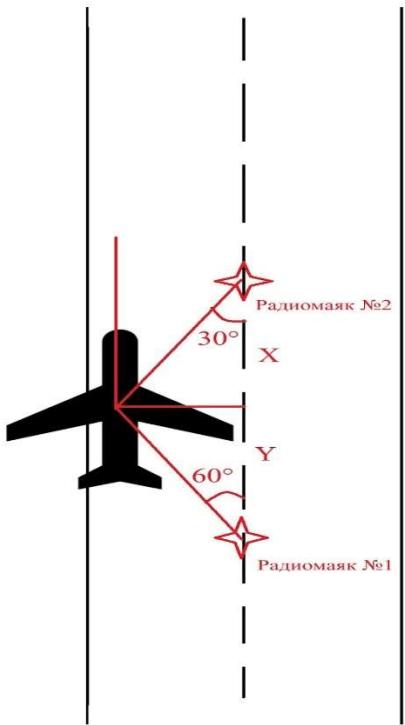
Ответ: 430

Решение:

Находим углы у треугольника, основанием которого служит ось взлётно-посадочной полосы. Они равны 30 и 60 градусов соответственно (см. картинку).



Нам необходимо найти высоту, опущенную из вершины, в которой находится беспилотник. Опускаем высоту из вершины и записываем её значение через тангенс для каждого из получившихся прямоугольных треугольников.



$$h = \tan(30^\circ) * x$$

$$h = \tan(60^\circ) * y$$

$$x + y = L$$

$$\text{Получаем } h = L * (\tan(30^\circ) * \tan(60^\circ) / (\tan(30^\circ) + \tan(60^\circ)))$$

Специализированные задачи

(решите только одну из предложенных ниже задач)

Задача 09-10. Гуманоидная робототехника. 2 балла.

Условие:

Гуманоидный робот шагает с одинаковой длиной шага. Однако первоначальный и последний шаги имеют длину, которая меньше, чем длина циклического шага. Длины шагов зависят от качества поверхности и от точности настройки нулевой позы робота. Для расчёта одометрии робота необходимо знать точную длину пройденного расстояния. Для того, чтобы иметь возможность рассчитать точное пройденное расстояние достаточно знать 2 величины: длину циклического шага и сумму длин шагов в начальной и конечной точке. Для измерения этих двух величин роботов запускали на проход сначала 10 шагов, а затем 20 шагов

и рулеткой измеряли пройденное расстояние. Результаты измерений такие: 896 мм и 1916 мм. Вычислите длину циклического шага в мм. Результат округлите до целых величин и внесите в поле ответа только цифры.

Ответ: 102

Решение:



н	х	х	х	х	х	х	х	х	х	к
896 мм										

н	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	х	к
1916 мм																		

обозначим длину циклического шага X , а сумму длин первого и последнего шагов $h + k = Y$.

Запишем пройденные расстояния:

$$18 * X + Y = 1916$$

$$8 * X + Y = 896$$

Из первого уравнения вычтем второе:

$$10 * X = 1020$$

$$\text{Вычисляем: } X = 1020 / 10 = 102$$

Задача 09-11. Летательная робототехника. 2 балла.

Условие:

Дано крыло (см. картинку) FPV беспилотника площадью $0,5 \text{ м}^2$ (S), с сужением $1,5$ (η) и удлинением $8(\lambda)$. Сужение — это отношение корневой хорды к концевой хорде. Удлинение — это отношение квадрата размаха (L) к площади крыла (S). Найти концевую хорду ($b_{\text{конц}}$), корневую ($b_{\text{корн}}$) хорду и размах (в метрах). В ответ записать их произведение, умноженное на 100.



Ответ: 12

Решение:

Найдём размах крыла через удлинение и площадь.

$$\lambda = L^2/S$$

$$L = \sqrt{\lambda * S} = \sqrt{8 * 0,5} = 2$$

Запишем систему для нахождения хорд:

$$S = (b_{\text{корн}} + b_{\text{конц}}) * L/2$$

$$\eta = b_{\text{корн}} / b_{\text{конц}}$$

Из нижнего уравнения выразим корневую хорду:

$$b_{\text{корн}} = \eta * b_{\text{конц}}$$

Подставим в верхнее уравнение и выразим $b_{\text{конц}}$

$$\text{Получим: } b_{\text{конц}} = 2 * S / (L(\eta + 1)) = 2 * 0,5 / (2 * (1,5 + 1)) = 0,2$$

$$b_{\text{корн}} = \eta * b_{\text{конц}} = 1,5 * 0,2 = 0,3$$

Полученные числа перемножаем для ответа:

$$X = 100 * L * b_{\text{корн}} * b_{\text{конц}} = 100 * 2 * 0,3 * 0,2 = 12.$$

Задача 09-12. Манипуляторы. 2 балла.

Задача: "Робот-манипулятор на платформе"

Условие:

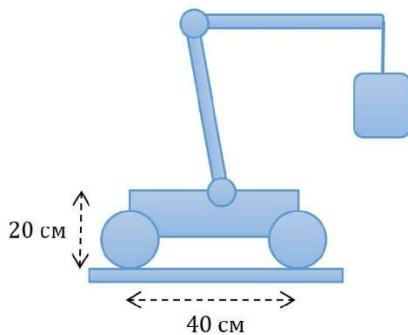
Ты проектируешь мобильного робота-складского работника. Робот стоит на четырёх колёсах, расположенных по углам прямоугольной платформы. Габариты платформы 40 см в длину и 30 см в ширину. В центре платформы установлен манипулятор, который может поднимать и перемещать грузы.

Исходные данные:

- Масса пустой платформы с манипулятором: 4 кг.
- Центр тяжести пустой платформы находится точно в геометрическом центре, на высоте 20 см от пола.
- Манипулятор может выдвигаться вперёд на 25 см от края платформы.

Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ Н/кг}$.

Рассчитай, какую максимальную массу груза может безопасно поднять и удерживать манипулятор, будучи выдвинутым на максимальное расстояние (25 см), чтобы робот не опрокинулся вперёд? Ответ запиши в граммах.



Ответ: 3200

Решение:

Дано:

Масса платформы: $m_{\text{пл}} = 4 \text{ кг}$

Вес платформы: $P_{\text{пл}} = m_{\text{пл}} * g = 4 \text{ кг} * 10 \text{ Н/кг} = 40 \text{ Н}$

Длина платформы: $L = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$

Расстояние от центра платформы до передней оси: $l_{\text{пл}} = L/2 = 0,2 \text{ м}$

Вылет манипулятора: $l_{\text{г}} = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$

Важное уточнение: Верно рассчитывать моменты относительно передней оси. Плечо силы тяжести платформы — это расстояние от её центра тяжести (центр платформы) до передней оси. Плечо силы тяжести груза — это расстояние от точки подвеса груза (выдвинут на 25 см от края) до передней оси.

Плечо силы тяжести платформы: $d_{\text{пл}} = 0,2 \text{ м}$ (половина длины платформы).

Плечо силы тяжести груза: $d_{\text{г}} = l_{\text{г}} = 0,25 \text{ м}$

Решение через правило моментов:

В критическом состоянии, когда робот вот-вот опрокинется, сила реакции опоры на задних колёсах равна нулю. Условие равновесия моментов сил относительно передней оси:

Момент, удерживающий робот = Моменту, опрокидывающему робот

Удерживающий момент создаётся весом платформы, который стремится повернуть робот назад вокруг передней оси.

$$M_{\text{удерж}} = P_{\text{пл}} * d_{\text{пл}} = 40 \text{ Н} * 0,2 \text{ м} = 8 \text{ Н*м}$$

Опрокидывающий момент создаётся весом груза.

$$M_{\text{опрок}} = P_{\text{г}} * d_{\text{г}} = m_{\text{г}} * g * 0,25 \text{ м}$$

В состоянии равновесия на грани опрокидывания: $M_{\text{удерж}} = M_{\text{опрок}}$

$$8 \text{ Н*м} = m_{\text{г}} * 10 \text{ Н/кг} * 0,25 \text{ м}$$

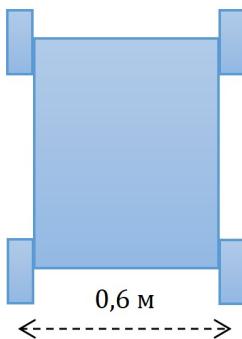
$$8 = m_{\text{г}} * 2,5$$

$$m_{\text{г}} = 8 / 2,5 = 3,2 \text{ кг}$$

Задача 09-13. Колёсная робототехника. 2 балла.

Задача: "Танковый разворот на месте"

Условие:



Робот-платформа с четырьмя колесами (по одному на каждый угол) использует механизм танкового разворота для поворота на месте.

Левый борт: два ведущих колеса (переднее и заднее) соединены и управляются одним двигателем.

Правый борт: аналогично, два колеса управляются вторым двигателем.

Для разворота на месте двигатели врашают борта в противоположные стороны с одинаковой по модулю угловой скоростью.

Известно:

- Поперечное расстояние между центрами колес (колея) = $L = 0,6 \text{ м}$.

- Желаемый угол поворота робота = $\theta = \pi/2$ радиан.

- Линейная скорость точки на ободе ведущего колеса (касательная скорость колеса) во время разворота постоянна и равна $v = 0,3$ м/с.

- Радиус каждого ведущего колеса $r = 0,1$ м.

- Принять, что силы, создаваемые проскальзыванием, центрально-симметричны относительно центра платформы.

Рассчитать с какой угловой скоростью ω (рад/с) будет поворачиваться корпус робота.

Вопрос: сколько времени t должен длиться разворот на $\pi/2$ радиан?

Ответ записать в миллисекундах, отбросив числа после запятой.

Ответ: 1570

Решение:

1. Угловая скорость корпуса робота (ω):

При идеальном развороте на месте мгновенный центр скоростей (МЦС) робота находится посередине, в центре симметрии платформы.

Расстояние от МЦС до центра каждого колеса в поперечном направлении равно половине колеи: $R = L / 2 = 0,3$ м.

Линейная скорость центра колеса (как точки на корпусе) равна заданной скорости обода v .

Следовательно: $\omega = v / R = 0,3 \text{ м/с} / 0,3 \text{ м} = 1,0 \text{ рад/с}$.

2. Время разворота на $\pi/2$ радиан:

$$t = \theta / \omega = (\pi/2 \text{ рад}) / (1,0 \text{ рад/с}) = \pi/2 \approx 1,57 \text{ с.}$$